

大展弦比飞行器伺服气弹模态下传感器布局*

杨伟奇^{1,2}, 杨惠²

(1. 西北工业大学 航天学院, 陕西 西安 710072; 2. 国防科技大学 计算机学院, 湖南 长沙 410073)

摘要:针对大展弦比弹性飞行器传感器位置对伺服气动弹性的影响,在现有传感器设置方法的基础上,提出了一种新的优化设计准则。证明了能观测 Gramian 矩阵的迹代表弹性振动能量,并引入椭圆容积作为特征值的几何平均值,给出了高效的简化计算方法;通过 H_2 范数分析各阶模态以及传感器的权重影响,既平衡了低阶模态的主导特性又防止了高阶模态的溢出。在考虑弹身弯曲、弹翼弯曲与扭转的情况下对几种传感器的设置准则进行评估,仿真表明所提出的最优指标能够精确高效地设置传感器位置,也能充分反映各阶模态的影响权重,适合飞行全程传感器的位置优化,具有很强的工程应用价值。

关键词:大展弦比;伺服气动弹性;传感器设置;能观测 Gramian; H_2 范数

中图分类号: V412.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-2486(2018)06-038-06

Optimal sensor placement for aeroservoelastic analysis of high-aspect-ratio flexible aircraft

YANG Weiqi^{1,2}, YANG Hui²

(1. School of Astronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China;

2. College of Computer, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: An advanced criterion of optimal sensor placement was proposed for aeroservoelastic analysis of high-aspect-ratio flexible aircraft based on classical sensor placement index. The trace of observability Gramian matrix was proved to be the vibration energy, and the dimension of the ellipsoid was introduced as the geometric mean of eigenvalues, a high efficient simplified method was given as a computational approach. Different modes and sensors placement influences on the system were evaluated through the properties of H_2 norm in connection with system impulse response, a balance between the low and the high frequency modes was achieved to guarantee the dominant of low order vibration and avoid overflow. Considering the bending moment of the body, the bend and torsion of the wings, the different sensor placement indexes were evaluated. Results shows that the sensor placement can be set accurately and effectively, while different modes can also be fully weighted and reflected by the proposed criterion. This method can be used as an optimal tool to set the sensor placement through the whole flight track and it has a great value in engineering application.

Key words: high-aspect-ratio; aeroservoelastic; sensor placement; observability Gramian; H_2 norm

大展弦比弹性飞行器在高空飞行时,飞行器在空气动力、结构弹性以及控制系统之间的耦合下产生伺服气动弹性问题^[1]。当把飞行器视为弹性体时,传感器测量的姿态信号不可避免的包含有弹性变形的噪声信号。这种耦合噪声信号的强度与传感器的位置以及控制律的设计密切相关,因此,传感器的最优位置设计是弹性飞行器随控布局设计中的重要问题^[2]。

在经典频域分析法中,严恒元^[3]分析了传感器位置对弹性飞行器控制系统的影响,通过根轨迹分析法得到了最优位置。袁建平^[4]在此基础

上用现代控制理论的方法提出了传感器的能量优化准则。Al-Shehabi 与 Newman^[5-6]使用混合幅值/相角稳定法确定传感器最优位置,提出基于根轨迹分离角与零极点相对位置的最优指标。经典根轨迹及其衍生方法的缺点在于不易将弹性模态引入的附加零极点作为整体来协调飞行控制系统零极点关系。同时,所设计的最优指标没有利用状态方程的输入/输出信息,计算输出能量时耗时大。

通过研究弹性系统状态方程的输入/输出与振动能量的关系提出了一系列新的传感器设置准

* 收稿日期:2017-08-08

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61702538);国防科技大学科研基金资助项目(ZK17-03-53)

作者简介:杨伟奇(1989—),男,安徽萧县人,博士研究生,E-mail:weiqi.yang@strath.ac.uk;

杨惠(通信作者),女,助理研究员,博士,E-mail:huihui19870124@126.com

则。Qiu^[7]基于系统状态方程的能控/能观测度提出了一种柔性板的主动控制准则,并基于鲁棒控制器设计主动控制结构。同样地,Ali^[8]也针对弹性板式结构,通过系统振动方程的能控度提出一种执行机构设置方式。作者忽略了各阶弹性振动模态的影响权重,在振型阶数较高的结构中,有可能造成高阶模态的溢出。Liu^[9]使用系统闭环传递函数的空间 H_2 范数设置弹性结构的最优传感器以及执行机构的位置。Güney^[10]基于能控系统代数黎卡提方程的解,利用 H_2 范数对闭环弹性结构的传感器以及执行机构的最优位置进行了优化,并对一欧拉-伯努利梁进行仿真验证。Li^[11]使用能控性矩阵的特征根之和来计算弹性振动梁的执行机构最优位置。研究对象为形如梁或板的结构,也没有组成控制回路系统,对于形如大展弦比飞行器控制系统这样的高阶复杂系统,能控性矩阵的特征根之和不易精确计算。

Verhaegen^[12]首次将新的传感器设置方法运用到细长型的运载火箭中,但并没有借助优化方法,选取的指标函数也为基础的能观测 Gramian 矩阵,因此,还可以进行进一步的研究。本文针对现有弹性飞行器的传感器设置方法进行了仿真,分析了现有方法的不足并提出了一种新的传感器设置准则。充分利用了系统输入/输出矩阵特性以简化计算,同时分析了各阶模态以及各个传感器对系统的影响权重,并通过调节因子保证低阶模态的主导作用,也防止了高阶模态的溢出。

1 耦合系统的动力学模型

弹性飞行器俯仰通道的短周期运动模型如式(1)所示^[13]。

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{U}, & \mathbf{X}(t_0) = \mathbf{X}_0 \\ \mathbf{Y} = \mathbf{C}\mathbf{X} \end{cases} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{X} = [\Delta\theta, \Delta\dot{\varphi}, \Delta\varphi, \omega_1\Delta\eta_1, \dots, \Delta\dot{\eta}_n]^\top$, \mathbf{Y} 分别为飞行器状态变量与输出; t_0, x_0 分别是初始时间、初始状态变量; \mathbf{A}, \mathbf{C} 分别表示系统状态矩阵与输出矩阵; \mathbf{B}, \mathbf{U} 分别为输入矩阵以及控制输入; φ 为俯仰角; θ 为弹道倾角; η 为广义弹性振动位移; ω_i 表示第 i 阶弹性振动对应的频率,则式(2)描述结构弹性振动的广义机械能 E 。

$$E = \frac{1}{2} \int_0^\infty \sum_{i=1}^n [\omega_i^2 \eta_i^2(t) + \dot{\eta}_i^2(t)] dt \quad (2)$$

状态变量 \mathbf{X} 中包含了飞行器的刚性信息和各阶弹性振动及其导数的信息,通过选取非负对角阵 \mathbf{Q} 与弹性振动加权 S ,可以构造广义振动能量,式(3)为最优指标。

$$J = \mathbf{X}^\top \mathbf{S} \mathbf{X} + \int_{t_0}^t \mathbf{X}^\top \mathbf{Q} \mathbf{X} dt \quad (3)$$

2 新的传感器设置准则

2.1 能控/能观测 Gramian 矩阵简化计算

系统状态方程的能控/能观测 Gramian 矩阵作为输入、输出与状态变量关系的一种定量描述,反映了传感器、执行机构位置变化对系统状态的影响。系统能控/能观测 Gramian 矩阵如式(4)所示^[14]。

$$\begin{cases} \mathbf{W}_c(t) = \int_0^t e^{\mathbf{A}\tau} \mathbf{B} \mathbf{B}^\top e^{\mathbf{A}^\top \tau} d\tau \\ \mathbf{W}_o(t) = \int_0^t e^{\mathbf{A}^\top \tau} \mathbf{C}^\top \mathbf{C} e^{\mathbf{A}\tau} d\tau \end{cases} \quad (4)$$

能控/能观测 Gramian 矩阵 $\mathbf{W}_c, \mathbf{W}_o$ 分别是形如式(5)的 Lyapunov 方程的解^[14]。

$$\begin{cases} \mathbf{A} \mathbf{W}_c + \mathbf{W}_c \mathbf{A}^\top + \mathbf{B} \mathbf{B}^\top = \mathbf{0} \\ \mathbf{A}^\top \mathbf{W}_o + \mathbf{W}_o \mathbf{A} + \mathbf{C}^\top \mathbf{C} = \mathbf{0} \end{cases} \quad (5)$$

能控/能观测 Gramian 矩阵的近似解可以写成如式(6)所示的对角占优的形式。

$$\begin{cases} \mathbf{W}_c \approx \text{diag}(w_{ci} \mathbf{I}_2) \\ \mathbf{W}_o \approx \text{diag}(w_{oi} \mathbf{I}_2) \end{cases} \quad (6)$$

其中: \mathbf{I}_2 为 2×2 的单位矩阵; w_{ci}, w_{oi} 表达式为式(7)。

$$\begin{cases} w_{ci} = \frac{\|\mathbf{B}_i\|_2^2}{4\xi_i \omega_i} \\ w_{oi} = \frac{\|\mathbf{C}_i\|_2^2}{4\xi_i \omega_i} \end{cases} \quad (7)$$

式中: $\|\mathbf{B}_i\|_2, \|\mathbf{C}_i\|_2$ 为输入输出的 H_2 范数^[14]; ξ_i 为第 i 阶阻尼系数。

2.2 基于 H_2 范数的传感器影响权重评估

H_2 范数作为一种系统响应的定量度量方法可以有效地平衡各阶模态,线性系统传递函数的 H_2 范数可以定义为式(8)所示的形式^[14-15]。

$$\|\mathbf{G}\|_2 = \sqrt{\text{tr}(\mathbf{B} \mathbf{B}^\top \mathbf{W}_o)} \quad (8)$$

将式(6)、式(7)代入式(8),得到第 i 阶模态基于 H_2 范数的传递函数的近似解为:

$$\|\mathbf{G}_i\|_2 \approx \frac{\|\mathbf{B}_i\|_2 \|\mathbf{C}_i\|_2}{2\sqrt{\xi_i \omega_i}} \quad (9)$$

推广到安装多个传感器时,第 k 个传感器以及第 i 阶模态对应 H_2 范数如式(10)所示。

$$\|\mathbf{G}_{ik}(j\omega)\|_2 \approx \frac{\|\mathbf{B}_i\|_2 \|\mathbf{C}_{ik}\|_2}{2\sqrt{\xi_i \omega_i}} \quad (10)$$

第 k 个传感器与第 i 阶模态对应的传递函数与系统的 H_2 范数之比可以作为传感器对系统振动输出影响的权重,如式(11)所示。

$$\gamma_{ik} = \kappa_{ik} \frac{\|G_{ik}(j\omega)\|_2}{\|G\|_2}, \quad k = 1, \dots, K; i = 1, \dots, n \quad (11)$$

式中, κ_{ik} 为第 k 个传感器与第 i 阶模态的调节因子, 各阶模态的权重影响为:

$$\gamma_{\text{sensor},k} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \gamma_{i,k}^2} \quad (12)$$

2.3 传感器最优位置综合

飞行器弹性模态所表征的振动总能量为如式(2)所示, 振动总能量可以表示为状态变量的形式, 如式(13)所示。

$$E = \frac{1}{2} \int_0^\infty \left[\sum_{i=1}^{n_b+n_w} (e^{A^T t} C_{2i-1}^T C_{2i-1} e^{A t} + e^{A^T t} C_{2i}^T C_{2i} e^{A t}) \right] C e^{A t} dt \quad (13)$$

其中, $e^{A^T t} C_{2i-1}^T C_{2i-1} e^{A t}$ 表示飞行器各阶弹性振动模态的势能, $e^{A^T t} C_{2i}^T C_{2i} e^{A t}$ 表示振动的动能。结合式(4), 飞行器的弹性振动总能量可以表示为:

$$E = \frac{1}{2} \text{tr}(W_{o2i-1,2i-1} + W_{o2i,2i}) = \frac{1}{2} \text{tr}(W_o) \quad (14)$$

大展弦比弹性飞行器的传感器最优位置设计准则结合 H_2 范数的优势以及能控/能观测 Gramian 矩阵的特性, 设计最优指标为:

$$Pla_J_{\text{sen},k} = 2\gamma_{\text{sensor},k} E \quad (15)$$

考虑到弹性各阶模态能量大小的不同, 引入能观测矩阵的椭圆容积作为特征值的几何平均值以平衡各阶能量, 此时传感器与执行机构位置指标函数为:

$$\begin{cases} Pla_J_{\text{sen},k} = \gamma_{\text{sensor},k} \sqrt[2n]{|W_{ok}|} \text{tr}(W_{ok}) \\ Pla_J_{\text{act},j} = \gamma_{\text{act},j} \sqrt[2n]{|W_{cj}|} \text{tr}(W_{cj}) \end{cases} \quad (16)$$

式中: $\gamma_{\text{sensor},k}$ 为各阶模态的权重。 $|W_{ok}|$ 为第 k 个传感器的能观测 Gramian 矩阵的特征值。 $\sqrt[2n]{|W_{ok}|}$ 为特征值的几何平均值。 $\text{tr}(W_{ok})$ 为能观测 Gramian 矩阵的迹。 将式(10) ~ (12) 代入式(16) 得到传感器最优位置指标函数为:

$$Pla_J_{\text{sen},k} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\kappa_{ik}}{\|G\|_2} \frac{\|B_i\|_2 \|C_{ik}\|_2}{2 \sqrt{\zeta_i \omega_i}} \right)^2} \sqrt[2n]{|W_{ok}|} \text{tr}(W_{ok}) \quad (17)$$

3 弹性飞行器传感器设置评估与分析

本文以某型大展弦比弹性飞行器为例, 对所提出的传感器设置准则进行仿真, 并对比分析了不同设置准则下传感器的位置, 验证了优化效果。

3.1 传感器最优位置综合

考虑某大展弦比弹性飞行器弹身的前三阶弯

曲振动, 弹翼的前三阶弯曲以及扭转振动。 弹身以及弹翼的固有频率特性如表 1 所示。 相应的模态特性如图 1 ~ 2 所示。

表 1 大展弦比飞行器弹身与弹翼各阶固有振动频率
Tab. 1 Nature frequency of the body and wing

模态	弹身弯曲			弹翼弯曲			弹翼扭转		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
固有频率/ (Hz/s)	50	100	143	16	85	203	92	252	327

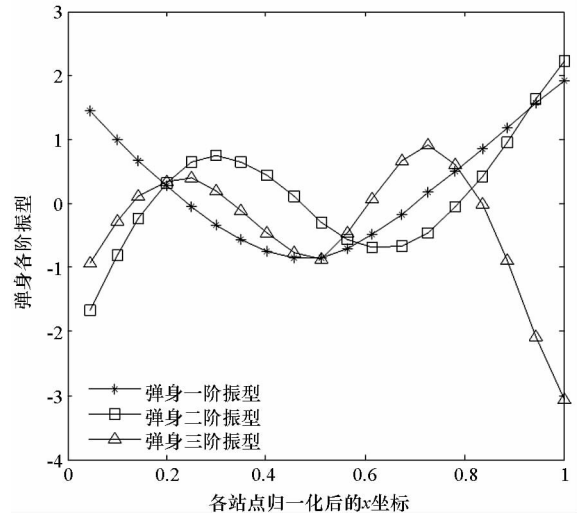
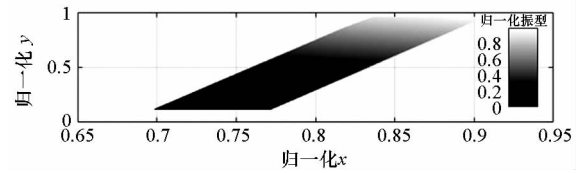


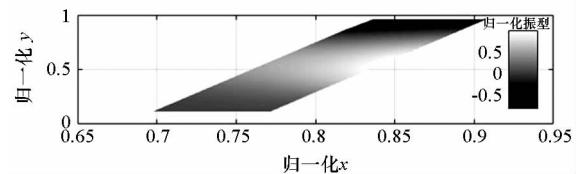
图 1 弹身各阶固有振型

Fig. 1 The first, second and third model shapes of the body



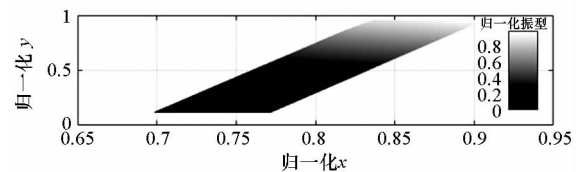
(a) 弹翼一阶弯曲

(a) The first bend model shape of wing



(b) 弹翼二阶弯曲

(b) The second bend model shape of wing



(c) 弹翼三阶弯曲

(c) The third bend model shape of wing

图 2 弹翼各阶固有振型

Fig. 2 Elastic model shapes of wing

3.2 传感器位置对伺服气动弹性的影响

选取特征时间 $T_1 = 8$ s。考虑飞行器弹身的三阶弯曲振动,弹翼的三阶扭转振动以及三阶弯曲振动进行耦合动力学建模,引入传感器、舵机以及校正网络后,考虑伺服气动弹性的控制系统频域特性曲线如图3所示。

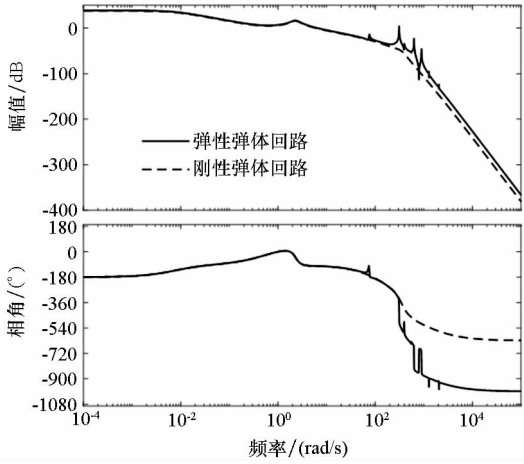


图3 刚性与弹性飞行器俯仰角对舵偏波特图
Fig.3 Bode diagram between pitch angle and rudder in terms of rigid and flexible aircraft

由图3可以看出:在控制系统作用下,考虑弹性振动的飞行器以及刚性飞行器都能满足飞行稳定性。此外,在考虑弹性时,俯仰角对舵偏波特图幅值曲线在各阶固有频率处发生较大的波动。本质上是由于传感器敏感到高频弹性振动噪声信号,输入到控制系统回路中。最后,在振动噪声的影响下,控制系统幅值裕度由27.9 dB下降至19.2 dB,相角裕度由77.6°下降至63.8°。图4反映了传感器位置变化对控制系统的影响。

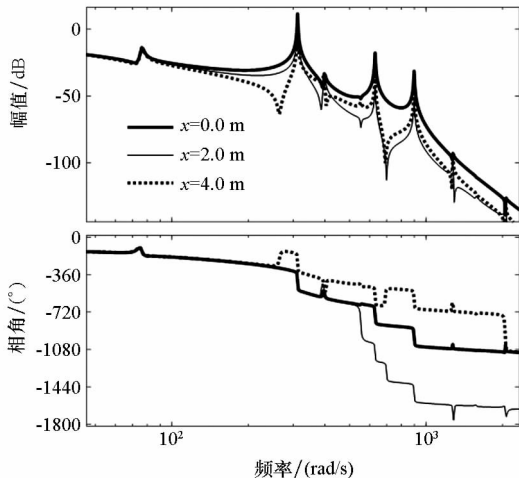


图4 传感器位置变化对控制回路的影响
Fig.4 Sensor placement influence to control system

随着传感器位置向中部移动,俯仰角对舵偏

的幅值曲线在固有频率处下移,各阶振动噪声影响减弱,控制系统幅值/相角裕度随传感器位置变化曲线如图5所示。

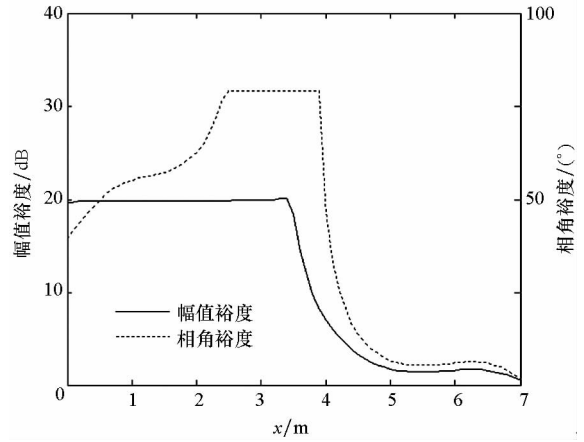


图5 传感器位置变化对幅值/相角裕度的影响曲线
Fig.5 Sensor placement influence to gain/phase margin

图5表明,传感器处于2.6~3.5 m之间时,飞行控制系统的稳定裕度最大,可以认为此区间为最优区间。选取文献[3-4]中的振动能量指标方法作为计算对比,两种设置准则计算的传感器归一化指标对比图如图6所示。

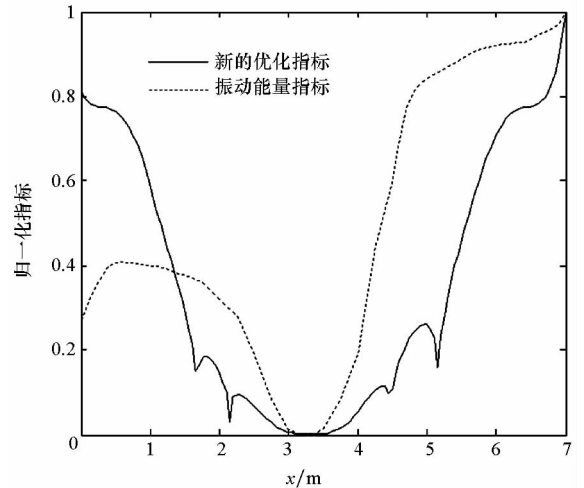


图6 新的指标函数随传感器位置变化曲线
Fig.6 Different indexes curve with sensor placement

仿真结果看出:首先,基于能量法的传感器最优位置距头部3.3 m;新的指标函数下传感器的最优位置位于3.29 m处,与稳定裕度判断方法相符。传感器位于弹体的头部与尾部时,受振动影响大,特别是位于尾部时,传感器敏感的噪声达到极大值。

其次,使用能量法计算振动的能量指标需要约2 h,而新的指标准则计算时间仅为25.69 s。最后,由于充分考虑了各阶模态的权重,新的指标准则反映了更多高阶模态分量的信息。由系统

Hankel 矩阵奇异值得到二阶模态以及三阶模态产生的局部最优解分别位于 2.15 m, 4.45 m 处以及 1.65 m, 3.4 m, 5.15 m 处, 在图 6 中表现为在相应特征点出现尖峰。弹翼的弯曲和扭转振动由耦合动力学引入到控制系统中, 对传感器的指标曲线没有明显的峰值影响。

所提新的传感器位置指标函数充分利用了传递函数的输入输出范数特性, 可以计算飞行全程指标函数随传感器位置变化的变化曲线如图 7 所示。

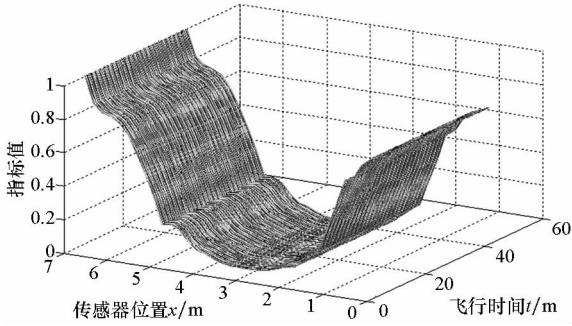


图 7 飞行全程指标函数随传感器位置变化曲线
Fig. 7 Advanced placement index curve with sensor placement and flight time history

图 7 表明, 在弹翼展开后, 大展弦比飞行器进入巡航飞行状态, 传感器的最优位置随时间波动较小, 因此, 将传感器最优位置设置在 3.29 m 处, 可以满足飞行全程的性能指标。

考虑飞行器的状态变量初值扰动, 8 ~ 15 s 引入平稳风以及切变风干扰, 切变风为三角波形式, 最大风速为 40 m/s, 控制系统仍然选取经典的 PID 形式^[13]。在弹翼展开后, 对大展弦比弹性飞行器传感器最优位置 $x = 3.29$ m 以及非最优位置 $x = 1$ m 进行时域仿真验证, 仿真结果如图 8 ~ 11 所示。

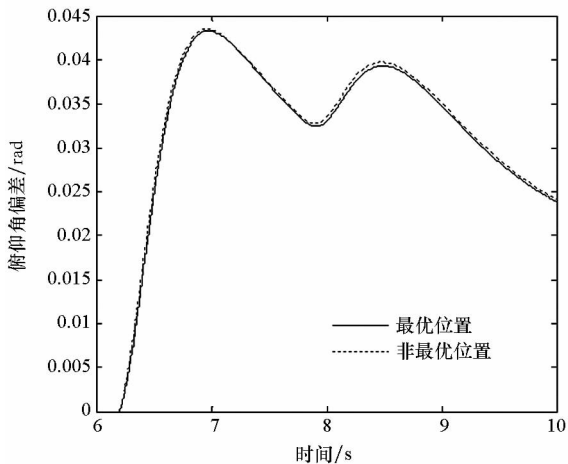


图 8 俯仰角偏差随时间的变化曲线
Fig. 8 Time history of pitch angle

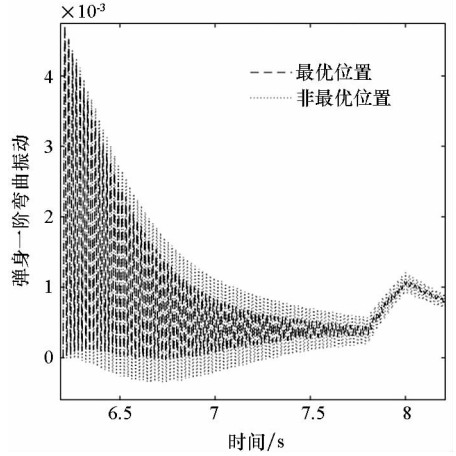


图 9 弹身一阶弯曲振动随时间的变化曲线
Fig. 9 Time history of body's first model shape

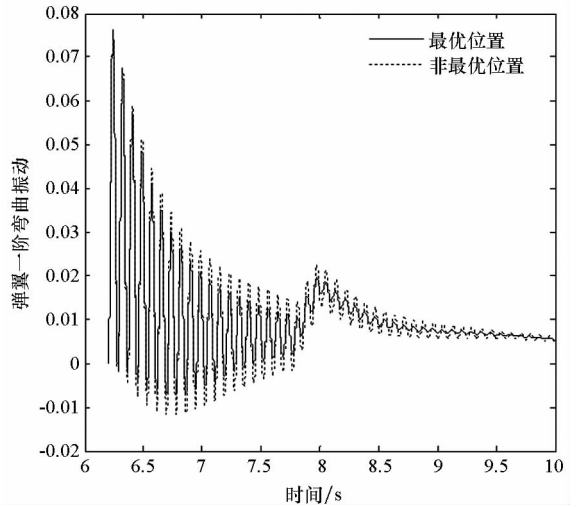


图 10 弹翼一阶弯曲振动随时间的变化曲线
Fig. 10 Time history of wing first bend model shape

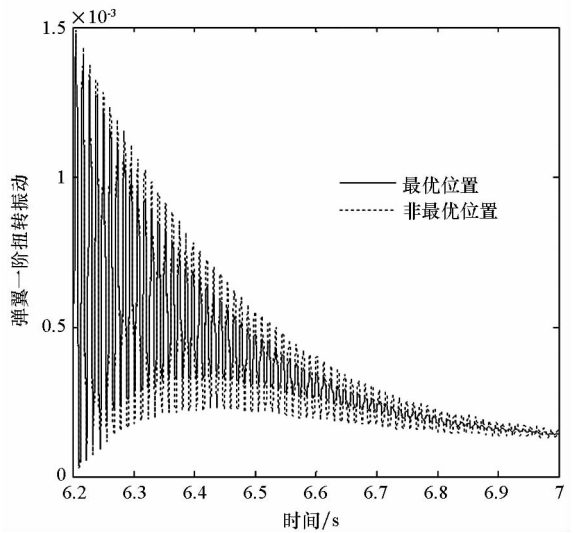


图 11 弹翼一阶扭转振动随时间的放大曲线
Fig. 11 Time history of wing first torsion model shape

4 结论

经典频域分析法得到传感器最优位置位于

2.6~3.5 m处,但无法给出精确位置。基于广义能量法计算传感器的最优位置为3.3 m。这种方法计算量巨大,需要对传感器每一个特征位置进行全程时域仿真,不利于飞行全过程的整体考虑。

利用所提新的传感器设置方法得到其最优位置为3.29 m。相比较广义能量法,计算时间由2 h缩短至25.69 s,表明了能观测 Gramian 矩阵简化计算方法的高效性与精确性。同时引入各阶模态以及各传感器的 H_2 范数作为权重因子,结果表明新的指标曲线包含了更多的高阶模态信息,也为多个传感器设置提供了依据。

使用所提指标函数,对飞行全程传感器位置进行了仿真,所设计的最优位置3.29 m满足整体的性能指标。最后,传感器在最优位置以及非最优位置的 simulink 时域验证表明了所提最优指标设置传感器位置的有效性。

参考文献 (References)

- [1] 杨超,黄超,吴志刚,等. 气动伺服弹性研究的进展与挑战[J]. 航空学报, 2015, 36(4): 1011-1033.
YANG Chao, HUANG Chao, WU Zhigang, et al. Progress and challenges for aeroservoelasticity research [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2015, 36(4): 1011-1033. (in Chinese)
- [2] Castano L M, Airolidi S, McKenna T, et al. Wing sensor placement for gust disturbance rejection[C]//Proceedings of AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference, 2015.
- [3] 严恒元,陈士槽,霍秀芳. 弹性飞行器敏感元件位置设置与参数优化综合[J]. 宇航学报, 1994, 15(4): 10-16.
YAN Hengyuan, CHEN Shilu, HUO Xiufang. Sensors location of elastic vehicle and optimal synthesis of vehicle parameters[J]. Journal of Astronautics, 1994, 15(4): 10-16. (in Chinese)
- [4] 袁建平,陈士槽. 弹性飞行器的传感器位置设计[J]. 宇航学报, 1987(1): 81-88.
YUAN Jianping, CHEN Shilu. Positioning of sensors for flexible flight vehicles [J]. Journal of Astronautics, 1987(1): 81-88. (in Chinese)
- [5] Al-Shehabi A, Newman B. Aeroelastic vehicle sensor placement for feedback control applications using phase stability[C]//Proceedings of AIAA Guidance Navigation and Control Conference, 2000.
- [6] Al-Shehabi A, Newman B. Optimal sensor placement and control selection using mixed gain-phase stabilization[C]//Proceedings of AIAA Guidance Navigation and Control Conference, 2001.
- [7] Qiu Z C, Zhang X M, Wu H X, et al. Optimal placement and active vibration control for piezoelectric smart flexible cantilever plate[J]. Journal of Sound and Vibration, 2007, 301(3): 521-543.
- [8] Ali A, Ghotbi E, Dhingra A K. Optimum placement of actuators in structural and control design using Stackelberg games[J]. Journal of Vibration and Control, 2015, 21(7): 1373-1382.
- [9] Liu W, Hou Z K, Demetriou M A. A computational scheme for the optimal sensor/actuator placement of flexible structures using spatial measures [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2006, 20(4): 881-895.
- [10] Güney M, Eşkinat E. Optimal actuator and sensor placement in flexible structures using closed-loop criteria [J]. Journal of Sound and Vibration, 2008, 312(1/2): 210-233.
- [11] Li Y L, Wang X J, Huang R, et al. Actuator placement robust optimization for vibration control system with interval parameters[J]. Aerospace Science and Technology, 2015, 45: 88-98.
- [12] Verhaegen A, Zbikowski R. Aeroservoelastic modelling and control of a slender anti-air missile for active damping of longitudinal bending vibrations [J]. Aerospace Science and Technology, 2017, 66: 20-27.
- [13] 徐延万. 控制系统 [M]. 北京: 宇航出版社, 1989: 430-470.
XU Yanwan. Control system design [M]. Beijing: Aerospace Press, 1989: 430-470. (in Chinese)
- [14] Gawronski W K. Advanced structural dynamics and active control of structures [M]. USA: Springer, 2004: 167-197.
- [15] Westermayer C, Schirrer A, Hemedi M, et al. An advanced criterion for optimal actuator and sensor placement on complex flexible structures [J]. IFAC Proceedings Volumes, 2009, 42(2): 114-119.