

船舶静态电场跟踪的渐进更新扩展卡尔曼滤波器*

孙宝全, 颜冰, 姜润翔, 张伽伟

(海军工程大学兵器工程学院, 湖北武汉 430033)

摘要: 为了实现利用船舶静态电场对船舶进行跟踪的目的, 针对传统卡尔曼滤波算法中存在的问题, 设计一种新的非线性滤波器。建立船舶的状态空间模型, 分析传统卡尔曼滤波算法在船舶跟踪中存在的问题; 依据渐进贝叶斯思想, 利用连续白噪声与离散白噪声序列噪声协方差之间的关系, 设计一种新的渐进更新扩展卡尔曼滤波器。仿真结果表明, 该滤波器能有效地抑制由于初始误差较大而造成的滤波性能下降和滤波发散, 能够有效地跟踪船舶, 具有较高的实用价值。

关键词: 非线性滤波器; 船舶静态电场; 状态空间模型; 扩展卡尔曼滤波器

中图分类号: TJ610 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-2486(2018)06-134-07

A progressive update extended Kalman filter for ship tracking with static electric field

SUN Baoquan, YAN Bing, JIANG Runxiang, ZHANG Jiawei

(College of Weapon Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

Abstract: In order to track the ship with static electric field, aiming at the problem of traditional Kalman filters, a new nonlinear filter was designed. Ship state space model was established, and the problem of traditional Kalman filtering algorithm in ship tracking was analyzed; according to the relationship of noise covariance between the continuous white noise and discrete white noise sequence, a new progressive update extended Kalman filter was proposed on progressive Bayes theory. Simulation results show that the new method can effectively reduce the filtering performance degradation and filtering divergence caused by large initial error, thus can effectively be used to track the ship, and has high practical value.

Key words: nonlinear filter; ship static electric field; state space model; extended Kalman filter

船舶附近海水中稳定的腐蚀防腐电流会在其周围产生静态电场(Static Electric field, SE)^[1]。SE具有明显的分布特征^[2], 包含着船舶位置信息, 可以用来对船舶进行跟踪定位。但目前利用静态电场对船舶的跟踪定位鲜见相关报道。随着减振降噪、电力推进等技术的使用, 水面船舶的辐射噪声级大幅度减小, 再加上声线弯曲、声混响等自然条件的制约, 被动声信号在对船舶跟踪定位中的难度逐渐显现。而船舶静态电场受环境的影响相对较小, 利用船舶静态电场对船舶目标进行跟踪定位可以作为声跟踪定位的一个有效的补充。

滤波估值方法是目标跟踪领域最实用的方法, 但是决定船舶跟踪性能的关键因素——滤波初值难以确定。不同于雷达、声呐跟踪应用可以通过获得方位——距离信息来推断初始值, 在利用静态电场信号对船舶进行跟踪时, 其距离信息

隐藏在空间电场信号之中, 初始值难以确定, 初始误差较大。扩展卡尔曼滤波^[3](Extended Kalman Filter, EKF)是一种广泛应用的非线性滤波器, 因为它通常具有很好的估计性能, 编程简单, 容易实现。然而, EKF在很多强非线性跟踪应用中失效, 为此多种滤波算法被提出来用于处理非线性问题。无迹卡尔曼滤波器^[4](Unscented Kalman Filter, UKF)和容积卡尔曼滤波器^[5](Cubature Kalman Filter, CKF)是Sigma点卡尔曼滤波器的典型代表, 通过选择不同Sigma点分布并从中构建获得保留泰勒级数的高阶项。然而, Sigma点类滤波器高维非线性问题中会出现非局部采样问题, 导致滤波发散。另一组重要的滤波器是高阶滤波器, 二阶滤波器^[6](Second-Order Filters, SOF)是最典型的代表。这些滤波器通过保留高阶泰勒展开项来提高精度, 但是需要同时计

* 收稿日期: 2017-09-04

基金项目: 国家自然科学基金青年科学基金资助项目(51509252); 国家自然科学基金资助项目(41476154)

作者简介: 孙宝全(1989—), 男, 山东莱阳人, 博士研究生, E-mail: baoquan_sun@163.com;

张伽伟(通信作者), 男, 讲师, 博士, E-mail: gaweizhang@163.com

算 Jacobian 矩阵和 Hess 矩阵,大大地增加了计算成本,使其在高维问题中不可用。粒子滤波器^[7] (Particle Filter, PF)通过一组有限样本近似全部概率分布。这些滤波器使用顺序采样和重采样,根据“重要性函数”提供比卡尔曼滤波器更好的性能。当使用非线性模型或非高斯分布时,改进的性能尤其显著。然而,使用大量的样本所需的高计算成本使其在水中兵器中的应用受到极大的限制。

传统的卡尔曼滤波器在大初始误差条件下容易发散。渐进贝叶斯的渐进更新思想为这一问题的解决提供了一种新的思路。渐进更新思想即是在伪时间序列上将观测信息逐步引入到观测更新过程中。与传统的卡尔曼滤波器相比,这是最本质的区别。基于这一思路,本文提出一种新的渐进更新扩展卡尔曼滤波器,用于解决利用船舶 SE 信号对船舶进行跟踪定位的问题。

1 船舶跟踪问题描述

1.1 状态空间模型

船舶状态空间模型的一般形式^[8]为:

$$\begin{cases} \mathbf{x}_k = \mathbf{a}(\mathbf{x}_{k-1}) + \mathbf{w}_{k-1} \\ \mathbf{y}_k = \mathbf{h}(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k \end{cases} \quad (1)$$

其中: $\mathbf{x}_k \in \mathbb{R}^n$ 为 k 时刻的 n 维状态向量; $\mathbf{y}_k \in \mathbb{R}^m$ 为 k 时刻 m 维观测向量;状态转移函数 $\mathbf{a}: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$;观测函数 $\mathbf{h}: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$; $\mathbf{w}_{k-1} \in \mathbb{R}^n$ 为状态噪声, $\mathbf{v}_k \in \mathbb{R}^m$ 为观测噪声,且 $\mathbf{w}_{k-1} \sim N(0, \mathbf{Q}_{k-1})$, $\mathbf{v}_k \sim N(0, \mathbf{R}_k)$, \mathbf{Q}_{k-1} 为过程噪声协方差矩阵, \mathbf{R}_k 为观测噪声协方差矩阵, $\{\mathbf{w}_{k-1}\}$ 和 $\{\mathbf{v}_k\}$ 不相关。

1.1.1 观测方程

综合比较船舶静态电场的各类建模方法,选用建模精度较高且更为贴合实际的点电流法^[9]。

用点电流阵列描述船舶,阵列包含 N 个点电流,每个点电流的电流密度为 I_{pi} ,间隔为 l_d 。海水中某场点 P_f 处的电位信号 U 可等效为 N 个点电流产生的电位叠加:

$$U = \frac{1}{4\pi\sigma} \sum_{i=1}^N I_{pi} K(I_{pi}, P_f) \quad (2)$$

式中: $K(I_{pi}, P_f)$ 为 I_{pi} 和 P_f 之间的距离函数,在空气—海水—海床三层均匀介质(如图1所示)条件下为

$$K(I_{pi}, P_f) = \frac{1}{\sqrt{r^2 + (z - z_i)^2}} + \frac{1}{\sqrt{r^2 + (z + z_i - 2h)^2}} + \sum_{m=1}^{\infty} k^m \left[\frac{1}{\sqrt{r^2 + (z + z_i - 2h + 2mH)^2}} + \frac{1}{\sqrt{r^2 + (z + z_i - 2h - 2mH)^2}} \right]$$

H 为海水深度, h 为传感器深度; $k = (\sigma - \sigma_1) / (\sigma + \sigma_1)$ 为海底反射系数, σ 为海水电导率, σ_1 为海床电导率; m 为反射层数,实际计算中其上限值可取 $10 \sim 20$; $r^2 = (x - x_i)^2 + (y - y_i)^2$ 。

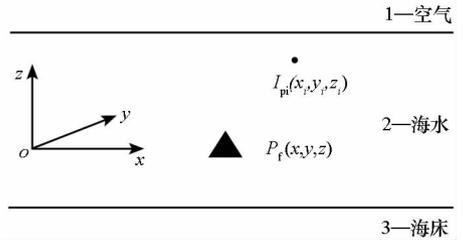


图1 空气—海水—海床三层均匀介质坐标系
Fig.1 Air - seawater - seabed three-layer uniform media coordinate system

该点的 SE 三分量表达式为:

$$\begin{cases} E_x = -\frac{\partial U}{\partial x} = \sum_{i=1}^N I_{pi} K_{1x}(I_{pi}, P_f) \\ E_y = -\frac{\partial U}{\partial y} = \sum_{i=1}^N I_{pi} K_{1y}(I_{pi}, P_f) \\ E_z = -\frac{\partial U}{\partial z} = \sum_{i=1}^N I_{pi} K_{1z}(I_{pi}, P_f) \end{cases} \quad (3)$$

式中, K_{1x} 、 K_{1y} 、 K_{1z} 是距离系数。

则在第 $j(j=1, 2, \dots, J)$ 个电场传感器量测到的目标信号可建模如下:

$$\mathbf{y}^{(j)} = \mathbf{h}^{(j)}(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k^{(j)} = \mathbf{E}_k^{(j)} + \mathbf{v}_k^{(j)} \quad (4)$$

式中: $\mathbf{E}_k^{(j)} = [E_{k,x}^{(j)}, E_{k,y}^{(j)}, E_{k,z}^{(j)}]$; $\mathbf{v}_k^{(j)} = [v_{x,k}^{(j)}, v_{y,k}^{(j)}, v_{z,k}^{(j)}]$ 为电场传感器的背景噪声。进一步可得多个传感器的观测模型为:

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{h}(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k = \begin{bmatrix} h^{(1)}(\mathbf{x}_k) \\ h^{(2)}(\mathbf{x}_k) \\ \vdots \\ h^{(J)}(\mathbf{x}_k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{v}_k^{(1)} \\ \mathbf{v}_k^{(2)} \\ \vdots \\ \mathbf{v}_k^{(J)} \end{bmatrix} \quad (5)$$

1.1.2 状态方程

船舶目标的状态量 \mathbf{x}_k 包含目标位置、速度、点电流阵列

$$\mathbf{x}_k = [\mathbf{r}_k, \mathbf{V}_k, \mathbf{I}_p]^T \quad (6)$$

式中, $\mathbf{r}_k = [x, y, z]^T$, $\mathbf{V}_k = [V_x, V_y]^T$ (忽略 z 方向上运动), $\mathbf{I}_p = [I_{p1}, I_{p2}, \dots, I_{pN}]^T$ 。

船舶目标具有低动态特性,其运动状态 $\mathbf{x}_k^{(r,v)} = [\mathbf{r}_k, \mathbf{V}_k]$, 建模为离散白噪声加速度 (Discrete White Noise Acceleration, DWNA) 模型^[10], 其运

动状态方程为:

$$\mathbf{x}_k^{(r,V)} = \Phi_m \mathbf{x}_{k-1}^{(r,V)} + \Gamma_m \mathbf{w}_{k-1}^{(r,V)} \quad (7)$$

式中: Φ_m 为运动状态转移矩阵, Γ_m 为噪声增益矩阵,

$$\Phi_m = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3 \times 3} & T_s \mathbf{I}_{2 \times 2} \\ \mathbf{0}_{2 \times 3} & \mathbf{I}_{2 \times 2} \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_m = \begin{bmatrix} \frac{T_s^2}{2} \mathbf{I}_{2 \times 2} \\ \mathbf{0}_{1 \times 2} \\ T_s \mathbf{I}_{2 \times 2} \end{bmatrix}$$

T_s 为采样时间间隔; $\mathbf{w}_{k-1}^{(r,V)}$ 为高斯白噪声, 即

$$\Sigma = E[\mathbf{w}_{k-1}^{(r,V)} (\mathbf{w}_{k-1}^{(r,V)})^T] = \text{diag}(\sigma_x^2, \sigma_y^2) \quad (8)$$

其中, σ_x, σ_y 分别为 x, y 方向上的加速度噪声强度。

I_p 通常变化较小, 那么, 状态空间模型的状态方程为:

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{F} \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{w}_{k-1} \quad (9)$$

式中: $\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \Phi_m & \mathbf{0}_{5 \times N} \\ \mathbf{0}_{N \times 5} & \mathbf{I}_{N \times N} \end{bmatrix}$; $\mathbf{w}_{k-1} \sim N(0, \mathbf{Q}_{k-1})$, 其中

噪声协方差矩阵 $\mathbf{Q}_{k-1} = \begin{bmatrix} \Gamma_m \Sigma \Gamma_m^T \\ \alpha \mathbf{I}_{N \times N} \end{bmatrix}$, α 为一个很小的常数。

1.2 矩近似误差分析

对于第 1.1 节中描述的非线性模型, 影响卡尔曼类滤波算法的关键因素是对如下先验观测矩的近似:

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{h}}^- = \int_{\mathbb{R}} \mathbf{h}(\mathbf{x}) N(\mathbf{x}; \mathbf{x}_0, \mathbf{P}_0) d\mathbf{x} \\ \mathbf{P}_{hh}^- = \int_{\mathbb{R}} [\mathbf{h}(\mathbf{x}) - \hat{\mathbf{h}}^-][\mathbf{h}(\mathbf{x}) - \hat{\mathbf{h}}^-]^T N(\mathbf{x}; \mathbf{x}_0, \mathbf{P}_0) d\mathbf{x} \end{cases} \quad (10)$$

式中, $\hat{\mathbf{h}}^-$ 是先验观测矩, \mathbf{P}_{hh}^- 为协方差矩阵。通常有两种矩近似方法:

1) 一阶 Taylor 展开^[11] (T1):

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{h}}^- = \mathbf{h}(\mathbf{x}_0) \\ \mathbf{P}_{hh}^- = \mathbf{H}_0 \mathbf{P}_0 \mathbf{H}_0^T \end{cases} \quad (11)$$

式中, \mathbf{H}_0 为 $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ 在 \mathbf{x}_0 处的 Jacobian 矩阵。

2) Unscented 变换 (UT) 或 Cubature 变换 (CT)^[12]:

$$\begin{cases} \bar{\mathbf{h}}^- = \sum_{j=-n}^n \omega_j Y_j \\ \bar{\mathbf{P}}_{hh}^- = \sum_{j=-n}^n \omega_j (Y_j - \bar{\mathbf{h}}^-)(Y_j - \bar{\mathbf{h}}^-)^T \end{cases} \quad (12)$$

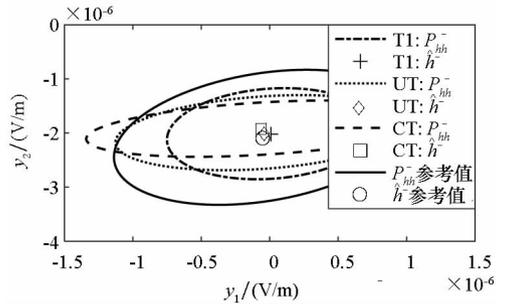
其中: $Y_{\pm j} = \mathbf{h}(X_{\pm j}), j=0, 1, \dots, n, X_{\pm j}$ 为确定性采样点, 且有

$$\begin{cases} X_0 = \mathbf{x}_0 \\ X_{\pm j} = \mathbf{x}_0 \pm \sqrt{(n+\lambda)\mathbf{P}_0} \\ \omega_0 = \frac{\lambda}{n+\lambda} \\ \omega_{\pm j} = \frac{1}{2(n+\lambda)} \end{cases} \quad (13)$$

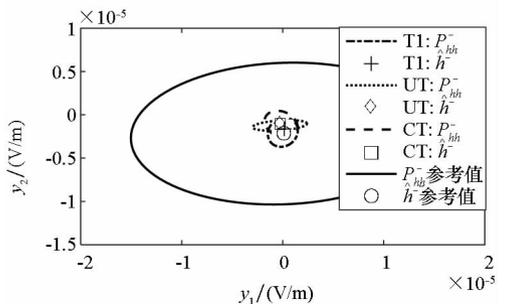
对于 UT, 取 $\lambda = 3 - n$; 对于 CT 的 3 度容积法则, 在形式上可在式 (13) 中令 $\lambda = 0$ 得到^[13]。

考虑一个点电流偶极子 (由两个点电流组成) 在平面 $z = D$ (D 为非零常数) 内的直线运动, 观测点位于 $(0, 0)$, 分别采用上述方法 (式 (11) ~ (13)) 计算式 (10), 并利用蒙特卡洛方法计算结果作为真值参考, 样本数为 4×10^8 。

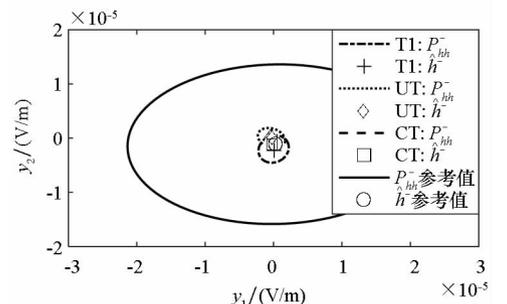
令 $\mathbf{x}_0^{(x,y)} = [80, 80]^T, \mathbf{P}_0^{(x,y)} = \text{diag}\{p_0^2, p_0^2\}$ (初始误差 p_0 分别取 20 m, 40 m, 60 m), 以上各方法对式 (10) 的近似结果如图 2 所示, 图中 \mathbf{P}_{hh}^- 均以 $1 - \sigma$ 区域表示。



(a) $p_0 = 20 \text{ m}$



(b) $p_0 = 40 \text{ m}$



(c) $p_0 = 60 \text{ m}$

图 2 不同初始误差条件下各方法矩近似结果
Fig. 2 Moment approximation results of different methods under different initial errors

从图2可以看出,随着 p_0 增大,各方法中 \hat{h}^- 的近似结果与参考值基本接近,而 \mathbf{P}_{hh}^- 的近似结果远小于参考值。

卡尔曼型滤波器使用以下更新方程^[12]:

$$\begin{cases} \mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k|k-1}^{\text{xy}} (\mathbf{P}_{k|k-1}^{\text{yy}})^{-1} \\ \hat{\mathbf{x}}_{k|k} = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k (\mathbf{y}_k - \hat{\mathbf{y}}_{k|k-1}) \\ \mathbf{P}_{k|k} = \mathbf{P}_{k|k-1} - \mathbf{K}_k \mathbf{P}_{k|k-1}^{\text{yy}} \mathbf{K}_k^{\text{T}} \end{cases} \quad (14)$$

直观上, p_0 增大,后验估计变得更加不准确,即 $\mathbf{P}_{k|k}$ 将变得更大。但事实上,正如图2所展示的, \mathbf{P}_{hh}^- 相对于真实值呈现严重收缩, $\mathbf{P}_{k|k}$ 由于 \mathbf{P}_{hh}^- 的影响也将产生过收敛,并不能反映 $\hat{\mathbf{x}}_{k|k}$ 的真实误差,从而导致滤波器出现异常,结果易发散。

2 渐进更新扩展卡尔曼滤波

传统卡尔曼滤波器均是采用一步观测更新,本文在扩展卡尔曼滤波基础上,依据渐进贝叶斯思想,通过插入伪时间序列,渐进引入观测信息^[14-15],提出一种渐进更新扩展卡尔曼滤波(Progressive Update Extended Kalman Filter, PUEKF)方法。

2.1 扩展卡尔曼滤波

对于式(1)给出的模型,在高斯假设下,EKF算法步骤如算法1所示。

算法1 EKF算法步骤

Alg.1 EKF algorithm steps

输入: $\hat{\mathbf{x}}_{0|0}, \mathbf{P}_{0|0}$

输出: $\hat{\mathbf{x}}_{T_N|T_N}, \mathbf{P}_{T_N|T_N}$

$k = 1, 2, \dots, T_N$

1) 时间更新

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \mathbf{F} \mathbf{P}_{k-1|k-1} \mathbf{F}^{\text{T}} + \mathbf{Q}_{k-1}$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} = \mathbf{F} \hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1}$$

2) 观测更新

$$\mathbf{S}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^{\text{T}} + \mathbf{R}_k$$

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^{\text{T}} \mathbf{S}_k^{-1}$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k} = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k [\mathbf{y}_k - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1})]$$

$$\mathbf{P}_{k|k} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_{k|k-1}$$

其中, $\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}$ 为线性化展开点, \mathbf{S}_k 为新息协方差矩阵, \mathbf{H}_k 为 $\mathbf{h}(\mathbf{x}_k)$ 在 $\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}$ 的Jacobian矩阵。

PUEKF的重点在于重新设计观测更新。将时间间隔 $[t_{k-1}, t_k]$ 划分成 n 个子区间,每个子区间的时间间隔为 $\delta\lambda = (t_k - t_{k-1})/n$,这相当于在 $[t_{k-1}, t_k]$ 内插入 $n-1$ 个伪时间序列,序贯获得 n 个观测值。观测更新过程在每个子区间内进行一

次。时间间隔变化,观测噪声协方差也会发生变化。为此,利用连续白噪声与等效白噪声序列噪声协方差之间的关系,推出新的观测噪声协方差矩阵。

2.2 连续白噪声与离散白噪声序列噪声协方差之间的关系

考虑一个线性系统的观测方程^[16]:

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{H}(t) \mathbf{x}(t) + \mathbf{v}(t) \quad (15)$$

其中: $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$; $\mathbf{y}(t) \in \mathbb{R}^m$; $\mathbf{H}(t)$ 是观测转移矩阵; $\mathbf{v}(t)$ 是零均值观测噪声, $E[\mathbf{v}(t)] = \mathbf{0}$, $E[\mathbf{v}(t) \cdot \mathbf{v}^{\text{T}}(\tau)] = \mathbf{r}(t) \delta(t - \tau)$ 。

对式(15)进行离散化处理可得:

$$\mathbf{y}(t_k + T_s) = \mathbf{H}(t_k + T_s) \mathbf{x}(t_k + T_s) + \mathbf{v}_k \quad (16)$$

其中, T_s 为采样时间间隔。

作如下等效处理:

$$\mathbf{v}_k = \frac{1}{T_s} \int_{t_k}^{t_k+T_s} \mathbf{v}(t) dt \quad (17)$$

那么:

$$\begin{aligned} E[\mathbf{v}_k \mathbf{v}_j^{\text{T}}] &= E\left[\frac{1}{T_s} \int_{t_k}^{t_k+T_s} \mathbf{v}(t) dt \cdot \frac{1}{\Delta t} \int_{t_j}^{t_j+T_s} \mathbf{v}(\tau) d\tau\right] \\ &= \frac{1}{T_s^2} \int_{t_k}^{t_k+T_s} \int_{t_j}^{t_j+T_s} \mathbf{v}(t) \mathbf{v}^{\text{T}}(\tau) d\tau dt \\ &= \frac{1}{T_s^2} \int_{t_k}^{t_k+T_s} \mathbf{r}(t) \int_{t_j}^{t_j+T_s} \delta(t - \tau) d\tau dt \quad (18) \end{aligned}$$

上式只有当积分区间 $(t_k, t_k + T_s)$ 和 $(t_j, t_j + T_s)$ 重合即 $j = k$ 时,积分不为0,此时:

$$\begin{aligned} E[\mathbf{v}_k \mathbf{v}_j^{\text{T}}] &= \frac{1}{T_s^2} \int_{t_k}^{t_k+T_s} \mathbf{r}(t) \int_{t_j}^{t_j+T_s} \delta(t - \tau) d\tau dt \\ &= \frac{1}{T_s^2} \int_{t_k}^{t_k+T_s} \mathbf{r}(t) dt \delta_{ij} \quad (19) \end{aligned}$$

式中, δ_{ij} 是离散脉冲信号,当 $i = j$ 时, $\delta_{ij} = 1$;当 $i \neq j$ 时, $\delta_{ij} = 0$ 。

$\mathbf{r}(t)$ 变化缓慢,对于平稳过程是常阵,因此在 T_s 较小的情况下,区间内 $\mathbf{r}(t)$ 可看作常阵,即:

$$E[\mathbf{v}_k \mathbf{v}_j^{\text{T}}] = \frac{1}{T_s^2} \mathbf{r}(t_k) \int_{t_k}^{t_k+T_s} 1 dt \delta_{ij} = \frac{\mathbf{r}(t_k)}{T_s} \delta_{ij} \quad (20)$$

由此可得:

$$\mathbf{R}_k = \frac{\mathbf{r}(t_k)}{T_s} \quad (21)$$

那么对于采样率不同的两个序列 $\mathbf{v}_k^{(1)}$ 和 $\mathbf{v}_k^{(2)}$ 有:

$$\mathbf{R}_k^{(1)} T_s^{(1)} = \mathbf{R}_k^{(2)} T_s^{(2)} \quad (22)$$

2.3 PUEKF观测更新过程

将 $[t_{k-1}, t_k]$ 记作 $[0, 1]$, $\Delta t = t_k - t_{k-1} = 1$,将 $[0, 1]$ 分成 N_{pu} 个子区间 $[(i-1)\delta\lambda, i\delta\lambda]$ ($i = 1,$

$2, \dots, N_{pu}$), 每个子区间的时间长度 $\delta\lambda = 1/N_{pu}$ 称为渐进因子, 那么对于子区间 $[(i-1)\delta\lambda, i\delta\lambda]$, 根据式(22)可得:

$$\mathbf{R}_i = \frac{\mathbf{R}_k}{\delta\lambda} \quad (23)$$

在区间 $[0, 1]$ 内执行观测更新过程 n 次。

根据 EKF 观测更新过程, 在子区间 $[(i-1)\delta\lambda, i\delta\lambda]$ 内, PUEKF 的观测更新 ($\delta\lambda$ 在下标中省略) 为:

$$\begin{cases} \mathbf{S}_{i-1} = \mathbf{H}_{i-1} \mathbf{P}_{i-1} \mathbf{H}_{i-1}^T + \mathbf{R}_k / \delta\lambda \\ \mathbf{K}_i = \mathbf{P}_{i-1} \mathbf{H}_{i-1}^T \mathbf{S}_{i-1}^{-1} \\ \hat{\mathbf{x}}_i = \hat{\mathbf{x}}_{i-1} + \mathbf{K}_i [\mathbf{y}_k - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_{i-1})] \\ \mathbf{P}_i = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_i \mathbf{H}_{i-1}) \mathbf{P}_{i-1} \end{cases} \quad (24)$$

在 $[0, 1]$ 内, PUEKF 的观测更新过程如算法 2 所示。

算法 2 PUEKF 观测更新过程

Alg. 2 Observation update process of PUEKF

输入: $\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}, \mathbf{P}_{k|k-1}$

输出: $\hat{\mathbf{x}}_{k|k}, \mathbf{P}_{k|k}$

- 1) 初始化 $\hat{\mathbf{x}}_0|_{i=1} = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}, \mathbf{P}_0|_{i=1} = \mathbf{P}_{k|k-1}$
- 2) For $i = 1, 2, \dots, N_{pu}$
按式(24)执行观测更新步骤
- 3) $\hat{\mathbf{x}}_{k|k} = \hat{\mathbf{x}}_1|_{i=n}, \mathbf{P}_{k|k} = \mathbf{P}_1|_{i=n}$
当 $n = 1$, PUEKF 退化为 EKF

2.4 PUEKF 的线性约束

为了让点电流阵列模型符合船舶的实际物理状态, 需对其状态变量 \mathbf{x} 进行线性约束 $\mathbf{D}_L \mathbf{x} = d, d$ 为 0 或者是一个接近于 0 的数^[17]。

$$\bar{\mathbf{x}} = \hat{\mathbf{x}} - \mathbf{D}_L^T (\mathbf{D}_L \mathbf{D}_L^T)^{-1} (\mathbf{D}_L \hat{\mathbf{x}} - d) \quad (25)$$

在 PUEKF 的观测更新步骤里添加第 4 步

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k} = \hat{\mathbf{x}}_{k|k} - \mathbf{D}_L^T (\mathbf{D}_L \mathbf{D}_L^T)^{-1} (\mathbf{D}_L \hat{\mathbf{x}}_{k|k} - d) \quad (26)$$

即可得到线性约束 PUEKF (Linear constraint PUEKF, LPUEKF)。

3 仿真结果及分析

船舶表面涂有绝缘漆, 在船体状态良好的情况下, 大部分的腐蚀防腐电流经由辅助阳极流回裸露的螺旋桨, 为此可用一个点电流偶极子(由两个点电流组成)近似模拟船舶。

点电流阵列 $\mathbf{I}_p = [3.5, -3.5] \text{ A}, l_d = 10 \text{ m}$; 以传感器阵列为基础建立右手坐标系, 传感器所在线为 y 轴, 传感器中心点为坐标原点, x 轴过原点垂直于 y 轴; 选用两个传感器, 其位置为 $\mathbf{o}_{1,2}$, 船舶的其他初始状态见表 1; 表 2 给出了滤波器的

初值及初始均方误差, x, y 的初始误差分别设置为 $[-20, 20] \text{ m}, [-40, 40] \text{ m}, [-60, 60] \text{ m}$ (为了直观比较算法的性能, x, y 的初始误差均设置为对应 p_0 下的最大值)。跟踪算法分别采用经典的 EKF、UKF、CKF 以及 PUEKF (所有算法均按式(26)添加线性约束)。

此外, 过程加速度噪声强度 $\sigma_x = \sigma_y = 0.1, \alpha = 0.001$; 观测噪声协方差矩阵 $\mathbf{R}_k = \sigma^2 \mathbf{I}_{2 \times 2}$, 观测噪声强度 $\sigma_n = 1 \times 10^{-8} \text{ V/m}$; 渐进因子 $\lambda = 0.1$ 。

表 1 仿真场景设定

Tab. 1 Simulation scenario settings

参数	量值
r_0/m	$[-80, -80, 10]$
$V_0/(\text{m/s})$	$[10, 10]$
T_N/s	10.1
采样率/Hz	10
$\mathbf{o}_{1,2}/\text{m}$	$[0, \pm 5, 0]$

表 2 滤波初值

Tab. 2 Filter initial value

参数	初值	初始均方误差
$\hat{\mathbf{r}}_0/\text{m}$	$[p_0 - 80, p_0 - 80, 9.9]$	$\text{diag}(p_0^2, p_0^2, 0.1^2)$
$\hat{V}_0/(\text{m/s})$	$[12, 12]$	$\text{diag}(2^2, 2^2)$
$\hat{\mathbf{I}}_p/\text{A}$	$\mathbf{0}_{1 \times 2}$	$\text{diag}(4^2, 4^2)$

选择位置分量在 k 时刻的均方根误差 (Root Mean Square Errors at k moment of position component, $\text{RMSE}_k^{\text{pos}}$) 作为衡量算法优劣的标准, 其定义如下:

$$\text{RMSE}_k^{\text{pos}} = \sqrt{\frac{1}{MC} \sum_{i=1}^{MC} \text{trace}[(\mathbf{r}_k - \hat{\mathbf{r}}_k)(\mathbf{r}_k - \hat{\mathbf{r}}_k)^T]} \quad (27)$$

式中, MC 代表蒙特卡洛仿真次数。

仿真结果如图 3 所示, 当初始误差 $p_0 = 40 \text{ m}$ 和 $p_0 = 60 \text{ m}$ 时, UKF 滤波出现 \mathbf{P} 非正定的现象, 故在结果中并没有出现。

从仿真结果可以看出:

- 1) 在初始误差较小的情况下, 各种算法都有良好的跟踪效果;
- 2) 随着初始误差增大, EKF、CKF 都出现了不同程度的发散, UKF 易出现滤波失效的现象, 而 PUEKF 依旧保持良好的收敛效果;
- 3) 初始误差增大后, EKF 的效果要略优于 CKF。

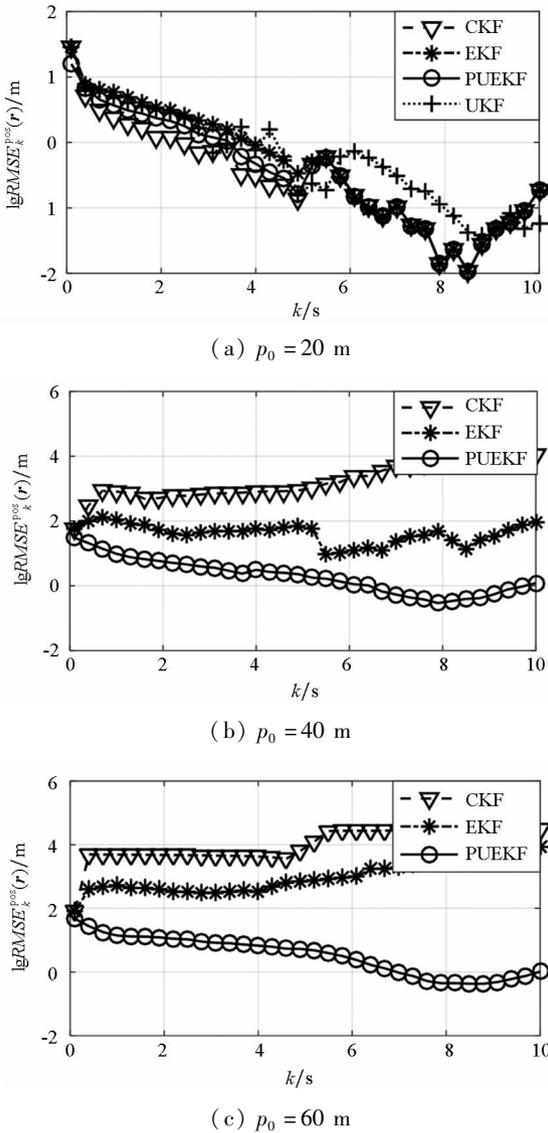


图3 各算法迭代误差随初始误差变化结果
Fig.3 Iterative error of algorithms under different initial error covariance

事实上,正如第1.2节中分析,初始误差增大时, P_{hh} 的过度收缩导致 $P_{k|k}$ 不能反映 $\hat{x}_{k|k}$ 的真实误差, $P_{k|k}$ 偏小导致滤波过分依赖状态方程而减弱了对观测信息的利用,导致滤波发散。从PUEKF的观测更新过程可以看出,该方法通过扩大 P_{hh} 从而抑制大初始误差带来的影响,有效地提高了滤波算法的性能;Sigma点类滤波器在高维非线性问题中会出现非局部采样的问题,导致滤波性能下降。

4 结论

针对船舶静态电场跟踪中的初始误差敏感问题,从渐进更新的思想,提出了一种新的渐进更新扩展卡尔曼滤波器。仿真结果表明,所提算法相比于传统的卡尔曼滤波算法具有更好的性能,能

有效地提高大初始误差条件下的初值鲁棒性。另外,所提算法与EKF具有十分相近的形式,算法简单,利于编程实现,有利于在实际中的扩展应用。

参考文献 (References)

[1] 谭浩,陈聪,蒋治国. 船舶水下电场的预测方法[J]. 国防科技大学学报, 2016, 38(6): 168-172.
TAN Hao, CHEN Cong, JIANG Zhiguo. Electric field prediction method for ships at sea[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2016, 38(6): 168-172. (in Chinese)

[2] 陈聪,蒋治国,姚陆锋,等. 浅海中潜艇腐蚀相关静态电磁信号特征[J]. 海军工程大学学报, 2014, 26(3): 1-6.
CHEN Cong, JIANG Zhiguo, YAO Lufeng, et al. Characteristic analysis of corrosion-related static electromagnetic field produced by a submarine in shallow sea[J]. Journal of Naval University of Engineering, 2014, 26(3): 1-6. (in Chinese)

[3] Kalman R E. A new approach to linear filtering and prediction problem[J]. Journal of Basic Engineering Transactions of the ASME, 1960, 85(1): 35-45.

[4] Julier S, Uhlmann J, Durrantwhyte H F. A new method for the nonlinear transformation of means and covariances in filters and estimators[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2001, 45(3): 477-482.

[5] 魏喜庆,宋申民. 基于容积卡尔曼滤波的卫星姿态估计[J]. 宇航学报, 2013, 34(2): 193-200.
WEI Xiqing, SONG Shenmin. Cubature Kalman filter-based satellite attitude estimation [J]. Journal of Astronautics, 2013, 34(2): 193-200. (in Chinese)

[6] Mahalanabis A K, Farooq M. A second-order method for state estimation of non-linear dynamical systems[J]. International Journal of Control, 1971, 14(4): 631-639.

[7] 陆珊珊,王伟,王国玉. 采用粒子滤波的雷达波束方位指向估计[J]. 国防科技大学学报, 2016, 38(1): 74-77.
LU Shanshan, WANG Wei, WANG Guoyu. Estimate of rada beam's azimuth using particle filter[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2016, 38(1): 74-77. (in Chinese)

[8] Ho Y, Lee R. A Bayesian approach to problems in stochastic estimation and control[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1964, 9(4): 333-339.

[9] 姜润翔,胡英娣,龚沈光. 基于点电源的船舶静态电场深度换算方法研究[J]. 电波科学学报, 2014, 29(4): 685-693.
JIANG Runxiang, HU Yingdi, GONG Shenguang. Depth conversion of the vessel static electric field based on point charge source[J]. Chinese Journal of Radio Science, 2014, 29(4): 685-693. (in Chinese)

[10] 刘妹琴,兰剑. 目标跟踪前沿理论与应用[M]. 北京: 科学出版社, 2015.
LIU Meiqin, LAN Jian. Advanced theory and application of

- target tracking [M]. Beijing: Science Press, 2015. (in Chinese)
- [11] Gustafsson F, Hendeby G. Some relations between extended and unscented Kalman filters [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012, 60(2): 545 – 555.
- [12] Haug A J. Bayesian estimation and tracking: a practical guide[M]. USA: John Wiley & Sons, 2012.
- [13] Arasaratnam I, Haykin S. Cubature Kalman filters[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2009, 54 (6): 1254 – 1269.
- [14] Birsan M. Recursive bayesian method for magnetic dipole tracking with a tensor gradiometer[J]. IEEE Transactions on Magnetism, 2011, 47(2): 409 – 415.
- [15] Charalampidis D, Jilkov V P, Wu J D. Implementation and performance of FPGA-accelerated particle flow filter [C]// Proceedings of SPIE, 2015, 9596: 95960B.
- [16] 秦永元, 张洪钺, 汪叔华. 卡尔曼滤波与组合导航原理[M]. 3 版. 西安: 西北工业大学出版社, 2015. QIN Yongyuan, ZHANG Hongyue, WANG Shuhua. Kalman filtering and combined navigation principle[M]. 3rd ed. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press, 2015. (in Chinese)
- [17] Siman D. Optimal state estimation [M]. New York: John Wiley & Sons, 2006.