

## 磁梯度张量的旋转计算方法\*

贾文抖<sup>1</sup>, 林春生<sup>1</sup>, 陈春行<sup>1</sup>, 翟国君<sup>2,3</sup>

(1. 海军工程大学兵器工程学院, 湖北武汉 430033; 2. 海军工程大学导航工程系, 湖北武汉 430033;

3. 海军海洋测绘研究所, 天津 300061)

**摘要:** 为了获得磁梯度张量数据, 提出旋转计算磁梯度张量的方法。使倾斜放置的磁梯度计绕竖直轴转动, 利用测得的空间磁梯度数据计算得到磁梯度张量。以磁梯度张量的理论值作为参考, 选取一组较优的转动角、倾角和基线长度等模型参数, 分析磁力仪三轴指向误差对磁梯度张量计算结果的影响。数值仿真结果表明: 该旋转合成方法能够有效获取磁张量信息, 合成计算值与理论值之间的差别较小。

**关键词:** 磁梯度张量; 磁偶极子; 磁场

**中图分类号:** O441.5; P318.6+3 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-2486(2018)06-183-06

## Method of rotating-calculating magnetic gradient tensor

JIA Wendou<sup>1</sup>, LIN Chunsheng<sup>1</sup>, CHEN Chunhang<sup>1</sup>, ZHAI Guojun<sup>2,3</sup>

(1. College of Weapon Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China;

2. Department of Navigation Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China;

3. Naval Institute of Hydrographic Surveying and Charting, Tianjin 300061, China)

**Abstract:** In order to obtain the magnetic gradient tensor of magnetic target, the method of rotating-calculating magnetic gradient tensor was proposed. The enough magnetic gradient data can be measured by rotating the magnetic gradiometer about the vertical axis, and it is used to calculate the magnetic gradient tensor. The difference of the magnetic gradient tensor between theoretical value and measurement value was used as the reference, and the rotation angle, inclination angle and baseline length of calculation model were optimized. The influence of three-axis pointing error of magnetometer on the calculation result of magnetic tensor was analyzed. The simulation results show that the proposed method is effective in calculating the magnetic gradient tensor. There is little difference between the calculated value and the theoretical value.

**Key words:** magnetic gradient tensor; magnetic dipole; magnetic field

磁梯度张量因为反映的信息量大, 可以突出局部磁异常现象, 且能够有效弱化背景磁场的干扰<sup>[1-2]</sup>, 成为一种有效的磁探测技术手段<sup>[3-4]</sup>, 在磁探测领域受到广泛关注。

在实际研究应用中, 多是利用阵列布置磁传感器的方式测量空间中的磁场, 以差分替代微分的方法来获取磁梯度张量信息, 这种阵列测量方式用到的磁传感器数目较多。例如, 利用磁梯度张量信息进行磁目标定位时一般布置7个磁传感器进行磁梯度张量和磁场分量的测量<sup>[5]</sup>。张朝阳等<sup>[6]</sup>将上述7个磁传感器阵列的张量测量系统简化为分布在同一平面的5个磁传感器阵列系统, 并对目标定位进行了仿真分析; 张光等<sup>[7]</sup>利用5个磁传感器组成的测量装置搭载在运动载体上, 利用两个位置处的磁场测量值消除背景磁场

的干扰, 实现对磁目标的定位。于振涛等<sup>[8]</sup>进一步提出利用3个矢量磁力仪等腰直角布置, 对磁目标进行监测定位, 但由于这种方式计算出来的磁梯度张量各分量并不能对应在同一点上, 定位误差较大。

有效的磁梯度张量测量装置需保证所有磁传感器三轴指向性较好。一方面, 各磁传感器本身性能存在差异; 另一方面, 探测阵列安装的复杂度较高, 磁传感器数目越多, 带来的不确定因素越多。为了尽量减少磁传感器数目, 同时获得有效的磁梯度张量数据, 本文提出了一种空间旋转磁梯度计进行磁梯度张量计算的方法。

### 1 磁梯度张量的理论计算

由等效磁偶极子近似模型可知, 在距离超过

\* 收稿日期: 2017-9-18

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(41374018, 41476087); 国家重大科研装备研制基金资助项目(ZDYZ2012-1)

作者简介: 贾文抖(1990—), 男, 河南夏邑人, 博士研究生, E-mail: jiawd163@163.com;

林春生(通信作者), 男, 教授, 博士, 博士生导师, E-mail: lcs\_and\_zh@163.com

磁性物体自身尺寸 2.5 倍以上的距离处,磁性物体的磁场分布近似于磁偶极子的磁场分布<sup>[9]</sup>。因此,经常将一般性的磁性物体等效为磁偶极子进行研究。假设磁偶极子的磁矩  $M = (m_x, m_y, m_z)$ , 以磁偶极子所在位置为坐标原点, 场点  $(x, y, z)$  处的磁场值为:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{bmatrix} = \frac{\mu_0}{4\pi r^5} \begin{bmatrix} 3x^2 - r^2 & 3xy & 3xz \\ 3xy & 3z^2 - r^2 & 3yz \\ 3xz & 3yz & 3z^2 - r^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{bmatrix} \quad (1)$$

磁梯度张量是磁场三分量在空间 3 个方向的导数, 共有 9 个元素量。其计算表达式为:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} G_{xx} & G_{xy} & G_{xz} \\ G_{yx} & G_{yy} & G_{yz} \\ G_{zx} & G_{zy} & G_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial B_x}{\partial x} & \frac{\partial B_x}{\partial y} & \frac{\partial B_x}{\partial z} \\ \frac{\partial B_y}{\partial x} & \frac{\partial B_y}{\partial y} & \frac{\partial B_y}{\partial z} \\ \frac{\partial B_z}{\partial x} & \frac{\partial B_z}{\partial y} & \frac{\partial B_z}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial B_x}{\partial x} &= \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot [(-12x^2 + 3y^2 + 3z^2)(xm_x + ym_y + zm_z) + 6xm_z(x^2 + y^2 + z^2)](x^2 + y^2 + z^2)^{-7/2} \\ \frac{\partial B_x}{\partial y} &= \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot [-15xy(xm_x + ym_y + zm_z) + (3ym_x + 3xm_y)(x^2 + y^2 + z^2)](x^2 + y^2 + z^2)^{-7/2} \\ \frac{\partial B_x}{\partial z} &= \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot [-15xz(xm_x + ym_y + zm_z) + (3zm_x + 3xm_z)(x^2 + y^2 + z^2)](x^2 + y^2 + z^2)^{-7/2} \\ \frac{\partial B_y}{\partial y} &= \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot [(3x^2 + 3z^2 - 12y^2)(xm_x + ym_y + zm_z) + 6ym_y(x^2 + y^2 + z^2)](x^2 + y^2 + z^2)^{-7/2} \\ \frac{\partial B_y}{\partial z} &= \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot [-15yz(xm_x + ym_y + zm_z) + (3zm_y + 3ym_z)(x^2 + y^2 + z^2)](x^2 + y^2 + z^2)^{-7/2} \\ \frac{\partial B_z}{\partial z} &= \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot [(3x^2 + 3y^2 - 12z^2)(xm_x + ym_y + zm_z) + 6zm_z(x^2 + y^2 + z^2)](x^2 + y^2 + z^2)^{-7/2} \\ \frac{\partial B_y}{\partial x} &= \frac{\partial B_x}{\partial y} \\ \frac{\partial B_z}{\partial x} &= \frac{\partial B_x}{\partial z} \\ \frac{\partial B_z}{\partial y} &= \frac{\partial B_y}{\partial z} \end{aligned} \right. \quad (3)$$

式(3)为磁梯度张量的理论计算公式。

## 2 旋转测量计算模型

建立的磁梯度张量旋转计算模型如图 1 所示。以垂直的磁梯度计中心为测量场点  $(x, y, z)$ , 沿磁力仪的三轴方向在该点建立直角测量坐标系, 梯度计基线长度为  $l$ 。将磁梯度计沿测量坐标系的  $oxz$  面倾斜转  $\theta$ , 然后将磁梯度计绕坐标  $z$  轴逆时针转  $\varphi$ 。可知转动过程中磁力仪的  $y$  输出轴平行于测量坐标系的  $oxy$  面, 梯度计轴线在  $oxy$  面上的投影与  $x$  轴的夹角为  $\varphi$ 。

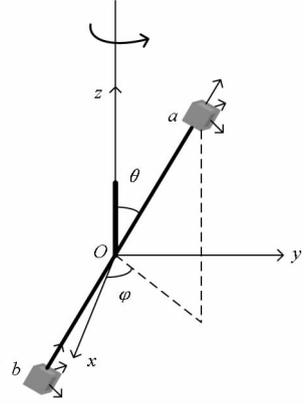


图 1 磁梯度计转动示意图

Fig.1 Schematic diagram of rotating magnetic gradiometer

由于磁梯度计三输出轴与测量坐标系  $x, y, z$  三轴指向不一致, 需要将磁梯度计三轴输出量转换成测量坐标系中的量。以图 1 中磁梯度计位置为例, 磁力仪 a 的输出为  $\mathbf{B}_{am} = (B_{amx}, B_{amy}, B_{amz})$ , 进行数据转换时需要将磁力仪 a 输出坐标系绕输出轴  $y_a$  顺时针转  $\theta$ , 记旋转矩阵为  $\mathbf{R}_y(\theta)$ 。然后绕输出  $z_a$  轴顺时针转  $\varphi$ , 记旋转矩阵为  $\mathbf{R}_z(\varphi)$ 。根据欧拉旋转公式可得磁力仪 a 的直接测量值  $\mathbf{B}_{am}$  在测量坐标系中对应的值为:

$$\mathbf{B}_a = \mathbf{R}_z(\varphi) \mathbf{R}_y(\theta) \mathbf{B}_{am} \quad (4)$$

即

$$\begin{bmatrix} B_{ax} \\ B_{ay} \\ B_{az} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi & 0 \\ \sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{amx} \\ B_{amy} \\ B_{amz} \end{bmatrix} \quad (5)$$

在磁场空间中, 磁梯度计两端的测量差值为  $\Delta \mathbf{B} = (\Delta B_x, \Delta B_y, \Delta B_z)$

$$= (B_{ax} - B_{bx}, B_{ay} - B_{by}, B_{az} - B_{bz}) \quad (6)$$

根据全微分的概念, 有

$$\begin{aligned} \Delta B_x &= B_{ax} - B_{bx} \\ &= \frac{\partial B_x}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial B_x}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial B_x}{\partial z} \Delta z \end{aligned}$$

$$= G_{xx}l\sin\theta\cos\varphi + G_{xy}l\sin\theta\sin\varphi + G_{xz}l\cos\theta \quad (7)$$

磁梯度计绕重垂线(测量坐标系的  $z$  轴)转动时,根据式(7),对应不同的转动角  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$ , 可得方程组:

$$\begin{cases} B_{ax1} - B_{bx1} = G_{xx}l\sin\theta\cos\varphi_1 + G_{xy}l\sin\theta\sin\varphi_1 + G_{xz}l\cos\theta \\ B_{ax2} - B_{bx2} = G_{xx}l\sin\theta\cos\varphi_2 + G_{xy}l\sin\theta\sin\varphi_2 + G_{xz}l\cos\theta \\ \vdots \\ B_{axn} - B_{bxn} = G_{xx}l\sin\theta\cos\varphi_n + G_{xy}l\sin\theta\sin\varphi_n + G_{xz}l\cos\theta \end{cases} \quad (8)$$

解方程组(8)可得到磁梯度张量中的  $G_{xx}, G_{xy}$  和  $G_{xz}$ ;类似地,利用  $\Delta B_y$  和  $\Delta B_z$  的全微分表达式和旋转角  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$  及其对应的磁测数据,可计算得到  $G_{yx}, G_{yy}, G_{xz}, G_{zx}, G_{zy}$  和  $G_{zz}$ , 实现磁梯度张量的求解。

### 3 模型参数的选取

以磁偶极子作为空间磁场的源点,设磁偶极子在空间直角坐标系中的坐标为  $(0, 0, 0)$ , 磁矩为  $\mathbf{M} = (0, 0, 4000) \text{ A} \cdot \text{m}^2$ , 磁梯度计中点位置坐标为  $(8, -14, 3)$ 。

利用上节给出的磁梯度张量计算方法得到张量值,并与式(3)的理论公式计算结果进行比较,可得到两者之间的模量差值  $d$ 。对旋转角、倾角、基线长度等参数进行取值时,应使磁梯度张量的测量计算值  $G_m$  与理论计算值  $G_c$  之间的

误差模量  $d$  最小。磁梯度张量的误差模量  $d$  的计算公式为:

$$d = |G_m - G_c| \quad (9)$$

#### 3.1 旋转角 $\varphi$ 的选取

在计算旋转角  $\varphi$  时,设定倾角  $\theta = 60^\circ$ 、磁梯度计的基线长度  $l = 1 \text{ m}$ 。下面分析如何对  $\varphi$  的取值范围和数目进行选取。

##### 3.1.1 $\varphi$ 的取值范围

从式(8)可以看出,方程组中只有 3 个未知数,因此,最少需要 3 组不同  $\varphi$  角对应的磁场值可实现全张量数据的计算。在不同角度范围内等角度间隔取 3 组  $\varphi$  值:第 1 组为  $30^\circ, 60^\circ$  和  $90^\circ$ , 第 2 组为  $60^\circ, 120^\circ$  和  $180^\circ$ , 第 3 组为  $120^\circ, 240^\circ$  和  $360^\circ$ 。磁梯度张量的理论值、3 组计算值见表 1。从表 1 可以看出,旋转角  $\varphi$  的取值范围越大,对应的磁梯度张量误差模量  $d$  越小,这表示所测得的磁梯度张量与理论值越接近。

3 组测量数据中,磁梯度张量的测量计算值与理论值之差  $G_m - G_c$  的九个量如图 2~4 所示。从图 2~4 的柱状图可以直观地看出,旋转角  $\varphi$  的取值范围越大,磁梯度张量数据的测量计算值  $G_m$  与理论值  $G_c$  之间的差别就越小。因此,为了尽可能得到准确的磁梯度张量数据,旋转角  $\varphi$  应尽量均匀分布在  $360^\circ$  旋转范围内。

表 1 磁梯度张量理论值与 3 组计算值

Tab. 1 Three sets of calculated values and theory values of magnetic gradient tensor

	$G_{xx}$	$G_{xy}$	$G_{xz}$	$G_{yx}$	$G_{yy}$	$G_{yz}$	$G_{zx}$	$G_{zy}$	$G_{zz}$	$d$
理论值	-0.575 1	6.314 8	6.735 8	6.314 8	-8.017 5	-11.787 6	6.735 8	-11.787 6	8.592 6	
第 1 组	-0.638 3	6.289 6	6.823 7	6.415 1	-7.873 7	-12.047 4	6.713 7	-11.735 6	8.558 9	0.339 0
第 2 组	-0.600 8	6.379 1	6.657 0	6.380 3	-8.120 1	-11.647 6	6.714 5	-11.750 2	8.580 2	0.217 8
第 3 组	-0.590 3	6.317 0	6.759 3	6.317 5	-8.035 4	-11.829 1	6.719 6	-11.760 1	8.599 4	0.062 5

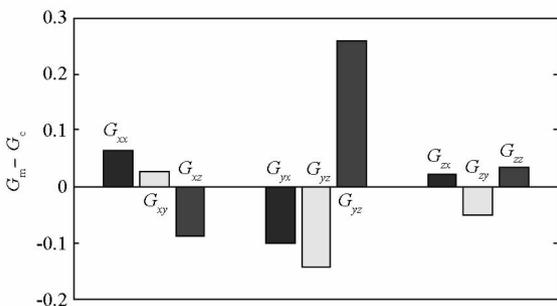


图 2 第 1 组磁梯度张量计算值与理论值之间的误差  
Fig. 2 Magnetic gradient tensor error between calculated value and theory value of the first set

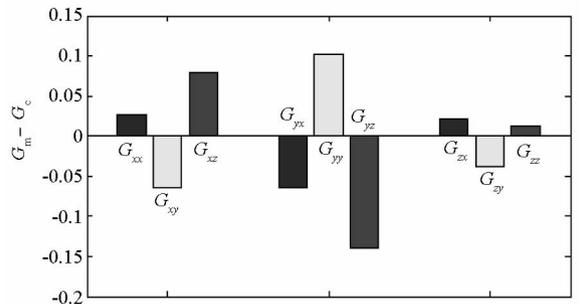


图 3 第 2 组磁梯度张量计算值与理论值之间的误差  
Fig. 3 Magnetic gradient tensor error between calculated value and theory value of the second set

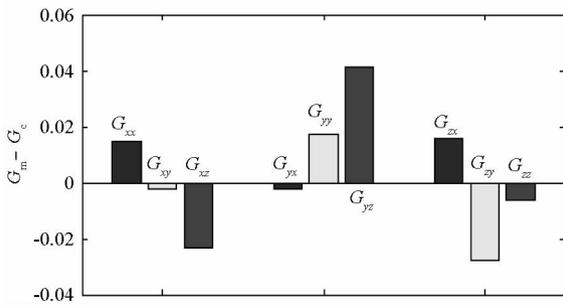


图 4 第 3 组磁梯度张量计算值与理论值之间的误差

Fig. 4 Magnetic gradient tensor error between calculated value and theoretical value of the third set

### 3.1.2 $\varphi$ 的选取数目

保持  $\varphi$  在  $360^\circ$  空间范围内等角度间隔取值, 根据式 (8) 可知, 最少可以测量 3 组数据计算磁梯度张量值, 也可以通过采集 3 组以上的冗余数据进行磁梯度张量的计算。利用不同数目的磁梯度数据计算磁梯度张量时的  $d$ , 见表 2, 对应的误差模值曲线如图 5 所示。

表 2 计算磁梯度张量时  $\varphi$  的数目及对应的误差

Tab. 2 Number and corresponding error of  $\varphi$

$\varphi$ 数目	3	4	6	8	10	12
$d$	0.062 5	0.041 5	0.033 0	0.033 0	0.033 0	0.033 0
$\varphi$ 数目	18	20	24	30	36	
$d$	0.033 0	0.033 0	0.033 0	0.033 0	0.033 0	

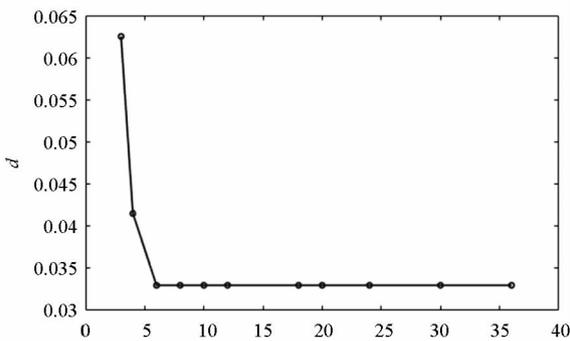


图 5 磁梯度张量误差模量与测量数据数目之间的关系

Fig. 5 Relationship between the module value of magnetic gradient tensor error and the number of measurement data

从图 5 可以看出, 保持  $\varphi$  在  $360^\circ$  转动空间范围内等角度间隔取值, 计算磁梯度张量的磁梯度数据增加到 6 组时 ( $\varphi$  取值依次为  $60^\circ$ 、 $120^\circ$ 、 $180^\circ$ 、 $240^\circ$ 、 $300^\circ$  和  $360^\circ$  时), 可以有效减小误差模量, 之后继续增加磁梯度测量数目, 磁梯度张量的误差模量几乎保持不变。

### 3.2 倾角 $\theta$ 的选取

在  $360^\circ$  旋转角度内等间隔取定 6 个  $\varphi$  ( $\varphi$  取值依次为  $60^\circ$ 、 $120^\circ$ 、 $180^\circ$ 、 $240^\circ$ 、 $300^\circ$  和  $360^\circ$ ), 对倾斜角  $\theta$  的取值进行分析。

#### 3.2.1 $\theta$ 的取值范围

理论上  $\theta$  的取值范围为  $0^\circ \sim 90^\circ$ , 当  $\theta$  取到  $0^\circ$  或  $90^\circ$  时, 倾斜杆退化成竖直或水平杆, 失去了研究的意义, 故将  $\theta$  取值范围设置为  $1^\circ \sim 89^\circ$ ,  $d$  随  $\theta$  变化的曲线见图 6。

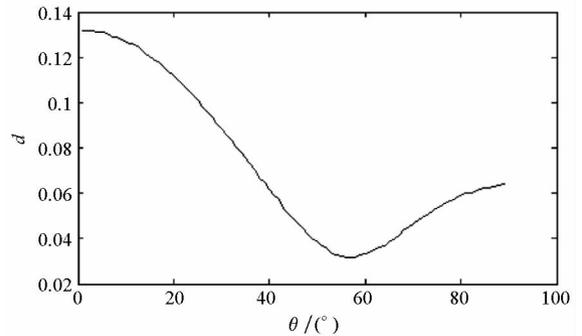


图 6 磁梯度张量误差模量与随倾角的关系

Fig. 6 Relationship between the module value of magnetic gradient tensor error and the inclination angle

从图 6 中可以看出, 在  $1^\circ \sim 89^\circ$  的范围内, 随着  $\theta$  的增大,  $d$  呈现先减小后增大的变化趋势, 在  $\theta$  约为  $58^\circ$  时,  $d$  取最小值。

#### 3.2.2 随机测量噪声对 $\theta$ 的影响

在设定随机测量噪声水平为 2 nT 后, 为了更加明显地观测定位误差随  $\theta$  的变化趋势, 将目标磁矩增大到原来的 10 倍 ( $M = (0, 0, 40\ 000) \text{ A} \cdot \text{m}^2$ ), 随机添加测量噪声后的计算结果如图 7 所示。可以看出,  $d$  随  $\theta$  的增大先减小后增大, 两端的定位误差明显大于中间部分, 多次试验发现,  $\theta$  在  $40^\circ \sim 70^\circ$  的范围内取值,  $d$  是相对较小的。

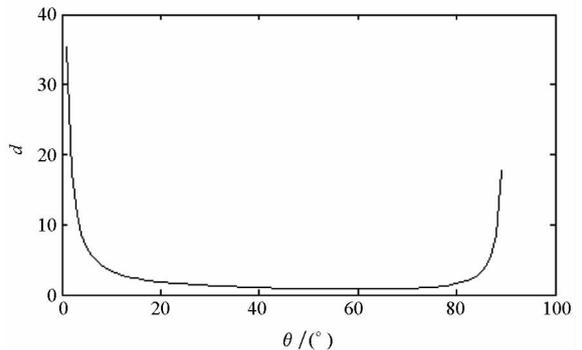


图 7 磁测数据中含有 2 nT 噪声时磁梯度张量误差模量与倾角的变化曲线

Fig. 7 Relationship between the module value of magnetic gradient tensor error and the inclination angle with 2 nT noise in magnetic field measurement data

综合分析图6和图7中的误差模值曲线,可将 $\theta$ 取值设定为 $60^\circ$ 。

### 3.3 基线长度 $l$ 的选取

#### 3.3.1 $l$ 的取值范围

在取定 $\varphi$ 及 $\theta$ 后,对基线长度 $l$ 的取值进行分析。 $l$ 在0.1~3 m的长度范围内取值时, $d$ 随 $l$ 的变化关系如图8所示。可以看出, $l$ 较短时 $d$ 较小,随着 $l$ 的增大, $d$ 明显增大。

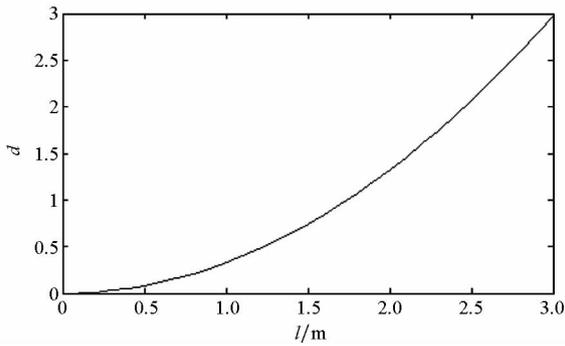


图8 磁梯度张量误差模量与基线长度的关系

Fig. 8 Relationship between the module value of magnetic gradient tensor error and the baseline length

#### 3.3.2 随机测量噪声对 $l$ 的影响

当磁场测量值中含有2 nT的测量噪声时, $d$ 随 $l$ 的变化关系如图9所示。从图9可以看出,杆长小于0.5 m和大于2.5 m时,误差模值 $d$ 较大,在0.5~2.5 m,尤其是1.0~2.0 m时,误差模值 $d$ 较小。

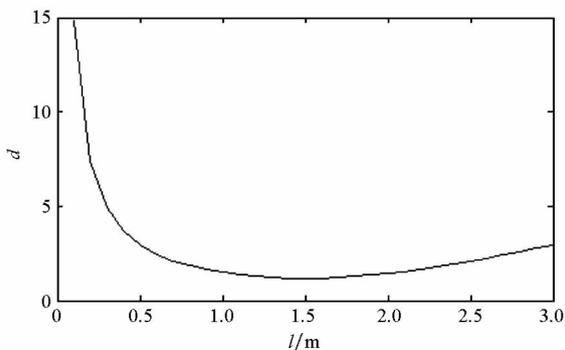


图9 磁测数据中含有2 nT噪声时磁梯度张量误差模量与基线长度的关系

Fig. 9 Relationship between the module value of magnetic gradient tensor error and the baseline length with 2 nT noise in magnetic field measurement data

考虑到两个磁力仪测得的磁场值应具有一定的区分度,两者之间的距离不宜过近,同时用于测量磁梯度数据,两个磁力仪的间距也不应过大,因此取 $l=1.0$  m是比较合适的。

## 4 磁力仪三轴指向不一致误差

根据以上分析,选定旋转测量模型的参数 $\varphi$ 、 $\theta$ 、 $l$ 后,对磁梯度计的两个磁力仪三轴指向不一致误差进行分析,假定三轴指向误差角不超过 $1^\circ$ ,随机进行200次计算, $d$ 的大小如图10所示,磁梯度张量的计算值与理论值之间的差值模量 $d$ 绝大部分在1~4之间。相比于其他要素,磁力仪三轴指向不一致误差对磁梯度张量的计算结果影响较大。值得说明的是,磁梯度计上两个磁力仪的指向性误差可以通过技术手段进行良好的补偿。

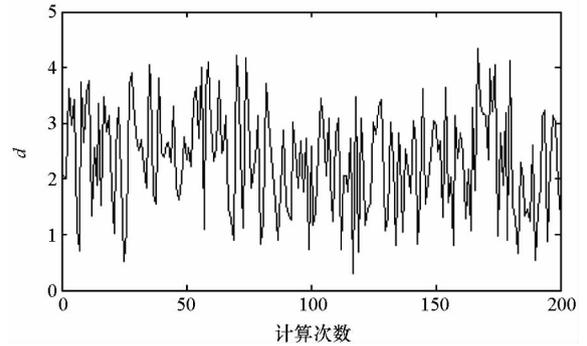


图10 随机200次计算的磁梯度张量误差模值

Fig. 10 Magnetic gradient tensor error module value of 200 random calculations

## 5 结论

提出一种利用磁梯度计旋转计算磁梯度张量的方法,建立单个矢量磁梯度计的旋转模型,给出利用磁梯度数据计算磁梯度张量的方法,还推导出磁偶极子空间场点磁梯度张量的理论计算公式。以测量计算值 $G_m$ 与理论计算值 $G_t$ 之间的差值模量 $d$ 作为参考,分析并确定了模型中的旋转角 $\varphi$ 、倾角 $\theta$ 、基线长度 $l$ 等参数,还分析了两个磁力仪三轴指向误差对磁梯度张量计算结果的影响。仿真计算表明,该方法可有效计算出磁目标的磁梯度张量。

## 参考文献 (References)

- [1] 马国庆,杜晓娟,李丽丽.解释位场全张量数据的张量局部波数法及其与常规局部波数法的比较[J].地球物理学报,2012,55(7):2450-2461.  
MA Guoqing, DU Xiaojuan, LI Lili. Comparison of the tensor local wavenumber method with the conventional local wavenumber method for interpretation of total tensor data of potential fields[J]. Chinese Journal of Geophysics, 2012, 55(7): 2450-2461. (in Chinese)
- [2] 吕俊伟,迟铨,于振涛,等.磁梯度张量不变量的椭圆误差消除方法研究[J].物理学报,2015,64(19):190701.

- LYU Junwei, CHI Cheng, YU Zhentao, et al. Research on the asphericity error elimination of the invariant of magnetic gradient tensor [J]. *Acta Physica Sinica*, 2015, 64(19): 190701. (in Chinese)
- [3] Oruç B. Location and depth estimation of point-dipole and line of dipoles using analytic signals of the magnetic gradient tensor and magnitude of vector components [J]. *Journal of Applied Geophysics*, 2010, 70(1): 27–37.
- [4] Yin G, Zhang Y T, Fan H B, et al. Detection, localization and classification of multiple dipole-like magnetic sources using magnetic gradient tensor data [J]. *Journal of Applied Geophysics*, 2016, 128: 131–139.
- [5] Wiegert R, Oeschger J. Generalized magnetic gradient contraction based method for detection, localization and discrimination of underwater mines and unexploded ordnance[C]//Proceedings of MTS/IEEE OCEANS, 2005: 1325–1332.
- [6] 张朝阳, 肖昌汉, 阎辉. 磁性目标的单点磁梯度张量定位方法[J]. *探测与控制学报*, 2009, 31(4): 44–48.  
ZHANG Zhaoyang, XIAO Changhan, YAN Hui. Localization of a magnetic object based on magnetic gradient tensor at a single point [J]. *Journal of Detection & Control*, 2009, 31(4): 44–48. (in Chinese)
- [7] 张光, 张英堂, 李志宁, 等. 载体平动条件下的磁梯度张量定位方法[J]. *华中科技大学学报(自然科学版)*, 2013, 41(1): 21–24.  
ZHANG Guang, ZHANG Yingtang, LI Zhining, et al. Localizing method of magnetic field gradient tensor under carriers moving parallelly [J]. *Journal Huazhong University of Science & Technology(Natural Science)*, 2013, 41(1): 21–24. (in Chinese)
- [8] 于振涛, 吕俊伟, 张本涛. 基于海底磁力仪阵列的磁性目标定位方法[J]. *武汉理工大学学报*, 2012, 34(6): 131–135.  
YU Zhentao, LYU Junwei, ZHANG Bentao. A method to localize magnetic target based on a seabed array of magnetometers [J]. *Journal of Wuhan University of Technology*, 2012, 34(6): 131–135. (in Chinese)
- [9] 庞学亮, 林春生, 张宁. 一种基于磁偶极子模型的潜艇信号检测方法[J]. *海军工程大学学报*, 2011, 21(3): 73–76.  
PANG Xueliang, LIN Chunsheng, ZHANG Ning. A new method of signal detection and parameter estimation based on magnetic dipole model [J]. *Journal of Naval University of Engineering*, 2011, 21(3): 73–76. (in Chinese)