

内置频率对 Duffing 振子微弱二进制相移键控信号盲检测影响*

吴彦华, 马庆力

(国防科技大学 电子对抗学院, 安徽 合肥 230037)

摘要:采用 Duffing 振子实现对微弱二进制相移键控(Binary Phase Shift Keying, BPSK)信号的盲检测时, Duffing 系统输出的周期态和混沌态转换之间存在过渡带。针对这一问题, 推导出过渡带时长和 Duffing 系统内置频率之间的关系表达式; 指出内置频率越高, 过渡带时间越短; 仿真实验给出时间频率响应曲线。内置频率的提高, 会降低系统检测微弱信号的灵敏度。针对这一问题, 推导出周期态下 Duffing 系统输出幅度作为因变量、内置频率作为自变量的表达式; 仿真实验给出幅频响应曲线。针对微弱 BPSK 信号盲检测, 建立变尺度方法和检测阵列相结合的基于 S 变换提取 Duffing 系统输出幅度包络的微弱 BPSK 信号盲检测模型, 仿真实验验证了模型方法的有效性。

关键词: Duffing 振子; 内置频率; 过渡带时长; 检测灵敏度; S 变换

中图分类号: TN911 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-2486(2019)01-080-09

Forcing frequency's influence on blind detection of weak binary phase shift keying signal by using Duffing oscillators

WU Yanhua, MA Qingli

(College of Electronic Engineering, National University of Defense Technology, Hefei 230037, China)

Abstract: There are transition zones in the transitions between the chaotic and periodic states while blindly detecting weak BPSK (binary phase shift keying) signal by using Duffing oscillator. The relationship expression between transition zone time length and forcing frequency of Duffing system was deduced, and the conclusion that higher forcing frequency leads to shorter transition zone time length was drawn. The simulation experiment gave the time-frequency response curve. The detection sensitivity of Duffing system will lower with the increasing of forcing frequency. The equations of output amplitude as dependent variable and the internal frequency as argument were deduced while Duffing system was in periodic state. The simulation experiment gave the amplitude-frequency response curve. Finally, by using S transform to extract the envelope of Duffing system output, the blind detection model of weak BPSK signal with the scale transformation method combined and the detection array was built. The simulation experiment results show the efficiency of the blind detection model.

Keywords: Duffing oscillator; forcing frequency; transition zone time length; detection sensitivity; S transform

二进制相移键控(Binary Phase Shift Keying, BPSK)具有较高的频带利用率、较强的抗噪声干扰能力以及具备展宽信号的带宽的优势, 难以被探测。

对于第三方无线电监测来说, 对微弱 BPSK 信号的盲检测是一个重要课题。当前, 针对 PSK 信号的盲检测已有很多方法: 文献[1]采用高阶累积量和循环谱检测方法, 文献[2]采用联合频谱估计与循环矩检测方法, 文献[3]采用最大自然准则估计方法, 文献[4]采用基于星座图检测方法, 文献[5]采用随机共振 PSK 信号参数估计方法, 以及早期采用各种时频分析检测方法等。这些方法中大部分需要在信噪比大于 0 dB 时才能取得良好效果, 对于信噪比在 -10 dB 以下的

微弱 PSK 信号检测没有太多帮助。

Duffing 振子对与系统策动力同频率的小信号具有敏感性, 而对高斯噪声信号具有极强免疫力。利用 Duffing 振子在混沌态到周期态的分岔行为, 可以判断强噪声中是否存在微弱周期信号。

当前, 采用 Duffing 振子检测微弱信号理论和方法的研究成果主要集中在微弱周期信号的检测方面, 在 Duffing 振子检测 PSK(包括 BPSK)信号的研究方面, 文献资料比较少。文献[6]建立了识别 PSK 信号识别模型, 但它们只针对 PSK 信号频率与 Duffing 系统内置信号频率同频的情况, 不适用于 PSK 信号盲检测。文献[7]建立了基于 Duffing 振子的 PSK 信号调制识别算法, 但同样需

* 收稿日期: 2017-12-06

基金项目: 安徽省自然科学基金资助项目(1608085MF138)

作者简介: 吴彦华(1974—), 男, 河北藁城人, 副教授, 博士, 硕士生导师, E-mail: gaoshan_yangzhi@163.com

要知道载频频率的先验知识,并且信噪比要求较高(-5 dB 以上)。

本文推导了 Duffing 系统内置频率对检测灵敏度和过渡带时长影响的关系表达式,建立了采用 Duffing 振子和 S 变换对任意频率微弱 BPSK 信号进行盲检测的模型。

1 问题描述

1.1 Duffing 振子微弱周期信号检测

考虑 Holmes 型 Duffing 方程^[8]:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + k \frac{dx}{dt} - x + x^3 = F \cos(\omega t) \quad (1)$$

式中: k 为阻尼率; $-x + x^3$ 为非线性恢复力; $F \cos(\omega t)$ 为系统内置信号即系统策动力, F 表示内置信号幅值, ω 表示内置信号角频率即振子的固有频率。

为了对任意频率信号进行处理,式(1)也可写为:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \omega y \\ \frac{dy}{dt} = \omega [F \cos(\omega t) - ky + x - x^3] \end{cases} \quad (2)$$

固定 k 值, $F \neq 0$ 条件下, F 较小时,Duffing 系统相轨迹逐渐收敛到两个焦点($\pm 1, 0$)中的一个。随着 F 的增大,相轨迹由周期运动逐渐演化为混沌运动,并在较大范围内保持混沌运动。当 F 大于某一个阈值 F_r (F_r 称为临界值)时,系统相轨迹由混沌态跃迁为大尺度周期态。

对弱信号检测时,系统内置信号幅值设定为临界值 F_r ,输入信号 $s_i(t)$ 为待测信号 $s(t)$ 和高斯白噪声 $n(t)$ 的叠加。弱信号检测模型为:

$$\begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} + k \frac{dx}{dt} - x + x^3 &= F_r \cos(\omega t) + s_i(t) \\ &= F_r \cos(\omega t) + s(t) + n(t) \end{aligned} \quad (3)$$

若取

$$s(t) = A \cos[(\omega + \Delta\omega)t + \varphi]$$

此时, Duffing 系统周期驱动力 $r(t)$ 可以写为:

$$\begin{aligned} r(t) &= F_r \cos(\omega t) + A \cos[(\omega + \Delta\omega)t + \varphi] \\ &= B(t) \cos[\omega t + \theta(t)] \end{aligned}$$

只考虑微弱信号情况,即 $A \ll F_r$,可以得到式(4)^[9]。

$$\begin{cases} \theta(t) \approx 0 \\ B(t) \approx \sqrt{F_r^2 + 2AF_r \cos(\Delta\omega t + \varphi)} \end{cases} \quad (4)$$

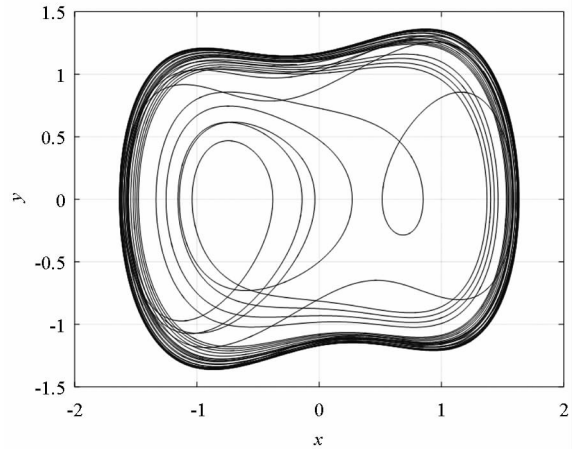
在没有频差,即 $\Delta\omega = 0$ 情况时,有:

$$\begin{cases} B(t) > F_r, & -\pi/2 + 2k\pi < \varphi < \pi/2 + 2k\pi \\ B(t) \leq F_r, & \pi/2 + 2k\pi \leq \varphi \leq 3\pi/2 + 2k\pi \end{cases} \quad (5)$$

式中, k 为整数。

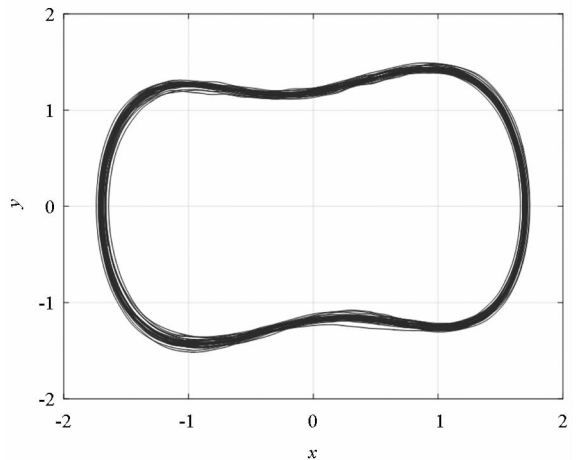
由式(5)可知:当 $-\pi/2 + 2k\pi < \varphi < \pi/2 + 2k\pi$ 时,输入信号幅度 $B(t)$ 大于系统临界值 F_r ,系统处于周期态;当 $\pi/2 + 2k\pi \leq \varphi \leq 3\pi/2 + 2k\pi$ 时,输入信号幅度 $B(t)$ 小于等于系统临界值 F_r ,系统处于混沌态。

仿真实验如下。在式(3)中取参数 $k = 0.5$,初始值 $x(0) = 0.1, y(0) = x'(0) = 0$,采样速率 $f_s = 40$ MHz,内置信号频率 $f = \omega/(2\pi) = 1$ MHz。待检信号取 $s(t) = 0.01 \cos(2\pi f_c t)$, $f_c = 1$ MHz,噪声为高斯白噪声, $SNR = -30$ dB。采用四阶 Runge-Kutta 算法对式(2)进行求解,步长为 $1/f_s$,去除暂态后得到 Duffing 系统在 $F_r = 0.825$ V 处只有噪声以及有待检信号和噪声输入时的相轨迹,如图 1 所示。



(a) 只有噪声时,混沌态

(a) Chaotic state with noise only



(b) 有待检信号和噪声时,周期态

(b) Periodic state with signal and noise

图 1 微弱周期信号的 Duffing 系统相图
Fig. 1 Phase figures of Duffing system with the weak input signal

1.2 Duffing 振子微弱 BPSK 信号时序图法检测

双极性 BPSK 信号的时域表达式可以表示为:

$$s_{\text{BPSK}}(t) = \begin{cases} A\cos(\omega_c t), & \text{码元为“1”} \\ -A\cos(\omega_c t), & \text{码元为“-1”} \end{cases} \quad (6)$$

其中, ω_c 为信号载波频率。

若 BPSK 信号“1”码和“-1”码等概率出现,可以得到 BPSK 信号的功率谱密度:

$$P_{\text{BPSK}}(f) = \frac{T_d}{4} \left(\left| \frac{\sin[\pi(f+f_c)T_d]}{\pi(f+f_c)T_d} \right|^2 + \left| \frac{\sin[\pi(f-f_c)T_d]}{\pi(f-f_c)T_d} \right|^2 \right) \quad (7)$$

式中, T_d 为基带信号码元周期。

从式(7)可以看出, BPSK 信号功率谱中无载波分量, 实际是抑制载波的调制信号, 这给 BPSK 信号的检测带来难度。

由式(5)可知, 当 Duffing 系统输入信号为微弱 BPSK 信号时, 由于 BPSK 信号相位的不断变化, 在 $\Delta\omega = 0$ 时, Duffing 系统相图随着 BPSK 信号相位的变化处于间歇性混沌状态, 周期态和混沌态交替出现。此时, 只有和时间密切关联, 才能准确判断间歇性混沌状态的存在, 进而判断微弱信号的存在。

对混沌特性的判定, 目前通常采用的方法主要包括相平面法、Lyapunov 指数法和时序图法^[6]。前两种方法反映的都是一段时间内 Duffing 系统输出的整体特征, 而时序图法反映了在不同时间 Duffing 系统输出的状态, 它和时间关联紧密。本文采用时序图法对 Duffing 系统输出状态进行描述。

Duffing 系统输出的混沌态和周期态的包络有比较明显的差别: 在混沌态下, Duffing 系统输出包络起伏较大; 而在周期态下, 包络恒定。为了更清晰地反映时序输出包络变化, 本文采用 S 变换提取 Duffing 系统输出时序包络。

S 变换是在连续小波变换和短时傅里叶变换基础上发展起来的一种时频分析方法, 同其他时频方法相比, 具有多分辨特性、无交叉项、计算速度快等特点^[10-11]。

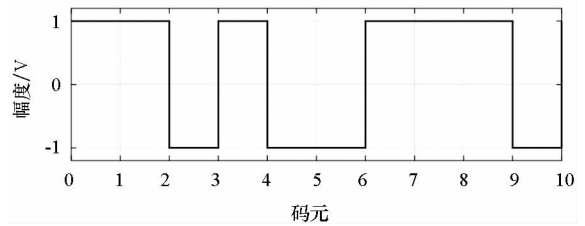
信号 $h(t)$ 的离散 S 变换形式为:

$$S[k, n] = \sum_{m=0}^{N-1} H\left(\frac{m+n}{NT}\right) e^{\frac{2\pi^2 m^2 a^2}{n^2}} e^{\frac{j2\pi mk}{N}}$$

式中: a 为常数, 其决定了 S 变换对应的窗函数; $H(\cdot)$ 为信号 $h(t)$ 的离散傅里叶变换; N 为采样点数; $k=0, 1, \dots, N-1$; $n=1, \dots, N-1$ 。为了进一步提高运算速度, 采用作者文献^[11]提出的改进离散

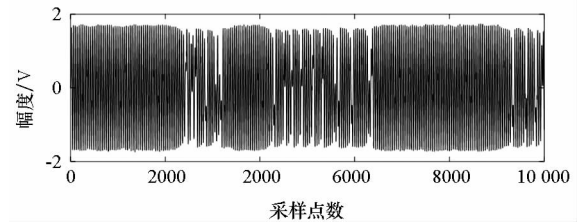
S 变换算法提取 Duffing 系统输出时序包络。

仿真实验如下。取 BPSK 信号仿真采样点数 $N=10\ 000$, $A=0.01$, $f_c=1\ \text{MHz}$, 码元速率 $f_d=1/T_d=40\ \text{kHz}$, 采样速率 $f_s=40\ \text{MHz}$ 。Duffing 系统参数的设定同图 1, $\text{SNR}=-30\ \text{dB}$ 。S 变换中, 为了更好提取 $f=1\ \text{MHz}$ 的 Duffing 系统时序输出包络和反映包络变化, S 变换窗函数在 $f=1\ \text{MHz}$ 处的时窗宽度取为 $4.68\ \mu\text{s}$ 。此时, BPSK 信号与 Duffing 系统内置频率同频, 得到 Duffing 系统时序输出和在 $f=1\ \text{MHz}$ 处 S 变换包络提取结果, 如图 2 所示。



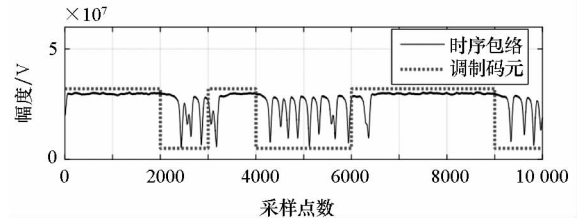
(a) 调制码元波形

(a) Time wave of modulation symbol



(b) Duffing 系统时序输出

(b) Time sequence output of Duffing system



(c) $f=1\ \text{MHz}$ 处 S 变换结果(包络)

(c) Extracted envelope at $f=1\ \text{MHz}$ by using S transform

图 2 BPSK 信号 Duffing 振子输出时序图及包络

Fig. 2 Time sequence and envelope of BPSK signal's Duffing system output

从图 2 可以看出, Duffing 系统输出包络基本反映了 BPSK 信号的状态: 输入信号调制码元为“1”时, Duffing 系统呈周期态, 输出包络恒定; 输入信号调制码元为“-1”时, 呈混沌态, 输出包络起伏较大。

仔细观察图 2(c), 可以看出: Duffing 系统输出状态的变化时刻并不能与调制码元变化时刻完全对应, 总是存在一个时间延迟。即在混沌态和

周期态之间转换时存在过渡带。

这种延迟或过渡带的存在,对 BPSK 信号的判断是有害的。当 BPSK 调制码元速率较高时,如果此时过渡带时间过长,Duffing 系统输出将很难被分辨处于周期态还是混沌态,从而严重影响 BPSK 信号的检测。

2 内置频率对 Duffing 系统性能影响分析

对于具有非线性恢复力和一个周期外力的 Duffing 方程的求解,文献[12-13]分析了依赖阻尼、内置频率、振幅和相差的分支结构和动力学行为,应用二次平均方法给出了周期解和三次以下谐波解,应用 Melnikov 方法分析了 $m(m > 3)$ 阶次谐波解和混沌的存在条件,得到了一些有益的结论。本节在这些结论的基础上,依据方程(1),在阻尼系数和 nonlinear 恢复力确定的情况下,重点分析内置频率对 Duffing 系统性能的影响。

2.1 内置频率对过渡带的影响

在周期态和混沌态转换之间存在过渡带,对这方面研究的文献资料比较少。文献[10]和文献[14]提出了从周期态向混沌态的逆向相变检测方法,减少相变过渡带的影响,但对过渡带与什么因素有关没有进行分析。

为了求解方程(1),可以将其看成是未扰动系统和扰动系统的组合。其未扰动系统为:

$$\frac{d^2x}{dt^2} - x + x^3 = 0 \quad (8)$$

存在三个不动点:鞍点(0,0),中心(±1,0)。方程的解为周期解。初始条件为 $x(0) = D, y(0) = x'(0) = 0$ 。采用文献[15]的结论,可以推导出无阻尼 Duffing 方程(8)的解为:

$$\bar{x}(t) = D \cos \{ \omega_0 t + \mu \sin [2\omega_0 t + \nu \sin (2\omega_0 t)] \} \quad (9)$$

式中,

$$\begin{cases} \frac{1}{\omega_0} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n+1} \sum_{i=0}^n \frac{1}{\sqrt{0.5D^2 \left[1 + \cos^2 \frac{(2i+1)\pi}{2(n+1)} \right]} + 1} \\ \mu = \frac{1}{4\omega_0} (\sqrt{D^2 + 1} - \sqrt{0.5D^2 + 1}) \\ \nu = \frac{\sqrt{D^2 + 1} + \sqrt{0.5D^2 + 1} - 2\omega_0}{\sqrt{D^2 + 1} - \sqrt{0.5D^2 + 1}} \end{cases}$$

一般情况下,都是由式(9)解得未扰动系统的同宿(或异宿)轨 $\bar{q}(t) = (\bar{x}(t), \bar{y}(t))$,然后求解方程(1)对 $\bar{q}(t)$ 的 Melnikov 函数。但对处理任意频率的 Duffing 方程(2)而言,可取未扰动系统的同宿(或异宿)轨为 $\bar{q}(t) = (\omega \bar{x}(t), \omega \bar{y}(t))$,计算得到方程(2)对 $\bar{q}(t)$ 的 Melnikov 函数为:

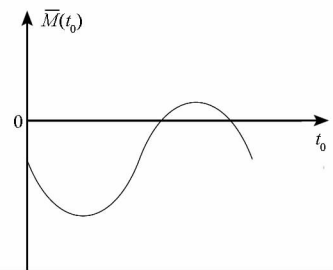
$$\begin{aligned} \bar{M}(t_0) &= \int_{-\infty}^{\infty} \omega \bar{y}(t) \{ -k\omega \bar{y}(t) + F \cos[\omega(t+t_0)] \} dt \\ &= -k \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 |\bar{y}(t)|^2 dt + \\ &\quad F\omega \cos(\omega t_0) \int_{-\infty}^{\infty} \bar{y}(t) \cos(\omega t) dt - \\ &\quad F\omega \sin(\omega t_0) \int_{-\infty}^{\infty} \bar{y}(t) \sin(\omega t) dt \\ &= -k\bar{B}(\omega) + F\bar{A}(\omega) \cos[\omega t_0 + \bar{\theta}(\omega)] \end{aligned} \quad (10)$$

式中,

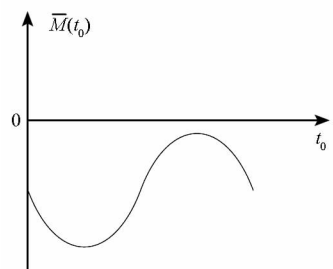
$$\begin{cases} \bar{C}(\omega) = \omega \int_{-\infty}^{\infty} \bar{y}(t) \cos(\omega t) dt \\ \bar{S}(\omega) = \omega \int_{-\infty}^{\infty} \bar{y}(t) \sin(\omega t) dt \\ \bar{A}(\omega) = \sqrt{\bar{C}^2(\omega) + \bar{S}^2(\omega)} \\ \bar{B}(\omega) = \omega^2 \int_{-\infty}^{\infty} |\bar{y}(t)|^2 dt \\ \bar{\theta}(\omega) = \arctan \left[\frac{\bar{S}(\omega)}{\bar{C}(\omega)} \right] \end{cases}$$

由 Melnikov 定理^[16-17]可知,当 $\bar{M}(t_0)$ 有简单零点($\bar{M}(t_0) = 0, \frac{d\bar{M}(t_0)}{dt_0} \Big|_{t_0} \neq 0$)时,能保证混沌系统存在横截同宿(或异宿)轨,Duffing 方程有 Smale 意义下的混沌现象。

在 ω 确定的情况下, $\bar{M}(t_0)$ 实际上是一个频率为 ω 的余弦函数。由 Melnikov 定理可以得到混沌状态和周期状态下的 Melnikov 函数示意图,如图 3 所示。



(a) 混沌态
(a) Chaotic state



(b) 周期态
(b) Periodic state

图 3 混沌态和周期态下 Melnikov 曲线示意图
Fig. 3 Melnikov curves in chaotic and periodic state

外部输入信号为 BPSK 信号时。在 $A \ll F_r$ 和 $\Delta\omega = 0$ 情况下,并且不考虑噪声,由式(4)可以得到式(3)的 Duffing 系统周期驱动力。

$$r(t) \approx \begin{cases} F_1 \cos(\omega t), & \text{码元为“1”} \\ F_2 \cos(\omega t), & \text{码元为“-1”} \end{cases}$$

其中,

$$\begin{cases} F_1 = \sqrt{F_r^2 + 2AF_r} \\ F_2 = \sqrt{F_r^2 - 2AF_r} \end{cases}$$

Duffing 系统将随着 F 的变化在周期态和混沌态之间变换: $F = F_1$ 时,系统进入周期态; $F = F_2$ 时,系统进入混沌态。此时可以采用在混沌态时的零解和周期态时的最大解对应的时间差的最小值来衡量混沌态和周期态转换的过渡时间。

在混沌态时的零解对应时刻 t_c 满足:

$$\bar{M}(t_c) = -k\bar{B}(\omega) + F_2\bar{A}(\omega) \cos[\omega t_c + \bar{\theta}(\omega)] = 0$$

解得:

$$t_c = \frac{1}{\omega} \left[2m\pi + \arccos \frac{k\bar{B}(\omega)}{F_2\bar{A}(\omega)} \right] - \frac{\bar{\theta}(\omega)}{\omega} \quad (11)$$

式中, m 为整数。

在周期态时的最大解对应时刻 t_p 满足:

$$\left. \frac{d\bar{M}(t_0)}{dt_0} \right|_{t_p} = -F_1\omega\bar{A}(\omega) \sin[\omega t_p + \bar{\theta}(\omega)] = 0$$

解得:

$$t_p = \frac{1}{\omega} [2n\pi - \bar{\theta}(\omega)] \quad (12)$$

式中, n 为整数。

由式(11) ~ (12)可知,用来衡量混沌态和周期态转换的过渡带时间的 t_c 和 t_p 之间时间差的最小值 t_g 为:

$$t_g = \min\{t_c - t_p\} = \frac{1}{\omega} \arccos \frac{k\bar{B}(\omega)}{F_2\bar{A}(\omega)} \quad (13)$$

由式(13)可知,过渡带时间仅与 Duffing 系统内置频率有关。

直接分析式(13)比较复杂,为此仿真实验画出时间差 t_g 与系统内置频率 f 之间的曲线。取内置频率从 1 ~ 10 MHz, 取样间隔 0.1 MHz, 其他实验条件同图 1。计算式(13)可以得到 t_g 与 Duffing 系统内置频率 f 的关系仿真结果,如图 4 所示。由图 4 可以看出, t_g 与 ω 基本成反比关系, Duffing 系统内置频率越大,过渡带时间越短。

为了进一步验证上述结论,在不同频率下,采用 Duffing 系统对 BPSK 信号进行处理,得到 Duffing 系统输出时序包络和调制码元对应关系,如图 5 所示。实验中,频率分别取 1 MHz、1.75 MHz、3.25 MHz 和 5 MHz, $SNR = -15$ dB, 其他实验条件同图 2。从图 5 可以明显看出,随着 Duffing 系统内置频率的增加,周期态和混沌态之

间的过渡时间明显缩短。

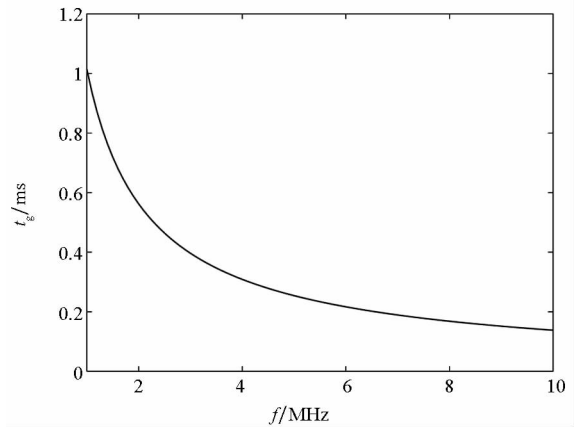
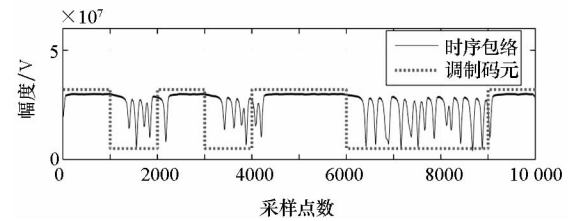
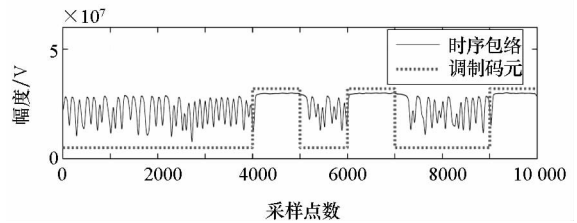


图 4 过渡带时间与内置频率关系

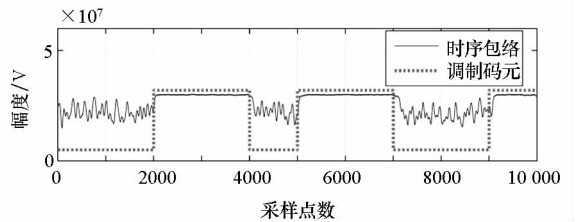
Fig. 4 Curve of transition zone time length and forcing frequency



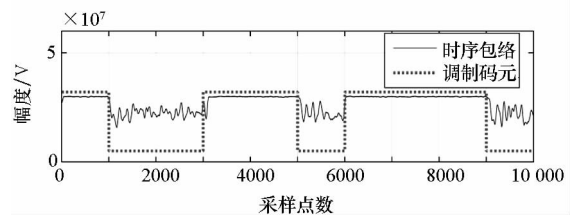
(a) $f = 1$ MHz



(b) $f = 1.75$ MHz



(c) $f = 3.25$ MHz



(d) $f = 5$ MHz

图 5 不同频率下 BPSK 信号 Duffing 系统输出时序包络与码元变化对应关系

Fig. 5 Duffing system output envelopes of BPSK signal at different frequencies

2.2 内置频率对灵敏度的影响

在 Duffing 系统幅频特性研究方面,文献[18]给出了周期态下系统内置频率作为因变量的频率-幅度表达式,并没有给出输出谐波幅度作为因变量的表达式,无法得到系统幅频响应曲线。但其首次分析了 Duffing 系统最佳内置策动力频率,估算出最佳策动力频率约为 0.5 rad/s。

当 Duffing 系统有同频外部激励信号并处于周期态时,方程(1)的谐波解主要包含一次谐波,其周期解如式(14)所示^[12-13]。

$$\bar{x}(t) = x_0 + a \cos(\omega t + \psi) \quad (14)$$

式中, $(x_0, 0)$ 为未扰动系统式(8)的中心。

应用谐波平衡法对处于临界态的方程(1)进行分析,可以得到 Duffing 系统输出幅度 a 与频率 ω 的关系^[19]。

$$a^2 [\omega^2 + 1 - 0.75a^2]^2 + k^2 \omega^2 a^2 = F^2 \quad (15)$$

令 $z = a^2$, 同时将 ω^2 看作系数, 则式(15)可以看作一个标准的一元三次方程:

$$Ez^3 + Bz^2 + Cz + D = 0 \quad (16)$$

式中, $E = 0.75^2$, $B = -1.5(\omega^2 + 1)$, $C = \omega^4 + (2 + k^2)\omega^2 + 1$, $D = -F^2$ 。

由盛金公式求解式(16), 令

$$\begin{cases} p = \frac{3EC - B^2}{3E^2} \\ q = \frac{2B^3 - 9EBC + 27E^2D}{27E^3} \end{cases}$$

在式(15)中取 $k = 0.5$, $F = F_r = 0.825$ V。可以得到, 当 $\omega > 1$ rad/s 时, 一元三次方程根的判别式 $\Delta = q^2/4 + p^3/27 > 0$, 式(15)的实数解为:

$$a^2 = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} \quad (17)$$

当 $\omega \leq 1$ rad/s 时, 根判别式 Δ 存在小于 0 的情况。 $\Delta < 0$ 时, 式(15)的解为:

$$a^2 = \min_{>0} \left\{ 2 \sqrt{-\frac{p}{3} \cos\left(\frac{\theta}{3} + 120^\circ\right)}, 2 \sqrt{-\frac{p}{3} \cos\left(\frac{\theta}{3}\right)}, 2 \sqrt{-\frac{p}{3} \cos\left(\frac{\theta}{3} - 120^\circ\right)} \right\} \quad (18)$$

式中, $\theta = \arccos \frac{-q \sqrt{-27p}}{2p^2}$ 。

综合式(15)、式(17)和式(18), 可以看出, 不同频率下 Duffing 系统输出幅度不同, 即 Duffing 系统对弱信号的灵敏度是内置频率 ω 的函数。而当 $\omega > 1$ rad/s 时, Duffing 系统输出幅度 a 是内

置频率 ω 的递减函数。

仿真实验如下。 ω 取值范围为 0.1 ~ 10 rad/s, 间隔 0.1 rad/s, $F = F_r = 0.825$ V, $k = 0.5$ 。对式(15)求解, 得到 Duffing 系统输出幅度 a 与内置频率 ω 的关系曲线, 如图 6 所示。

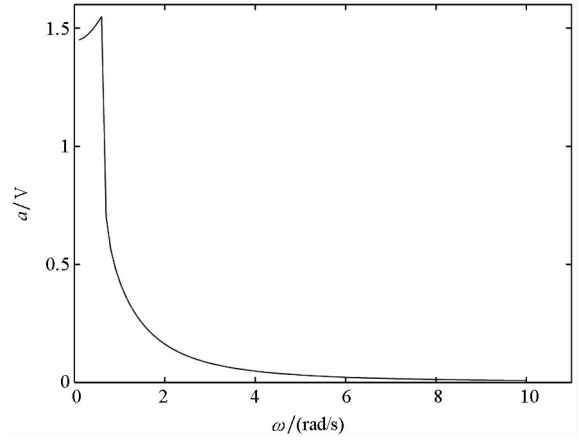


图 6 周期态时 Duffing 系统输出幅度与内置频率关系曲线

Fig. 6 Curve of the output amplitude and the forcing frequency of Duffing system in periodic state

从图 6 可以看出, Duffing 系统的幅频动态响应特性在低频段具有良好的特性, 并且在 $\omega \approx 0.6$ rad/s 处取得最大值, 获得最佳幅频响应。而后随着内置信号频率的增大, 幅频动态响应特性将变差。Duffing 系统只有小频率参数条件下才能有较好的动态特性和检测效果。

3 对任意频率微弱 BPSK 信号盲检测

由前文可知, 对微弱 BPSK 信号检测, 一方面, BPSK 信号本身相位变化, 引起 Duffing 系统输出在周期态和混沌态之间切换, 此时要求过渡带时间尽量短, 需要提高 Duffing 系统内置频率; 另一方面, 由 Duffing 系统本身幅频响应特性决定, 只有在低频段才能获得良好的动态特性。这两方面因素构成了一对矛盾。

为了将 Duffing 振子应用于任意频率的微弱信号检测, 文献[20-21]等提出了变尺度的微弱信号检测方法, 对待测信号在时间尺度上进行压缩或放大。但这种方法需要知道待测信号频率, 不能应用于未知频率信号的盲检测。文献[18, 22]提出了变步长型搜索检测未知信号的方法, 其实质是采用变尺度方法, 在 $|\Delta\omega/\omega| < 0.03$ 频段范围内实现对未知频率信号的检测。

变尺度方法的基本思路是: 对于频率为 ω , 采样速率为 f_s 的待测信号, 取微分方程数值计算的

步长为 $1/f_s$ 。若将数值计算步长人为增大 R 倍, 相当于相应信号的频率被压缩至原值的 $1/R$, 从而获取 Duffing 系统良好的低频特性。

对于未知频率信号, 假设与内置频率存在频差 $\Delta\omega \neq 0$, 由式(4)可以得到:

$$\begin{cases} B(t) > F_r, & -\pi/2 + 2k\pi < \Delta\omega t + \varphi < \pi/2 + 2k\pi \\ B(t) \leq F_r, & \pi/2 + 2k\pi \leq \Delta\omega t + \varphi \leq 3\pi/2 + 2k\pi \end{cases}$$

φ 一定, $-\pi/2 + 2k\pi < \Delta\omega t + \varphi < \pi/2 + 2k\pi$ 时, 输入信号幅度 $B(t)$ 大于系统临界值 F_r , 输出周期态; $\pi/2 + 2k\pi \leq \Delta\omega t + \varphi \leq 3\pi/2 + 2k\pi$ 时, 输入信号幅度 $B(t)$ 小于等于系统临界值 F_r , 输出混沌态。令 $\Delta\omega = 2\pi\Delta f$, $B(t)$ 将以周期 $2\pi/\Delta\omega$ (即 $1/\Delta f$) 大于和小于临界值 F_r , 使得 Duffing 系统也将以周期 $1/\Delta f$ 在周期态和混沌态之间转换, 且周期态和混沌态持续时间都为 $\pi/\Delta\omega$ (即 $1/(2\Delta f)$), 系统进入周期性混沌状态。

对 BPSK 信号, 无频差情况下, 信号码元的变化将导致 Duffing 系统输出处于间歇性混沌状态。如果再考虑频差的影响, 则 Duffing 系统输出肯定处于间歇性混沌状态。

从 BPSK 信号相位变化影响来说, 即码元速率影响方面, 频差引起的周期态或混沌态持续时间 $t_{\text{span}} = 1/(2|\Delta f|)$ 与调制信号码元长度 $t_d = 1/f_d$ 满足 $2t_{\text{span}} > t_d$, 即 $|\Delta f| < f_d$, 可以得到清晰的 Duffing 系统状态图。

从频差影响方面来说, 输入信号与 Duffing 系统内置信号频差越小, 对间歇性混沌状态的贡献越小; 频差越大, 贡献越大。频差太大, 将使混沌态和周期态持续时间很短, 无法找到持续一段时间的恒定包络, 不能判断系统状态。文献[23]表明, 当 $|\Delta f|/f \leq 0.03$ 时, 有规则的周期混沌现象才可以被辨认出来。

综合以上两点, Duffing 系统识别 BPSK 信号的工作带宽 $B = 2|\Delta f|$ 应该满足:

$$B < \min\{2f_d, 0.06f\} \quad (19)$$

通过变尺度算法, 内置频率为 f 的 Duffing 振子可以实现对 $f \pm (B/2)$ 范围内的任意频率 BPSK 信号的盲检测, 并且获得良好的幅频动态特性。此时, 对 Duffing 系统内置频率的选择依据主要考虑过渡带时长。转换时间过长, 将会影响判断系统输出状态, 因此, 内置频率 f 不宜选取过低。

仿真实验如下。取 BPSK 信号频率 $f_c = 3.505$ MHz, Duffing 系统内置频率 $f = 3.5$ MHz, 其他实验条件同图 2。得到 Duffing 系统时序输出和在 $f = 3.5$ MHz 处 S 变换包络提取结果, 如图 7 所示。可以看出, 受频差和相位变化双重影响,

BPSK 信号 Duffing 系统输出状态复杂, 其周期态、混沌态之间切换时刻与码元变化时刻不能一一对应, 甚至有时状态截然相反, 但仍然可以清晰分辨出系统输出为间歇性混沌状态, 从而判断 BPSK 信号的存在。

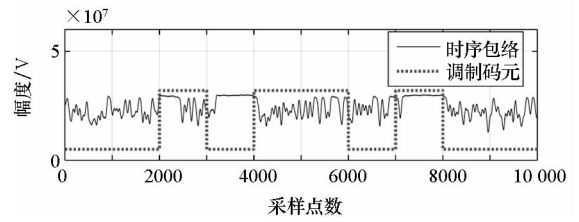


图 7 有频差 BPSK 信号 Duffing 振子输出时序包络
Fig. 7 Duffing system output envelope of BPSK signal having frequency difference

在整个频段范围内判断是否有微弱 BPSK 信号存在, 可以将处理频段分为 n 个通道, 每个通道控守的带宽为 B , 采用通道分段控守, 实现对整个频段的全覆盖。建立 Duffing 振子微弱 BPSK 信号盲检测模型, 如图 8 所示。若任一通道内有间歇性混沌状态输出, 则判断在对应通道内有微弱 BPSK 信号存在。

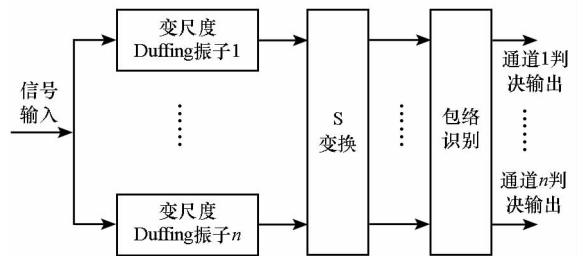


图 8 基于 Duffing 振子和 S 变换微弱 BPSK 信号盲检测模型

Fig. 8 Blind detection model of weak BPSK signal by using Duffing oscillators and S transform

为验证变尺度方法的有效性, 分别以原始方法和变尺度方法观测 Duffing 系统的幅频特性。仿真实验接收机中频输出的 BPSK 信号载频以 0.5 MHz 步进从 $0.5 \sim 5$ MHz 变化, 共计 10 批实验。信道输入高斯白噪声, 在每个频率点上 (即每批实验中) 信噪比以 1 dB 步进从 $-10 \sim -45$ dB 变化, 每批共计 36 组实验。取 BPSK 信号码元速率 $f_d = 1/T_d = 40$ kHz, 设定 Duffing 系统过渡时间阈值为 $T_h = T_d/2$, 当信噪比从高到低变化时, 求得满足过渡带时长 $t_g < T_h$ 要求的最低信噪比。为了较好反映真实情况, 每组实验重复 10 次, 求得最低信噪比的平均值。其他实验条件同图 2, 得到以原始方法和变尺度方法获得的系统性能特性对比, 如图 9 所示。可以看出, Duffing 系统能够

检测的输入信号信噪比随着频率的增加而增大,系统性能下降。但采用变尺度方法,Duffing 系统性能基本保持不变。

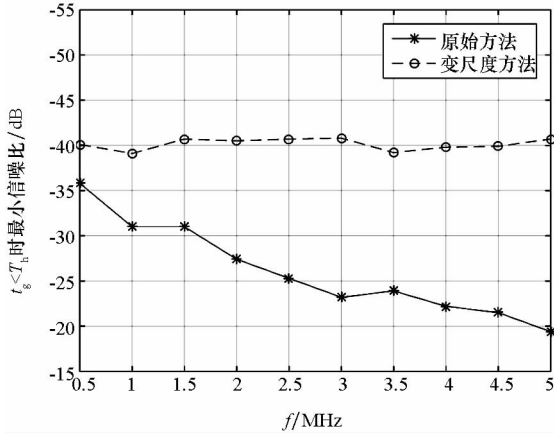


图 9 变尺度和原始方法 Duffing 系统检测性能对比

Fig. 9 Comparison of detection performance by using original and scale-transformation Duffing oscillator

4 结论

针对 Duffing 系统输出混沌态和周期态之间存在过渡带问题,分析发现过渡带时间和 Duffing 系统内置频率有关,给出了过渡带时间与内置频率之间关系的表达式,指出内置频率越大,过渡带时间越短。

针对周期态下 Duffing 系统输出与内置频率的幅频响应问题,给出了输出幅度作为因变量、内置频率作为自变量的关系表达式,指出 $\omega \approx 0.6 \text{ rad/s}$ 处为最佳幅频响应点,此后随着内置频率增大,系统幅频特性下降。

将变尺度方法与检测阵列结合,分析了内置频率和检测阵列控守频段范围的选取原则,建立了基于 Duffing 振子和 S 变化的任意频率微弱 BPSK 信号盲检测模型。

参考文献 (References)

[1] 赵雄文, 郭春霞, 李景春. 基于高阶累积量和循环谱的信号调制方式混合识别算法[J]. 电子与信息学报, 2016, 38(3): 674-680.
ZHAO Xiongwen, GUO Chunxia, LI Jingchun. Mixed recognition algorithm for signal modulation schemes by high-order cumulants and cyclic spectrum [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2016, 38(3): 674-680. (in Chinese)

[2] 吴涛, 狄旻玘, 黄国策. 联合频偏估计与循环矩的 MPSK 信号调制识别算法[J]. 仪表技术与传感器, 2014, 12: 102-104.
WU Tao, DI Minmin, HUANG Guoce. Joint frequency offset estimation and cyclic moments MPSK signal modulation recognition algorithm[J]. Instrument Technique and Sensor,

2014, 12: 102-104. (in Chinese)

[3] D'Amico A A. Efficient maximum-likelihood based clock and phase estimators for OQPSK signals[J]. IEEE Transactions on Communications, 2015, 63(7): 2647-2657.

[4] 王婷婷, 龚晓峰. 基于星座图的 PSK、QAM 信号联合识别算法应用[J]. 计算机应用研究, 2015, 32(7): 2116-2118.
WANG Tingting, GONG Xiaofeng. Application of joint signal recognition on PSK and QAM based on constellation [J]. Application Research of Computers, 2015, 32(7): 2116-2118. (in Chinese)

[5] Zhen Y F, Duan C W. The Application of stochastic resonance in parameter estimation for PSK signals [C]// Proceedings of IEEE International Conference on Communication Software and Networks, 2015: 166-172.

[6] 马腾跃. 多节点监测系统微弱信号检测算法研究[D]. 北京: 北京邮电大学, 2015.
MA Tengyue. Research on detection method of weak signal in spectrum monitoring system [D]. Beijing: Beijing University of Posts and Telecommunications, 2015. (in Chinese)

[7] 靳晓艳, 周希元. 一种基于特定 Duffing 振子的 MPSK 信号调制识别算法[J]. 电子与信息学报, 2013, 35(8): 1882-1887.
JIN Xiaoyan, ZHOU Xiyuan. A modulation classification algorithm for MPSK signals based on special Duffing oscillator[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2013, 35(8): 1882-1887. (in Chinese)

[8] 李月, 杨宝俊. 混沌振子系统(L-Y)与检测[M]. 北京: 科学出版社, 2007.
LI Yue, YANG Baojun. Chaotic oscillator (L-Y) and detection[M]. Beijing: Science Press, 2007. (in Chinese)

[9] 吴彦华, 马庆力. Duffing 振子微弱信号盲检测方法[J]. 系统工程与电子技术, 2017, 39(11): 2414-2421.
WU Yanhua, MA Qingli. Blind detection method of weak signals with Duffing oscillator[J]. Systems Engineering and Electronics, 2017, 39(11): 2414-2421. (in Chinese)

[10] Huang Z L, Zhang J Z, Zhao T H, et al. Synchrosqueezing S-transform and its application in seismic spectral decomposition[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2016, 54(2): 817-825.

[11] 吴彦华. 改进的离散 S 变换快速算法与连续小波变换算法性能分析[J]. 信号处理, 2012, 28(7): 973-979.
WU Yanhua. Compare of the performance between the improved discrete S transform fast algorithm and CWT [J]. Signal Processing, 2012, 28(7): 973-979. (in Chinese)

[12] Cai M X, Yang J P, Deng J. Bifurcations and chaos in duffing equation with damping and external excitations [J]. Acta Mathematicae Applicatae Sinica, 2014, 30(2): 483-504.

[13] Aghababa M P. A novel adaptive finite-time controller for synchronizing chaotic gyros with nonlinear inputs [J]. Chinese Physics B, 2011, 20(9): 090505.

[14] 刘海波, 吴德伟, 金伟, 等. Duffing 振子微弱信号检测方法研究[J]. 物理学报, 2013, 62(5): 34-39.
LIU Haibo, WU Dewei, JIN Wei, et al. Study on weak signal detection method with Duffing oscillators [J]. Acta Physica Sinica, 2013, 62(5): 34-39. (in Chinese)

[15] 郑建华, 王基. 时间尺度函数法求解无阻尼达芬方程[J]. 力学季刊, 2013, 34(2): 256-261.
ZHENG Jianhua, WANG Ji. Timescale function method to

- undamped Duffing equation [J]. Chinese Quarterly of Mechanics, 2013, 34(2): 256 – 261. (in Chinese)
- [16] Guckenheimer J, Holmes P. Nonlinear oscillations, dynamical systems, and bifurcations of vector fields [M]. USA: Springer, 1983.
- [17] Yagasaki K. Second-order averaging and chaos in quasiperiodically forced weakly nonlinear oscillators [J]. Physica D: Nonlinear Phenomena, 1990, 44(3): 445 – 458.
- [18] 丛超, 李秀坤, 宋扬. 一种基于新型间歇混沌振子的舰船线谱检测方法 [J]. 物理学报, 2014, 63(6): 064301. CONG Chao, LI Xiukun, SONG Yang. A method of detecting line spectrum of ship-radiated noise using a new intermittent chaotic oscillator [J]. Acta Physica Sinica, 2014, 63(6): 064301. (in Chinese)
- [19] Jordan D W, Smith P. Nonlinear ordinary differential equations: problems and solutions [M]. UK: Oxford University Press, 2007.
- [20] 赖志慧, 冷永刚, 孙建桥, 等. Duffing 振子的变尺度微弱特征信号检测方法研究 [J]. 物理学报, 2012, 61(5): 60 – 68.
- LAI Zhihui, LENG Yonggang, SUN Jianqiao, et al. Weak characteristic signal detection based on scale transformation of Duffing oscillator [J]. Acta Physica Sinica, 2012, 61(5): 60 – 68. (in Chinese)
- [21] Zhao W L, Zhao J X, Huang Z Q, et al. Weak signal detection technology based on Holmes Duffing oscillator [J]. Procedia Engineering, 2012, 29: 1796 – 1802.
- [22] 王慧武, 丛超. 一种基于 Duffing 系统的信号检测与参数估计新方法 [J]. 电子学报, 2016, 44(6): 1450 – 1457. WANG Huiwu, CONG Chao. A new signal detection and estimation method by using Duffing system [J]. Acta Electronica Sinica, 2016, 44(6): 1450 – 1457. (in Chinese)
- [23] 徐艳春. 基于混沌振子的微弱光电信号检测技术研究 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2010. XU Yanchun. Study of weak photo-electric signal detection based on chaotic oscillator [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2010. (in Chinese)