

# 采用区分性幅相联合字典学习的低截获概率信号分离方法\*

陈游<sup>1</sup>, 周一鹏<sup>1</sup>, 王星<sup>1</sup>, 田元荣<sup>2</sup>, 周东青<sup>3</sup>

(1. 空军工程大学航空工程学院, 陕西西安 710038; 2. 国防科技大学电子对抗学院, 安徽合肥 230037;  
3. 北方电子设备研究所, 北京 100089)

**摘要:**为解决采用字典学习的信号分离方法存在的相位信息缺失和子字典交叉表示问题,提出一种区分性幅相联合字典学习方法。该方法针对相位信息缺失问题,构建了幅相联合字典模型;针对混合信号在联合字典上投影时存在的交叉表示问题,基于区分性字典学习思想提出在字典学习过程目标函数中加入交叉表示抑制项。仿真结果表明:幅相联合字典能够充分表示典型低截获概率信号的幅相信息,交叉表示抑制项能有效抑制信号间的交叉表示,算法具有良好的分离性能。

**关键词:**信号分离;字典学习;稀疏表示;低截获概率信号

中图分类号:TN97 文献标志码:A 文章编号:1001-2486(2019)03-018-07

## Low probability of intercept signal separation method using discriminative amplitude-phase dictionary learning

CHEN You<sup>1</sup>, ZHOU Yipeng<sup>1</sup>, WANG Xing<sup>1</sup>, TIAN Yuanrong<sup>2</sup>, ZHOU Dongqing<sup>3</sup>

(1. Aeronautics Engineering College, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China;  
2. College of Electronic Engineering, National University of Defense Technology, Hefei 230037, China;  
3. Northern Institute of Electronic Equipment of China, Beijing 100089, China)

**Abstract:** In order to solve the shortcomings of signal separation methods based on the dictionary learning in phase information loss and cross representation, a signal separation algorithm based on the discriminative amplitude-phase dictionary learning was proposed. In discriminative amplitude-phase dictionary learning method, a model of amplitude-phase dictionary was proposed to solve the problem of phase information loss. Meanwhile, based on the idea of discriminative dictionary learning, a penalty term of cross representation was added into the object function of dictionary learning to solve the problem of cross representation, which happens to the mixed signal projected in joint dictionary. Experiment results show that the amplitude and phase information of low probability of intercept signals can be fully represented by amplitude-phase dictionaries. Meanwhile, the proposed penalty term within discriminative amplitude-phase dictionary learning algorithm can profitably restrain the cross representation between signals and the proposed algorithm has a significant performance in signal separation.

**Keywords:** signal separation; dictionary learning; sparse representation; low probability of intercept signal

在日益激烈的信息化作战中,作战飞机处于多种类型、多种体制辐射源信号混叠的复杂电磁环境<sup>[1]</sup>。在这种环境下,机载传感器需要将混叠在一起的各个辐射源信号分离开,从而实现对敌方辐射源威胁的正确识别并引导电子对抗装备实施有效对抗。这种单平台下的辐射源信号分离是典型的单通道盲源分离问题,具有重要的研究价值。

目前,单通道盲源分离问题已经成为信号处理领域的研究热点。传统的独立分量分析 (Independent Component Analysis, ICA)<sup>[2]</sup>及其相关改进算法<sup>[3-4]</sup>具有严格的使用条件,只适用于正定和超定情况下的信号分离。而对于单通道盲

源分离问题,一种解决思路是通过一定的先验信息将“全盲”问题转化为“半盲”问题,然后根据信号的稀疏性,采用稀疏分析理论实现信号分离。1999年, Lee等<sup>[5]</sup>提出对先验数据进行字典学习得到能够表示信号的过完备字典,实现盲信号分离。2001年, Bofill等<sup>[6]</sup>提出基于频域稀疏表示的欠定盲信号分离方法。此后,朱航等<sup>[7]</sup>提出基于改进的自适应 Chirplet 分解法实现单通道雷达引信的混合信号分离,但这种分离方法取决于产生字典的解析函数与信号结构特征的匹配程度,在应用时有一定的局限性。自从 Mairal等<sup>[8]</sup>提出区分性字典学习 (Discriminative Dictionary

\* 收稿日期:2018-01-08

基金项目:航空科学基金资助项目(20152096019)

作者简介:陈游(1984—),男,湖南岳阳人,讲师,博士,Email: chenyouisky@163.com

Learning, DDL) 思想以后,区分性 K 奇异值分解 (K-Singular Value Decomposition, K-SVD) 字典学习<sup>[9]</sup>、Fisher 区分性字典学习<sup>[10-11]</sup>等算法相继提出,但这些算法主要应用于图像分类问题。2014年, Bao 等<sup>[12]</sup>将 DDL 用于语音信号分离,各个信号分量的独立字典组成联合字典,将混合信号在联合字典上进行分离。此后田元荣等<sup>[13]</sup>提出一种具有共同子字典的盲源分离算法,实现对混合语音信号的有效分离,但共同子字典对分离性能的提高取决于信号源之间的相关性,同时也增加了计算量。本文提出一种采用区分性幅相联合字典学习 (Discriminative Amplitude-Phase Dictionary Learning, DAPDL) 的雷达信号分离算法。

## 1 字典学习在信号分离中的应用

### 1.1 基本思路

信号  $\mathbf{y} \in \mathbf{R}^n$  可表示为字典  $\mathbf{D}$  中有限个原子的线性组合,即  $\mathbf{y} = \mathbf{D}\mathbf{x}$ 。其中过完备字典  $\mathbf{D} = [d_1, d_2, \dots, d_m] \in \mathbf{R}^{n \times m}$  包含  $m$  个原子,  $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^m$  为信号  $\mathbf{y}$  在字典  $\mathbf{D}$  表示下的稀疏系数向量。

基于字典学习的单通道信号分离方法通过事先对信号样本进行学习,得到不同源信号的字典。然后将不同源信号的字典组成联合字典,当需要对未知混合信号进行分离时,将混合信号在字典上进行稀疏表示,这时不同信号分量投影到对应的子字典上。根据子字典和对应的稀疏表示系数向量恢复出各个源信号,实现信号分离。该方法主要分为以下 3 个步骤:

**步骤 1:**字典学习,根据先验的信号样本学习不同源信号的字字典。

**步骤 2:**稀疏表示,将未知混合信号在联合字典上稀疏表示,得到稀疏表示系数向量。

**步骤 3:**信号分离,通过对应子字典和系数向量,分离出各个源信号。

### 1.2 幅相联合字典的构建

已有的信号分离算法通常对信号的幅度信息进行学习<sup>[14]</sup>。这种方法在学习过程中丢失了信号的相位信息,因为在信号恢复过程中,除非混合信号的相位与信号分量的相位在各个时刻均相同,否则重构信号的相位信息将产生较大误差。式(1)~(3)解释了仅基于幅度信息进行信号分离的误差形成原因<sup>[14]</sup>。

$$\mathbf{Y}(t, f) = \mathbf{Y}_1(t, f) + \mathbf{Y}_2(t, f) \quad (1)$$

$$|\mathbf{Y}(t, f)| e^{j\phi} = |\mathbf{Y}_1(t, f)| e^{j\phi_1} + |\mathbf{Y}_2(t, f)| e^{j\phi_2} \quad (2)$$

$$|\mathbf{Y}(t, f)| = |\mathbf{Y}_1(t, f)| e^{j(\phi_1 - \phi)} + |\mathbf{Y}_2(t, f)| e^{j(\phi_2 - \phi)} = |\mathbf{Y}_1(t, f)| + |\mathbf{Y}_2(t, f)|, \phi = \phi_1 = \phi_2 \quad (3)$$

其中,  $\mathbf{Y}(t, f)$  为源信号  $\mathbf{Y}_1(t, f)$  和  $\mathbf{Y}_2(t, f)$  组成的混合信号,  $\phi$ 、 $\phi_1$  和  $\phi_2$  分别为混合信号和两个源信号的相位。考虑到在实际应用中,许多雷达信号进行幅度和相位的复合调制,信号的相位中也包含着重要的情报信息。因此,本文考虑构建包含相位子字典和幅度子字典的幅相联合字典,最大化地包含信号的全部信息,提高分离信号的保真性。幅相联合字典的结构为  $\mathbf{D} = [\mathbf{D}_A, \mathbf{D}_P]$ 。信号在幅相联合字典上进行稀疏表示,其系数分为幅度系数  $\mathbf{x}_A$  和相位系数  $\mathbf{x}_P$ ,如图 1 所示。

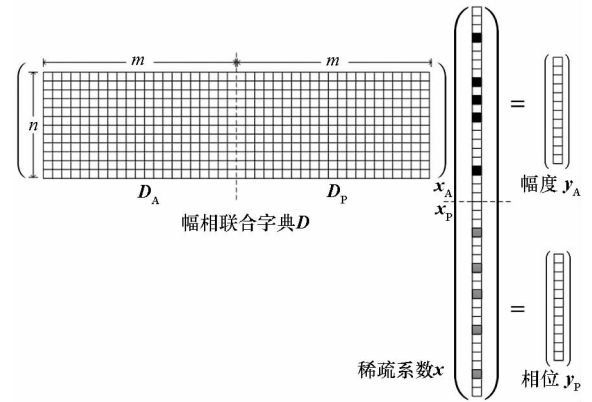


图 1 采用幅相联合字典的稀疏表示示意图

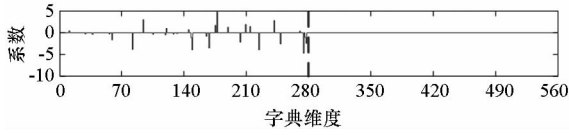
Fig. 1 Sparse representation based on amplitude-phase dictionary

## 2 区分性幅相联合字典学习算法

### 2.1 交叉表示问题分析

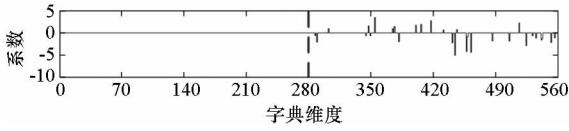
混合信号中各个信号分量能否有效分离,一方面取决于子字典的保真性,即信号能否在对应的子字典上充分表达,另一方面也取决于字典的区分性,即不同信号子字典之间的相关程度。实际情况中,不同雷达信号有一定的相似性,传统算法中各个信号分量的子字典训练过程独立进行,不能保证训练得到的字典之间具有较低的相关性。当子字典之间存在相关性时,信号在联合字典上的投影将很难完全集中在对应子字典上,相当一部分的能量将在其他信号的字典上表示,这就造成了交叉表示的问题。交叉表示越严重,分离得到的信号失真就越严重。图 2(a)和图 2(b)分别为某一调频连续波 (Frequency-Modulated Continuous Wave, FMCW) 信号和 Costas 信号的幅度向量  $[\mathbf{x}_{A1}, \mathbf{x}_{A2}]$  在各自子字典  $\mathbf{D}_{A1}, \mathbf{D}_{A2}$  上进行

稀疏表示的分布,图 2(c)为二者的混合信号的幅度向量  $\mathbf{x}_A$  在字典  $\mathbf{D}_A = [\mathbf{D}_{A1}, \mathbf{D}_{A2}]$  上的分布。



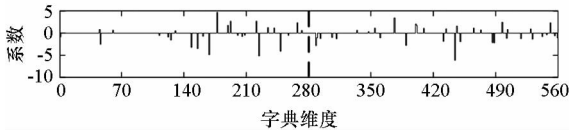
(a) FMCW 信号在字典  $\mathbf{D}_{A1}$  上的稀疏表示系数

(a) Sparse representation coefficients of the FMCW signal in dictionary  $\mathbf{D}_{A1}$



(b) Costas 信号在字典  $\mathbf{D}_{A2}$  上的稀疏表示系数

(b) Sparse representation coefficients of the Costas signal in dictionary  $\mathbf{D}_{A2}$



(c) 混合信号在字典  $[\mathbf{D}_{A1}, \mathbf{D}_{A2}]$  上的稀疏表示系数

(c) Sparse representation coefficients of the mixed signal in dictionary  $[\mathbf{D}_{A1}, \mathbf{D}_{A2}]$

图 2 交叉表示示例

Fig. 2 Example of cross representation

理想情况下,应该有  $[\mathbf{x}_{A1}, \mathbf{x}_{A2}] = \mathbf{x}_A$ 。然而比较图 2(a) ~ (c) 可知  $[\mathbf{x}_{A1}, \mathbf{x}_{A2}] \neq \mathbf{x}_A$ , 这说明混合信号投影时两个信号均有一部分能量在对方的字典上交叉表示。图 3 为混合信号的稀疏表示系数的构成说明。

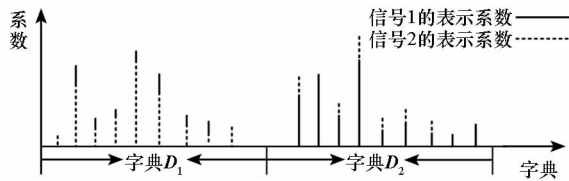


图 3 稀疏表示系数在联合字典上的构成说明

Fig. 3 Illustration of the sparse representation coefficient in joint dictionary

## 2.2 目标函数构建

针对由于信号之间存在一定的相似性,导致字典学习得到的子字典之间存在相关性的问题,采用联合学习法,将两个源信号的信号样本进行联合训练,在训练过程中加入交叉表示抑制项,从而在字典训练过程中尽可能地减小子字典之间的相关性,增加字典的区分性。图 4 为采用的联合字典学习方法示意图。

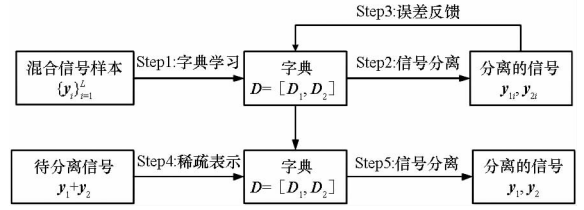


图 4 联合字典学习与信号分离示意图

Fig. 4 Schematic diagram of joint dictionary learning and signal separation

对于两个信号源的混合信号分离问题,设  $\mathbf{y}_i$  是第  $i$  个信号源的信号样本,  $\mathbf{y}_i$  在联合字典  $\mathbf{D}$  上

投影得到的稀疏表示系数为  $\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{Aii} & \mathbf{x}_{Pii} \\ \mathbf{x}_{Aij} & \mathbf{x}_{Pij} \end{bmatrix}$ 。其

中  $\mathbf{x}_{Aii}$  和  $\mathbf{x}_{Aij}$  分别为  $\mathbf{y}_i$  在幅度字典  $\mathbf{D}_{Ai}$  和  $\mathbf{D}_{Aj}$  上的稀疏表示系数,  $\mathbf{x}_{Pii}$  和  $\mathbf{x}_{Pij}$  分别为信号在相位字典  $\mathbf{D}_{Pi}$  和  $\mathbf{D}_{Pj}$  上的稀疏表示系数。由于第  $i$  个信号源的字字典为  $\mathbf{D}_i = [\mathbf{D}_{Ai}, \mathbf{D}_{Pi}]$ , 因此信号在  $\mathbf{D}_j = [\mathbf{D}_{Aj}, \mathbf{D}_{Pj}]$  ( $j \neq i$ ) 上的表示部分为交叉表示部分,  $\mathbf{x}_{Aij}$  和  $\mathbf{x}_{Pij}$  为信号在第  $j$  个信号源的字典上的交叉表示系数。

为了获得相关性较小的子字典,基于区分性字典学习思想,在目标函数中加入交叉表示抑制项,抑制信号分量在不同字典上的交叉表示。改进的目标函数包括幅度和相位部分:

$$\begin{aligned} \min F_A &= \min \sum_{i=1}^n f_A(\mathbf{D}, \mathbf{x}_i, \mathbf{y}_i) \\ &= \min \sum_{i=1}^n (\|\mathbf{y}_{Ai} - \mathbf{D}_A \mathbf{x}_{Ai}\|_F^2 + \alpha \|\mathbf{y}_{Pi} - \mathbf{D}_P \mathbf{x}_{Pi}\|_F^2 + \\ &\quad \beta \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \|\mathbf{D}_{Aj} \mathbf{x}_{Aij}\|_F^2) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \min F_P &= \min \sum_{i=1}^n f_P(\mathbf{D}, \mathbf{x}_i, \mathbf{y}_i) \\ &= \min \sum_{i=1}^n (\|\mathbf{y}_{Pi} - \mathbf{D}_P \mathbf{x}_{Pi}\|_F^2 + \alpha \|\mathbf{y}_{Ai} - \mathbf{D}_A \mathbf{x}_{Ai}\|_F^2 + \\ &\quad \beta \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \|\mathbf{D}_{Pj} \mathbf{x}_{Pij}\|_F^2) \end{aligned} \quad (5)$$

式(4)中,  $F_A$  为幅度部分的目标函数,  $\mathbf{y}_{Ai}$  为第  $i$  个信号的幅度部分,  $\mathbf{D}_A$  为幅度联合字典,  $\mathbf{D}_{Ai}$  为第  $i$  个信号分量对应的子字典,  $\mathbf{x}_{Ai}$  和  $\mathbf{x}_{Aii}$  为信号在幅度联合字典和相应子字典上的系数,  $\mathbf{D}_{Aj}$  为第  $j$  个幅度子字典,  $\mathbf{x}_{Aij}$  为第  $i$  个信号分量在第  $j$  个幅度子字典上表示时的系数。同理可得式(5)相位部分目标函数中  $F_P$ 、 $\mathbf{y}_{Pi}$ 、 $\mathbf{D}_P$ 、 $\mathbf{D}_{Pi}$ 、 $\mathbf{x}_{Pii}$ 、 $\mathbf{x}_{Pi}$ 、 $\mathbf{D}_{Pj}$  和  $\mathbf{x}_{Pij}$  的含义。  $\alpha$  为子字典表示误差系数,  $\beta$  为交叉表示抑制系数。式(4)和式(5)所示的幅度和相位目标函数均包含 3 个部分: 第一项为整体表示误

差,衡量信号  $y_i$  在联合字典上表示时的失真情况,用于提高字典的整体保真性和表达能力;第二项为信号分量在对应子字典上的表示误差,衡量信号  $y_i$  在对应子字典  $D_i$  上表示的保真性,用于增强子字典的保真性;第三项为交叉表示误差,衡量信号在其他子字典上的表示情况,用于减小子字典之间的相关性。

### 2.3 算法思想

基于区分性幅相联合字典学习的信号分离算法包括区分性幅相联合字典学习、混合信号稀疏表示和信号重构3个阶段。

区分性幅相联合字典学习采用2.2节的联合字典学习法。学习过程中对混合信号的相位和幅度信息的联合字典分别进行训练,算法分为稀疏编码和字典更新2部分:在稀疏编码阶段对稀疏表示系数进行优化,固定字典  $D$  对信号进行稀疏表示,求解系数向量  $x$ 。采用正交匹配追踪(Orthogonal Matching Pursuit, OMP)算法求解,稀疏性约束采用  $l_0$  范数。

在字典更新阶段根据信号分量的重构误差对联合字典进行逐列更新。固定稀疏表示向量  $x$ , 对联合字典进行逐列优化更新,这一优化问题的目标函数为:

$$D = \arg \min F \quad (6)$$

其中,  $F$  为式(4)和式(5)所示的幅度和相位联合目标函数。

训练时考虑到要同时对多个信号源的信号样本进行训练,更新过程中需要同时对联合字典  $D$  和子字典进行更新。以包含两个信号分量的混合信号分离为例,建立指示矩阵:

$$\begin{cases} Q_1 = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ Q_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \end{cases} \quad (7)$$

在训练过程中,对幅度联合字典和相位联合字典分别进行训练。因此训练过程中目标函数可转化为:

$$\begin{aligned} \min F_A &= \min \sum_{i=1}^2 f_A(D, x_i, y_i) \\ &= \min \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^2 (\|y_{Ai} - D_A x_{Ai}\|_F^2 + \alpha \|y_{Ai} - D_A Q_j x_{Ai}\|_F^2 + \\ &\quad \beta \|D_A Q_j x_{Ai}\|_F^2) \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \min F_P &= \min \sum_{i=1}^2 f_P(D, x_i, y_i) \\ &= \min \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^2 (\|y_{Pi} - D_P x_{Pi}\|_F^2 + \alpha \|y_{Pi} - D_P Q_j x_{Pi}\|_F^2 + \\ &\quad \beta \|D_P Q_j x_{Pi}\|_F^2 + \lambda \|x_{Pi}\|_1) \end{aligned} \quad (9)$$

式(8)和式(9)分别为幅度和相位联合字典训练中的目标函数。经过上述转换,在幅度或相位字典训练中,目标函数只包含字典  $D_A$  或  $D_P$ 。因此可以采用 K-SVD 算法更新字典中的原子。具体算法如算法1所示。

#### 算法1 采用区分性幅相联合字典学习的信号分离算法

Alg.1 DAPDL algorithm for signal separation

**初始化:** 选用随机矩阵初始化幅度字典  $D_{A(0)}$  以及相位字典  $D_{P(0)} \in \mathbf{R}^{n \times m}$ , 将字典按列进行标准化; 建立信号源1和源2的各信号样本  $\{y_{ij}\}$  的幅度和相位集合,  $y_{ij}$  为第1个信号源的第  $i$  个信号样本与第2个信号源的第  $j$  个信号样本的混合; K-SVD 算法迭代次数为  $k$   
**输出:** 信号分量  $\hat{y}_1$ 、 $\hat{y}_2$ ; 字典  $D$ 、 $D_A$  和  $D_P$ ; 稀疏系数向量  $x$ 、 $x_A$  和  $x_P$

/\* 字典学习阶段 \*/

1. for  $i = 1 : 2$
2. 稀疏编码: 运用 OMP 算法得到信号  $y_{Aij}$  在幅度字典  $D_{A(k)}$  上的稀疏表示系数向量  $x$
3. 字典更新: 根据式(8)得到信号  $y_{Aij}$  更新字典, 得到字典  $D_{A(k+1)}$ ;  $k$  次迭代后终止, 得到子字典  $D_A$
4. end
5. for  $i = 1 : 2$
6. 稀疏编码: 运用 OMP 算法得到信号  $y_{Pij}$  在相位字典  $D_{P(k)}$  上的稀疏表示系数向量  $x$
7. 字典更新: 根据式(9)得到信号  $y_{Pij}$  更新字典, 得到字典  $D_{P(k+1)}$ ;  $k$  次迭代后终止, 得到子字典  $D_P$
8. end

/\* 稀疏表示阶段 \*/

9. 混合信号稀疏表示: 通过 OMP 算法将混合信号在字典  $D$  上进行稀疏表示, 得到稀疏表示系数向量  $x = [x_1 \ x_2]^T$

/\* 信号分离阶段 \*/

10. 信号重构: 将子字典和对应的稀疏表示系数相乘, 得到信号分量的估计:  $\hat{y}_{A1} = D_{A1} x_{A1}$ ;  $\hat{y}_{P1} = D_{P1} x_{P1}$ ;  $\hat{y}_{A2} = D_{A2} x_{A2}$ ;  $\hat{y}_{P2} = D_{P2} x_{P2}$

## 3 仿真分析

### 3.1 仿真设置

仿真实验采用3种低截获概率雷达信号: FMCW、Costas 和 Frank 信号, 由 Low Probability of Intercept Toolbox<sup>[15]</sup> 产生。3种信号样本各产生1000组, 随机选择900组样本混合后进行字典学习, 剩下的100组用于信号分离测试。信号的采

样频率为 800 MHz, 信号长度为 512, 幅度为 1。其中, FMCW 信号采用三角波 FMCW 波形, 包含 4 个三角 FMCW, 载频范围为 100 ~ 200 MHz, 调制带宽为 20 ~ 40 MHz; Costas 信号基准频率  $f_0$  为 50 ~ 60 MHz, 频率序列为  $[3\ 2\ 6\ 4\ 5\ 1] \times f_0$ ; Frank 信号采用 8 个步进频率且每个步进 8 个采样点, 载频范围为 100 ~ 200 MHz。3 种信号两两混合后得到 3 种混合情况: Costas + Frank、FMCW + Costas 和 FMCW + Frank, 每种混合情况下分别进行幅度和相位样本混合, 得到 6 个混合样本集。字典学习中 K-SVD 算法的迭代次数为 5 次。限定稀疏表示原子个数为字典原子总数的 2%。 $\alpha$  取值为 1, 交叉表示抑制系数  $\beta$  根据不同取值进行测试。

为了衡量算法的信号分离性能, 定义信号保真度 (Signal Fidelity Ratio, SFR)。SFR 用于衡量各信号分量的分离误差。分离信号由 3 部分组成: 原信号  $y_i$ 、交叉表示误差  $e_{\text{cross}}$  和估计误差  $e$ 。其中交叉表示误差受信号之间以及字典之间的相似性影响, 在总的误差中占一定比例。因此保真度 SFR 的定义为:

$$SFR = 10 \lg \frac{\|y_i\|^2}{\|e_{\text{cross}} + e\|^2} \quad (10)$$

### 3.2 字典原子数的影响

在区分性幅相联合字典学习算法中, 字典原子数  $N$  不仅是字典冗余性能的关键指标, 也是影响交叉表示现象的重要指标。原子越多, 字典的冗余性越好, 信号表示时的稀疏性越好, 但也意味着原子之间可能存在更高的相关性, 其交叉表示程度更高。因此为衡量字典原子数对字典性能的影响, 在不同原子数设置下学习字典, 比较混合信号分离后的保真度 SFR。设置字典原子数从 300 ~ 600 变化, 交叉表示抑制系数为 0.3。表 1 为不同原子数情况下, 字典的分离性能变化情况。

从表 1 可知, 随着原子数的增加, SFR 先逐渐增加后减小。这说明随着字典冗余性能的提高, 字典的稀疏表示性能和分离性能有一定的提升。当字典原子数增大到一定程度以后, 由于原子之间的相关性提高, 信号中有部分能量分布在其他信号的字典上, 增大了估计误差。这一现象说明字典学习算法应用于信号分离时, 原子数设置并不是越大越好, 因为字典原子越多, 子字典之间原子的相似性越高, 导致分离效果下降。根据分离情况, 在后续实验中子字典原子数设为 500, 即学习的联合字典维度为  $512 \times 1000$ 。

表 1 不同字典原子数下信号分离的 SFR

Tab. 1 SFR of signal separation with different atoms dB

N	幅度字典			相位字典		
	FMCW	Costas	Frank	FMCW	Costas	Frank
300	5.36	4.99	6.03	5.83	5.47	6.13
350	6.17	5.67	7.52	6.76	6.22	7.74
400	7.35	6.63	8.86	7.84	7.36	8.65
450	8.93	8.26	9.95	9.16	8.55	9.48
500	9.62	<b>9.13</b>	<b>10.87</b>	<b>10.13</b>	<b>9.23</b>	10.20
550	<b>9.98</b>	9.06	10.53	10.07	9.15	<b>10.29</b>
600	9.85	8.98	10.02	10.02	9.08	10.18

### 3.3 交叉表示抑制系数的影响

交叉表示抑制项是实现区分性幅相联合字典学习的关键。在区分性幅相联合字典学习的目标函数式(4)和式(5)中, 通过交叉表示抑制系数  $\beta$  调节字典性能。一方面, 提高系数  $\beta$  会增加交叉表示误差在总误差中的权重, 可以在学习过程中减小子字典之间的相关性; 另一方面, 系数  $\beta$  过高会使整体表示误差抑制项和子字典表示误差占总误差的权重相对下降, 导致学习的字典中原子的多样性降低, 信号保真度降低。表 2 为不同交叉表示抑制系数情况下, 信号分离的 SFR 变化情况。

表 2 不同交叉表示抑制系数下的 SFR

Tab. 2 SFR of signal separation with different  $\beta$  dB

$\beta$	幅度字典			相位字典		
	FMCW	Costas	Frank	FMCW	Costas	Frank
0.2	9.11	8.82	10.42	9.76	8.89	10.08
0.3	9.62	9.13	10.87	10.13	9.23	10.20
0.4	9.95	<b>9.71</b>	<b>11.20</b>	<b>10.52</b>	9.67	<b>10.49</b>
0.5	<b>10.11</b>	9.31	11.18	10.19	<b>9.89</b>	10.42
0.6	10.03	8.56	10.71	9.61	9.36	10.04
0.7	9.81	8.19	10.35	9.23	8.78	9.62

从表 2 可知, 随着交叉表示抑制系数的增大, 信号的分离效果逐渐提高, 这说明目标函数中加入交叉表示抑制项能够有效降低字典之间的相关性, 提高子字典的区分性, 从而提高信号分离性能。当  $\beta$  为 0.4 时, Costas 信号幅度、Frank 信号幅度和相位以及 FMCW 信号相位的 SFR 达到最大值。而当  $\beta$  进一步增大时, 信号的幅度和相位的分离效果有所下降, 这是因为当交叉表示抑制

误差在字典学习误差中的权重过大时,字典的功能将更加侧重于区分性,此时字典中原子的多样性降低,保真性要求降低,因此导致混合信号在联合字典上的表示误差增大,分离信号的保真性下降。因此在后续的实验,交叉表示抑制系数  $\beta$  设为 0.4。

### 3.4 算法性能比较

所提出的基于区分性幅相联合字典学习的信号分离算法在传统算法的基础上构建了幅相联合字典,同时基于区分性字典学习方法改进了目标函数。因此将所提出的区分性幅相联合字典学习信号分离算法与基于幅相字典学习 (Amplitude-Phase Dictionary Learning, APDL) 的信号分离算法的分离效果进行比较。表 3 为 2 种算法对 3 种信号混合的分离性能指标比较。

表 3 2 种算法 *SFR* 对比

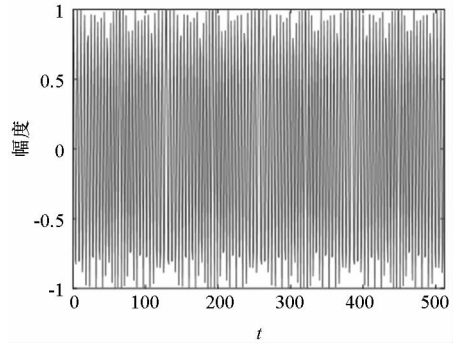
Tab. 3 *SFR* comparison of two algorithms

	dB	
	APDL 算法	DAPDL 算法
FMCW + Costas	8.92	9.71
FMCW + Frank	10.23	10.87
Costas + Frank	9.88	10.46

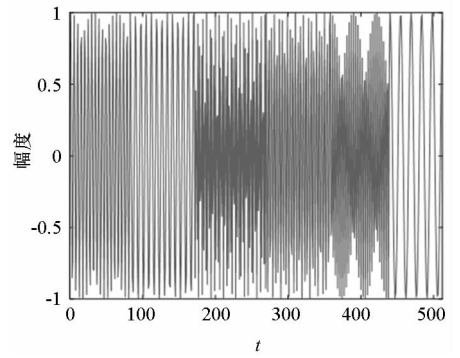
从表 3 可知,DAPDL 的信号分离算法的分离性能优于 APDL 的信号分离算法。DAPDL 算法在进行信号学习时加入的交叉表示抑制项有效地抑制了信号在不同字典上的交叉表示,降低了字典之间的相关性,获得了更好的分离效果。此外,在 3 种混合情况下,FMCW + Costas 信号分离的 *SFR* 相对较低,这是因为这 2 种信号同为频率调制信号,信号之间的相似程度比其他 2 种混合情况更高。因此,在 APDL 算法和 DAPDL 算法中 FMCW + Costas 信号学习得到的字典之间的相关性高于另外 2 种情况,*SFR* 相对较低。

为了进一步说明交叉表示抑制项在 DAPDL 算法中的作用,选取 FMCW 信号的幅度样本  $y_1$  和 Costas 信号的幅度样本  $y_2$  进行混合,分别在 APDL 算法和 DAPDL 算法学习的联合字典上进行信号分离,其中 DAPDL 算法中交叉表示抑制系数  $\beta$  设为 0.4,分离效果如图 5 所示,图中物理量均做归一化处理。从图中可以看出,基于 DAPDL

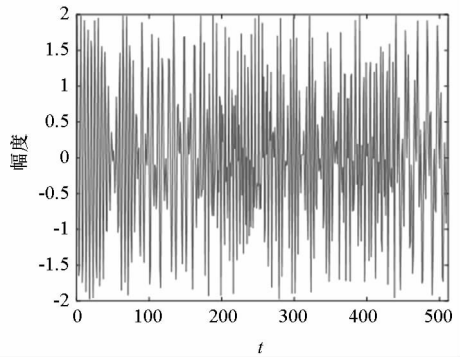
算法分离的信号更加逼近原信号,误差更小,算法性能更好。



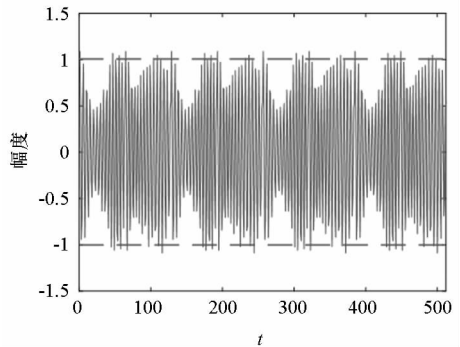
(a) FMCW 信号  $y_1$   
(a) FMCW signal  $y_1$



(b) Costas 信号  $y_2$   
(b) Costas signal  $y_2$



(c) FMCW 和 Costas 的混合信号  $y$   
(c) Mixed signal  $y$  of FMCW and Costas



(d) APDL 算法分离的 FMCW 信号  $y_1$   
(d) Separated FMCW signal  $y_1$  of APDL algorithm

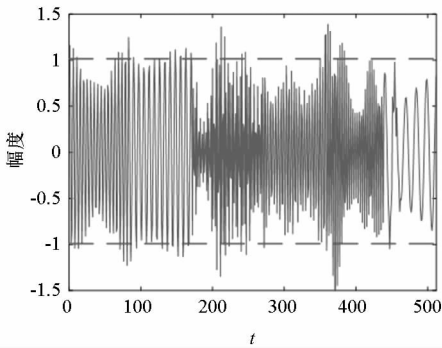
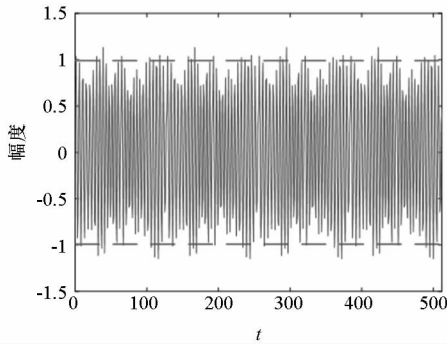
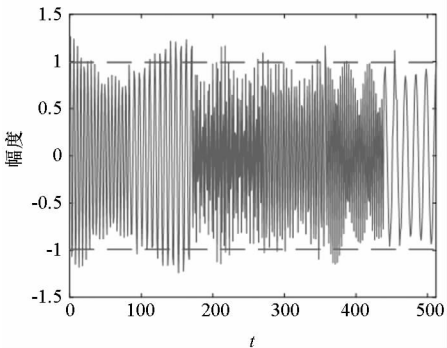
(e) APDL 算法分离的 Costas 信号  $y_2$ (e) Separated Costas signal  $y_2$  of APDL algorithm(f) DAPDL 算法分离的 FMCW 信号  $y_1$ (f) Separated FMCW signal  $y_1$  of DAPDL algorithm(g) DAPDL 算法分离的 Costas 信号  $y_2$ (g) Separated Costas signal  $y_2$  of DAPDL algorithm

图 5 DAPDL 算法和 APDL 算法的分离效果对比

Fig. 5 Comparison of DAPDL and APDL

## 4 结论

减小信号在字典上的表示误差是提高信号分离效果的关键。基于此,提出采用区分性幅相联合字典学习的信号分离算法。算法对混合信号中各信号分量在其他字典上的交叉表示现象的原因进行了详细分析,然后在字典学习的目标函数中加入交叉表示抑制项,从而减小信号间的交叉表示,提高信号分离效果。理论分析和仿真结果表明,交叉表示抑制项的加入和联合学习法有效地抑制了信号在其他字典上的表示误差,采用区分

性幅相联合字典学习的信号分离算法的分离效果有进一步的提高。

## 参考文献 (References)

- [1] 王星,程嗣怡,周东青,等. 航空电子对抗组网[M]. 北京:国防工业出版社,2016.  
WANG Xing, CHENG Siyi, ZHOU Dongqing, et al. Aerospace electronic warfare networking [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2016. (in Chinese)
- [2] Jutten C, Herault J. Blind separation of sources, part I: an adaptive algorithm based on neuromimetic architecture[J]. Signal Processing, 1991, 24(1): 1-10.
- [3] Mirzal A. NMF versus ICA for blind source separation[J]. Advances in Data Analysis and Classification, 2017, 11(1): 25-48.
- [4] He X S, He F, He A L. Super-Gaussian BSS using fast-ICA with Chebyshev-Pade approximant [J]. Circuits, Systems, and Signal Processing, 2017, 37(1): 305-341.
- [5] Lee T W, Lewicki M S, Girolami M, et al. Blind source separation of more sources than mixtures using overcomplete representation [J]. IEEE Signal Processing Letter, 1999, 6(4): 87-90.
- [6] Bofill P, Zibulevsky M. Underdetermined blind source separation using sparse representations [J]. Signal Process, 2001, 81(11): 2353-2362.
- [7] 朱航,张淑宁,赵惠昌. 基于改进自适应分解法的单通道雷达引信混合信号分离[J]. 物理学报, 2014, 63(5): 058401.  
ZHU Hang, ZHANG Shuning, ZHAO Huichang. Single-channel source separation of radar fuze mixed signal using advanced adaptive decomposition [J]. Acta Physica Sinica, 2014, 63(5): 058401. (in Chinese)
- [8] Mairal J, Bach F, Ponce J, et al. Discriminative learned dictionaries for local image analysis [C]//Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 2008.
- [9] Zhang Q, Li B X. Discriminative K-SVD for dictionary learning in face recognition [C]//Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 2010: 2691-2698.
- [10] Yang M, Zhang L, Feng X C, et al. Fisher discriminative dictionary learning for sparse representation [C]//Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision, 2011: 543-550.
- [11] Yang M, Chang H Y, Luo W X, et al. Fisher discrimination dictionary pair learning for image classification [J]. Neurocomputing, 2017, 269: 13-20.
- [12] Bao G Z, Xu Y F, Ye Z F. Learning a discriminative dictionary for single-channel speech separation [J]. IEEE/ACM Transactions on Audio, Speech and Language Processing, 2014, 22(7): 1130-1138.
- [13] 田元荣,王星,周一鹏. 一种新的基于稀疏表示的单通道盲源分离算法[J]. 电子与信息学报, 2017, 39(6): 1371-1378.  
TIAN Yuanrong, WANG Xing, ZHOU Yipeng. Novel single channel blind source separation algorithm based on sparse representation [J]. Journal of Electronics and Information Technology, 2017, 39(6): 1371-1378. (in Chinese)
- [14] King B J, Atlas L. Single-channel source separation using complex matrix factorization [J]. IEEE Transactions on Audio, Speech and Language Processing, 2011, 19(8): 2591-2597.
- [15] Pace P E. Detecting and classing low probability of intercept radar [M]. 2nd ed. USA: Artech House, 2009.