http://journal. nudt. edu. cn

# 加权模糊 C 均值聚类算法实现 BDS 三频组合观测值优选\*

孟凡军1,李树军1,潘宗鹏2,孙亦成1,李忠盼2

(1. 海军大连舰艇学院 军事海洋与测绘系, 辽宁 大连 116018;

2. 信息工程大学 地理空间信息学院,河南 郑州 450001)

摘 要:在对 BDS 三频载波相位组合观测值进行误差分析的基础上,确定了优选载波相位线性组合系数的筛选标准。针对传统聚类算法在高维多频混合数据集分类中存在的不足,采用一种基于加权的模糊 C 均值聚类算法,通过对同一维度在不同簇上赋予不同的权重值,对传统遍历搜索法所获得的部分 BDS 三频载波相位组合观测值进行了优化分类选取,有效解决了传统全球导航卫星系统载波相位观测值选取方法效率低的问题,同时为多系统多频数据组合观测值系数的优化选取提供了一种新的思路。对分类结果进行分析,确定了各类组合观测量的适用范围,并结合实测数据,利用无几何层叠模糊度解算方法对优选组合进行了整周模糊度的解算,结果验证了该方法的可行性。

关键词:三频载波相位;混合数据;组合观测值优化;加权模糊 C 均值聚类算法;无几何 CIR 算法;整周模 糊度

中图分类号: P228.4 文献标志码: A 文章编号: 1001 - 2486(2019) 03 - 092 - 07

# Optimization and selection of BDS triple-frequency combination observations based on a weighted fuzzy C-means algorithm

MENG Fanjun<sup>1</sup>, LI Shujun<sup>1</sup>, PAN Zongpeng<sup>2</sup>, SUN Yicheng<sup>1</sup>, LI Zhongpan<sup>2</sup>

(1. Department of Military Oceanography and Hydrography & Cartography, Dalian Naval Academy, Dalian 116018, China;

2. Institute of Surveying and Mapping, Information Engineering University, Zhengzhou 450001, China)

Abstract: Based on the error analysis of the BDS (BeiDou navigation satellite system) triple-frequency carrier phase observations, the screening criteria for the optimal carrier phase linear combination coefficients was determined. For high-dimensional multi-frequency mixed data sets, a weighted fuzzy C-means clustering algorithm was used to assign partial BDS triple-frequency carrier phase observations obtained by traditional ergodic search methods through assigning different weight values to different clusters on the same dimension. The combined observations were optimized for classification and selection, which effectively solved the problem of low efficiency of the traditional GNSS (global navigation satellite system) carrier phase observations selection method, and provided an idea for the optimal selection of the combined observation value coefficients of multi-system multi-frequency data. Finally, the classification results were analyzed, and the applicable range of all kinds of combined observations was determined. The integer ambiguity of the optimal combination is calculated by using the geometric-freed CIR ( cascading integer resolution ) algorithm and the measured data, and the feasibility and reliability of the method are proved.

Keywords: triple-frequency carrier phase; mixed data; combination observations optimization; a weighted fuzzy C-means clustering algorithm; geometric-freed cascading integer resolution algorithm; integer ambiguity

我国的北斗系统是全球首个全星座播发三 频导航信号的卫星导航系统,三频载波相位组 合观测值的优化选取是我国北斗系统优势发挥 的关键<sup>[1-3]</sup>。一般来讲,全球导航卫星系统 (Global Navigation Satellite System, GNSS)多频 导航信号的出现为载波相位观测值提供了更多 的组合方式,其中同时满足波长较长、电离层延 迟较弱、观测噪声较小的多频组合为优选组合, 传统上获取该类优选组合的方法一般为按照优 选标准遍历搜索后进行人工筛选与分析,或者 是运用经典的聚类算法实现多频观测系数组合 的自动优选,但随着 GNSS 多系统的兼容性越来 越高,多系统多频数据的应用将会越来越广,这 时,传统方法便无法满足多频观测值优化选取

**基金项目:**国家自然科学基金资助项目(41571441) 作者简介:孟凡军(1991—),男,山东莱芜人,博士研究生,E-mail:fanjunmengg@163.com; 李树军(通信作者),男,教授,博士,博士生导师,E-mail:lishujunhao@163.com

<sup>\*</sup> 收稿日期:2018-03-24

中对高效性和可靠性的需求。因此,近年来 GNSS 多频载波相位组合观测值的优化选取一 直为该领域的研究热点。

文献[4]引入模糊聚类理论,采用基于图论的最大树方法对 GPS 三频载波相位组合观测值进行分类,由此找到具有优良特性的组合;文献[5]利用基于相异度矩阵的自适应聚类算法,实现了 GPS 三频载波相位观测值的有效分类,并运用矩阵变换算法验证了该方法的有效性;文献[6]通过对样本中心与聚类中心距离的修正,获得合理的隶属度,并通过构建基于距离校正的聚类指标,自动获得最优聚类数;文献[7]构建了BDS/GPS 四频载波相位组合观测模型,并采用传统搜索分析法选择了特性较好的 BDS/GPS 多频组合。

可见,目前对于单系统双频或三频的载波相 位观测值优化选取方法已经比较成熟,但在多种 聚类方法中,对于多频高维数据自动分类选取方 法的研究仍然较少或方法传统,针对以上不足,本 文以北斗卫星导航系统(BeiDou navigation Satellite system, BDS)三频载波相位观测值为例, 在对其进行误差分析的基础上,采用了一种基于 加权的模糊 C 均值混合数据聚类算法,通过将不 同的权重值赋予同一维度上的不同簇集来影响聚 类结果,有效解决了传统三频载波相位观测值筛 选方式的不足,并提高了高维稀疏混合数据聚类 算法的准确度。

#### 1 BDS 三频组合及优选标准

BDS 原始观测量受很多因素的干扰,如卫星钟差、接收机钟差、电离层延迟、对流层延迟等,以上误差通过站、星间求双差可以大大削弱或消除<sup>[8-11]</sup>。

为表达方便,同一历元时刻,略去双差符号及 卫星、接收机标识,BDS 载波相位双差观测方程 可以表示为:

 $\phi_i = \lambda_i \varphi_i = \rho - \mu_i I + \varepsilon_i + \lambda_i N_i$  (1) 式中:*i*=1,2,3,分别代表 BDS 三个频率; $\varphi_i$ 和  $\phi_i$ 分别对应以 cycle 为单位和以 m 为单位的双 差载波相位观测值; $\lambda_i$ (*i*=1,2,3)分别对应不同 频率的波长; $\rho$ 表示卫地几何距离(以 m 为单 位); $\mu_i = (f_1/f_i)^2$ (*i*=1,2,3),为电离层延迟放 大系数;*I*为 B<sub>1</sub>频点的电离层延迟误差; $N_i$ (*i*= 1,2,3)为模糊度; $\varepsilon_i$ (*i*=1,2,3)为观测噪声误 差(以 m 为单位)。BDS 三频载波的标准频率及 波长见表 1。

表 1 BDS 三频载波

| fab. 1 BI | OS trip | le-frequei | ncy c | arrier |
|-----------|---------|------------|-------|--------|
|-----------|---------|------------|-------|--------|

| 载波    | 基准频率/<br>MHz | 扩展<br>倍数 | 标准频率/<br>MHz | 波长/m  |
|-------|--------------|----------|--------------|-------|
| $B_1$ | 2.046        | 763      | 1561.098     | 0.192 |
| $B_2$ | 2.046        | 590      | 1207.140     | 0.248 |
| $B_3$ | 2.046        | 620      | 1268.52      | 0.236 |

对 BDS 三频载波进行线性组合可得三频载 波相位组合观测值的观测方程为:

 $\phi_c = \alpha \phi_1 + \beta \phi_2 + \gamma \phi_3 \cdots$ 

$$= (\alpha + \beta + \gamma)\rho - \mu_c I + \varepsilon_c + \lambda_c N_c \qquad (2)$$

式中: $\phi_{c}$ 为三频组合观测值(单位为 m); $\alpha,\beta,\gamma$ 为组合观测系数。

由于组合观测量中卫地几何距离ρ不可随组 合系数的不同而发生改变,须令

$$\alpha + \beta + \gamma = 1 \tag{3}$$

因此三频组合观测方程可表示为:

$$\phi_c = \rho - \mu_c I + \varepsilon_c + \lambda_c N_c \tag{4}$$

其中,

$$\begin{cases} \mu_{c} = \alpha + \beta \mu_{2} + \gamma \mu_{3} \\ \varepsilon_{c} = \alpha \varepsilon_{1} + \beta \varepsilon_{2} + \gamma \varepsilon_{3} \\ \lambda_{c} N_{c} = \alpha \lambda_{1} N_{1} + \beta \lambda_{2} N_{2} + \gamma \lambda_{3} N_{3} \end{cases}$$
(5)

由式(5)可得,

$$N_{c} = (\alpha \lambda_{1} / \lambda_{c}) N_{1} + (\beta \lambda_{2} / \lambda_{c}) N_{2} + (\gamma \lambda_{3} / \lambda_{c}) N_{3}$$
(6)

式(6)中,令

$$\begin{cases} j = \alpha \lambda_1 / \lambda_c \\ k = \beta \lambda_2 / \lambda_c \\ l = \gamma \lambda_2 / \lambda \end{cases}$$
(7)

则三频组合模糊度可表示为:

$$N_c = jN_1 + kN_2 + lN_3$$
 (8)

为保证组合模糊度依旧具有整数特性,要求*j*,*k*,*l* 均为整数。则式(7)可变换为:

$$\begin{cases} \alpha = j\lambda_c/\lambda_1 \\ \beta = k\lambda_c/\lambda_2 \\ \gamma = l\lambda_c/\lambda_3 \end{cases}$$
(9)

结合式(3)和式(9)可得,组合频率和波长分别表示为:

$$f_c = jf_1 + kf_2 + lf_3 \tag{10}$$

$$\lambda_c = \frac{1}{j/\lambda_1 + k/\lambda_2 + l/\lambda_3} \tag{11}$$

通过以上推导,获得了三频组合观测值波长、 电离层延迟系数以及观测噪声放大系数的表达 式。为统一系数单位,得到以 cycle 为单位的电离 层延迟误差的放大系数为:

$$\bar{\mu}_{e} = \frac{1}{\lambda_{1}} (j\lambda_{1} + k\lambda_{2} + l\lambda_{3})$$
(12)

假设 BDS 观测过程中三个频点观测精度相同,即 $\sigma_{\varepsilon_1} = \sigma_{\varepsilon_2} = \sigma_{\varepsilon_3} = \sigma_{\varepsilon}$ 。则以 cycle 为单位的 组合观测噪声标准差  $\sigma_{\varepsilon_e}$ 可以表示为:

$$\sigma_{\varepsilon_c} = \sqrt{j^2 + k^2 + l^2} \sigma_{\varepsilon} \tag{13}$$

记 $\eta = \sqrt{j^2 + k^2 + l^2}$ 为以 cycle 为单位的组合观测 噪声放大系数。

理论上来讲,BDS 三频观测量可以形成无数 组的组合,但要保证整周模糊度的快速解算,实现 BDS 高精度定位,优选组合需要满足长波长、弱 电离层延迟、弱观测噪声的标准,具体分析可见文 献[11]。

本文综合以上几项筛选标准,通过限定波长、 电离层延迟系数、观测噪声放大系数这三个指标 量,并将组合系数 *j*,*k*,*l* 的取值范围限定在 [-10,10]以内,遍历搜索选出了一些特征值较 优的线性组合见表2。

表 2 BDS 三频载波相位组合观测值

Tab. 2 BDS triple-frequency carrier phase combination observations

| 序号 | (j,k,l)   | λ      | $ar{oldsymbol{\mu}}_{c}$ | η       |
|----|-----------|--------|--------------------------|---------|
| 1  | -1, -9,10 | 1.154  | -0.333                   | 13. 491 |
| 2  | -1, -8,9  | 1.511  | -0.270                   | 12.083  |
| 3  | -1, -7,8  | 2. 187 | - 0. 207                 | 10. 677 |
| 4  | 0,-4,4    | 1.221  | -0.250                   | 5.657   |
| 5  | 0,-3,3    | 1.628  | -0.188                   | 4.243   |
| 6  | 0,-2,2    | 2. 442 | -0.125                   | 2.828   |
| 7  | 0,-1,1    | 4.884  | - 0. 063                 | 1.414   |
| 8  | 1,1,-2    | 1.297  | -0.168                   | 2.449   |
| 9  | 1,2,-3    | 1.765  | -0.105                   | 3.742   |
| 10 | 1,3,-4    | 2.765  | -0.043                   | 5.099   |
| 11 | 1,4,-5    | 6.371  | 0.020                    | 6.481   |
| 12 | 2,5,-7    | 1.077  | -0.148                   | 8.832   |
| 13 | 2,6,-8    | 1.382  | - 0. 086                 | 10. 198 |
| 14 | 2,7,-9    | 1. 928 | -0.023                   | 11. 576 |
| 15 | 2,8,-10   | 3. 185 | 0. 039                   | 12.961  |

# 2 加权 FCM 算法实现观测值筛选

模糊 C 均值聚类(fuzzy C means)算法的主要 目的是将包含有 N 个 L 维向量的数据集 X 划分 为 C 个不同的簇,使得同一个簇中的数据对象比 不同簇中的数据对象具有更高的相似度。结合本 文应用需求,这里的维度理解为聚类指标的数目。

# 2.1 经典 FCM 算法概述

在 FCM 算法中,设待分类样本空间  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_N\}$ ,该数据空间包含 N 个样本,其中每个样本都为 L 维向量,可以表示为  $x_i = \{x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ik}, \dots, x_n\}$ ,其中  $x_{ik}$ 代表样本  $x_i$  的第 k 个特性值。

结合其定义,可设 FCM 算法的目标函数为:

$$U(U,V) = \sum_{i=1}^{N} \sum_{c=1}^{C} (u_{ic})^{m} [d(x_{i},v_{c})]^{2} \quad (14)$$

约束条件为:  $\sum_{i=1}^{c} u_{ic} = 1$ ,  $\forall i_{\circ}$ 其中: C 为设定的初 始聚类中心数目;  $u_{ic}$  是隶属度矩阵中的元素, 且  $u_{ic} \in [0,1]$ , 根据隶属度的非负性, 有 $u_{ic} \ge 0$ ,  $\forall i, c$ 并且  $\sum_{i=1}^{N} u_{ic} \ge 0$ ,  $\forall c; m$  为模糊加权系数, 它 的值大于1;  $d(x_i, v_c)$  表示的是第i个数据点与第c个聚类中心的欧式距离;  $v_c$  是对应于每个聚类的 聚类中心。

由约束条件可知,FCM 算法是一个反复循环 迭代的过程,为了求得满足该条件的目标函数的 极值,通过拉格朗日因子来构造新的目标函数,并 结合对目标函数求极值的最优化条件,可得隶属 度和聚类中心的计算公式为:

$$\begin{cases} u_{ic} = \frac{1}{\sum_{c=1}^{C} \left[ \frac{d(x_i, v_c)}{d(x_t, v_c)} \right]^{m-1}} \\ v_c = \frac{\sum_{i=1}^{N} (u_{ic})^m x_i}{\sum_{i=1}^{N} (u_{ic})^m} \end{cases}$$
(15)

根据上述公式不断迭代求出满足条件的隶属 度以及聚类中心<sup>[11]</sup>。

### 2.2 加权 FCM 算法流程

已有研究表明,经典的聚类算法在实现 GNSS 多频组合观测值上的有效性<sup>[3-6,11]</sup>,但在多频高 维数据集的聚类过程中,经典的算法在应用上仍 然存在两点不足:一是高维数据的属性之间互不 相关或存在冗余,增加了分类的难度;二是高维数 据空间分布相对稀疏,数据对象之间欧式距离的 差异并不明显,难以利用传统的距离度量方式来 划分簇<sup>[12-13]</sup>。

针对以上问题,本文结合 Ahmad 和 Dey 所提 出的基于监督学习的距离计算方法<sup>[12]</sup>以及王振 博所提出的基于加权模糊 C 均值的混合数据聚 类算法<sup>[13]</sup>,采用基于加权欧氏距离的度量方式对 不同维度的对象属性在簇内所占权重不同进行加 权,并通过同一维度在不同簇上赋予不同的权重 值来影响聚类结果,有效提高了高维混合数据聚 类算法的准确度,文中相关定义见文献[13]。

改进后的 FCM 算法流程如图 1 所示。



图 1 改进 FCM 算法流程

Fig. 1 Flowchart of improved FCM algorithm

步骤1:首先给定一个由 $N \land L$  维向量组成 的数据集X 以及所要分得的类别个数 $C(2 \le C \le N)$ ,自定义隶属度矩阵。结合表2,N = 15, L = 3, 取C = 4。设定模糊系数m(-般取2)和迭代停止 阈值 $\varepsilon(-般取0.001 \cong 0.01)$ ;设置迭代计数次 数l,初始化聚类原型 $v^{(l)}(l = 0)$ 。

**步骤2:**初始化加权值,初始化簇质心内对象的属性值个数。

步骤3:随即选择 C 个对象作为初始质心。

步骤4:计算对象到每个簇质心的距离。

**步骤5:**计算每个对象属于各个质心的数值 隶属度。

步骤6:更新簇的数值质心和分类质心。

步骤7:更新每个对象属于各个质心的加权值。

步骤8:重复步骤4~7,直到目标函数的值与

上一次的值小于阈值。

## 3 结果分析与算法验证

#### 3.1 结果分析

基于上述改进的 FCM 算法,选取长波长、弱 电离层延迟和低观测噪声三个维度的聚类指标, 对表 2 中通过遍历搜索法所列出的 15 组优选 BDS 三频组合观测值进行了聚类分析,设定聚类 类别数目 *C* = 4,迭代停止阈值 *c* 为 0.001<sup>[14]</sup>,聚 类结果如表 3 和图 2 所示。

表3 模糊聚类结果

| Tab. 3 | 3 Fuzzy | v clustering | results |
|--------|---------|--------------|---------|
|--------|---------|--------------|---------|

| 类别序号         | 组合序号            |
|--------------|-----------------|
| Ι            | 7,11            |
| Ш            | 1,2,3           |
| Ш            | 13,14,15        |
| $\mathbf{N}$ | 4,5,6,8,9,10,12 |





下面对每一类组合的适用范围进行分析。

第 I 类组合,7( $\phi_{0,-1,1}$ )、11( $\phi_{1,4,-5}$ )的组合 波长均大于4 m,以 cycle 为单位的电离层延迟误 差放大系数和噪声观测系数均相对较小,满足最 优选组合的标准。

第 II 类组合, 1 ( $\phi_{-1,-9,10}$ )、2 ( $\phi_{-1,-8,9}$ )、 3( $\phi_{-1,-7,8}$ )在表 2 各组合中波长较短, 同时以 cycle 为单位的电离层延迟误差放大系数和观测 噪声系数相对较大, 不是优选组合。

第Ⅲ类组合,13(φ<sub>2,6,-8</sub>)、14(φ<sub>2,7,-9</sub>)、 15(φ<sub>2,8,-10</sub>)波长较短,观测噪声系数较大,而电 离层延迟误差放大系数特别小,因此这类组合比 较适合应用于中长基线条件下整周模糊度的固 定,但由于其波长较小,故在模糊度解算中应充分 考虑到对流层延迟对定位的影响。 第 W 类组合,4( $\phi_{0,-4,4}$ )、5( $\phi_{0,-3,3}$ )、 6( $\phi_{0,-2,2}$ )、8( $\phi_{1,1,-2}$ )、9( $\phi_{1,2,-3}$ )、10( $\phi_{1,3,-4}$ )、 12( $\phi_{2,5,-7}$ ),该类组合优选性在第 I 类组合与 第 II 类组合之间,电离层延迟误差放大系数和噪 声观测系数相对第 I 类组合较小,相比第 II 类组 合较大。其中,组合6( $\phi_{0,-2,2}$ )和组合10( $\phi_{1,3,-4}$ ) 在该类组合中波长相对较大,因此在短基线条件 下,电离层延迟误差和对流层延迟误差可以通过 组合双差解算大大削弱或消除,此时该类组合可 以选用。

#### 3.2 算法验证

为进一步验证文中优选组合的可靠性,本文 采用无几何层叠模糊度解算(Cascading Integer Resolution, CIR)方法对实测 BDS 三频载波相位 组合观测值进行模糊度的解算。

无几何 CIR 方法是无几何序贯取整算法的 一种,其解算思路是根据不同的载波组合观测量 的波长和相应的组合电离层误差、噪声误差特点, 在保证组合观测量的综合误差小于 1/2 的组合波 长情况下,对模糊度浮点解四舍五入直接取整固 定,最后再确定原始的双差模糊度<sup>[15-17]</sup>。

略去双差符号以及卫星与接收机标识,双差 伪距观测量可以表示为以下形式:

$$P = \rho + q_{\rm p}I + T_{\rm p} + e_{\rm p} \tag{16}$$

式中: $q_p$ 表示双差电离层延迟放大系数; $T_p$ 表示 双差对流层延迟误差;I表示  $B_1$ 频点上的双差电 离层延迟误差; $e_p$ 表示伪距观测噪声。

同时,用下标"E""W""N"分别表示超宽巷、 宽巷和窄巷载波,那么以 m 为单位超宽巷、宽巷 和窄巷载波相位组合观测量  $\boldsymbol{\Phi}_{\text{EWL}}$ 、 $\boldsymbol{\Phi}_{\text{WL}}$ 和  $\boldsymbol{\Phi}_{\text{NL}}$ 形 式可以写成:

$$\Phi_{\rm E} = \lambda_{\rm E}\varphi_{\rm E} = \rho - \lambda_{\rm E}N_{\rm E} - \mu_{\rm E}I_1 + T_{\rm E} + \lambda_{\rm E}\varepsilon_{\rm E}$$

$$(17)$$

$$\Phi_{\rm W} = \lambda_{\rm W}\varphi_{\rm W} = \rho - \lambda_{\rm W}N_{\rm W} - \mu_{\rm W}I_1 + T_{\rm W} + \lambda_{\rm W}\varepsilon_{\rm W}$$

$$(18)$$

$$\Phi_{\rm N} = \lambda_{\rm N}\varphi_{\rm N} = \rho - \lambda_{\rm N}N_{\rm N} - \mu_{\rm N}I_1 + T_{\rm N} + \lambda_{\rm N}\varepsilon_{\rm N}$$

无几何 CIR 方法的具体步骤如下。

步骤1:选取 B,频点伪距观测量求解超宽巷 模糊度,直接取整固定。

B<sub>3</sub> 频点的双差伪距观测方程与组合系数为 (0, -1, 1)的超宽巷组合观测值  $\Phi_{\rm E}$  双差观测方 程如下:

$$P_3 = \rho + q_3 I + T_3 + e_{p_3} \tag{20}$$

$$\Phi_{\rm E} = \lambda \varphi_{\rm E} = \rho - \lambda_{\rm E} N_{\rm E} - \mu_{\rm E} I_1 + T_{\rm E} + \varepsilon_{\rm E} \quad (21)$$

由上两式可得超宽巷模糊度表达式为:

$$N_{\rm E} = \frac{P_3}{\lambda_{\rm E}} - \varphi_{\rm E} - \frac{q_3 + \mu_{\rm E}}{\lambda_{\rm E}} I_1 - \frac{e_{\rm P_3} - \varepsilon_{\rm E}}{\lambda_{\rm E}} \qquad (22)$$

对于上式,略去对流层延迟误差、电离层延迟 误差和观测噪声,并对其直接进行取整固定,超宽 巷模糊度整数解可以表示为:

$$\hat{N}_{\rm E} = round \left[ \frac{P_3}{\lambda_{\rm E}} - \varphi_{\rm E} \right]$$
(23)

式中,round[·]为取整符号。

步骤2:将求解得到的超宽巷模糊度整数解 作为已知值,求解宽巷模糊度。

将载波超宽巷组合观测量与载波宽巷组合观 测量进行差分:

$$N_{\rm W} = \frac{\lambda_{\rm E}(\varphi_{\rm E} + N_{\rm E})}{\lambda_{\rm W}} - \varphi_{\rm W} + \frac{\mu_{\rm E} - \mu_{\rm W}}{\lambda_{\rm W}} I_1 - \frac{\lambda_{\rm E} \varepsilon_{\rm E}}{\lambda_{\rm W}} + \varepsilon_{\rm W}$$
(24)

略去对流层延迟误差、电离层延迟误差和观测噪声,并对其直接进行取整固定,宽巷模糊度整数解 可以表示成

$$\hat{N}_{\rm W} = round \left[ \frac{\lambda_{\rm E} (\varphi_{\rm E} + N_{\rm E})}{\lambda_{\rm W}} - \varphi_{\rm W} \right] \qquad (25)$$

步骤3:利用固定后的宽巷模糊度,求解原始 载波的双差模糊度。

B<sub>1</sub> 频点的载波双差观测方程为:

 $λ_1 \varphi_1 = \rho - \lambda_1 N_1 - \mu_1 I_1 + T_1 + \lambda_1 \varepsilon_1$  (26) 将式(25)代人式(18)并结合式(26)可得 B<sub>1</sub> 频点的双差模糊度为:

$$N_{1} = \frac{\lambda_{W}(\varphi_{W} + N_{W})}{\lambda_{1}} - \varphi_{1} - \frac{\mu_{W} - 1}{\lambda_{1}}I_{1} + \frac{\varepsilon_{1} - \varepsilon_{W}}{\lambda_{1}}$$
(27)

忽略电离层误差和噪声误差四舍五入取整得 B<sub>1</sub>频点双差模糊度为:

$$\hat{N}_{1} = round \left[ \frac{\lambda_{W} (\varphi_{W} + N_{W})}{\lambda_{1}} - \varphi_{1} \right]$$
(28)

至此,分别获得了超宽巷、宽巷及  $B_1$  频点的 模糊度固定解  $\hat{N}_{E}$ 、 $\hat{N}_{W}$  和  $\hat{N}_{1}$ ,另外根据三者之间 的相关性可推导出  $B_2$ 、 $B_3$  两个频点的模糊度固定 解为:

$$\hat{N}_2 = \hat{N}_1 - \hat{N}_{\rm W} - \hat{N}_{\rm E}$$
(29)

$$\hat{N}_{3} = \hat{N}_{1} - \hat{N}_{W} \tag{30}$$

以上就是无几何 CIR 方法解算的全过程。

根据实测 BDS 观测数据,利用  $B_1 \ S_2 \ B_3 \equiv$ 个频点的观测值,测定不同组合的模糊度估值残 差解算结果如图  $3 \sim 6$  所示。

由图 3~6 可知,组合 1 (φ<sub>-1,-9,10</sub>)和









固定效率最低。组合 7( $\phi_{0,-1,1}$ ) 和 11( $\phi_{1,4,-5}$ ) 模 糊度残差解算结果较小,在 0.5 cycle 以内, 对模 糊度 的 固 定 效 率 最 高。由 此 可 得, 组 合 7( $\phi_{0,-1,1}$ )、11( $\phi_{1,4,-5}$ ) 的 特 性 要 比 组 合 1( $\phi_{-1,-9,10}$ )、2( $\phi_{-1,-8,9}$ )好。

## 4 结论

本文引入三频载波相位组合观测值定义,对 其进行误差分析,以长波长、弱电离层延迟、弱观 测噪声作为优选组合系数的筛选标准,针对高维 多频混合数据的聚类需求,采用基于加权的模糊 C均值聚类算法,通过对同一维度的筛选标准在 不同簇集上赋予不同的权重值,对传统遍历搜索 法得到的部分组合进行分类,并对分类结果进行 分析,确定了每一类组合的适用范围,最后结合北 斗三频实测数据,利用无几何 CIR 算法计算组合 模糊度估值残差,通过优选组合与非优选组合之 间的比较证明,本文所选方法可以有效地对高频 数据进行自动分类。

### 参考文献(References)

- [1] 杨元喜.北斗卫星导航系统的进展、贡献与挑战[J].测绘学报,2010,39(1):1-6.
  YANG Yuanxi. Progress, contribution and challenges of Compass/BeiDou satellite navigation system [J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2010, 39(1):1-6.(in Chinese)
- [2] 冉承其. 北斗卫星导航系统的发展[J]. 卫星应用, 2013(4): 4-7.

RAN Chengqi. Development of BeiDou satellite navigation system [J]. Satellite Application, 2013 (4): 4 - 7. (in Chinese)

[3] 宁津生,姚宜斌,张小红.全球导航卫星系统发展综述[J].导航定位学报,2013,1(1):3-8.

NING Jinsheng, YAO Yibin, ZHANG Xiaohong. Review of the development of global satellite navigation system [J]. Journal of Navigation and Positioning, 2013, 1(1): 3-8. (in Chinese)

[4] 邢喆,王泽民,伍岳.利用模糊聚类方法筛选 GPS 载波相 位组合观测值[J].武汉大学学报(信息科学版),2006, 31(1):23-26.

> XING Zhe, WANG Zemin, WU Yue. Choice of carrier phase combined observation of GPS using fuzzy cluster [ J ]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2006, 31(1): 23 - 26. (in Chinese)

[5] 黄令勇,宋力杰,刘先冬.基于自适应聚类算法的GPS 三 频载波相位组合观测值优化选取[J].大地测量与地球动 力学,2011,31(4):99-102.

> HUANG Lingyong, SONG Lijie, LIU Xiandong. Optimization and selection of GPS triple-carries phase combination observations based self-adaptive clustering algorithm [J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2011, 31(4): 99 – 102. (in Chinese)

 [6] 何伟,陶庭叶,王志平.基于改进 FCM 的北斗三频组合 观测值选取[J].中国空间科学技术,2014,34(4): 24-30.

> HE Wei, TAO Tingye, WANG Zhiping. Selection on improved fuzzy C-means algorithm of BeiDou triple-frequency combination observations [J]. Chinese Space Science and Technology, 2014, 34(4): 24-30. (in Chinese)

[7] 王勇,赵修斌,庞春雷,等. BDS/GPS 四频组合观测值系数选择方法与分析[J]. 空军工程大学学报(自然科学版),2014(4):70-74.
 WANG Yong, ZHAO Xiubin, PANG Chunlei, et al. A

selective method and analysis of BDS/GPS four-frequency combination observational coefficients [J]. Journal of Air Force Engineering University (Natural Science Edition), 2014(4): 70 – 74. (in Chinese)

- [8] Cocard M, Bourgon S, Kamali O, et al. A systematic investigation of optimal carrier-phase combinations for modernized triple-frequency GPS [J]. Journal of Geodesy, 2008, 82(9): 555 - 564.
- [9] 张小红,何锡扬.北斗三频相位观测值线性组合模型及特性研究[J].中国科学:地球科学,2015(5): 601-610.

ZHANG Xiaohong, HE Xiyang. BeiDou triple-frequency

phase observation linear combination model and its characteristics [ J ]. Chinese Science: Earth Science, 2015(5): 601-610. (in Chinese)

- [10] 颜怀成,韩保民,张家新.北斗三频相位观测值线性组合研究[J].中国空间科学技术,2017,37(1):104-110. YAN Huaicheng, HAN Baomin, ZHANG Jiaxin. Research on triple-frequency carrier-phase observation linear combination of BeiDou satellite navigation system [J]. Chinese Space Science and Technology, 2017, 37(1): 104 - 110. (in Chinese)
- [11] 孟凡军,李树军,潘宗鹏,等.基于 FCM 算法的 BDS 三 频载波相位组合观测值优化选取[J].大地测量与地球动力学,2019,39(3):246-251.
  MENG Fanjun, LI Shujun, PAN Zongpeng, et al. Optimization and selection of BDS triple-frequency carrier phase combination observations based on fuzzy C-means algorithm[J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2019, 39(3):246-251. (in Chinese)
- [12] Ahmad A, Dey L. A k-means type clustering algorithm for subspace clustering of mixed numeric and categorical datasets[J]. Pattern Recognition Letters, 2011, 32 (7): 1062-1069.
- [13] 王振博. 模糊 C 均值聚类算法的研究与改进[D]. 郑州; 郑州大学, 2014.
  WANG Zhenbo. The study and improvement of fuzzy C-means clustering algorithm[D]. Zhengzhou; Zhengzhou University, 2014. (in Chinese)
- [14] Kwon S H. Cluster validity index for fuzzy clustering [J].Electronic Letters, 1998, 34(22): 2176 2177.
- [15] 王生朝.北斗三频模糊度解算方法研究[D]. 徐州:中国 矿业大学, 2015.
  WANG Shengzhao. Study on the ambiguity resolution methods based on compass triple-frequency data[D]. Xuzhou: China University of Mining and Technology, 2015. (in Chinese)
- [16] Tang W M, Deng C L, Shi C, et al. Triple-frequency carrier ambiguity resolution for BeiDou navigation satellite system[J]. GPS Solutions, 2014, 18(3): 335-344.
- [17] Wang X, Liu W X, Sun G F. An improved geometry-free three carrier ambiguity resolution method for the BeiDou navigation satellite system [J]. Journal of Navigation, 2016, 69(6): 1393-1408.