

## 线性模型的海基制导系统误差分离方法性能分析\*

周萱影<sup>1</sup>, 王正明<sup>2</sup>, 李冬<sup>3</sup>, 王炯琦<sup>1</sup>

(1. 国防科技大学文理学院, 湖南长沙 410073; 2. 国防科技大学前沿交叉学科学院, 湖南长沙 410073;  
3. 中国人民解放军91550部队, 辽宁大连 116023)

**摘要:**利用传统制导工具系统误差线性回归模型,对 Bayes 估计、主成分分析以及正则化分析三种改进的分离方法进行比较,分析它们在工程应用上的优缺点,给出了实际应用时的限制因素;结合海基导弹特有的初始状态误差,设计整体估计、分段估计以及迭代估计三种估计策略,给出了相应的分离步骤。仿真结果表明,文中给出的三种误差分离方法在不同的评价标准下具有不同的实际应用意义;而在弹道差评价标准以及方差评价标准下,分段估计和迭代估计策略下的误差分离结果要明显好于传统整体估计结果。

**关键词:**海基惯性导弹;误差分离;Bayes 分析;参数估计;估计策略

中图分类号:O29 文献标志码:A 文章编号:1001-2486(2019)03-179-08

## Performance analysis on linear model of sea-based guidance systematic error separation method

ZHOU Xuanying<sup>1</sup>, WANG Zhengming<sup>2</sup>, LI Dong<sup>3</sup>, WANG Jiongqi<sup>1</sup>

(1. College of Liberal Arts and Sciences, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China;  
2. College of Advanced Interdisciplinary Studies, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China;  
3. The PLA Unit 91550, Dalian 116023, China)

**Abstract:** Based on the traditional linear regression model of guidance instrumental systematic error, the advantages and disadvantages of three parameter estimation methods were compared, namely Bayes estimate, principal component analysis and regularization method, and the practical limitations were presented. Combined with the specific initial error of sea-based missile, three estimation strategies named overall were designed, namely piecewise and iteration estimate strategy and giving detail estimate procedures, and the following separation steps were provided. Results show that the principal component analysis and regularization method are better than Bayes estimation, and the new proposed estimation strategies are better than the traditional one.

**Keywords:** sea-based inertial missile; error separation; Bayes analysis; parameter estimation; estimation strategy

在远程导弹进行精确打击时,惯性器件误差是影响导弹打击精度的重要因素之一。在飞行器精度鉴定过程中,由于经济成本限制,只能进行少量特殊弹道的飞行试验,并利用遥测与外测数据,分离出特殊弹道的制导系统误差,将其造成的落点偏差折算到最大射程弹道上,进而获得全程弹道的命中精度<sup>[1]</sup>。实际上,对于导弹的落点偏差,制导系统误差引起的落点偏差是总落点偏差的主要因素之一<sup>[2]</sup>。

对于陆基导弹来说,制导系统误差主要为制导工具误差。然而,对于发射平台是海基的惯性导弹来说,除了与陆基导弹共有的制导工具系统误差之外,潜射导弹的系统误差还包括由移动发

射原点造成的原点定位、定向、定速以及平台调平等初始误差<sup>[3]</sup>,因此,海基导弹的制导工具系统误差分离问题要比陆基导弹复杂。提高制导系统误差分离精度的关键是针对各项误差源的物理特性,建立误差模型,设计合理的参数估计策略以及合适的参数估计方法。

传统的制导工具系统误差估计方法的基础是对速度域上的线性回归模型<sup>[4]</sup>进行整体估计,主要方法有最小二乘估计方法、Bayes 估计方法、主成分估计方法(Principal Component Analysis, PCA)<sup>[5-6]</sup>、正则化分析方法<sup>[7]</sup>等;此外,文献[8]给出了基于动力系统求解的制导误差分离方法。以上研究均是基于陆基情况下的误差估计方法,

\* 收稿日期:2018-04-12

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61773021,61703408,61573367)

作者简介:周萱影(1991—),女,湖南岳阳人,博士研究生,E-mail:julia\_chow07@163.com;

王炯琦(通信作者),男,副教授,博士,硕士生导师,E-mail:wjq\_gfkd@163.com

文献[9]建立了关于海基导弹初始误差分离的线性模型,将初始误差与工具误差进行了线性分离。由于海基导弹存在的初始误差与制导工具误差相互耦合,使得误差模型具有较大的病态性。

为了对比分析海基惯性导弹背景下不同制导工具系统误差分离策略的差异,本文从线性模型下陆基制导工具误差分离方法入手,针对海基制导工具误差的主要误差源<sup>[3]</sup>,分析了 Bayes 估计、主成分估计以及正则化分析的优缺点,提出了适合于海基制导工具误差分离的整体、分段以及迭代等分离策略。

### 1 线性分离模型及参数估计方法

传统的制导工具误差分离线性模型为<sup>[4-8]</sup>:

$$\Delta W = S(W, \dot{W}) \cdot C + \varepsilon, \varepsilon \sim (0, \sigma_{\Delta W}^2) \quad (1)$$

其中,  $\Delta W = \Delta W_{m \times 1}$  为惯性导弹制导过程中的总误差,  $S = S_{m \times n}$  为由真实视速度及视加速度确定的环境函数,  $W, \dot{W}$  为真实的视速度与视加速度,  $C = C_{n \times 1}$  为制导工具误差系数,  $\varepsilon = \varepsilon_{m \times 1}$  为观测误差向量,  $\sigma_{\Delta W}^2$  为其方差,通常可通过对  $\Delta W(t)$  进行统计特性分析得到。

实际应用中,由于待分离的误差系数  $C$  较多,环境函数矩阵  $S_{m \times n}$  的复共线性,传统最小二乘估计性能较差,通常采用相应的改进误差分离方法,包括结合待分离误差系数先验信息的 Bayes 估计<sup>[10-11]</sup>、主成分优选的主成分估计<sup>[5,12-13]</sup>,以及结合误差分离系数稀疏约束的正则化估计<sup>[7]</sup>。

表 1 给出了三种改进分离方法的估计形式及相应的统计特征。其中:  $C_0, \sigma_c^2$  分别为已知的待估参数  $C$  的先验均值及先验方差,  $P$  为矩阵  $S^T S$  特征值对应的标准正交化特征向量矩阵,  $\theta = P^T C, \hat{\theta}$  为  $\theta$  的主成分估计,  $J(C) = \|\Delta W - SC\|_2^2 + \lambda \|C\|_p^p, \lambda$  为正则化参数。

表 1 几种估计方法比较

Tab. 1 Comparison of the several estimation methods

方法	形式	无偏性	先验信息的利用
Bayes 估计 $\hat{C}_B$	$(S^T S + \sigma_c^{-2})^{-1} \cdot (S^T \Delta W + \sigma_c^{-2} C_0)$	是	是
主成分分析 $\hat{C}_{PCA}$	$P\hat{\theta}$	否	否
正则化估计 $\hat{C}_R$	$\min J(C)$	否	否

### 2 海基制导工具系统误差分离策略

海基导弹的制导误差包括制导工具误差、由移动发射原点引起的初始状态误差。海基惯性制导导弹的初始误差实际上和工具误差一样,与总体系统误差之间的关系是线性的<sup>[9]</sup>,因此可以将总体系统误差分成初始误差与工具误差两类进行分离,这样可以降低由初始误差与工具误差之间的耦合性引起的模型病态性,从而提高误差分离精度。

本文根据导弹初始误差与工具误差的不同性质,提出了整体估计、分段估计以及迭代估计的三种误差估计策略。

将式(1)改写成如下形式:

$$\Delta W = \Delta W_{initial} + \Delta W_{tool} = S_0 C_0 + S_1 C_1 + \varepsilon \quad (2)$$

其中:  $\Delta W_{initial}, \Delta W_{tool} \in R^{m \times 1}$  分别为海基导弹特有的初始误差部分以及与陆基相同的制导工具系统误差部分;  $C_0 \in R^{n_0 \times 1}, C_1 \in R^{n_1 \times 1}$  为待估计的初始误差系数和工具误差系数;  $n_0, n_1$  为待估计的初始误差项数和工具误差项数;  $S_0 \in R^{m \times n_0}$  为初始误差的环境函数矩阵,  $S_1 \in R^{m \times n_1}$  为工具误差的环境函数矩阵。

#### 2.1 整体估计策略

对于海基导弹来说,待估计的海基制导工具系统误差系数通常多达 40 多项,其中包括十几项初始误差。整体估计的思路是采用传统误差分离方法,利用关机时刻前的测量数据,对全部待估参数进行估计,即对模型(1)运用不同参数估计方法进行误差分离,其中  $S = [S_0 \ S_1], C = [C_0 \ C_1]^T$ 。

实际上,由于制导系统误差模型较大,且部分误差项之间的耦合关系严重,在 3.1 节的仿真部分,其环境函数矩阵  $S$  的条件数高达  $10^{35}$ ,最小特征值为  $10^{-18}$ 。而由

$$VAR(\hat{C}) = E[(\hat{C} - EC)^T (\hat{C} - EC)] = \sigma_{\Delta W}^2 \text{tr}(S^{-1}) \quad (3)$$

以及参数估计的相关理论<sup>[14-15]</sup>可知,小特征值会引起矩阵的病态性。当矩阵病态性很强时,参数估计的结果会缺少数值稳定性,即输入数据中极小的扰动也会引起输出结果很大的变动。因此,除了对参数估计方法的改进以外,还应设法降低环境函数矩阵的病态性。

本文提出通过减少环境函数矩阵  $S$  维度的方法来减弱模型病态性。由此,针对工具误差以及初始误差的特性,提出了以下两种估计策略:

分段估计策略以及迭代估计策略。

## 2.2 分段估计策略

针对海基制导系统误差含有初始误差的特性,以及初始误差与工具误差之间耦合性而引起的病态性,分段估计策略给出以下假设:

**假设 1:** 初始段测量数据  $\Delta W_0 = \Delta W_{m_0 \times 1} \subset \Delta W_{m \times 1}$  中只含有初始误差  $\Delta W_{\text{initial}}$ , 即  $\Delta W_0 = \Delta W_{\text{initial}}$ , 且后段中初始误差的值始终保持不变。

在此假设下,首先将系统误差  $\Delta W$  根据时间分成前段系统误差  $\Delta W_0 \in R^{m_0 \times 1}$  和后段系统误差  $\Delta W_1 \in R^{(m-m_0) \times 1}$ , 其中数据节点  $m_0$  通常根据实际背景选取,并根据相应误差系数的环境函数矩阵  $S_0, S_1$ , 分别对  $C_0, C_1$  进行估计。

具体的步骤如下:

**Step1:** 设置初始段与后段数据分界点  $m_0$ ;

**Step2:** 利用发射初段的测量数据  $\Delta W_0$  及初始误差环境函数矩阵  $S_0$  估计出初始误差系数  $\hat{C}_0$ ;

**Step3:** 根据  $\hat{C}_0, S_0$ , 扣除后段数据  $\Delta W_1$  中的初始误差  $\Delta W_{\text{initial}} = S_0 \hat{C}_0$ , 得到制导工具误差  $\Delta W_{\text{tool}} = \Delta W_1 - \Delta W_{\text{initial}}$ ;

**Step4:** 由  $\Delta W_{\text{tool}}$  和工具误差环境函数矩阵  $S_1$ , 对工具误差系数  $C_1$  进行估计, 得到  $\hat{C}_1$ 。

分段估计策略的合理性在于海基导弹发射初期,由发射原点造成的初始误差比重相对制导工具误差较大,故可以忽略初段数据中的制导工具误差,先对初始误差进行分离;再将后段测量数据中的初始误差扣除后,得到剩余的制导工具误差;此时,再对工具误差进行估计则能得到更准确的误差分离结果。

## 2.3 迭代估计策略

分段估计结果的合理性是建立在假设 1 的前提下。但实际上,在海基导弹的发射初期存在制导工具系统误差,且移动发射原点造成的初始误差并非非常值,而是随时间变化的。因此,迭代估计策略在分段估计的基础上进行了改进,通过对测量数据中的初始误差与工具误差进行迭代分离,以此得到收敛后准确的误差系数估计。

具体步骤如下:

**Step1:** 设置迭代终止条件  $\delta$ , 以及最大迭代次数  $N$ ;

**Step2:** 由  $\Delta W_0, S_0$  得到初始误差系数  $C_0$  的估计值  $\hat{C}_0^{(1)}$ ;

**Step3:** 利用  $\hat{C}_0^{(1)}, S_0$ , 扣除发射后段测量数据

$\Delta W_1$  中的初始误差  $\Delta W_{\text{initial}}^{(1)} = S_0 \hat{C}_0^{(1)}$ , 从而得到  $\Delta W_1$  中工具误差部分  $\Delta W_{\text{tool}}^{(1)} = \Delta W_1 - \Delta W_{\text{initial}}^{(1)}$ , 并由此估计出制导工具误差系数  $\hat{C}_1^{(1)}$ ;

**Step4:** 再利用  $\hat{C}_1^{(1)}, S_1$ , 扣除前段数据  $\Delta W_0$  中实际存在的制导工具误差, 得到发射初段的初始误差  $\Delta W_{\text{initial}}^{(2)} = \Delta W_0 - S_1 \hat{C}_1^{(1)}$ , 进而利用  $\Delta W_{\text{initial}}^{(2)}, S_0$  估计出新的  $\hat{C}_0^{(2)}$ ;

**Step5:** 返回 Step3 进行迭代估计, 直到满足条件  $|\hat{C}_0^{(i+1)} - \hat{C}_0^{(i)}| < \delta$  且  $|\hat{C}_1^{(i+1)} - \hat{C}_1^{(i)}| < \delta$ , 或达到最大迭代次数  $N$ , 终止迭代。

迭代估计的原理是通过逐步分离测量数据中海基初始误差和制导工具误差, 以此获得准确的初始误差系数  $\hat{C}_0$  和工具误差系数  $\hat{C}_1$ 。该策略在原理上更加符合实际物理背景, 也能得到更精确的制导初始误差分离结果。

## 3 仿真算例

仿真过程基于假设 2<sup>[4]</sup>: 惯性系下的真实视速度  $W$  与视加速度  $\dot{W}$  未知, 但遥测数据与真实数据之间的差异所造成的误差分离模型的偏差是二阶小量, 故可用遥测数据替代真实视速度与视加速度。

制导工具系统误差估计的线性分离方法是在假设 2 的前提下, 在模型(2)的基础上进行的。

### 3.1 仿真条件

仿真过程以试验得到的遥测视速度及视加速度平滑后的数据  $W_{yc}, \dot{W}_{yc}$  作为真实视速度与加速度  $W, \dot{W}$ 。利用对环境函数  $S(W_{yc}(t), \dot{W}_{yc}(t))$  进行计算。利用试验中得到的关于  $C$  的测试均值  $C_0$  与方差  $\sigma_c^2$ , 根据先验分布产生仿真真值  $C = C_0 + \sigma N(0, I)$ , 以此对参数估计结果进行评价。除此之外, 总体系统误差  $\Delta W$  是利用仿真得到的  $S$  与  $C$  得到的, 即  $\Delta W = SC + \eta, \eta \sim N(0, 0.01^2)$ , 其中  $\eta$  为随机误差。

根据物理背景, 将分段估计与迭代估计策略中系统误差数据  $\Delta W$  的时间节点设为  $m_0$  处的采样点; 在迭代估计策略中, 由于程序编译器固定小数位数精度为  $10^{-15}$ , 因此为使得误差系数分离结果精确, 设置迭代终止条件为  $|\hat{C}_0^{(i+1)} - \hat{C}_0^{(i)}| < 10^{-15}$  且  $|\hat{C}_1^{(i+1)} - \hat{C}_1^{(i)}| < 10^{-15}$ , 迭代次数上限为 20 次。

基于对算例中的环境函数进行相关性分析, 在初始误差中, 与过载无关的三个方向初始平台

角偏差  $\Phi_{0x}$ 、 $\Phi_{0y}$ 、 $\Phi_{0z}$  与经度  $\lambda_0$ 、纬度  $B_0$ 、高程  $h_0$  具有很强的耦合性,因此本文主要对 21 项工具误差系数以及包括三个方向的初始速度  $v_{0x}$ 、 $v_{0y}$ 、 $v_{0z}$  和经度  $\lambda_0$ 、纬度  $B_0$ 、高程  $h_0$  在内的 6 项海基初始误差系数进行系统建模与仿真估计。

### 3.2 仿真结果

本小节中给出了 27 项制导工具系统误差系数在不同策略下的 Bayes 估计、主成分分析、正则化分析三种方法的估计结果,并给出了方差  $3\sigma$  准则以及弹道差  $3\sigma$  准则两种评价标准下的具体估计结果,这两种评价标准即是从待估参数  $C$  层面以及待估信号  $SC$  层面对误差分离方法以及误差分离策略进行分析与评定,具体结果如下。

#### 3.2.1 方差 $3\sigma$ 准则

方差  $3\sigma$  准则为,当  $|C_i - \hat{C}_i|/\sigma_i \leq 3$  时,则认为第  $i$  项制导工具误差系数为可估项,其中  $C_i$  为利用先验信息仿真产生的第  $i$  项待估参数的真值, $\hat{C}_i$  为相应的估计值。

具体地,表 2~4 分别给出了整体估计策略、分段估计策略以及迭代估计策略下三种估计方法的全部 27 项方差结果,其中,加粗项为  $3\sigma$  标准内的对应项,第 1~21 项为制导工具误差系数,第 22~27 项为初始误差项。

从表 2 中可以看出,对于整体估计策略, Bayes 估计方法共分离出 11 项误差,其中 5 项为制导工具误差,其余 6 项初始误差均可估计;而 PCA 方法共分离出 4 项系统误差,全部为初始误差,正则化方法共分离出 6 项误差,其中 1 项为制导工具误差,其余 5 项为初始误差。

从表 3 中可以看出,对于分段估计策略, Bayes 估计方法共可分离 27 项系统误差中的 26 项,其中 20 项为制导工具误差,6 项初始误差均可估计;而 PCA 方法以及正则化方法分别分离出 8 项系统误差,且全部方法均能分离出 6 项初始误差。

从表 4 中可以看出,对于迭代估计策略, Bayes 估计方法可分离出全部 27 项误差,而 PCA 方法以及正则化估计方法在分段估计策略的误差分离结果基础上,又分离出了第 1 项以及第 9 项制导工具误差。

#### 3.2.2 弹道差 $3\sigma$ 准则

弹道差  $3\sigma$  准则为,当估计得到的弹道与仿真的真实弹道之间的差值满足  $3\sigma$  标准,即  $|SC - \hat{SC}| < 3\sigma_\eta = 0.03$ ,则认为该参数估计方法或策略有效。

表 2 整体估计策略下三种方法的方差结果

Tab.2 Variance results of the total strategy of three methods

序号	Bayes 估计	PCA	正则化
1	<b>0.081 0</b>	4.588 2	3.765 8
2	24.061 2	17.327 0	16.951 6
3	<b>0.045 6</b>	4.218 7	3.309 9
4	28.353 5	193.833 8	156.261 9
5	7.817 4	34.140 4	22.072 6
6	31.754 1	24.141 0	22.270 6
7	6.971 8	4044.682 3	4077.828 5
8	<b>2.081 3</b>	1025.416 4	478.052 6
9	8.970 1	4.097 4	<b>2.860 3</b>
10	23.118 7	19.929 5	57.469 2
11	8.943 3	10.377 4	8.905 1
12	14.888 1	79.456 5	10.797 9
13	43.697 0	143.641 3	151.081 3
14	10.876 3	128.408 9	125.113 4
15	8.978 8	11.822 1	10.626 4
16	<b>1.550 7</b>	50.344 0	31.334 5
17	8.283 3	170.798 7	137.517 5
18	<b>1.431 0</b>	50.389 6	31.781 5
19	24.682 9	405.351 8	418.807 0
20	10.046 1	19.710 1	33.317 8
21	25.066 5	183.328 7	196.169 4
22	<b>1.167 8</b>	15.004 6	15.392 0
23	<b>0.818 4</b>	3.040 3	<b>1.239 4</b>
24	<b>1.951 8</b>	<b>1.951 8</b>	<b>1.951 8</b>
25	<b>1.382 7</b>	<b>1.379 6</b>	<b>1.379 6</b>
26	<b>1.053 6</b>	<b>1.045 6</b>	<b>1.045 0</b>
27	<b>0.909 5</b>	<b>0.908 3</b>	<b>0.908 6</b>
可估项数	11	4	6

实际上,在本次仿真背景中,弹道  $X$  方向的弹道误差对于落点偏差来说是最主要的影响因素。因此,在弹道差标准下,本文分别给出了三种估计策略下  $X$  方向弹道差。

表3 分段估计策略下三种方法的方差结果

Tab.3 Variance results of the piecewise strategy of three methods

序号	Bayes 估计	PCA	正则化
1	<b>0.287 6</b>	3.807 7	3.823 5
2	<b>0.287 1</b>	18.310 4	18.305 8
3	<b>1.079 7</b>	<b>2.677 3</b>	<b>2.677 0</b>
4	<b>0.389 2</b>	106.650 0	106.566 9
5	<b>0.312 9</b>	22.198 7	22.188 4
6	<b>1.029 4</b>	18.771 0	18.777 6
7	<b>0.103 6</b>	4771.117 6	4771.198 9
8	<b>0.493 0</b>	870.390 7	868.948 0
9	3.846 1	10.159 2	10.165 2
10	<b>0.407 5</b>	94.761 5	94.840 7
11	<b>2.327 6</b>	24.298 5	24.335 5
12	<b>1.180 7</b>	125.105 5	125.201 6
13	<b>0.488 5</b>	145.254 5	145.265 4
14	<b>1.257 7</b>	132.244 8	132.258 4
15	<b>1.205 3</b>	<b>2.037 5</b>	<b>2.036 0</b>
16	<b>0.526 2</b>	6.335 5	6.333 9
17	<b>1.258 6</b>	71.370 6	71.166 9
18	<b>0.860 0</b>	4.732 6	4.731 0
19	<b>0.496 8</b>	698.690 1	698.993 8
20	<b>0.933 6</b>	123.001 3	123.182 2
21	<b>1.533 9</b>	43.116 8	43.114 5
22	<b>0.614 8</b>	<b>1.552 9</b>	<b>1.552 9</b>
23	<b>1.330 9</b>	<b>0.447 8</b>	<b>0.447 8</b>
24	<b>0.100 6</b>	<b>0.100 9</b>	<b>0.100 9</b>
25	<b>0.206 6</b>	<b>0.232 3</b>	<b>0.232 3</b>
26	<b>1.267 5</b>	<b>1.753 2</b>	<b>1.753 2</b>
27	<b>0.146 6</b>	<b>0.302 9</b>	<b>0.302 9</b>
可估项数	26	8	8

表4 迭代估计策略下三种方法的方差结果

Tab.4 Variance results of the iteration strategy of three methods

序号	Bayes 估计	PCA	正则化
1	<b>0.726 5</b>	<b>1.638 9</b>	<b>1.685 8</b>
2	<b>1.819 1</b>	5.400 5	5.558 3
3	<b>0.507 2</b>	<b>0.996 5</b>	<b>1.020 0</b>
4	<b>1.412 4</b>	42.772 3	43.786 2
5	<b>1.227 0</b>	6.911 5	7.066 5
6	<b>2.097 2</b>	4.842 6	5.008 8
7	<b>0.728 3</b>	1460.238 2	1501.790 3
8	<b>1.308 0</b>	210.854 4	216.968 0
9	<b>0.909 5</b>	<b>2.789 5</b>	<b>2.881 1</b>
10	<b>0.530 4</b>	25.617 9	26.426 9
11	<b>0.593 2</b>	5.539 7	5.745 5
12	<b>0.202 6</b>	22.030 4	23.004 3
13	<b>0.075 5</b>	49.275 5	50.605 9
14	<b>0.089 5</b>	42.283 5	43.419 4
15	<b>2.877 9</b>	<b>0.009 6</b>	<b>0.004 6</b>
16	<b>0.338 2</b>	6.466 1	6.445 6
17	<b>0.229 8</b>	43.844 9	44.688 9
18	<b>0.451 3</b>	5.828 3	5.794 2
19	<b>1.245 5</b>	253.425 3	259.574 1
20	<b>2.162 6</b>	20.246 4	21.098 5
21	<b>1.029 5</b>	30.805 1	30.942 3
22	<b>0.041 5</b>	<b>2.002 7</b>	<b>2.005 4</b>
23	<b>0.318 0</b>	<b>0.315 8</b>	<b>0.314 5</b>
24	<b>0.790 2</b>	<b>0.790 0</b>	<b>0.790 0</b>
25	<b>0.564 4</b>	<b>0.084 9</b>	<b>0.087 1</b>
26	<b>1.424 1</b>	<b>0.567 0</b>	<b>0.582 3</b>
27	<b>2.242 1</b>	<b>0.349 3</b>	<b>0.358 2</b>
可估项数	27	10	10

为了准确地对三种估计策略的误差分离效果进行评价,图1~3首先给出了三种方法下的弹道差,其中Bayes、PCA和R分别表示Bayes估计、主成分分析方法以及正则化方法。由图2、图3可以看出,在整体估计策略下,三种方法的弹道差

相差不大,均在30 s左右以后才满足 $3\sigma$ 标准。而在采用分段策略以及迭代策略时,主成分分析与正则化估计方法的弹道误差均有了明显的降低,且由于这两种方法之间的精度差别极小(仅 $10^{-7} \sim 10^6$  m/s),因此两者的弹道差曲线在图示区域内几乎重叠。

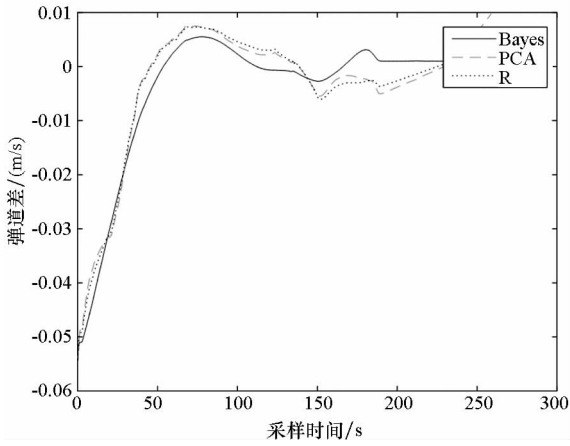


图 1 整体估计下的 X 方向弹道差

Fig. 1 Difference value of trajectory of the total strategy at X direction

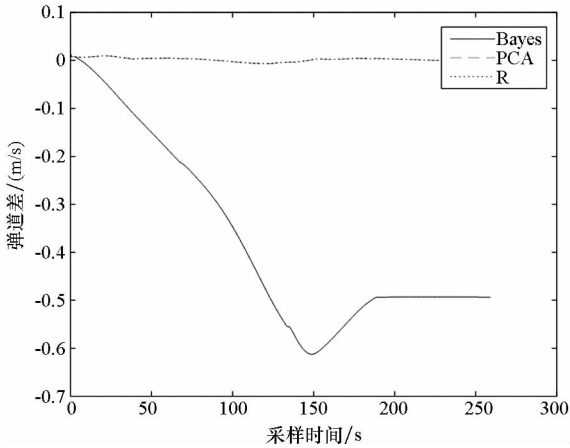


图 2 分段估计下的 X 方向弹道差

Fig. 2 Difference value of trajectory of the piecewise strategy at X direction

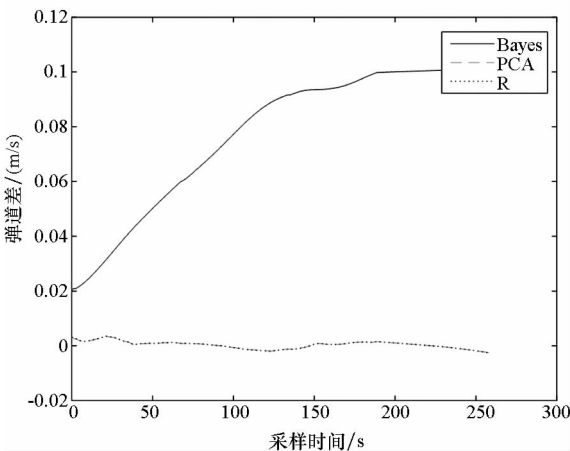


图 3 迭代估计下的 X 方向弹道差

Fig. 3 Difference value of trajectory of the iteration strategy at X direction

误差结果。可以看到,分段估计策略及迭代估计策略的弹道误差始终在  $3\sigma$  范围之内,并且迭代估计策略得到的弹道误差结果比分段估计策略得到的结果也有进一步的改善。

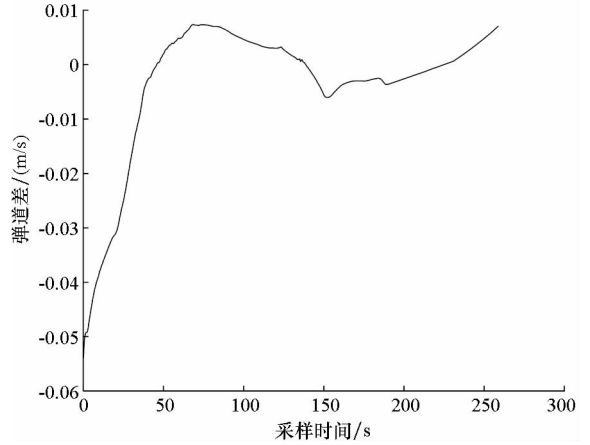


图 4 整体估计下正则化估计的 X 方向弹道差

Fig. 4 Difference value of trajectory of the total strategy at X direction

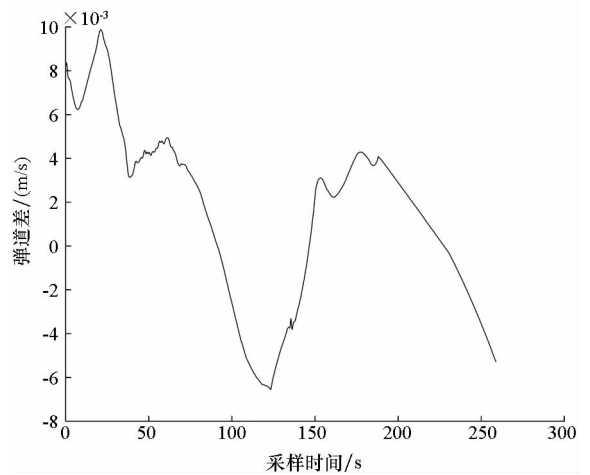


图 5 分段估计下正则化估计的 X 方向弹道差

Fig. 5 Difference value of trajectory of the piecewise strategy at X direction

### 3.3 结果分析

通过以上仿真计算的结果,得到如下结论。

#### 3.3.1 估计方法评定

1) 通过方差  $3\sigma$  准则的评价结果,可以看到在三种估计方法中,Bayes 估计方法分离出的制导系统误差系数是最多的。这说明,在先验信息准确的情况下,Bayes 方法具有最优的参数估计结果;

2) 主成分分析与正则化方法所分离出的误差系数结果差异不明显,造成这一现象的原因是由于这两种方法的基本思想原理是一致的,均为广义岭估计;

为了更好地观察并分析仿真结果,图 4~6 单独给出了正则化方法下的三种参数估计策略弹道

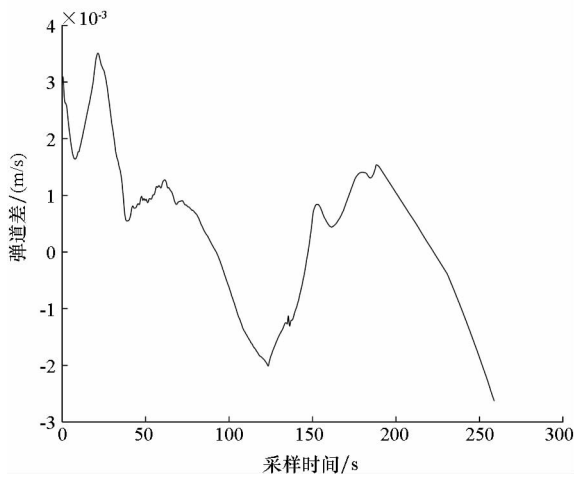


图6 迭代估计下正则化估计的 $X$ 方向弹道差

Fig.6 Difference value of trajectory of the iteration strategy at  $X$  direction

3)通过弹道差 $3\sigma$ 准则,由图1~3可以看出,三种误差分离方法中,虽然Bayes方法分离出的项数最多,即对 $C$ 的估计精度高,但其对信号层( $SC$ )的估计精度却远远不如主成分分析以及正则化估计。这是由于在仿真条件下, $C$ 的真值是通过其先验信息仿真得到的,Bayes估计方法的本质即为对先验信息的利用,进而使得估计结果 $\hat{C}$ 能较好地还原出真值;而当环境函数矩阵 $S$ 具有较强的相关性时,Bayes估计方法的解会存在不稳定性,即使参数估计结果 $\hat{C}$ 与真实值只是存在极小的偏差,也会导致估计出的信号 $\hat{SC}$ 与真实信号 $SC$ 的严重背离。而主成分分析与正则化方法为有偏估计,是以牺牲参数 $C$ 的无偏性为代价,使得信号误差 $\|\Delta W - SC\|$ 取得最小值的估计方法,因此,在模型病态的情况下,利用后两种方法可以得到较小的信号估计误差;

4)虽然在弹道误差标准下,Bayes方法结果较差,但由于迭代估计策略逐步将工具误差与初始误差分离出来,使得迭代策略下Bayes估计结果比分段策略下的结果有了显著的提高,这也说明了迭代策略在改善模型病态性上具有较强的效果。

### 3.3.2 估计策略评定

1)通过方差 $3\sigma$ 准则,从表2~4可以看出,整体估计策略下,Bayes方法仅能估计出11项,而分段估计策略下,Bayes方法能估计出27项中的26项,且迭代估计策略下,Bayes估计方法能估计出全部27项误差系数,这说明通过减少环境函数矩阵间的相关性,逐步分离出工具误差与初始误差,能较大程度上提高估计结果的精度;

2)从主成分分析方法以及正则化估计方法来看,利用分段估计策略得到的误差分离项数结果相比传统的整体估计策略,也有显著的增加,且迭代估计策略也在一定程度上优于分段估计;

3)从三种估计策略的弹道残差图来看,迭代估计策略与分段估计策略在弹道差上均减小了一个量级,明显优于传统的整体估计策略;无论在弹道差 $3\sigma$ 标准下或是方差 $3\sigma$ 标准下,迭代估计的结果都要优于分段估计结果,这是由于迭代估计策略通过不断的迭代过程将初始误差与工具误差逐步分离,从而能更精确地利用先验信息进行参数估计。

## 4 结论

本文以海基惯性制导导弹为背景,在制导工具系统误差线性分离模型的基础上,考虑到误差模型中环境函数矩阵的病态性,采用了Bayes估计方法、主成分分析方法以及正则化分析方法对误差系数进行估计;针对海基特有的制导系统初始误差,提出了整体估计策略、分段估计策略以及迭代估计策略,并进行了数值的仿真计算。结果表明,在弹道误差最小的条件下,主成分分析及正则化估计方法结果较好,并且分段估计策略和迭代估计策略的结果比传统的整体估计效果要好,这一结果证实了本文针对海态数据特性建立的对制导工具系统误差分离策略的合理性与可行性。

## 参考文献 (References)

- [1] 段晓君,周海银,姚静.精度评定的分解综合及精度折合[J].弹道学报,2005,17(2):42-47.  
DUAN Xiaojun, ZHOU Haiyin, YAO Jing. The decomposition and integration technique of fire dispersion index and conversion of impact deviation [J]. Journal of Ballistics, 2005, 17(2): 42-47. (in Chinese)
- [2] 贺杰,黄显林,李学峰.SINS制导工具误差补偿研究[J].航空学报,2007,28(1):182-186.  
HE Jie, HUANG Xianlin, LI Xuefeng. Study on SINS guidance instrument error compensation [J]. ACTA Aeronautica et Astronautica Sinica, 2007, 28(1): 182-186. (in Chinese)
- [3] 姚静,段晓君,周海银.海态制导工具系统误差建模与参数估计[J].弹道学报,2005,17(1):33-39.  
YAO Jing, DUAN Xiaojun, ZHOU Haiyin. Modeling and parameters estimation of marine guidance instrumentation systematic error [J]. Journal of Ballistics, 2005, 17(1): 33-39. (in Chinese)
- [4] 王正明,易东云,周海银,等.弹道跟踪数据的校准与评估[M].长沙:国防科技大学出版社,1999.  
WANG Zhengming, YI Dongyun, ZHOU Haiyin, et al. Calibration and evaluation of trajectory tracking data [M]. Changsha: National University of Defense Technology Press,

1999. (in Chinese)
- [5] 童丽, 周海银. 基于主成分估计的自变量选择[J]. 弹道学报, 2001, 13(4): 1-6.  
TONG Li, ZHOU Haiyin. A selecting variables algorithm basing on the principal component parameter estimation[J]. Journal of Ballistics, 2001, 13(4): 1-6. (in Chinese)
- [6] 谢玉珍. 岭型主成分估计分离制导工具系统误差方法研究[J]. 弹箭与制导学报, 2013, 33(3): 189-191.  
XIE Yuzhen. The research of combining ridge and principal components estimate in separating guidance instrument systematic error[J]. Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance, 2013, 33(3): 189-191. (in Chinese)
- [7] 王文君, 段晓君, 朱炬波. 制导工具误差分离自适应正则化模型及应用[J]. 弹道学报, 2013, 25(3): 28-33.  
WANG Wenjun, DUAN Xiaojun, ZHU Jubo. Adaptive parameter regularization model for guidance instrumental error separation and its application [J]. Journal of Ballistics, 2013, 25(3): 28-33. (in Chinese)
- [8] 赵华, 黄家贵, 梁小虎, 等. 一种制导误差分离的新方法[J]. 飞行器测控学报, 2017, 36(1): 19-24.  
ZHAO Hua, HUANG Jiagui, LIANG Xiaohu, et al. A new algorithm for guidance instrument error separation[J]. Journal of Spacecraft TT&C Technology, 2017, 36(1): 19-24. (in Chinese)
- [9] 杨华波, 张士峰, 胡正东, 等. 海基导弹初始误差分离建模与参数估计[J]. 系统工程与电子技术, 2007, 29(6): 931-933, 937.  
YANG Huabo, ZHANG Shifeng, HU Zhengdong, et al. Modeling and parameter estimation for initial launched parameter error of warship-missile [J]. Systems Engineering and Electronics, 2007, 29(6): 931-933, 937. (in Chinese)
- [10] Trenkler G, Wei L. The Bayes estimator in a misspecified linear regression model[J]. Test, 1996, 5(1): 113-123.
- [11] Wei L S. The small-sample properties for the Bayes estimator of regression coefficients under misspecified prior assumption[J]. Chinese Journal of Applied Probability and Statistics, 2000, 16(1): 71-77.
- [12] Wang Z M, Yi D Y, Duan X J, et al. Measurement data modeling and parameter estimation [M]. USA: CRC Press, 2010: 158-161.
- [13] 王松桂. 主成分的最优性与广义主成分估计类[J]. 应用概率统计, 1985, 1(1): 23-30.  
WANG Songgui. Optimality of principal components and a new class of principal components estimates [J], Chinese Journal of Applied Probability and Statistics, 1985, 1(1): 23-30. (in Chinese)
- [14] Zhou X Y, Wang J Q, Wang Z M, et al. Optimal estimation and precision analysis of measuring data fusion model [J]. Advances in Systems Sciences and Applications, 2015, 15(3): 248-260.
- [15] López C D C, Barz T, Körkel S, et al. Nonlinear ill-posed problem analysis in model-based parameter estimation and experimental design [J]. Computers & Chemical Engineering, 2015, 77: 24-42.

---

(上接第 35 页)

- [2] Akgun B, Krunz M, Koyluoglu O O. Pilot contamination attacks in massive MIMO systems [C]// Proceedings of IEEE Conference on Communications and Network Security, 2017.
- [3] Gao J, Vorobyov S A, Jiang H. Efficient jamming strategies on a MIMO Gaussian channel with known target signal covariance [C]// Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, 2014: 5700-5704.
- [4] Zhu X T, Liu Y L, Zhang X K. A blind source separation-based anti-jamming method by space pre-whitening [C]// Proceedings of IEEE International Conference on Software Engineering and Service Science, 2016: 454-457.
- [5] Li C J, Zhu L D, Xie A H, et al. A novel blind source separation algorithm and performance analysis of weak signal against strong interference in passive radar systems [J]. International Journal of Antennas and Propagation, 2016(3): 1-10.
- [6] Zhang J, Zhang H, Cui Z F. Dual-antenna-based blind joint hostile jamming cancellation and multi-user detection for uplink of asynchronous direct-sequence code-division multiple access systems [J]. IET Communications, 2013, 7(10): 911-921.
- [7] Ling Q, Li T T. Modeling and detection of hostile jamming in spread spectrum systems [C]// Proceedings of Signal Processing Applications for Public Security and Forensics, 2007.
- [8] Xu W Y, Trappe W, Zhang Y Y, et al. The feasibility of launching and detecting jamming attacks in wireless networks [C]// Proceedings of ACM International Symposium on Mobile Ad Hoc Networking and Computing, 2005: 46-57.
- [9] Sidiropoulos N D, Budampati R S. Khatri-Rao space-time codes [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2002, 50(10): 2396-2407.
- [10] Hassibi B, Hochwald B M. How much training is needed in multiple-antenna wireless links? [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2003, 49(4): 951-963.
- [11] Kolda T G, Bader B W. Tensor decompositions and applications [J]. Siam Review, 2009, 51(3): 455-500.