

## 电磁轨道发射中内弹道动力响应特性分析\*

张永胜, 鲁军勇, 谭 赛, 吴 海, 李 白, 姜远志

(海军工程大学 舰船综合电力技术国防科技重点实验室, 湖北 武汉 430033)

**摘要:**将轨道简化为移动载荷作用下固定在弹性支撑上的 Bernoulli-Euler 梁,通过静态电磁-结构耦合有限元模型求得外围封装的等效刚度,计算得到发射器的临界速度。另外,利用混合有限元/边界元法建立电磁-结构-运动多物理场耦合的动力学模型,求得电枢动态接触压力和轨道的应力应变分布特性。通过在轨道背面布置光纤光栅应变传感器,利用测量数据验证了动力响应特性,并分析了弹丸在内弹道的稳定性。针对典型 30 mm × 30 mm 矩形口径发射器,分析及试验结果表明:C型电枢对轨道的电磁挤压力在平顶沿起始时刻达到最大值,之后随着时间推移逐渐减小;电枢通过引起的应力波在高速段容易与轨道中反射应力波发生共振,并且轨道在电枢运动的中间高速段区域受力最为集中,应力集中水平约是起始低速段区域的 2.44 倍;电枢运动高速段会出现晃动现象,进而引起上下轨道受力的不对称性。分析及试验结果对研究电磁轨道发射器内弹道动力响应特性和发射器结构设计具有重要指导意义。

**关键词:**电磁发射;动力响应;电磁-结构-运动耦合;有限元/边界元;应力波共振;光纤光栅;电枢晃动

中图分类号:TJ301 文献标志码:A 开放科学(资源服务)标识码(OSID):  
文章编号:1001-2486(2019)04-018-07



听语音  
与作者互动  
聊科研

## Analysis of dynamic response characteristics of interior ballistics process in electromagnetic rail launcher

ZHANG Yongsheng, LU Junyong, TAN Sai, WU Hai, LI Bai, JIANG Yuanzhi

(National Key Laboratory of Science and Technology on Vessel Integrated Power System, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

**Abstract:** By simplifying the rail as a Bernoulli-Euler beam fixed on the elastic support under moving loads and obtaining the equivalent stiffness of the elastic support through the finite element model, the critical velocity of the launcher was derived. Dynamic contact force between the armature and the rail and the distribution of stresses and strains were obtained from electromagnetic-structural-motion multi-physics field coupling dynamic model by using hybrid finite-element/boundary-element method. The measuring data of fiber Bragg grating strain sensors on the back of rails were used to verify the dynamic response and analyze armature stability. For the typical 30 mm × 30 mm rectangular caliber launcher, analysis and test results show that the electromagnetic extrusion force of the C-type armature on the rail reaches the peak value at the beginning of the flat-top and gradually decreases as time goes on; the stress waves caused by armature passing are easily resonant with the reflected stress waves in the rail in the high-speed stage, in which the stress exerted on the rail is the most severe and the stress concentration level is about 2.44 times that in the initial region; when the armature operates in the high-speed region, there will be a vibrating phenomenon which will lead the asymmetry of loads on the upper and lower rails. These results have guiding significance for analyzing dynamic response characteristics of internal ballistic process and design launcher.

**Keywords:** electromagnetism launch; dynamic response; electromagnetism-structural-motion coupling; finite-element/boundary-element; stress wave resonance; fiber Bragg grating; armature vibration

电磁轨道发射器是利用洛伦兹力将一体化弹丸加速至超高速度的特殊机电能量转换装置<sup>[1]</sup>。电磁轨道发射器相较于传统化学能火炮具有弹丸初速高、响应快、射程远、可控性好等优势,但弹丸的超高初速也给发射器提出了严峻考验。电磁轨道发射器中存在复杂的电磁-温度-结构-运动

的多物理场强耦合现象。弹丸发射器耦合下的内弹道安全性发射是电磁轨道发射技术的重要研究内容。分析发射过程中内弹道的动力响应特性是分析轨道受力特性和失效机理以及一体化弹丸内弹道发射性能的前提条件。

针对电磁轨道发射器中内弹道动力响应特

\* 收稿日期:2018-04-29

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51522706,51877214,51607187);国家重点基础研究发展计划资助项目(613262)

作者简介:张永胜(1990—),男,河北邯郸人,博士研究生,E-mail:hgzy1990@163.com;

鲁军勇(通信作者),男,研究员,博士,博士生导师,E-mail:jylu@xinhuanet.com

性问题,国内外学者已经做了大量工作。Knott等<sup>[2]</sup>建立了电枢臂的一维弹簧-阻尼系统模型,分析了轨道表面粗糙度、身管直线度和电枢臂材料刚度对电枢轨道间动态接触力的影响;Hopkins等<sup>[3]</sup>利用有限元代码EMAP3D/DYNA3D建立电磁-结构-运动的耦合场模型,分析了电枢运动起始段的枢轨接触压力;Tzeng<sup>[4]</sup>将电磁轨道发射器中的轨道简化为移动载荷作用下固定在弹性支撑上的Bernoulli-Euler梁,得到其动力学响应解析结果,还对轨道发射器的重要几何设计参数以及轨道材料性能进行参数灵敏度研究,结论是高弹性模量和低密度的组合、轨道截面惯性矩和封装支撑刚度的提高都有利于提高临界速度<sup>[5-6]</sup>;Johnson等<sup>[7]</sup>基于弹性应力波研究了枢轨接触压力随电枢速度的变化关系,发现电枢速度在临界速度附近时枢轨接触压力会显著增加;Johnson等<sup>[8-9]</sup>还基于光纤光栅应变传感器搭建了轨道应变测量系统,观测到应力波辐射、应力波反射和临界速度下轨道应力急剧增大等现象,但其两根轨道上的测量点仅有4个,没有也无法深入完整地研究轨道应力载荷的空间分布特性和内弹道动力响应特性;Lewis等<sup>[10-11]</sup>研究了临界速度对轨道振动的影响,通过有限元模型计算发现增加轨道间的阻尼可以有效减小因动态响应引起的轨道变形量;田振国等<sup>[12-13]</sup>在Bernoulli-Euler梁模型基础上得到轨道振动的控制方程,通过分离变量法和Fourier变换得到轨道挠度的表达式;Che等<sup>[14]</sup>研究了不同封装刚度和预紧力对轨道振动特性的影响;Cao等<sup>[15]</sup>建立了考虑电枢受热膨胀的内弹道动力学模型,利用激光振动计测量了单个位置轨道振动,发现轨道间的相互排斥力会增大电枢通过后轨道区域的位移量;Hoffman等<sup>[16]</sup>对比了Brillouin散射和光纤光栅应变传感器测量的轨道应变情况,发现光纤光栅应变传感器可以较好地反映轨道应变的实时变化。

这些工作都没有完整地给出轨道在动态发射过程中的应力载荷空间分布特性和结合试验数据对电枢在内弹道的稳定性分析。本文采用混合有限元-边界元法建立了电磁轨道发射器电磁-结构-运动多物理场耦合动力计算模型,求得发射过程中枢轨间动态接触压力和轨道的应力应变分布特性。

## 1 内弹道动力学模型

电磁轨道发射器的身管截面如图1所示,其中, $h_b$ 为内膛的高度, $w_b$ 为内膛的宽度, $h_r$ 为轨道

的高度, $w_r$ 为轨道的宽度, $h_a$ 为C型电枢的高度。

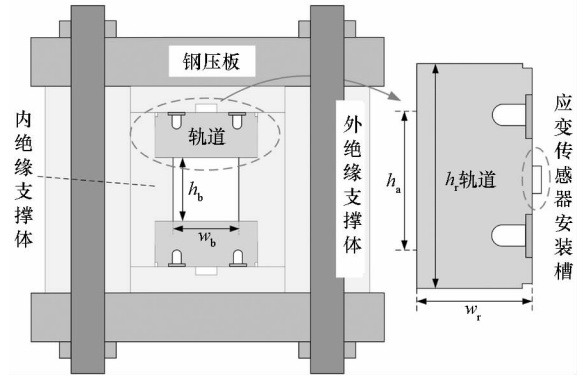


图1 电磁轨道发射器截面

Fig.1 Cross section of the EM rail launcher

电磁轨道发射器的电磁场控制方程的统一形式可写为:

$$\nabla \times \left( \frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \right) + \sigma (\nabla \phi + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \mathbf{v} \times \nabla \times \mathbf{A}) = \mathbf{0} \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \sigma \left( \nabla \phi + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \mathbf{v} \times \nabla \times \mathbf{A} \right) = 0 \quad (2)$$

其中: $\nabla$ 为哈密顿算子; $\mu$ 为磁导率; $\sigma$ 为电导率; $\mathbf{v}$ 为运动速度; $t$ 为时间; $\mathbf{A}$ 为磁位矢量; $\phi$ 为电势。 $\mu$ 、 $\sigma$ 、 $\mathbf{v}$ 均为分区域定义的函数,在电枢区域: $\mu = \mu_a$ 、 $\sigma = \sigma_a$ 、 $\mathbf{v} \neq \mathbf{0}$ ;在轨道区域: $\mu = \mu_r$ 、 $\sigma = \sigma_r$ 、 $\mathbf{v} = \mathbf{0}$ ;在空气区域: $\mu = \mu_0$ 、 $\sigma = \sigma_0 = 0$ 、 $\mathbf{v} = \mathbf{0}$ 。应用伽辽金法离散化应力场控制方程,可以得到其有限元形式<sup>[9,17]</sup>为:

$$\mathbf{M} \frac{d^2 \mathbf{u}}{dt} + \mathbf{C} \frac{d\mathbf{u}}{dt} + \mathbf{K} \mathbf{u} = \mathbf{F}(t) \quad (3)$$

式中: $\mathbf{M}$ 为质量矩阵; $\mathbf{u}$ 为位移; $\mathbf{C}$ 为阻尼矩阵; $\mathbf{K}$ 为刚度矩阵; $\mathbf{F}(t)$ 是由电磁场求解得到的载荷力。

$$\mathbf{F} = \mathbf{J} \times \mathbf{B} \quad (4)$$

式中: $\mathbf{J}$ 为电流密度,表示为:

$$\mathbf{J} = -\sigma \left( \frac{d\mathbf{A}}{dt} + \nabla \phi \right) \quad (5)$$

$\mathbf{B}$ 为磁感应强度,表示为:

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (6)$$

电磁轨道发射器中轨道可以简化为移动载荷作用下固定在弹性支撑上的Bernoulli-Euler梁<sup>[4]</sup>,其模型如图2所示。假定电枢以某一速度在轨道上运动,轨道的动力学控制方程<sup>[4,12]</sup>为:

$$EI \frac{\partial^4 \mathbf{W}(x,t)}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 \mathbf{W}(x,t)}{\partial t^2} + k \mathbf{W}(x,t) = \mathbf{F}(x,t) \quad (7)$$

式中: $\mathbf{W}(x,t)$ 为取决于轴向位置 $x$ 和时间 $t$ 的轨道横向变形量; $m$ 为单位长度轨道质量, $m =$

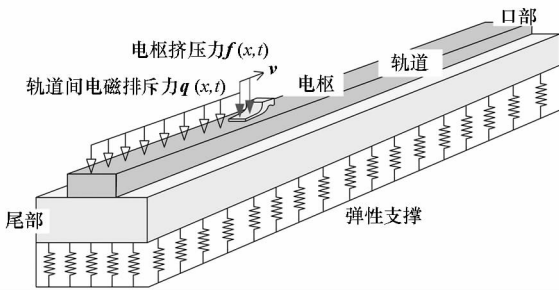


图 2 电磁轨道发射器的 Bernoulli-Euler 梁动力学模型

Fig. 2 Bernoulli-Euler beam dynamical model of the EM rail launcher

$\rho_r, h_r, w_r, \rho_r$  为轨道材料密度;  $E$  为轨道材料弹性模量;  $I$  为轨道截面的惯性矩,  $I = \frac{1}{12} h_r w_r^3$ ;  $k$  为弹性支撑体的弹性刚度系数。电磁轨道发射器动态发射过程中电磁排斥力和枢轨接触力之和为移动载荷  $F(x, t)$  [4, 12], 其可表示为:

$$F(x, t) = q(x, t) [1 - H(x - vt)] + f(x, t) \delta(x - vt) \quad (8)$$

式中:  $q(x, t)$  为轨道间的电磁排斥力;  $f(x, t)$  为加载在轨道上的电枢挤压力;  $H$  为海维赛德函数;  $\delta$  为狄拉克函数。

Bernoulli-Euler 梁的临界速度表示电枢运动能够激发在传播过程中不会衰减的应力波的最小速度 [4, 9], 其可以计算为:

$$v_{cr} = \sqrt[4]{4 \frac{EI k}{m^2}} \quad (9)$$

轨道中的应力波主要是横波, 其在轨道中的传播速度可以计算为:

$$v_{sh} = \sqrt{\frac{E}{2\rho_r(1 + \gamma)}} \quad (10)$$

式中:  $\gamma$  为轨道材料的泊松比。应力波在轨道中传播遇到端面会发生反射现象。当电枢运动激发的应力波与从端面反射回来的应力波频率接近时, 会引起共振, 导致轨道应力集中急剧增大。

## 2 临界速度计算

将搭建的 30 mm × 30 mm 电磁轨道发射器为研究对象, 计算用的具体参数见表 1。当电枢的质量为 70 g 时, 电枢的速度和位移随梯形驱动脉冲电流变化的关系如图 3 所示。其中, 驱动脉冲电流的峰值为 420 kA, 整个发射时长为 4.1 ms, 电枢的出口速度为 1251 m/s, 发射位移为 2.57 m。

表 1 计算用参数

Tab. 1 Parameters for numerical simulation

参数	数值	参数	数值
$h_b/\text{mm}$	30	$h_a/\text{mm}$	28
$w_b/\text{mm}$	30	$\sigma_r/(\text{S/m})$	$3.45 \times 10^7$
$h_r/\text{mm}$	40	$\sigma_a/(\text{S/m})$	$2.2 \times 10^7$
$w_r/\text{mm}$	20	$\rho/(\text{kg/m}^3)$	8900

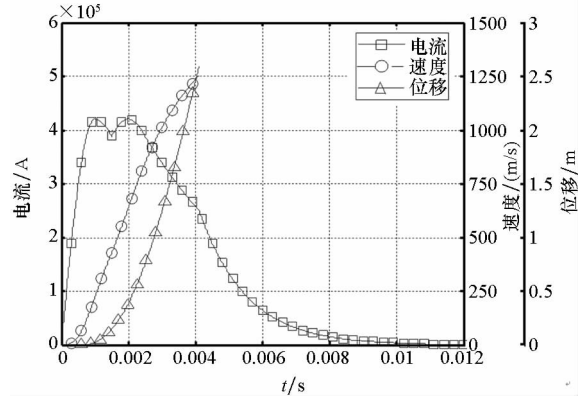


图 3 电枢速度和位移随驱动脉冲电流的变化

Fig. 3 Variation of armature velocity and displacement with driving pulse current waveform

电磁轨道发射器的轨道材料为铜合金, 其弹性模量  $E$  为 120 GPa, 轨道截面惯性矩  $I$  为  $2.67 \times 10^{-8} \text{ m}^4$ , 轨道线密度  $m$  为 7.12 kg/m。轨道外围封装由 G10 绝缘支撑材料和钢压板组成。利用 ANSYS 的 Maxwell 3D + Static Structural 建立了静态电磁 - 结构耦合有限元计算模型, 得到轨道间排斥力的载荷为 1.05 MN/m, 相应的轨道位移为 0.24 mm。故求得轨道外围封装的等效弹性刚度为 4.37 GPa。将各参数代入式 (9), 计算得到临界速度为 1003.2 m/s。

## 3 数值模拟结果

LS-DYNA 在 v980 及其以后版本增加了电磁场计算模块, 使得其能够计算电磁轨道发射器考虑电枢运动的多物理场耦合问题 [17]。利用建立的静态下电磁 - 结构耦合计算模型, 求得电枢臂受到的电磁排斥力和枢轨接触压力随时间的变化, 如图 4 所示。得到在电流平顶沿阶段, 电枢臂中电流趋肤深度不断增加。电流密度由电枢表面向内部扩散, 导致电枢臂受到的电磁排斥力及其引起的枢轨接触压力呈减小趋势。典型时刻电枢臂受到的电磁排斥力密度分布如图 5 所示。

另外, 利用 LS-DYNA 建立了考虑电枢运动的电磁 - 结构 - 运动多物理场耦合计算模型, 得到动态发射过程中枢轨接触压力随时间的变化趋

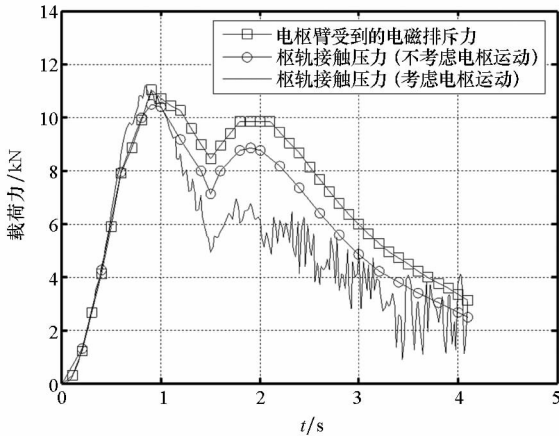
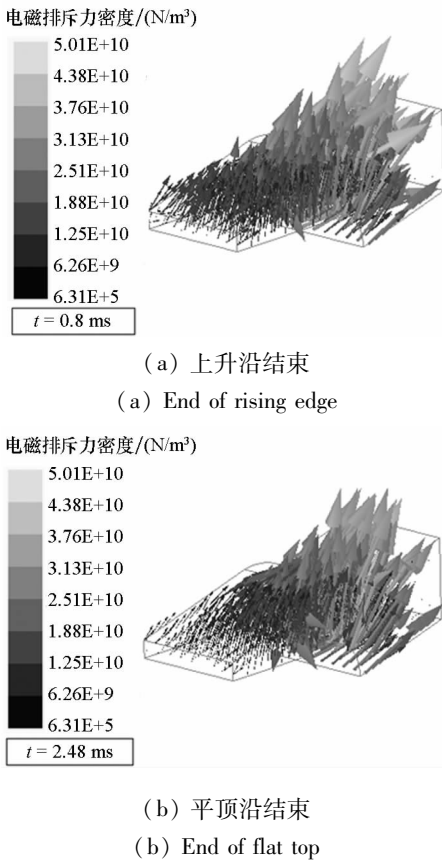


图4 枢轨接触压力随时间的变化

Fig.4 Variation of the contact force between the armature and the rail with time

力均在上升沿结束时刻达到最大值,两者间偏差仅为6.52%。而且考虑电枢运动的情况下得到的枢轨接触压力随时间推移而下降的趋势更为显著。

电磁-结构-运动耦合计算模型得到的轨道背面中心线上各个位置垂向位移随时间的变化如图6所示。其中,发射行程内轨道中各个位置均在电枢通过时垂向位移达到最大值,轨道的最大垂向位移为0.32 mm。轨道背部中心线等间距分布的41个位置的轴向应变和等效应力随时间的变化分别如图7和图8所示。其中,轨道应力集中沿轴向主要呈双峰曲线变化形式,并且在中间高速段区域轨道应力最为集中,其最大轴向应变为566.4  $\mu\text{m}/\text{m}$ ,是上升沿结束时刻电枢对应轨道位置最大轴向应变296.9  $\mu\text{m}/\text{m}$ 的1.91倍,其最大应力81.2 MPa是上升沿结束时刻电枢对应轨道位置最大应力49.6 MPa的1.64倍。轨道高速段应力集中情况较起始低速段更为明显,这说明轨道应力集中与电枢对轨道的挤压力以及电枢速度均有关。



(a) 上升沿结束  
(a) End of rising edge

(b) 平顶沿结束  
(b) End of flat top

图5 不同时刻电枢臂受到的电磁排斥力密度分布  
Fig.5 Distribution of electromagnetic repulsive force density of armature arm at different time

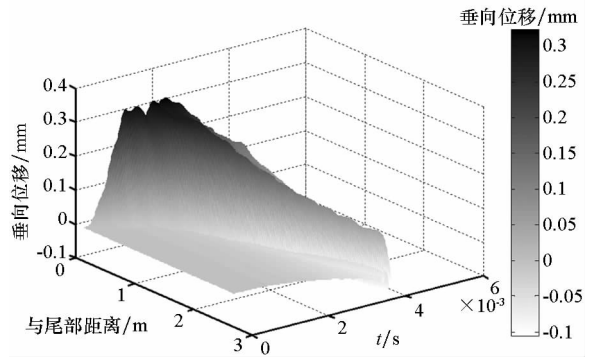


图6 轨道垂向位移的三维视图

Fig.6 3D map of rail vertical displacement

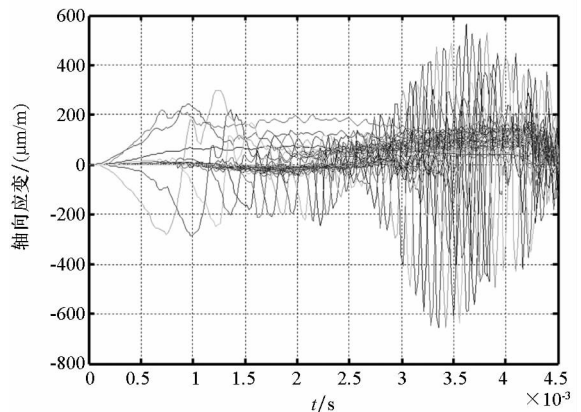


图7 轨道背部中心线轴向应变仿真值

Fig.7 Simulation results of axial strains of the centerline on the back of the rail

势。在脉冲电流平顶沿阶段,枢轨接触压力随时间推移而不断减小;但达到临界速度后,枢轨接触压力又会略有增大,即电枢臂受到的电磁排斥力和电枢速度均会影响枢轨接触压力的变化。考虑电枢运动与否的枢轨接触压力随时间的变化趋势对比亦如图4所示。两种情况得到的枢轨接触压

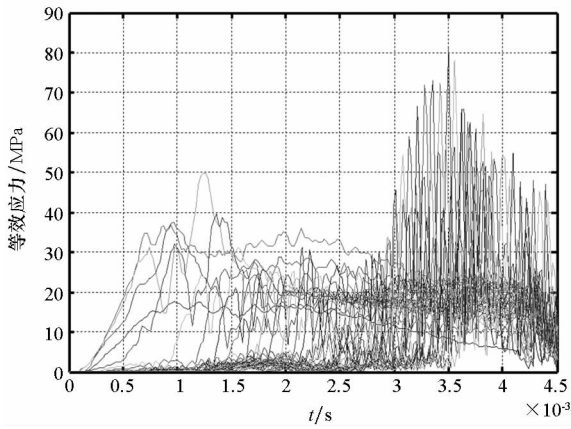


图 8 轨道背部中心线等效应力仿真值

Fig. 8 Simulation results of equivalent stresses of the centerline on the back of the rail

### 4 试验结果分析

光纤光栅应变片具有电气隔离性好、体积小、连线少等优点,比较适于电磁轨道发射器的强电磁干扰和布置空间狭小的测量环境。故搭建了基于光纤光栅应变传感器的轨道应变测量系统,光纤光栅应变传感器在轨道上的布置如图 9 所示,其位于轨道背面中心线上,并在背面绝缘板相应位置开槽以进行安装匹配。

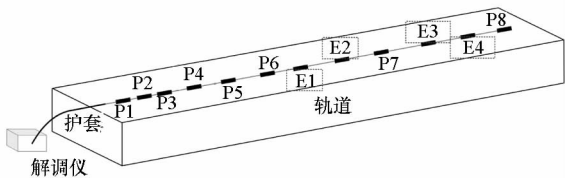


图 9 光纤光栅应变传感器在轨道上的布置

Fig. 9 Layout of fiber grating strain sensors on the rail

光纤光栅应变传感器体积很小,其直径小于 0.4 mm。光纤光栅应变传感器采用串联方式连接,即同一条光纤上有 4 个传感器。应变传感器量程为  $\pm 4000 \mu\text{m}/\text{mm}$ ,工作温度为  $0 \sim 100 \text{ }^\circ\text{C}$ 。由于应变传感器采用串联方式连接,传输损耗小,可以实现 10 kHz 数据测量和解算。以发射器尾部为原点,各个应变测量点的相对位置如表 2 所示。

表 2 轨道上应变测量点相对位置

Tab.2 Relative position of strain measuring points on the rail

编号	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8
位置/mm	120	168	264	408	647	1006	1580	2300

早期试验中,每根轨道布置 8 个应变测量点。

得到的典型上、下轨道各个测量点的轴向应变随时间变化如图 10 和图 11 所示。由图中结果可以看出,P3 ~ P5 位置轴向应变存在明显的波峰波谷,且对应电枢通过过程,说明轨道位置在电枢通过时受力最为集中。P3 ~ P5 位置轴向应变不断减小也验证了枢轨接触力随时间减小的仿真结果。上、下轨道中的 P3 ~ P6 点轴向应变波峰波谷出现在相同时刻,但 P7 和 P8 点轴向应变不论幅值和波峰波谷时刻均存在明显差异,说明电枢在起始低速段区域运行较为平稳,上、下轨道受力也较为对称,但在高速段区域上、下轨道受力出现明显不对称性,即电枢在膛内运动存在晃动现象。

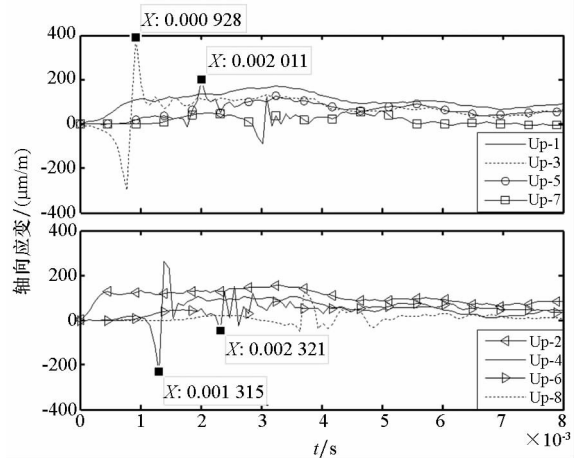


图 10 上轨道测量点轴向应变随时间的变化

Fig. 10 Variation of the axial strains of the measuring points of the upper rail with time

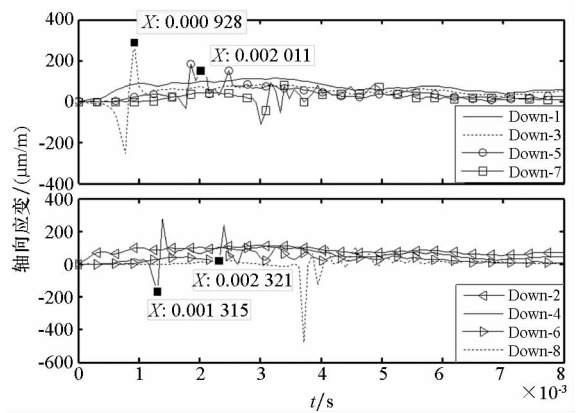


图 11 下轨道测量点轴向应变随时间的变化

Fig. 11 Variation of the axial strains of the measuring points of the lower rail with time

光纤光栅应变传感器测量系统数据采集频率仅为 10 kHz,测量数据无法准确反映电枢通过的完整过程。但多次试验可以在一定程度上弥补数据采集频率较低的不足。考虑到采集频率可能存在一定的盲区,以及高速段应变测量点

较少无法完整反映临近速度附近的动力响应特性,后期试验又在上、下轨道距尾部 1200 mm、1400 mm、1800 mm 和 2100 mm 分别增加了应变测量点,并进行了多次试验测量。测量得到的典型上、下轨道轴向应变随时间的变化如图 12 和图 13 所示。

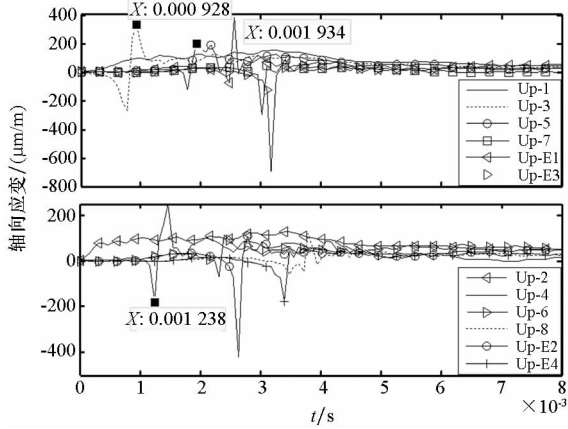


图 12 增加 4 个测量点后上轨道轴向应变随时间的变化

Fig. 12 Variation of the axial strains of the upper rail with time after the addition of four measuring points

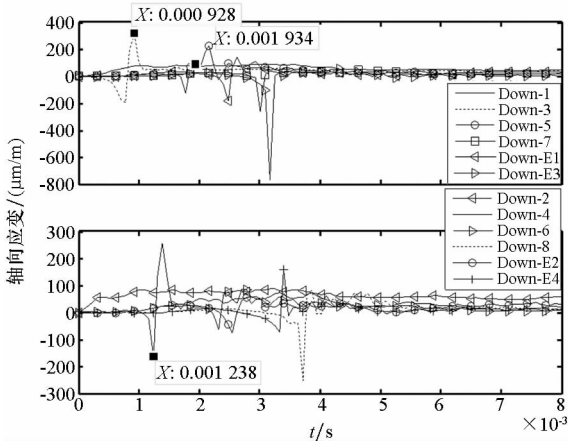


图 13 增加 4 个测量点后下轨道轴向应变随时间的变化

Fig. 13 Variation of the axial strains of the lower rail with time after the addition of four measuring points

典型测量结果中下轨道 E3 点最大轴向应变值为  $765.5 \mu\text{m/m}$ , 是 P3 点最大轴向应变值  $314.3 \mu\text{m/m}$  的 2.44 倍, 说明轨道在电枢运动的中间高速段受力最为集中。出现该现象的原因是在电枢运动的中间高速段所激发的应力波与从轨道端面反射回来的应力波频率接近, 发生了共振才导致轨道应力集中情况加剧。但该结果明显大于仿真结果, 很可能是因为仿真模型没有考虑电枢初始装填角、质量偏心等非理想因素, 才导致仿真值偏小。

## 5 结论

本文建立了电磁轨道发射器的电磁-结构-运动多物理场耦合动力分析模型。得出如下结论:

- 1) C 型电枢对轨道的电磁挤压力在平顶沿起始时刻达到最大值, 之后随着时间推移逐渐减小;
- 2) 电枢在内弹道存在“低速段容易平稳运动-高速段容易晃动”的响应特性, 其中电枢出现晃动时上、下轨道受力不对称;
- 3) 轨道受到的应力载荷与 C 型电枢对轨道的挤压力以及电枢速度均相关, 且轨道在电枢运动的中间高速段受力最为集中, 其应力集中水平约是起始低速段的 2.44 倍, 轨道应力载荷分布在轴向呈双峰曲线的变化趋势。

研究的发射器轨道在电枢运动的中间高速段受力最为集中, 说明其临界速度较低的不足, 表明电磁轨道发射器的临界速度关乎内弹道响应特性和轨道应力集中特性, 发射器设计中应最大限度使发射器临界速度高于发射初速。此外, 轨道在电枢运动的中间高速段应力集中水平试验测量值明显高于仿真值, 估计主要原因是电枢初始装填角、质量偏心等非理想因素加剧了电枢在内弹道的振动响应, 增大了轨道应力集中度。下一步将建立考虑非理想因素下的一体化弹丸和发射器耦合的动力学响应模型。另外, 提高光纤光栅应变传感器的采样频率也是更完整精确地获取电磁轨道发射器内弹道动态响应特性的重要方向。

## 参考文献 (References)

- [1] 马伟明, 鲁军勇. 电磁发射技术[J]. 国防科技大学学报, 2016, 38(6): 1-5.  
MA Weiming, LU Junyong. Electromagnetic launch technology[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2016, 38(6): 1-5. (in Chinese)
- [2] Knoth E A, Bauer D P. Armature contact load dynamics[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2002, 31(1): 198-202.
- [3] Hopkins D A, Stefani F, Hsieh K T, et al. Analysis of startup behavior in a “C-shaped” armature using linked EMAP3D/DYNA3D finite element codes [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 1999, 35(1): 59-64.
- [4] Tzeng J T. Dynamic response of electromagnetic railgun due to projectile movement [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2003, 39(1): 472-475.
- [5] Tzeng J T, Sun W. Dynamic response of cantilevered rail guns attributed to projectile/gun interaction-theory[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2006, 43(1): 207-213.
- [6] Daneshjoo K, Rahimzadeh M, Ahmadi R, et al. Dynamic response and armature critical velocity studies in an electromagnetic railgun [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2006, 43(1): 126-131.

- [7] Johnson A J, Moon F C. Elastic waves and solid armature contact pressure in electromagnetic launchers [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2006, 42(3): 422-429.
- [8] Johnson A J, Haran T, Moon F C, et al. Stress wave measurements in an electromagnetic launcher [C]// Proceedings of 14th Symposium on Electromagnetic Launch Technology, 2008: 1-6.
- [9] Johnson A J. Elastic dynamics of sliding electrical contacts under extreme conditions [D]. USA: Cornell University, 2008.
- [10] Lewis K B, Nechitailo N V. Transient resonance in hypervelocity launchers at critical velocities [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2006, 43(1): 157-162.
- [11] Nechitailo N V, Lewis K B. Influence of the critical velocity on deformation of launcher components [J]. International Journal of Impact Engineering, 2008, 35(12): 1683-1687.
- [12] 田振国, 白象忠, 杨阳. 电磁轨道发射状态下轨道的动态响应[J]. 振动与冲击, 2012, 31(2): 10-14.  
TIAN Zhenguo, BAI Xiangzhong, YANG Yang. Dynamic response of rail under a launching state of an electromagnetic rail[J]. Journal of Vibration and Shock, 2012, 31(2): 10-14. (in Chinese)
- [13] 刘文, 李敏, 白象忠, 等. 电磁炮发射轨道受指数函数磁压力的变形计算[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2010, 42(8): 1336-1340.  
LIU Wen, LI Min, BAI Xiangzhong, et al. Deformation calculation of electromagnetic launcher's rail subjected to exponential magnetic pressure[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2010, 42(8): 1336-1340. (in Chinese)
- [14] Che Y L, Yuan W Q, Xu W D, et al. The influence of different constraints and pretightening force on vibration and stiffness in railgun [J]. IEEE Transactions on Plasma Science, 2017, 45(7): 1154-1160.
- [15] Cao B, Ge X, Guo W, et al. Analysis of rail dynamic deformation during electromagnetic launch [J]. IEEE Transactions on Plasma Science, 2017, 45(7): 1269-1273.
- [16] Hoffman R B, Haran T L, James J C, et al. In situ measurement of strain and temperature for railgun launcher diagnostics [J]. IEEE Transactions on Plasma Science, 2015, 43(5): 1302-1309.
- [17] Lin Q H, Li B M. Numerical simulation of interior ballistic process of railgun based on the multi-field coupled model [J]. Defence Technology, 2016, 12(2): 101-105.