

## 修正的响应面方法优化螺栓法兰连接结构几何参数\*

蒋国庆, 陈万华, 王元兴

(中国空气动力研究与发展中心, 四川 绵阳 621000)

**摘要:**采用响应面法对螺栓法兰连接进行优化设计时,考虑到经典响应面模型的局限性,在获得结构优化参数与响应指标内在联系的基础上,提出了修正响应面模型;设计了数值试验并对比了数值试验值与前述两种响应面模型预测值,结果表明修正响应面模型的预测值不仅误差相对比较均匀,且最大误差绝对值明显小于经典响应面模型的相应值。采用遗传算法对修正响应面模型进行了以法兰质量最轻为优化目标的参数优化,取得了比较理想的优化结果。

**关键词:**响应面方法;螺栓法兰连接结构;遗传算法

**中图分类号:**V435 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2019)05-038-05

## Optimization of geometrical parameters of bolted flange by modified response surface method

JIANG Guoqing, CHEN Wanhua, WANG Yuanxing

(China Aerodynamics Research and Development Center, Mianyang 621000, China)

**Abstract:** In consideration of the limitation of TRSM (typical response surface method), a MRSM (modified response surface method) which was based on the inner connection between optimization parameters and appointed response was put forward. Several numerical experiments were conducted, and the results were compared with the predicted values of both models. The comparative results show that the MRSM's predicted values are more uniform than TRSM's and the max error absolute value is smaller than TRSM's. By using genetic algorithm, the MRSM is optimized whose aim is to minimize the weight of flange and an ideal result is obtained.

**Keywords:** response surface method; bolted flange; genetic algorithm

螺栓法兰连接作为火箭箭体级与级之间主要的连接方式之一,其力学性能在很大程度上影响着火箭发射的成败,而其结构质量也在一定程度上影响着射程<sup>[1]</sup>。以某型火箭为例,若其结构质量减轻1 kg,则射程会增加接近1 km。可见对箭体级间螺栓法兰连接结构开展减重优化是非常必要的。

众所周知,火箭的总质量是相当可观的,其连接部位一般偏向保守设计,导致该处质量偏大,存在较大的优化空间。然而,连接部位结构异常复杂,采用传统的优化方法进行优化计算时,不仅计算效率低,且难以得到最优结果。基于有限元软件的二次开发语言(如Abaqus的Python语言、MSC.Patran的PCL(Patran command language)语言等)得到结构的参数化模型,随后根据响应面方法的基本原理构建结构中所关注的静力学或者动力学响应指标与相关参数之间的响应面模型,

再选用遗传算法、模拟退火算法等智能算法对该响应面模型进行优化,这是一种可行的优化思路。蒋国庆等<sup>[2]</sup>基于PCL语言建立了螺栓法兰连接的参数化模型,并分析了结构刚度对主要几何参数的敏感系数,进而得到了敏感参数和钝感参数。申志彬等<sup>[3]</sup>基于PCL语言建立了集建模与分析于一体的星形药柱参数化模型,并分析了结构主要几何参数对最大Von Mises应变的影响规律。万华平等<sup>[4]</sup>提出了一种基于高斯过程响应面的有限元模型修正方法,相较于传统参数型响应面方法而言,该方法用于有限元模型修正更有优势。鲍诺等<sup>[5]</sup>基于参数化模型和拉丁方试验设计方法获得了多项式响应面模型,以响应面模型预测结果和实验结果之间的误差为目标函数,并采用自适应模拟退火算法获得了最优的响应面参数,进而得到了修正后的响应面模型,优化后的响应面模型具有良好的复现和预测能力。魏锦辉

\* 收稿日期:2018-05-14

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51605476)

作者简介:蒋国庆(1987—),男,湖南邵阳人,工程师,博士,E-mail:jieye1987@126.com

等<sup>[6]</sup>提出了基于具有全局收敛特性的自适应响应面的结构有限元修正方法,该方法能够有效避免陷入局部最优,且只需少量样本点即可得到全局最优解。欧阳琦等<sup>[7]</sup>考虑到响应面方法在并行子空间优化中的不足,提出了基于邻域加强的优化方法,改进后方法的优化效率得到了较大的改善。麻越垠等<sup>[8]</sup>基于响应面方法对叶栅摆动装置有限元模型的多个参数进行了优化,优化后模型的模态分析结果与模态试验结果之间的相关性得到明显提高。

本文以箭体级间螺栓法兰连接结构的简化模型为研究对象,在综合考虑前述响应指标与优化参数之间的内在联系的基础上,提出一种修正响应面模型。

## 1 响应面方法

一般而言,螺栓法兰连接结构的参数主要指的是几何参数,设其  $n$  个参数分别为  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , 则其响应  $y$  (如位移、应力、加速度等) 与参数之间的关系可用式(1)表示:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) + \varepsilon \quad (1)$$

式中:  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  为响应函数;  $\varepsilon$  为随机误差, 其均值为 0、方差为  $\sigma^2$ 。由式(1)拟合得到的模型称为响应面模型, 其预测精度主要取决于  $f$  的优劣程度。  $f$  一般为多项式, 例如二阶多项式, 如式(2)所示。

$$y = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i x_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=i}^n a_{ij} x_i x_j + \varepsilon \quad (2)$$

式中:  $a_i$  为待定系数, 当  $i \neq j$  时  $a_{ij}$  表示变量  $x_i$  和  $x_j$  两者之间的耦合作用; 当  $i = j$  时  $a_{ij}$  表示变量  $x_i$  的二次效应。

对结构参数进行  $m$  次 ( $m \geq n + 1$ ) 设置并分别进行数值计算(以下简称数值试验), 从而可以得到  $y$  的  $m$  个数值试验值。将这些参数及对应的响应面预测值分别代入式(2), 可以得到如下方程组:

$$\hat{y}^{(p)} = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i x_i^{(p)} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=i}^n a_{ij} x_i^{(p)} x_j^{(p)}, \quad p = 1, \dots, m \quad (3)$$

式(3)的矩阵形式为:

$$\hat{\mathbf{Y}} = \mathbf{X}\mathbf{A} \quad (4)$$

其中,  $\hat{\mathbf{Y}}$  为响应面预测值向量,  $\mathbf{X}$  为试验参数矩阵,  $\mathbf{A}$  为待定系数向量。

记这  $m$  次试验的数值试验值向量为:

$$\mathbf{Y} = [y^{(1)}, y^{(2)}, \dots, y^{(m)}]^T \quad (5)$$

为使响应面模型的预测误差最小, 由最小二

乘法有:

$$\min \delta(\mathbf{A}) = (\hat{\mathbf{Y}} - \mathbf{Y})^T (\hat{\mathbf{Y}} - \mathbf{Y}) \quad (6)$$

将式(4)代入到式(6)中, 可以得到:

$$\delta(\mathbf{A}) = (\mathbf{X}\mathbf{A} - \mathbf{Y})^T (\mathbf{X}\mathbf{A} - \mathbf{Y}) \quad (7)$$

为使得函数  $\delta(\mathbf{A})$  取极值, 需要满足如下条件:

$$\frac{\partial \delta(\mathbf{A})}{\partial \mathbf{A}} = \mathbf{0} \quad (8)$$

对式(8)进行化简, 可得

$$(\mathbf{X}\mathbf{A} - \mathbf{Y})^T \mathbf{X} = \mathbf{0} \quad (9)$$

当  $\mathbf{X}^T \mathbf{X}$  不奇异时, 可得到  $\mathbf{A}$  的表达式为:

$$\mathbf{A} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{Y} \quad (10)$$

将数值试验值和试验参数代入式(10)即可得到待定系数的值, 进而可得相应的响应面模型。

## 2 修正响应面模型

由式(1)和式(10)可知, 响应面模型的预测精度主要取决于响应函数和数值试验。在数值试验相同的条件下, 响应函数的选取则显得尤为重要<sup>[9]</sup>。一般而言, 多项式响应函数具有一定的普遍性, 能够解决大部分拟合问题。在此, 把与多项式响应函数相对应的响应面模型称为经典响应面模型。为提高经典响应面模型的拟合精度和预测精度, 有时需要多次调整多项式的次数和数值试验的次数。这一过程需要耗费大量的时间和精力。即便如此, 有时也不能得到理想的预测精度。因此, 需要根据实际情况对多项式响应函数进行一定修正。

经典响应面模型的普适性意味着它与实际案例的关联度不高。因此, 对经典响应面模型进行修正时特别需要与具体实际相结合。对螺栓法兰连接结构进行参数优化时, 需要根据优化约束条件与优化参数之间的内在联系, 建立合理的修正响应面模型。

根据火箭箭体级间螺栓法兰连接结构的实际形式(如图1(a)所示), 设计如图1(b)所示简化后的螺栓法兰连接结构(该结构高为 700 mm, 外径为 300 mm), 其中法兰质量主要由内翻法兰宽度  $t_2$  和内翻法兰厚度  $t_3$  决定。对法兰进行以质量最轻为优化目标时, 若设置约束条件为轴向拉伸载荷作用下顶端位移  $d$  不大于某一指定数值, 则需要构建该位移与优化参数之间的响应面模型。

为构建合理的修正响应面模型, 设计如表1所示数值试验, 以获得  $d$  与优化参数之间的内在联系, 表中  $t_2$  和  $t_3$  的单位均为 mm, 下同。

根据数值试验一的计算结果, 可得  $d$  与优化参数之间的关系曲线如图2所示。

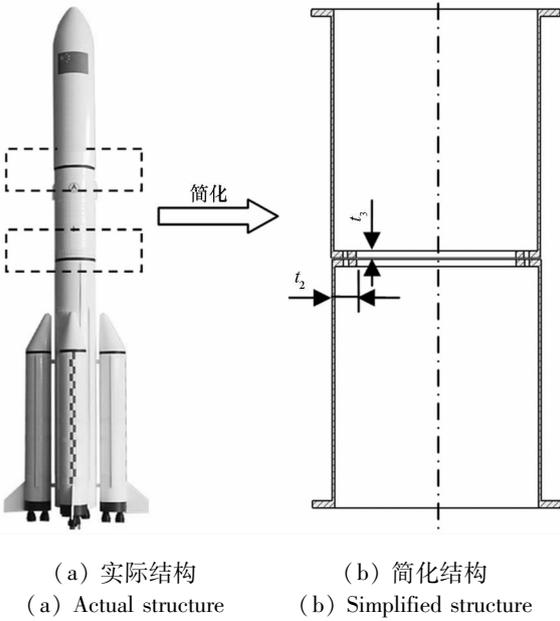


图 1 火箭级间连接结构及其简化结构

Fig. 1 Connection structure in rocket and its simplified structure

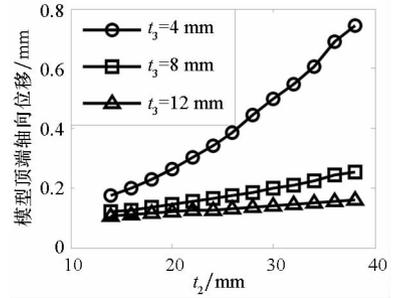
由图 2 可知,内翻法兰宽度  $t_2$  与模型顶端轴向位移之间近似为二次函数关系,内翻法兰厚度  $t_3$  与该位移之间近似为倒数关系。令  $x_1 = t_2$ 、 $x_2 = t_3$ ,设计修正响应面模型为:

$$d_{修} = a_0 + a_1x_1 + \frac{a_2}{x_2} + a_3x_1x_2 + a_4x_1^2 \quad (11)$$

与之相对应的经典响应面模型为:

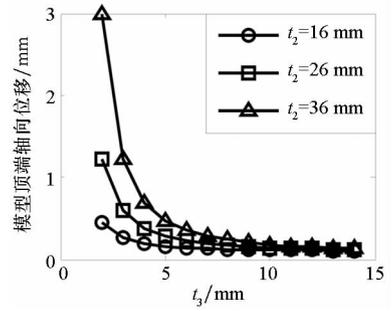
$$d = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_1x_2 + b_4x_1^2 + b_5x_2^2 \quad (12)$$

为求得式(11)和式(12)中的未知数,根据均匀试验原理设计得到表 2 所示数值试验,计算结果见表 2。



(a) 内翻法兰宽度  $t_2$

(a) Width of flange  $t_2$



(b) 内翻法兰厚度  $t_3$

(b) Thickness of flange  $t_3$

图 2 顶端位移  $d$  与优化参数关系曲线

Fig. 2 The curve between  $d$  and parameters

表 1 数值试验一

Tab. 1 Numerical test one

	试验号												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$t_2$ 变化, $t_3=4$	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38
$t_2$ 变化, $t_3=8$	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38
$t_2$ 变化, $t_3=12$	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38
$t_3$ 变化, $t_2=16$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$t_3$ 变化, $t_2=26$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$t_3$ 变化, $t_2=36$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

表 2 数值试验二

Tab. 2 Numerical test two

	试验号												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$t_2/\text{mm}$	16	20	24	28	32	36	14	18	22	26	30	34	38
$t_3/\text{mm}$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
数值试验值	0.443	0.383	0.342	0.317	0.296	0.283	0.120	0.128	0.131	0.135	0.140	0.143	0.144

根据表 2 的相关数据,可计算得到修正响应面模型和经典响应面模型分别为:

$$d_{修} = -0.1034 + 0.0134x_1 + \frac{0.7524}{x_2} - 0.0004x_1x_2 \quad (13)$$

$$d = 0.0590 + 0.0355x_1 - 0.1811x_2 - 0.0214x_1x_2 + 0.0026x_1^2 + 0.0455x_2^2 \quad (14)$$

与式(14)相比,式(13)中其余项的系数远小于 0.0001,在此忽略不计。式(13)和式(14)所对应的曲面分别如图 3 和图 4 所示。

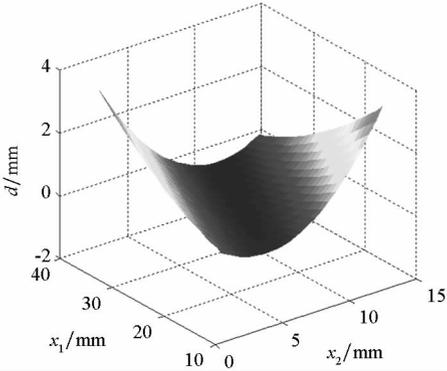


图 3 经典响应面

Fig. 3 Typical response surface

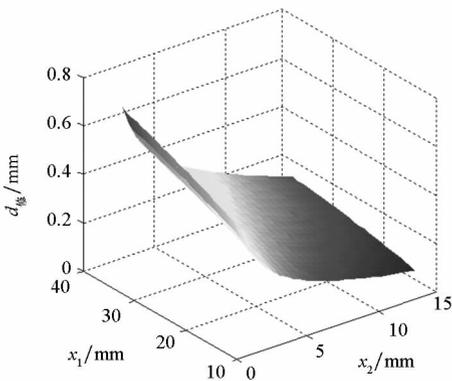


图 4 修正响应面

Fig. 4 Modified response surface

为对比两个模型的预测精度,重新设计数值试验并统计计算结果如表 3 所示。采用式(13)和式(14)分别对数值试验进行预测,把预测结果和预测误差也统计于表 3。

由表 3 可知,修正响应面模型的预测值误差相对比较均匀,且最大误差绝对值要明显小于经典响应面模型的相应值,最大误差为 7.55%。因此,对螺栓法兰连接结构进行参数优化时,可以优先考虑修正响应面模型。

### 3 螺栓法兰连接结构参数优化

对螺栓法兰连接结构进行参数优化时,设置其优化目标为法兰质量最轻,取法兰密度为  $\rho = 2.7 \times 10^{-9} \text{ t/mm}^3$ ,则法兰质量为:

$$M_{\text{flange}} = 4.75 \times 10^{-6}x_1x_2 - 1.70 \times 10^{-8}x_1^2x_2 \quad (15)$$

式中,  $M_{\text{flange}}$  的单位为 t。

考虑到现有的螺栓法兰连接结构模型是根据现有经验设计而得,在给定载荷(即 50 kN 集中拉力)作用下模型顶端轴向位移为 0.14 mm。因此,可将该值设置为约束条件之一。综合考虑参数的可变范围,可得螺栓法兰连接结构的优化模型为:

$$\begin{cases} \mathbf{X} = \{x_1, x_2\} \\ \min M_{\text{flange}} \\ \text{s. t. } 14 \leq x_1 \leq 38 \\ 2 \leq x_2 \leq 14 \\ d_{修} \leq 0.14 \end{cases} \quad (16)$$

采用遗传算法对式(16)进行参数优化计算,其中种群数设置为 50,迭代次数设置为 40,优化过程如图 5 所示。由图 5 可知,当迭代次数为 15 时,已经得到优化结果,统计如表 4 所示。

表 3 数值试验三

Tab. 3 Numerical test three

	试验号									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$t_2/\text{mm}$	16	19	23	28	34	36	14	18	22	26
$t_3/\text{mm}$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
数值试验值	0.443	0.344	0.320	0.317	0.319	0.283	0.120	0.128	0.131	0.135
经典模型预测值	0.428	0.319	0.286	0.328	0.459	0.277	0.131	0.128	0.128	0.131
误差/%	-3.48	-7.38	-10.61	3.50	43.77	-2.10	8.81	-0.16	-2.24	-2.66
修正模型预测值	0.458	0.355	0.321	0.313	0.318	0.297	0.117	0.130	0.139	0.145
误差/%	3.40	3.33	0.22	-1.14	-0.37	4.87	-2.78	1.40	6.49	7.55

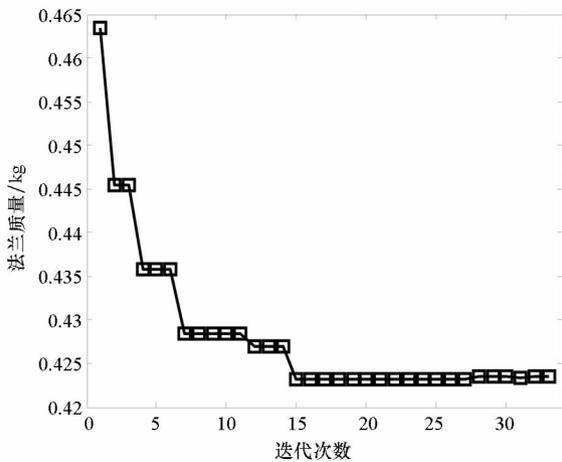


图 5 修正响应面模型优化计算过程

Fig. 5 Optimization process of the modified response surface model

表 4 优化前后法兰结构对比

Tab. 4 Flange structure comparison before and after optimization

	$x_1/\text{mm}$	$x_2/\text{mm}$	$M_{\text{flange}}/\text{kg}$
优化前	26	10	1.096
优化后	14.00	6.70	0.424
变化幅度/%	-46.15	-32.96	-61.36

由表 4 可知,法兰质量得到大幅度减小,取得了较为理想的优化结果。为验证优化结果的有效性,利用优化后的参数,建立优化后的螺栓法兰连接结构模型的有限元模型并进行相同拉力载荷下的静力学分析,得到模型顶端轴向位移为 0.13 mm。该位移值与目标位移相差 -7.14%。即优化后的法兰结构不仅质量得到了大幅度减小,且模型的抗拉刚度得到一定增强,所以优化效果是非常明显的。

## 4 结论

基于结构参数与所关注结构响应之间的内在关系,建立了螺栓法兰连接结构的修正响应面模型,并采用遗传算法对法兰进行了以质量最轻为目标的优化设计,得到的主要结论如下。

1) 修正响应面模型考虑了优化参数与响应之间的内在联系,因而其拟合精度明显优于经典响应面模型;

2) 响应面方法与遗传算法相结合是一种合理的优化思路,不仅能得到满意的优化结果,还能极大地提高优化效率。

## 参考文献 (References)

- [1] 栾宇. 航天器结构中螺栓法兰连接的动力学建模方法研究[D]. 辽宁: 大连理工大学, 2012.  
LUAN Yu. Study on dynamic modeling of bolted flange connection in aerospace structures [D]. Liaoning: Dalian University of Technology, 2012. (in Chinese)
- [2] 蒋国庆, 李家文, 唐国金. 参数化建模的螺栓法兰连接刚度分析[J]. 国防科技大学学报, 2014, 36(6): 180-184.  
JIANG Guoqing, LI Jiawen, TANG Guojin. Stiffness analysis of bolted flange joint based on parameterized modeling [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2014, 36(6): 180-184. (in Chinese)
- [3] 申志彬, 李磊, 雷勇军, 等. 基于 Patran 二次开发的星形药柱几何参数灵敏度分析[J]. 国防科技大学学报, 2010, 32(4): 25-29.  
SHEN Zhibin, LI Lei, LEI Yongjun, et al. Geometric parameters sensitivity analysis for star grain based on secondary development of Patran [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2010, 32(4): 25-29. (in Chinese)
- [4] 万华平, 任伟新, 魏锦辉. 基于高斯过程响应面的结构有限元模型修正方法[J]. 振动与冲击, 2012, 31(24): 82-87.  
WAN Huaping, REN Weixin, WEI Jinhui. Structural finite element model updating based on Gaussian process response surface methodology [J]. Journal of Vibration and Shock, 2012, 31(24): 82-87. (in Chinese)
- [5] 鲍诺, 王春洁, 赵军鹏, 等. 基于响应面法的结构动力学模型修正[J]. 振动与冲击, 2013, 32(16): 54-58.  
BAO Nuo, WANG Chunjie, ZHAO Junpeng, et al. Model updating of structure dynamics based on response surface methodology [J]. Journal of Vibration and Shock, 2013, 32(16): 54-58. (in Chinese)
- [6] 魏锦辉, 任伟新. 结构有限元模型修正的自适应响应面方法[J]. 振动与冲击, 2013, 32(8): 114-119.  
WEI Jinhui, REN Weixin. FE model updating based on adaptive response surface method [J]. Journal of Vibration and Shock, 2013, 32(8): 114-119. (in Chinese)
- [7] 欧阳琦, 黄奕勇, 陈小前. 邻域加强的并行子空间优化过程[J]. 国防科技大学学报, 2011, 33(5): 22-25.  
OUYANG Qi, HUANG Yiyong, CHEN Xiaoqian. Neighborhood strengthened concurrent subspace optimization based on response surface [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2011, 33(5): 22-25. (in Chinese)
- [8] 麻越垠, 陈万华, 王元兴, 等. 基于响应面方法的叶栅摆动装置有限元模型修正[J]. 振动与冲击, 2016, 35(22): 232-236, 242.  
MA Yueyin, CHEN Wanhua, WANG Yuanxing, et al. Finite element model updating of a blade swing mechanism based on response surface method [J]. Journal of Vibration and Shock, 2016, 35(22): 232-236, 242. (in Chinese)
- [9] 蒋寅军. 基于响应面方法的复杂结构模型修正方法研究[D]. 武汉: 武汉大学, 2011.  
JIANG Yinjun. Research on dynamic model updating technology for complex structures based on response surface methodology [J]. Wuhan: Wuhan University, 2011. (in Chinese)