

适用于北斗混合星座的相对定位随机模型建模策略*

伍劭实¹, 赵修斌¹, 庞春雷¹, 张良¹, 刘亚东²

(1. 空军工程大学信息与导航学院, 陕西西安 710077; 2. 中国人民解放军95853部队, 北京 100076)

摘要:为提高模糊度解算成功率和基线解精度,提出适用于北斗的相对定位随机模型建模策略,即混合随机建模策略。采用最小二乘方差分量估计方法对北斗单差观测量方差进行估计。对处于不同高度的三轨道卫星观测量方差分别建模:对地球静止轨道卫星观测量方差采用载噪比模型建模,对倾斜地球同步轨道卫星和中地球轨道卫星观测量方差均采用仰角模型建模。根据不同模型实时组建观测量的随机模型。试验结果表明:相比于采用传统简化模型和单一的仰角或载噪比模型,混合随机模型能更加真实地反映不同卫星观测量的随机噪声特性,模糊度解算成功率和相对定位精度均有提高,总体性能最优,因而能更好地适用于北斗系统。

关键词:北斗卫星导航系统;随机模型;卫星仰角;载噪比;相对定位

中图分类号:P228 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2019)05-043-06

Stochastic modeling strategy for BDS hybrid constellation in relative positioning

WU Shaoshi¹, ZHAO Xiubin¹, PANG Chunlei¹, ZHANG Liang¹, LIU Yadong²

(1. Information and Navigation College, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China;

2. The PLA Unit 95853, Beijing 100076, China)

Abstract: In order to improve the integer ambiguity resolution success-rate and the baseline precision, a strategy of stochastic modeling for precise relative positioning aimed at hybrid constellation BDS was proposed, namely the hybrid stochastic modeling strategy. In the new strategy, variances of single-difference observations were estimated with the least-squares variance component estimation. After that, the observation variances of different orbits satellites were fitted with different models, carrier-to-noise ratios dependent model was used to fit the observation variances of geostationary earth orbit satellites, and two individual elevation-dependent models were used to fit observation variances of inclined geosynchronous satellite orbit and medium earth orbit satellites. Then the stochastic model of observation model was constructed in real time with these different fitted models. The experimental results reveal that, when compared with the traditional, simplified model and the sole elevation or carrier-to-noise ratios model, the proposed hybrid stochastic model is more realistic in reflecting the noise property of observations of different orbits satellites. And it has an overall better performance in integer ambiguity resolution success rates and relative positioning precision. Hence, the hybrid stochastic model is more suitable for BDS in high precision positioning applications.

Keywords: BeiDou navigation satellite system; stochastic model; satellite elevation; carrier-to-noise ratios; relative positioning

精确建立随机模型是全球导航卫星系统(Global Navigation Satellite System, GNSS)精密测量与定位的先决条件^[1],其在精密相对定位中通常具有两个方面重要作用:一是提高模糊度浮点解的精度,进而提高模糊度固定成功率,提高相对定位的可靠性;二是提高基线解的精度^[2-3]。当前,国内外学者对随机建模进行了广泛而深入的研究,主要集中在基于仰角和基于载噪比的模型^[4-5]。文献[6]提出了卫星仰角模型,认为GPS

卫星观测量噪声与卫星仰角相关,随后,文献[7-10]在此基础上引入了观测量相关性和时间相关性,使得根据GPS卫星仰角建立的随机模型更加准确。载噪比模型最先在文献[11]中被提出。基于此,文献[12-13]分别提出了Sigma- ϵ 模型和Sigma- Δ 模型,前者提高了低仰角GPS卫星的定位精度,后者在此基础上考虑了GPS卫星信号通过障碍物发生衍射带来的定位误差影响。文献[14]进一步考虑了空间物理相关性,并由此

* 收稿日期:2018-05-17

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61601506);空军工程大学校长基金资助项目(XZJK2018022)

作者简介:伍劭实(1990—),男,湖北宜昌人,博士研究生,E-mail:shaoshi_wu@163.com;

赵修斌(通信作者),男,教授,博士,博士生导师,E-mail:zhaoxiubin926@163.com

提出了 sigma-C 模型,使得此类基于载噪比的模型更加准确。由此可以看出,关于随机模型的研究主要是针对 GPS 展开,对于北斗的随机模型研究还相对较少的。当前,我国自主建设发展的北斗卫星导航系统正在向第三代全球导航系统过渡,针对北斗的随机模型研究也逐渐增多。为准确合理地确定观测量随机模型,国内外学者提出了许多行之有效的方差分量估计方法,如 Helmert 方差分量估计、最小范数二次无偏估计、最优不变二次无偏估计、最小二乘方差分量估计(Least-Squares Variance Component Estimation, LS-VCE)等。其中 LS-VCE 基于最小二乘准则,具有简单、灵活等优点^[15]。文献[3]采用 LS-VCE,针对北斗三频信号的随机特性进行了系统深入的研究,发现采用仰角模型时,地球静止轨道(Geostationary Earth Orbit, GEO)卫星的拟合误差要大于倾斜地球同步轨道(Inclined Geosynchronous Satellite Orbit, IGSO)和中地球轨道(Medium Earth Orbit, MEO)卫星。

当前,北斗随机模型的研究主要借鉴了 GPS 的方法,然而北斗和 GPS 具有诸多不同,特别是在卫星轨道设计上,北斗由三轨道星座混合而成,不同轨道卫星的观测噪声具有明显差异^[4,16]。因此,针对单一星座的 GPS 采用的单一卫星仰角或载噪比模型,可能无法很好地适用于北斗系统。基于此,提出了一种适用于北斗的随机模型建模策略,即混合随机建模。

1 单差模型及残差

为了得到不同轨道卫星的测量噪声特性,需利用单差模型计算残差。假设基准站接收机 r 和移动站接收机 m 同时观测 n 颗卫星,则短基线单频单历元单差相对定位模型为:

$$E\begin{pmatrix} \phi \\ \rho \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{A} & \mathbf{e} & \mathbf{0} \\ \mathbf{B} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{e} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{b} \\ \mathbf{a} \\ \delta t \\ dt \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中: $\phi = [\phi^1 \ \phi^2 \ \dots \ \phi^n]^T$ 和 $\rho = [\rho^1 \ \rho^2 \ \dots \ \rho^n]^T$ 分别为单差相位和伪距观测量; $\mathbf{b} = [b_x \ b_y \ b_z]^T$ 和 $\mathbf{a} = [a^1 \ a^2 \ \dots \ a^n]^T$ 分别为基线向量和单差模糊度向量; \mathbf{B} 为 $n \times 3$ 单位视线向量矩阵; δt 为以距离为单位的包含单差接收机钟差、单差相位硬件延迟以及单差初始相位误差的钟差项, dt 为以距离为单位的包含单差接收机钟差、单差伪距硬件延迟的钟差项; \mathbf{A} 为 $n \times n$ 模糊度系数矩阵,其对角线元素为对应载波

波长; \mathbf{e} 是元素全为 1 的 n 维列向量; $E[\]$ 表示期望算子。

$$\text{由于 } \mathbf{A} \text{ 和 } \mathbf{e} \text{ 满足 } [\mathbf{A}_{n \times n} \ \mathbf{e}_{n \times 1}] \begin{bmatrix} -\mathbf{e} \\ \lambda \end{bmatrix} = \mathbf{0}_{n \times 1},$$

因此单差模糊度 \mathbf{a} 和钟差项 δt 不能有效分离。对式(1)中的参量进行如下参数化:

$$\delta t' = \delta t + \lambda a^1 \quad (2)$$

则式(1)可写为:

$$E\begin{pmatrix} \phi \\ \rho \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{A} & \mathbf{e} & \mathbf{0} \\ \mathbf{B} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{e} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{b} \\ \mathbf{a}' \\ \delta t' \\ dt \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中, $\mathbf{a}' = [0 \ a^2 - a^1 \ a^3 - a^1 \ \dots \ a^n - a^1]^T$, 可见 \mathbf{a}' 中包含了双差模糊度。

利用双差模型,可提前准确确定双差模糊度和基线向量 \mathbf{b} , 则式(3)中只剩下钟差项 $\delta t'$ 和 dt , 并可被精确估计,由此可得单差观测量残差为:

$$E(\mathbf{v}) = E\begin{pmatrix} \phi - \mathbf{B}\mathbf{b} - \mathbf{A}\mathbf{a}' - \mathbf{e}\delta t' \\ \rho - \mathbf{B}\mathbf{b} - \mathbf{e}dt \end{pmatrix} \quad (4)$$

2 LS-VCE 观测量方差 - 协方差阵

确定观测量方差 - 协方差阵未知分量的过程即为方差分量估计^[3]。采用 LS-VCE 进行观测量的方差 - 协方差阵估计。

假设线性观测模型为:

$$\begin{cases} E(\mathbf{y}) = \mathbf{A}\mathbf{x} \\ D(\mathbf{y}) = \mathbf{Q}_{yy} = \mathbf{Q}_0 + \sum_{k=1}^p \sigma_k \mathbf{Q}_k \end{cases} \quad (5)$$

其中: \mathbf{y} 为观测向量; \mathbf{A} 为列满秩系数矩阵; \mathbf{x} 为待估参量; \mathbf{Q}_{yy} 为观测量 \mathbf{y} 的方差 - 协方差阵; \mathbf{Q}_k 为协因数阵,其中 $k=1,2,\dots,p$; \mathbf{Q}_0 为 \mathbf{Q}_{yy} 中已知的部分; σ_k 为方差分量; $E[\]$ 和 $D[\]$ 分别为期望和方差算子。

由文献[15]可知,方差分量的最小二乘解为:

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{N}^{-1}\mathbf{r} \quad (6)$$

式中, $\hat{\boldsymbol{\sigma}} = [\hat{\sigma}_1 \ \hat{\sigma}_2 \ \dots \ \hat{\sigma}_p]^T$, \mathbf{N} 及 \mathbf{r} 为法矩阵。法矩阵的各元素为:

$$n_{kl} = \text{tr}(\mathbf{Q}_k \mathbf{W}_y \mathbf{P}_A^\perp \mathbf{Q}_l \mathbf{W}_y \mathbf{P}_A^\perp) \quad (7)$$

$$r_k = \hat{\mathbf{e}}^T \mathbf{W}_y \mathbf{Q}_k \mathbf{W}_y \hat{\mathbf{e}} - \text{tr}(\mathbf{Q}_k \mathbf{W}_y \mathbf{P}_A^\perp \mathbf{Q}_0 \mathbf{W}_y \mathbf{P}_A^\perp) \quad (8)$$

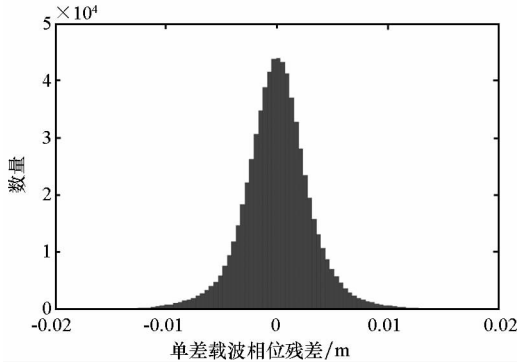
其中, $\hat{\mathbf{e}} = \mathbf{P}_A^\perp \mathbf{y}$, 投影矩阵 $\mathbf{P}_A^\perp = \mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{A}^T \mathbf{W}_y \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{A}^T \mathbf{W}_y$, \mathbf{W}_y 为 \mathbf{y} 的加权阵。

式(7)和式(8)可用来有效估计观测量的协方差阵,但由此会带来可估性的问题,即 \mathbf{Q}_{yy} 无法通过式(7)和式(8)一次性获得,需要进行迭代估计^[3]。本文采用一种简化的 LS-VCE 方法估计观测量的协方差阵。由文献[15]可知,若 \mathbf{y} 为 0 均

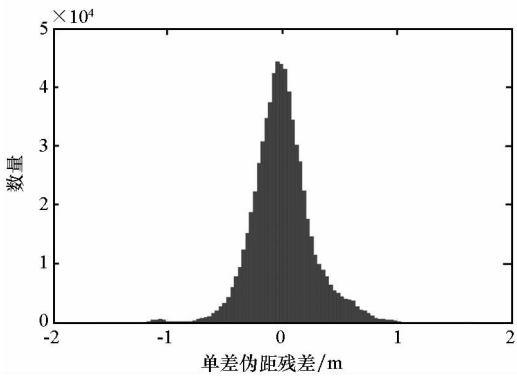
值随机向量,则其方差-协方差阵为:

$$\hat{Q}_{yy} = yy^T \quad (9)$$

结合式(4),在各参量都被精确估计的前提下,若单差观测量残差满足0均值随机分布的条件,则可通过残差的协方差阵来近似得到单差观测量的协方差阵。以某一天24h北斗实测B1观测量单差残差直方图为例,如图1所示,北斗观测量单差残差近似满足0均值正态分布,因此可通过式(9)近似估计单差观测量值得协方差阵,将其作为观测模型的随机模型。



(a) 单差载波相位观测量残差直方图
(a) Histogram of single-differencing phase observation residuals



(b) 单差伪距观测量残差直方图
(b) Histogram of single-differencing code observation residuals

图1 北斗B1频点观测量残差直方图

Fig. 1 Histogram of observation residuals on BDS B1

3 构建随机模型

通过式(4)和式(9)估计得到单差观测量的协方差阵后,即可利用特定模型对其进行拟合。当前常用的模型为卫星仰角模型和载噪比模型。

3.1 卫星仰角模型

卫星仰角模型反映了卫星观测量标准差与卫星仰角的关系,常用的是指数模型^[6]和三角函数模型^[17],分别表示为:

$$\sigma = a_1 + a_2 \cdot e^{-\theta/\theta_0} \quad (10)$$

$$\sigma = \frac{a_1}{\sin(\theta) + a_2} \quad (11)$$

其中: σ 表示单差观测量标准差,当表示相位观测量标准差时单位为mm,当表示伪距观测量标准差时单位为m; a_1 和 a_2 为需要拟合的模型参数; θ 为卫星仰角; θ_0 为仰角误差标度值^[6]。根据式(10)或式(11)可以建立双差观测模型的随机模型:

$$Q = J \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & & & & \\ & \ddots & & & \\ & & \sigma_i^2 & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & \sigma_n^2 \end{bmatrix} J^T \quad (12)$$

式中: Q 为双差观测量的方差-协方差阵; σ_i 为卫星 i 的单差观测量标准差; n 为卫星数; $J = [-e_n \quad I_n]$ 为单差-双差转换矩阵, e_n 是元素全为1的 n 维列向量, I_n 为 n 维单位阵。

3.2 载噪比模型

载噪比模型反映了卫星观测量标准差与卫星信号载噪比的关系,其表达式^[11]为:

$$\sigma^2 = b_1 \cdot 10^{-\frac{C/N}{10}} \quad (13)$$

式中: σ^2 为非差观测量方差, m^2 ; b_1 为需要拟合的模型参数; C/N 为所接收卫星信号的载噪比。

根据式(13)可以建立双差观测模型的随机模型:

$$Q = J \begin{bmatrix} \sigma_{r1}^2 + \sigma_{m1}^2 & & & & \\ & \ddots & & & \\ & & \sigma_{ri}^2 + \sigma_{mi}^2 & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & \sigma_{rn}^2 + \sigma_{mn}^2 \end{bmatrix} J^T \quad (14)$$

式中, σ_{ri}^2 和 σ_{mi}^2 分别为接收机 r 和 m 接收来自卫星 i 的非差观测量方差。

基于仰角或载噪比的模型在GPS随机模型研究中发挥了重要作用,也取得了不少研究成果。然而与单一星座的GPS不同,北斗由三轨道星座混合而成,因此在建立随机模型的过程中,不能完全照搬GPS中的方法,而是应该寻找适合于北斗特点的随机建模方法。

4 试验结果与分析

4.1 试验条件

采用一接收机和一对天线,两天线固定于

楼顶,基线长为 2.17 m,数据长度为 13.5 h,采样率为 1 Hz,卫星截止角设为 15°。试验前先利用长期观测数据拟合混合模型的各个参数,如表 1 所示。然后根据混合模型确定观测测量随机模型,对采集的北斗静态数据进行逐历元相对定位解算。尽管采用多频或多系统能显著提高模糊度解算效果^[18-19],但考虑到单频单历元是最为苛刻的条件,因而在单频单历元条件下验证所提混合模型的性能,试验中 B1 和 B2 频点所用卫星一致。

表 1 混合模型参数

Tab. 1 Parameters of the hybrid model

卫星类型	B1	
	载波相位	伪距
GEO	$b_1 = 0.047$	$b_1 = 1309.299$
IGSO	$a_1 = 1.261$	$a_1 = 0.216$
	$a_2 = -0.044$	$a_2 = 0.158$
MEO	$a_1 = 3.399$	$a_1 = 0.188$
	$a_2 = 0.253$	$a_2 = 0.189$

卫星类型	B2	
	载波相位	伪距
GEO	$b_1 = 0.221$	$b_1 = 982.692$
IGSO	$a_1 = 1.761$	$a_1 = 0.303$
	$a_2 = -0.061$	$a_2 = 0.374$
MEO	$a_1 = 3.246$	$a_1 = 0.175$
	$a_2 = 0.219$	$a_2 = 0.234$

由于采用单历元解算,因此未考虑观测量的时间相关性。试验中所用四种随机模型分别为简化等权随机模型(假设同一频率上不同卫星的相位或伪距测量标准差为常量,取最小测量单元的 1% 作为观测量标准差,例如对于 B1 载波相位,观测量标准差为 1.92 mm,模型一)、单一仰角模型(模型二)、单一载噪比模型(模型三)和所提混合模型(新模型)。

4.2 试验过程与分析

图 2 以 B1 频点为例,给出了简化等权模型和新模型情况下三颗代表不同类型的卫星 (PRN4 (GEO)、PRN9 (IGSO)、PRN14 (MEO)) 相位和伪距单差残差对比结果。由图 2 可知,新模型能在一定程度上抑制观测量的噪声,因而有利于双差模糊度的解算及基线解精度的提高。

为统计模糊度成功率,首先利用静态基线向量这一已知条件,确定 B1 和 B2 单频双差模糊度,将其作为参考值。然后分别利用四种随机模型,解算可视卫星数分别为 5 (1IGSO + 4GEO)、6 (1IGSO + 5GEO)、7 (1MEO + 1IGSO + 5GEO 或 2IGSO + 5GEO)、8 (1MEO + 2IGSO + 5GEO 或 3IGSO + 5GEO) 情况下的 B1 和 B2 单频双差模糊度,将其与提前确定的模糊度参考值进行比较,计算以上不同情况下的单频双差模糊度成功率(模糊度正确固定历元数与总历元数之比),结果如表 2 所示。由表 2 可知,除了 B2 频率 5 颗卫星情

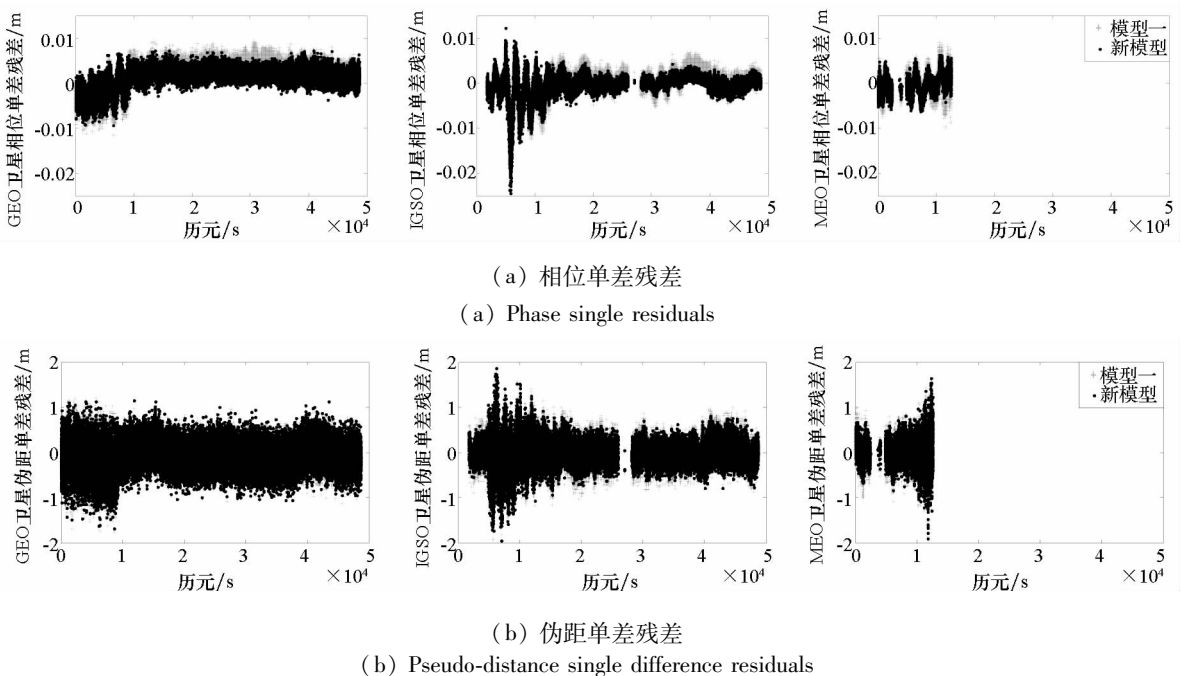


图 2 不同类型的北斗卫星利用简化模型和新模型得到的 B1 单差残差

Fig. 2 Single-difference residual of different BDS satellites on B1 with the simplified and the new stochastic model

况下所提混合模型模糊度成功率略低于模型二(单一仰角模型),其余情况下所提模型的模糊度成功率均最高;尽管随着卫星数的增加,四种模型下的模糊度成功率均大幅提升,但模型一(简化等权模型)相比于其他三个模型的提升幅度最小,尤其是7颗星的情况,此时模型一的模糊度成

功率低于27%,而其他三种模型下成功率已达到85%以上,说明随机建模与否对于模糊度解算的影响不容忽视。

接下来统计模糊度正确固定的前提下可视卫星数分别为5、6、7、8时,采用四种模型计算得到的基线解精度,结果如图3和图4所示。由图3

表2 四种模型下得到的单频双差模糊度解算成功率

Tab.2 Ambiguity resolution success rates under different models

%

模型类型	5 颗星	6 颗星	7 颗星	8 颗星	
B1	模型一	1.57	6.03	26.87	63.13
	模型二	12.95	36.07	85.01	97.50
	模型三	13.20	34.24	85.40	98.40
	新模型	13.59	41.47	87.66	98.46
B2	模型一	2.44	3.79	19.81	52.76
	模型二	24.20	37.16	89.19	98.90
	模型三	22.76	38.91	88.46	98.82
	新模型	23.80	47.62	91.21	98.96

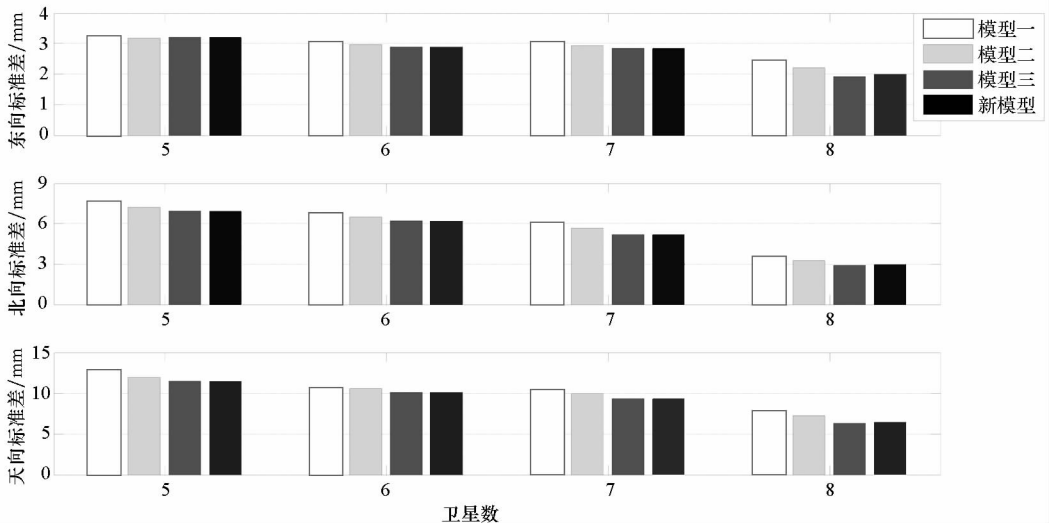


图3 B1 频率上基线分量标准差

Fig.3 Standard deviations of baseline components on B1

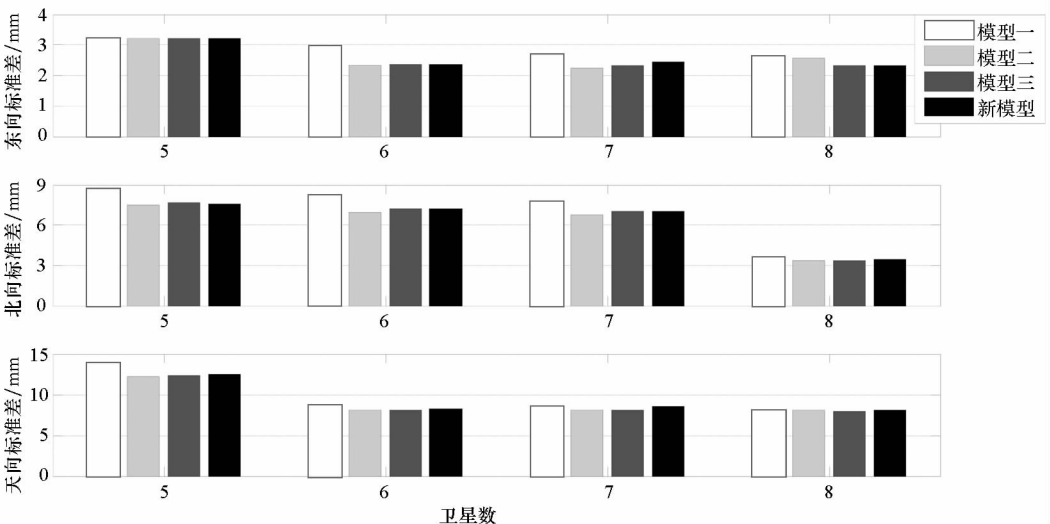


图4 B2 频率上基线分量标准差

Fig.4 Standard deviations of baseline components on B2

和图 4 可知,采用后三个随机模型所得基线解精度相差不大,但相比于模型一精度更高。尽管在基线解精度方面新模型性能并非最优,甚至有时略低于模型二和模型三(比如 B2 的 7 颗星情况),但其仍然保持着较好特性,同时结合表 2 中模糊度成功率结果,说明新模型的综合性能最优。

5 结论

与传统采用单一模型建立随机模型的方法不同,混合建模策略针对不同轨道的北斗卫星分别建立随机模型:对于 GEO 卫星,采用载噪比模型;对于 IGSO 和 MEO 卫星,均采用仰角模型。实测数据结果表明;采用所提混合模型,模糊度解算成功率最高,同时在基线解精度上也具有较好特性,综合性能最优。因而相比于传统简化模型和单一的仰角或载噪比模型,混合模型更适用于北斗系统。

参考文献 (References)

- [1] Amiri-Simkooei A R, Teunissen P J G, Tiberius C C J M. Application of least-squares variance component estimation to GPS observables [J]. *Journal of Surveying Engineering*, 2009, 135(4): 149 - 160.
- [2] Amiri-Simkooei A R, Jazaeri S, Zangeneh-Nejad F, et al. Role of stochastic model on GPS integer ambiguity resolution success rate[J]. *GPS Solutions*, 2016, 20(1): 51 - 61.
- [3] Li B F. Stochastic modeling of triple-frequency BeiDou signals: estimation, assessment and impact analysis [J]. *Journal of Geodesy*, 2016, 90(7): 593 - 610.
- [4] 严丽, 李萌, 梅熙, 等. 实时估计不同类型北斗卫星观测值的随机模型[J]. *武汉大学学报(信息科学版)*, 2017, 42(2): 263 - 269.
YAN Li, LI Meng, MEI Xi, et al. Real-time estimating different types of BDS observations stochastic model [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2017, 42(2): 263 - 269. (in Chinese)
- [5] 黄令勇, 吕志平, 吕浩, 等. 北斗三频伪距相关随机模型单站建模方法[J]. *测绘学报*, 2016, 45(z2): 165 - 171.
HUANG Lingyong, LYU Zhiping, LYU Hao, et al. The BDS triple frequency pseudo-range correlated stochastic model of single station modeling method [J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2016, 45 (z2): 165 - 171. (in Chinese)
- [6] Euler H J, Goad C C. On optimal filtering of GPS dual frequency observations without using orbit information [J]. *Bulletin Géodésique*, 1991, 65(2): 130 - 143.
- [7] Amiri-Simkooei A R, Zangeneh-Nejad F, Asgari J. Least-squares variance component estimation applied to GPS geometry-based observation model [J]. *Journal of Surveying Engineering*, 2013, 139(4): 176 - 187.
- [8] Tiberius C, Kenselaar F. Variance component estimation and precise GPS positioning: case study [J]. *Journal of Surveying Engineering*, 2003, 129(1): 11 - 18.
- [9] Wang J, Satirapod C, Rizos C. Stochastic assessment of GPS carrier phase measurements for precise static relative positioning [J]. *Journal of Geodesy*, 2002, 76 (2): 95 - 104.
- [10] Li B F, Shen Y Z, Xu P L. Assessment of stochastic models for GPS measurements with different types of receivers [J]. *Chinese Science Bulletin*, 2008, 53(20): 3219 - 3225.
- [11] Langley R. GPS receiver system noise [J]. *GPS World*, 1997, 8(6): 40 - 45.
- [12] Hartinger H, Brunner F K. Variances of GPS phase observations: the SIGMA- ε model [J]. *GPS Solutions*, 1999, 2(4): 35 - 43.
- [13] Brunner F K, Hartinger H, Troyer L. GPS signal diffraction modeling: the stochastic SIGMA- Δ model [J]. *Journal of Geodesy*, 1999, 73(5): 259 - 267.
- [14] Schön S, Brunner F K. A proposal for modelling physical correlations of GPS phase observations [J]. *Journal of Geodesy*, 2008, 82(10): 601 - 612.
- [15] Teunissen P J G, Amiri-Simkooei A R. Least-squares variance component estimation [J]. *Journal of Geodesy*, 2008, 82(2): 65 - 82.
- [16] 倪少杰, 王耀鼎, 封欣, 等. 北斗卫星伪距信号质量评估及偏差校正 [J]. *国防科技大学学报*, 2017, 39(4): 87 - 91.
NI Shaojie, WANG Yaoding, FENG Xin, et al. Quality assessment and error correction of BeiDou satellite pseudorange signal [J]. *Journal of National University of Defense Technology*, 2017, 39(4): 87 - 91. (in Chinese)
- [17] Parkinson B W, Spilker J J, Axelrad P, et al. *Global positioning system: theory and applications* [M]. USA: American Institute of Astronautics, 1996: 163 - 164.
- [18] 王兴, 刘文祥, 陈华明, 等. 北斗系统三频载波相位整周模糊度快速解算 [J]. *国防科技大学学报*, 2015, 37(3): 45 - 50.
WANG Xing, LIU Wenxiang, CHEN Huaming, et al. Triple-frequency carrier phase ambiguity resolution for BeiDou navigation satellite system [J]. *Journal of National University of Defense Technology*, 2015, 37(3): 45 - 50. (in Chinese)
- [19] 伍劭实, 赵修斌, 庞春雷, 等. 北斗双频组合动对动高精度相对定位新算法 [J]. *中国惯性技术学报*, 2016, 24(6): 758 - 762.
WU Shaoshi, ZHAO Xiubin, PANG Chunlei, et al. New method for BeiDou dual-frequency kinematic-to-kinematic relative positioning [J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2016, 24 (6): 758 - 762. (in Chinese)