

## 装备剩余寿命预测平行仿真中模型动态演化方法\*

葛承垄, 朱元昌, 邸彦强, 崔浩浩

(陆军工程大学石家庄校区, 河北 石家庄 050003)

**摘要:**装备平行仿真中的一个重要概念是实时数据驱动下的模型动态演化,但是至今仍缺乏具体应用领域的实现方法。以带未知离散冲击的混合退化装备剩余寿命预测为背景,以多态 Wiener 状态空间模型为演化对象,提出一种装备平行仿真中模型动态演化方法,包括基于交互多模型跟踪滤波的模型软切换和基于期望最大化算法的模型参数在线估计,并实现了基于平行仿真的装备剩余寿命实时预测。利用某轴承退化数据进行实例研究,结果表明该方法能有效提高仿真逼真度,剩余寿命预测的准确度较高、不确定性较小,具有较高工程应用价值。

**关键词:**平行仿真;模型演化;交互多模型;期望最大化

**中图分类号:**TP391.9 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2019)05-118-10

## Model dynamic evolution method of parallel simulation for equipment remaining useful life prediction

GE Chenglong, ZHU Yuanchang, DI Yanqiang, CUI Haohao

(Shijiazhuang Campus, Army Engineering University, Shijiazhuang 050003, China)

**Abstract:** An important concept in equipment parallel simulation is the model evolution driven by real-time data, but there is still a lack of model evolution method for specific application areas. Against the background of remaining useful life prediction for hybrid degradation equipment with unknown discrete shock, the polymorphic Wiener state space model was regarded as the evolutionary object and a model dynamic evolution method of equipment parallel simulation was put forward, including the interactive multiple model strong tracking filtering based model soft switch and the expectation maximum algorithm based online estimation of model parameters. Furthermore, the parallel simulation based real-time prediction of equipment remaining useful life was realized. A case study was conducted by using a bearing degradation data. The results show that the method can effectively improve the simulation fidelity and the remaining useful life obtained by the proposed method has higher prediction accuracy and smaller uncertainty, implying a high practical engineering value.

**Keywords:** parallel simulation; model evolution; interactive multiple model; expectation maximum

装备平行仿真首次完整提出是在2016年亚仿/秋季仿真大会上<sup>[1-2]</sup>。装备平行仿真旨在将实际装备和仿真系统结合在一起,仿真系统利用传感器采集的装备信息演化仿真模型,实际装备受益于仿真系统的仿真结果,从而提高装备的运用效能。以这种模式运行的仿真系统称之为平行仿真系统。

装备平行仿真中的一个重要概念是实时数据驱动下的模型演化,即在装备实时数据驱动下,仿真模型形态或参数进行适应性调整的过程,包括模型适宜性选择和模型参数演化两个方面的内涵,这被认为是其区别于以往仿真技术的典型特征。以往仿真技术中,仿真模型侧重于一次性构建,仿

真运行后模型形态和模型参数不再发生变化,并不存在模型演化过程。在装备平行仿真中,模型演化的目的是为了满足不同动态变化的仿真需求,通过基于实时装备数据的动态仿真,动态提高仿真逼真度和仿真预测准确度,为仿真预测和辅助决策提供数据支持。仿真模型及其演化属于装备平行仿真的模型理论范畴,也是装备平行仿真研究中的基础问题。装备平行仿真还具有虚实共生、平行运行、数据驱动等技术特征。目前,装备平行仿真主要包括两个研究分支:一是面向战场指挥决策领域的平行仿真,代表性的研究学者包括邱晓刚<sup>[3]</sup>、周芳<sup>[4]</sup>、窦林涛<sup>[5]</sup>等,此类平行仿真已初步建立演化建模框架,包括模型动态匹配、模型类

\* 收稿日期:2018-06-13

基金项目:国家部委基金资助项目(9140A04020115JB34011);河北省自然科学基金资助项目(F2019506029)

作者简介:葛承垄(1990—),男,山东平阴人,博士研究生,E-mail: 08gechenglong@163.com;

朱元昌(通信作者),男,教授,博士,博士生导师,E-mail: 1049084176@qq.com

别修正、模型参数校准和实体模型行为意图更新等,相关演化方法的研究正在逐步展开;二是装备维修保障领域中面向装备剩余寿命(Remaining Useful Life, RUL)预测的平行仿真,已完成模型构建机理研究和模型演化方法设计。本文关注的是面向装备 RUL 预测的平行仿真中模型演化方法研究。

在装备维修保障领域中,由于外部冲击、磨损、疲劳、腐蚀等原因,装备的性能将不可避免地发生退化,最终引起装备故障甚至造成严重事故,因此需要视情对装备进行健康维护。近年来,预测与健康维护技术是实现装备健康维护的主要方法<sup>[6]</sup>,它通过预测装备的 RUL,对装备进行合理的维修与管理,保证设备运行的安全性、可靠性与经济性,其关键内容包括 RUL 预测与健康维护两个方面。其中,RUL 预测是预测与健康维护技术的核心内容<sup>[7]</sup>。RUL 预测主要是指解算 RUL 分布,即概率密度函数(Probability Density Function, PDF),它表征了寿命预测的不确定性,是维修决策的重要依据。

当前,RUL 预测方法可分为失效物理模型法、基于统计的方法和人工智能法<sup>[8]</sup>。对于复杂装备来说,其失效机理很难获得,因此后两种方法得到更多关注。基于统计的方法和人工智能法分别通过统计模型、机器学习进行数据拟合,从而预测 RUL。然而基于统计的方法和人工智能法仍存在以下典型不足:第一,在预测过程中通常假定装备退化模式在整个预测周期中是固定不变的,利用单个模型进行预测,然而退化模式却可能呈现多种退化模式混合的情况,其中连续退化与未知离散冲击混合是一种典型情形;第二,模型参数往往通过极大似然估计等离线方法获得,不能随着退化数据的积累而在线更新;第三,难以得到 RUL 概率密度函数的解析表达式,制约预测方法的实时性,尤其是人工智能法,它还需要大量训练样本,这在实际中往往无法满足。因此,针对现实中普遍存在的连续退化与未知离散冲击混合的退化过程,迫切需要在 RUL 预测中同时考虑模型适宜性选择和参数在线演化。依据其技术原理和典型特征,装备平行仿真为解决此类 RUL 预测问题提供了新思路。本文研究涉及面向混合退化装备 RUL 预测的平行仿真中仿真模型构建、模型动态演化以及基于平行仿真的 RUL 实时预测等问题。

## 1 平行仿真建模

### 1.1 建模分析

文献[1,9]指出,构建装备性能退化状态空间模型(State Space Model, SSM)是面向装备 RUL 预测平行仿真的建模方向。退化状态估计是 RUL 预测的前提,装备性能退化 SSM 兼顾了退化过程的动态性和时变性,易于进行退化状态估计,有利于 RUL 预测。特别地,考虑到退化状态是经平行仿真得到的,故可称之为仿真退化状态。

由于基于统计的方法更容易得到 RUL 概率密度函数的解析表达式,本文将随机过程方法与 SSM 结合起来构建平行仿真模型。随机过程适宜描述退化过程的随机性和不确定性,Wiener 过程和 Gamma 过程是最常用的随机过程,但 Gamma 过程适合于描述具有严格单调特征的退化过程,适用条件过于苛刻,而 Wiener 过程具有适用范围广、首达时(First Hitting Time, FHT)分布明确等建模优势。因此,在平行仿真建模中将其与 SSM 建模法结合起来,构建 Wiener 状态空间模型(Wiener SSM, WSSM)是一种合理选择<sup>[9]</sup>。特别地,为描述带未知离散冲击的混合退化过程,宜建立多态 WSSM 作为平行仿真模型,它包括连续退化模型和含未知离散冲击的退化模型两种形态。

### 1.2 多态 WSSM 构建

多态 WSSM 构建涉及装备混合退化状态方程和观测方程。装备混合退化状态方程包括两种形态,一种是连续退化状态方程,另一种是带未知离散冲击的退化状态方程。首先,利用 Wiener 过程构建连续退化状态方程,有

$$x(t) = x(0) + \eta t + \sigma B(t) \quad (1)$$

式中: $\{x(t), t \geq 0\}$ 是由标准 Brownian 运动 $\{B(t), t \geq 0\}$ 驱动连续退化过程,且有 $B(t) \sim N(0, t)$ ;  $x(0)$ 为初始退化状态; $\eta, \sigma$ 分别是标准 Brownian 运动的漂移系数和扩散系数。对式(1)进行 Euler 离散化,得到在离散时间点 $t_k (k = 1, 2, \dots)$ 上的不考虑离散冲击的状态方程

$$x_k = x_{k-1} + \eta \tau_k + \sigma \sqrt{\tau_k} \bar{\omega}_k \quad (2)$$

式中: $\tau_k = t_k - t_{k-1}$ 为传感器采样间隔; $x_k = x(t_k)$ 表示时刻 $t_k$ 的仿真退化状态; $\bar{\omega}_k$ 为服从标准正态分布的噪声序列。

随机离散冲击的未知特性是指冲击时刻未知,其对装备性能造成的损伤可用一个冲击变量

表示。根据冲击的离散特性,将冲击造成的损伤融入式(2)中,得到带未知离散冲击的退化状态方程,有

$$x_k = x_{k-1} + \eta\tau_k + \sigma \sqrt{\tau_k} \bar{\omega}_k + D \quad (3)$$

式中, $D$ 为冲击造成的损伤。假设冲击的到达服从 Poisson 过程<sup>[10]</sup>,即有

$$P[M(t_k + \Delta t) - M(t_k) = n] = \frac{(\rho\Delta t)^n}{n!} e^{-\rho\Delta t} \quad (4)$$

式中, $\rho$ 为冲击到达率, $M(t_k)$ 表示从初始时刻至 $t_k$ 时刻冲击出现的总数量, $n$ 的取值为0或1<sup>[11]</sup>。为简便起见,这里假定 Poisson 过程与 Brownian 运动相互独立。

装备退化观测数据  $y(t)$  与  $x(t)$  的随机关系可由观测方程描述,即

$$y(t) = x(t) + \pi(t) \quad (5)$$

式中, $\pi(t) \sim N(0, \phi^2)$ ,  $\phi^2$ 为测量噪声的方差,并假设  $\pi(t)$  与 Brownian 运动  $B(t)$  相互独立。对式(5)进行 Euler 离散化,得到在离散时间点  $t_k (k=1, 2, \dots)$  上的观测方程为

$$y_k = x_k + \phi\zeta_k \quad (6)$$

式中: $\zeta_k$ 为服从标准正态分布的噪声序列,并与  $\bar{\omega}_k$  相互独立; $y_k = y(t_k)$ 表示时刻  $t_k$  的退化数据观测值。

根据式(1)~(6),可以得到在离散时间点  $t_k (k=1, 2, \dots)$  上的多态 WSSM 为

$$\begin{cases} x_k = \begin{cases} x_{k-1} + \eta\tau_k + \sigma \sqrt{\tau_k} \bar{\omega}_k & M(t_k) - M(t_{k-1}) = 0 \\ x_{k-1} + \eta\tau_k + \sigma \sqrt{\tau_k} \bar{\omega}_k + D & M(t_k) - M(t_{k-1}) = 1 \end{cases} \\ y_k = x_k + \phi\zeta_k \end{cases} \quad (7)$$

## 2 多态 WSSM 演化

### 2.1 模型演化分析

在 SSM 建模方式下,仿真退化状态可通过实际退化观测值驱动多态 WSSM 运行而获得,仿真退化数据与实际退化观测值构成完全退化数据。在 SSM 建模框架下,仿真退化状态的实质是一种隐含退化状态。为实现多态 WSSM 动态演化,提出如下演化机制:一是基于交互多模型 (Interactive Multiple Model, IMM) 滤波<sup>[12]</sup>的模型软切换,即利用观测数据修正仿真预测结果,并动态计算不同仿真模型的概率,实现仿真输出和实际观测数据的同化,得到仿真退化状态估计;二是在实时退化观测数据驱动下在线估计模型参数。模型软切换和参数在线估计不是孤立执行的,而是相互迭代,通过二者的不断迭代,动态校正模型预测输出,从而动态提高仿真预测准确度。

在多态 WSSM 中,冲击的未知特性使得无法通过观测数据得知是否有冲击到达,这就导致无法得知仿真模型切换的判断条件,因此需要利用 IMM 滤波计算不同模型形态的概率。由于装备性能退化过程受离散冲击影响,具有退化轨迹突变、非平稳的特点,考虑在 IMM 滤波中采用强跟踪滤波器<sup>[13]</sup>。基于 IMM 强跟踪滤波 (IMM Strong Tracking Filter, IMMSTF) 的模型软切换包括 5 个阶段,即模型输入交互、模型预测、滤波、模型概率计算和模型输出交互。多态 WSSM 是一种含有隐含状态的状态空间模型,故考虑利用期望最大化 (Expectation Maximum, EM) 算法<sup>[14]</sup>实现模型参数演化,EM 算法能有效估计此类 SSM 的模型参数。综合以上分析,装备平行仿真中模型动态演化示意如图 1 所示。

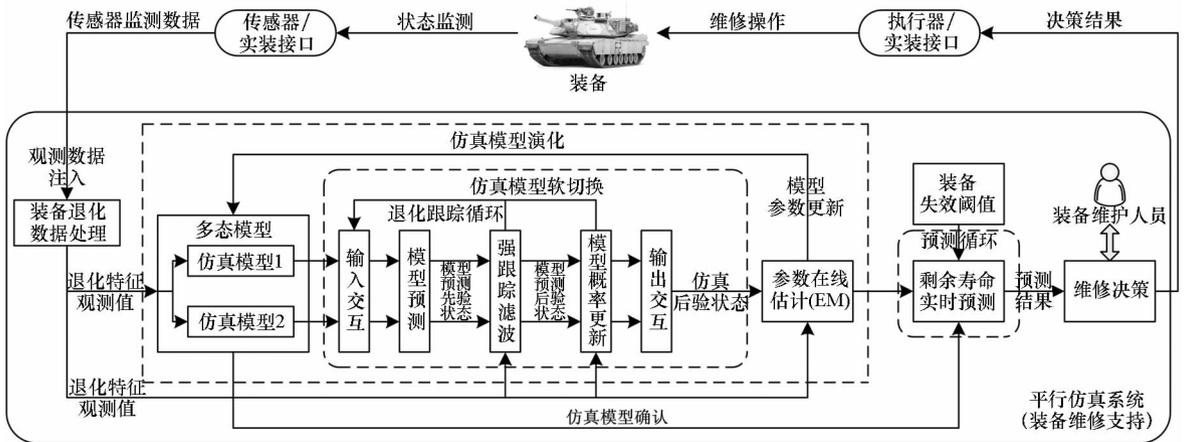


图 1 装备平行仿真中模型动态演化

Fig. 1 Model dynamic evolution of equipment parallel simulation

## 2.2 基于 IMMSTF 的模型软切换

定义  $\mu_k^u$  表示  $k$  时刻仿真模型  $u$  的概率;  $\mathbf{Y}_k = \{y_1, y_2, \dots, y_k\}$  为截止至  $k$  时刻的退化观测数据向量;  $p_{vu}$  表示仿真模型由模型  $v$  转移到模型  $u$  的概率;  $m$  表示仿真模型的数量;  $\mathbf{P} = [p_{vu}]_{m \times m}$  表示 Markov 概率转移矩阵;  $C_k^u$  表示在采样时间  $(k-1, k]$  内, 装备处于退化模型  $u$ 。在仿真模型  $u$  的输入交互阶段, 根据仿真模型  $v$  在  $k-1$  时刻的退化状态估计  $\hat{x}_{k-1|k-1}^v$  和模型概率  $\mu_{k-1}^v$  得到混合状态估计  $\hat{x}_{k-1|k-1}^{0u}$  和协方差  $P_{k-1|k-1}^{0u}$ , 并将二者作为  $k$  时刻强跟踪滤波的初始状态。仿真模型  $u$  的预测概率  $\bar{G}_u$  为

$$\bar{G}_u = \sum_{v=1}^m p_{vu} \mu_{k-1}^v \quad (8)$$

由仿真模型  $v$  转移到仿真模型  $u$  的混合概率  $\mu_{k-1|k-1}^{v|u}$  为

$$\mu_{k-1|k-1}^{v|u} = p_{vu} \mu_{k-1}^v / \bar{G}_u \quad (9)$$

则仿真模型  $u$  的混合状态估计  $\hat{x}_{k-1|k-1}^{0u}$  为

$$\hat{x}_{k-1|k-1}^{0u} = \sum_{v=1}^m \hat{x}_{k-1|k-1}^v \mu_{k-1|k-1}^{v|u} \quad (10)$$

仿真模型  $u$  的混合协方差估计  $P_{k-1|k-1}^{0u}$  为

$$P_{k-1|k-1}^{0u} = \sum_{v=1}^m \mu_{k-1|k-1}^{v|u} [P_{k-1|k-1}^v + (\hat{x}_{k-1|k-1}^v - \hat{x}_{k-1|k-1}^{0u})^2] \quad (11)$$

完成输入交互后, 进入强跟踪滤波阶段, 可进一步划分为预测阶段和滤波阶段。预测阶段是指基于退化状态方程和仿真模型的混合估计结果, 得到仿真模型  $u$  的退化状态预测结果  $\hat{x}_{k|k-1}^u$  和  $P_{k|k-1}^u$ , 即

$$\begin{cases} \hat{x}_{k|k-1}^1 = \hat{x}_{k-1|k-1}^{01} + \eta \tau_k \\ \hat{x}_{k|k-1}^2 = \hat{x}_{k-1|k-1}^{02} + \eta \tau_k + D \\ P_{k|k-1}^u = \lambda^u P_{k-1|k-1}^{0u} + \sigma^2 \tau_k \end{cases} \quad (12)$$

其中,  $\lambda^u$  表示渐消因子, 其计算过程参见文献[13]。滤波阶段是指利用  $k$  时刻仿真模型  $u$  的退化状态预测结果  $\hat{x}_{k|k-1}^u$ 、 $P_{k|k-1}^u$  和观测值  $y_k$  得到仿真模型  $u$  的退化状态后验估计  $\hat{x}_k^u$  和  $P_{k|k}^u$ , 即

$$\begin{cases} \tilde{y}_k^u = y_k - \hat{x}_{k|k-1}^u \\ S_k^u = P_{k|k-1}^u + \phi^2 \\ K_k^u = P_{k|k-1}^u (S_k^u)^{-1} \\ \hat{x}_k^u = \hat{x}_{k|k-1}^u + K_k^u \tilde{y}_k^u \\ P_{k|k}^u = (I - K_k^u) P_{k|k-1}^u \end{cases} \quad (13)$$

其中,  $\tilde{y}_k^u$  是新息,  $S_k^u$  是新息方差,  $K_k^u$  是 Kalman 增益,  $\hat{x}_k^u$ 、 $P_{k|k}^u$  是时刻  $k$  仿真模型  $u$  的退化状态后验估计的均值和协方差,  $I$  表示一维单位阵。

在模型概率计算阶段, 利用模型的似然函数计算模型概率。记  $\Lambda_k^u = p(y_k | C_k^u, \mathbf{Y}_{k-1})$  是仿真模型  $u$  的似然函数, 它满足

$$\Lambda_k^u = \exp \left[ -\frac{1}{2} (\tilde{y}_k^u)^T (S_k^u)^{-1} \tilde{y}_k^u \right] / \left[ (2\pi)^{1/2} |S_k^u|^{1/2} \right] \quad (14)$$

则仿真模型  $u$  的概率为

$$\mu_k^u = \Lambda_k^u \bar{G}_u / G_u \quad (15)$$

其中,  $G_u$  为归一化常数, 满足  $G_u = \sum_{u=1}^m \Lambda_k^u \bar{G}_u$ 。

最后, 执行输出交互过程, 即根据模型概率  $\mu_k^u$ , 对每一模型的退化状态估计结果进行加权求和, 得到  $k$  时刻的退化状态估计  $\hat{x}_{k|k}$  和协方差估计  $P_{k|k}$ , 即

$$\hat{x}_{k|k} = \sum_{u=1}^m \hat{x}_{k|k}^u \mu_k^u \quad (16)$$

$$P_{k|k} = \sum_{u=1}^m \mu_k^u [P_{k|k}^u + (\hat{x}_{k|k}^u - \hat{x}_{k|k})^2] \quad (17)$$

当得到新的退化观测值  $y_{k+1}$  时, 根据式(8)~(17)就可以实现模型软切换, 得到  $\hat{x}_{k+1|k+1}$ 、 $P_{k+1|k+1}$ 。

## 2.3 模型参数演化

在多态 WSSM 中, 模型参数  $\theta$  包括  $\mu_0$ 、 $\Sigma_0$ 、 $\eta$ 、 $\sigma$ 、 $D$  和  $\phi$ , 其中  $\mu_0$ 、 $\Sigma_0$  表示初始退化状态  $x_0$  的均值和协方差。根据 EM 算法, 在监测时刻  $k$ 、EM 算法第  $j$  步时, 模型参数  $\theta = \{\mu_0, \Sigma_0, \eta, \sigma, D, \phi\}$  的估计可由式(18)获得。

$$\hat{\theta}_k^{(j)} = \arg \max_{\theta} E_{X_k, \tilde{R}_{1:k} | Y_k, \hat{\theta}_k^{(j-1)}} (L(X_k, Y_k, \tilde{R}_{1:k} | \theta) | Y_k, \hat{\theta}_k^{(j-1)}) \quad (18)$$

其中:  $E(\cdot)$  表示数学期望运算符;  $L(X_k, Y_k, \tilde{R}_k | \theta)$  是联合对数似然函数;  $X_k = \{x_0, x_1, x_2, \dots, x_k\}$  表示截止至  $k$  时刻的仿真退化状态向量;  $\tilde{R}_{1:k}$  表示模型指示向量, 且在  $k$  时刻有  $\tilde{R}_k = \{\tilde{R}_k^1, \tilde{R}_k^2\}$ ,  $\tilde{R}_k^v$  定义为

$$\tilde{R}_k^v = \begin{cases} 1 & C_k^v \text{ 成立} \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (19)$$

### 2.3.1 计算联合对数似然函数的数学期望

$X_k$ 、 $Y_k$ 、 $\tilde{R}_{1:k}$  的联合对数似然函数为

$$\begin{aligned} L(X_k, Y_k, \tilde{R}_{1:k} | \theta) &= \ln p(X_k, Y_k, \tilde{R}_{1:k} | \theta) \\ &= \ln(p(Y_k | X_k, \theta) p(X_k, \tilde{R}_{1:k} | \theta)) \\ &= \underbrace{\ln p(Y_k | X_k, \theta)}_{\textcircled{1}} + \underbrace{\ln p(X_k, \tilde{R}_{1:k} | \theta)}_{\textcircled{2}} \end{aligned} \quad (20)$$

根据多态 WSSM 可知

$$p(y_i | x_i, \boldsymbol{\theta}) = N(y_i; x_i, \phi^2)$$

$$p(x_i | x_{i-1}, \tilde{\mathbf{R}}_i^v, \tilde{\mathbf{R}}_{1:i-1}, \boldsymbol{\theta}) = N(x_i; x_{i-1} + \chi_i^v, \sigma^2 \tau_i)$$

$$p(x_0 | \boldsymbol{\theta}) = N(x_0; \mu_0, \Sigma_0)$$

其中,  $\chi_i^1 = \eta \tau_i$ ,  $\chi_i^2 = \eta \tau_i + D$ 。经推导, 联合对数似然函数的最终表达式为

$$\begin{aligned} L(\mathbf{X}_k, \mathbf{Y}_k, \tilde{\mathbf{R}}_{1:k} | \boldsymbol{\theta}) &= -\frac{k}{2} \ln 2\pi - \frac{k}{2} \ln \phi^2 - \frac{1}{2\phi^2} \sum_{i=1}^k (y_i - x_i)^2 + \\ &\sum_{v=1}^2 \left( \sum_{i=1}^k \tilde{\mathbf{R}}_i^v \left\{ \ln \omega_i^v + \ln \frac{1}{\sqrt{2\pi \tau_i}} - \ln \sigma - \frac{1}{2\sigma^2 \tau_i} [x_i - (x_{i-1} + \chi_i^v)]^2 \right\} \right) - \\ &\frac{1}{2} \ln 2\pi - \frac{1}{2} \ln \Sigma_0 - \frac{(x_0 - \mu_0)^2}{2\Sigma_0} \end{aligned} \quad (21)$$

记  $Q(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\theta}_k^{(j)})$  为期望最大化算法第  $j$  步、 $k$  时刻联合对数似然函数的数学期望, 即  $Q(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\theta}_k^{(j)}) = E_{\mathbf{X}_k, \tilde{\mathbf{R}}_{1:k} | \mathbf{Y}_k, \hat{\boldsymbol{\theta}}_k^{(j-1)}}(L(\mathbf{X}_k, \mathbf{Y}_k, \tilde{\mathbf{R}}_{1:k} | \boldsymbol{\theta}) | \mathbf{Y}_k, \hat{\boldsymbol{\theta}}_k^{(j-1)})$ , 令  $\Gamma_i = \hat{x}_{i|k}^2 + P_{i|k} + \hat{x}_{i-1|k}^2 + P_{i-1|k} - 2(\hat{x}_{i|k} \hat{x}_{i-1|k} + P_{i,i-1|k})$ , 经推导可得

$$\begin{aligned} Q(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\theta}_k^{(j)}) &\propto -\sum_{i=1}^k \left( \frac{1}{2} \ln \phi^2 + \frac{1}{2\phi^2} (y_i^2 + P_{i|k} + \hat{x}_{i|k}^2 - 2y_i \hat{x}_{i|k}) \right) + \\ &\sum_{v=1}^2 \left( \sum_{i=1}^k \omega_i^v \left\{ \ln \omega_i^v + \ln \frac{1}{\sqrt{2\pi \tau_i}} - \ln \sigma - \frac{[(\chi_i^v)^2 + \Gamma_i - 2\chi_i^v (\hat{x}_{i|k} - \hat{x}_{i-1|k})]}{2\sigma^2 \tau_i} \right\} \right) - \\ &\frac{1}{2} \ln \Sigma_0 - \frac{1}{2\Sigma_0} (\hat{x}_{0|k}^2 + P_{0|k} + \mu_0^2 - 2\mu_0 \hat{x}_{0|k}) \end{aligned} \quad (22)$$

根据式(22)可知, 计算  $Q(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\theta}_k^{(j)})$  需要计算  $\hat{x}_{i|k}$ 、 $\hat{x}_{i-1|k}$ 、 $P_{i|k}$ 、 $P_{i-1|k}$ 、 $P_{i,i-1|k}$ 、 $\omega_i^v$  的值(其中  $\omega_i^v$  为模型  $v$  的平滑概率), 这 6 个变量属于平滑变量, 本文采用交互多模型后向平滑 (IMM Backward Smoothing, IMMBS) 算法进行求取。

IMMBS 算法包括后向滤波和模型状态融合两个阶段。后向滤波是指从最新的测量值开始后向滤波, 其运算流程与 IMMSTF 类似, 但是二者也存在明显差异。IMMSTF 先执行输入交互再执行一步预测, 而后向滤波则是先执行一步预测再执行输入交互。后向滤波可以分为后向一步预测、后向输入交互、后向滤波更新、后向模型概率计算和后向输出融合 5 个步骤。特别地, 后向滤波的后向一步预测方程为:

$$\hat{x}_{i|+1}^{B,1} = \hat{x}_{i+1|+1}^{B,1} - \eta \tau_{i+1} \quad (23)$$

$$\hat{x}_{i|+1}^{B,2} = \hat{x}_{i+1|+1}^{B,2} - \eta \tau_{i+1} - D \quad (24)$$

$$P_{i|+1}^{B,u} = P_{i+1|+1}^{B,u} + \sigma^2 \tau_{i+1} \quad (25)$$

其中,  $\hat{x}_{i|+1}^{B,u}$  表示模型  $u$  的后向一步预测,  $P_{i|+1}^{B,u}$  表示模型  $u$  的后向一步预测误差的协方差。后向滤波的其他步骤可参见文献[15]。在 IMMBS 算法

的模型状态融合阶段, 根据全概率定理, 仿真退化状态的平滑估计  $\hat{x}_{i|k}$  和协方差  $P_{i|k}$ 、时刻  $i$  和时刻  $i-1$  的交互协方差  $P_{i,i-1|k}$  分别为

$$\hat{x}_{i|k} = \sum_{u=1}^m \omega_i^u \hat{x}_{i|k}^u \quad (26)$$

$$P_{i|k} = \sum_{u=1}^m \omega_i^u [P_{i|k}^u + (\hat{x}_{i|k}^u - \hat{x}_{i|k})^2] \quad (27)$$

$$P_{i,i-1|k} = \sum_{u=1}^m \omega_i^u [P_{i,i-1|k}^u + (\hat{x}_{i|k}^u - \hat{x}_{i|k})(\hat{x}_{i-1|k}^u - \hat{x}_{i-1|k})^T] \quad (28)$$

其中, 模型  $u$  的相关变量  $\omega_i^u$ 、 $\hat{x}_{i|k}^u$ 、 $P_{i|k}^u$ 、 $P_{i,i-1|k}^u$  的求取可见文献[15]。

### 2.3.2 最大化联合对数似然函数的数学期望

时刻  $k$  处、期望最大化算法第  $j$  步时,  $\boldsymbol{\theta}$  的估计可利用对联合对数似然函数的数学期望取偏导数并令偏导数为 0 求得, 即

$$\frac{\partial Q(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\theta}_k^{(j)})}{\partial \boldsymbol{\theta}} = 0 \quad (29)$$

求解可得参数  $\boldsymbol{\theta}$  的在线估计值, 即

$$\left\{ \begin{aligned} \hat{\mu}_0 &= \hat{x}_{0|k} \\ \hat{\Sigma}_0 &= P_{0|k} \\ \hat{D} &= \sum_{i=1}^k \omega_i^2 (\hat{x}_{i|k} - \hat{x}_{i-1|k} - \eta \tau_i) / \tau_i / \sum_{i=1}^k \frac{\omega_i^2}{\tau_i} \\ \hat{\eta} &= \sum_{i=1}^k (\hat{x}_{i|k} - \hat{x}_{i-1|k} - D \omega_i^2) / \sum_{i=1}^k \tau_i \\ \hat{\sigma}^2 &= \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \frac{(\eta \tau_i)^2 + \omega_i^2 Y_{1,i} + \Gamma_i - 2Y_{2,i} Y_{3,i}}{\tau_i} \\ \hat{\phi}^2 &= \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k (y_i^2 + P_{i|k} + \hat{x}_{i|k}^2 - 2y_i \hat{x}_{i|k}) \end{aligned} \right. \quad (30)$$

其中,  $Y_{1,i} = 2\eta \tau_i D + D^2$ ,  $Y_{2,i} = \hat{x}_{i|k} - \hat{x}_{i-1|k}$ ,  $Y_{3,i} = \eta \tau_i + \omega_i^2 D$ ,  $\omega_i^2$  表示带未知离散 Poisson 冲击退化模型的平滑概率。注意到, 参数  $D$  的更新公式中含有  $\eta$ , 参数  $\eta$  的更新公式中含有  $D$ , 参数  $\sigma$  的更新公式中含有  $D$  和  $\eta$ , 这就使得无法直接利用式(30)得到  $D$ 、 $\eta$  和  $\sigma$  的估计值。为此, 考虑使用文献[16]的基于单纯形法的多维搜索方法以得到 3 个参数的估计值, 该算法在 MATLAB 中集成为 fminsearch 函数, fminsearch 函数用于搜索多维函数的最小值。其具体过程为: 将式(30)代入到参数式(22)得到只包含参数  $D$  和  $\eta$  的表达式; 然后利用 fminsearch 函数以参数初值为起点进行二维搜索, 当表达式  $-Q(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\theta}_k^{(j)})$  取得最小值时, 对应的表达式  $Q(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\theta}_k^{(j)})$  取得最大值, 此时对应的参数值即为  $D$  和  $\eta$  的估计值; 最后将  $D$  和  $\eta$  的估计值代入到式(30)中参数  $\sigma$  的更新公式中, 得

到  $\hat{\sigma}$ 。

至此,完成一次迭代  $\hat{\theta}_k^{(j-1)} \rightarrow \hat{\theta}_k^{(j)}$  后,将  $\hat{\theta}_k^{(j)}$  代入 IMMSTF 方程更新模型概率和仿真退化状态,然后再执行期望最大化算法,当满足  $|Q(\hat{\theta}_k^{(j)} | \hat{\theta}_k^{(j-1)}, Y_k) - Q(\hat{\theta}_k^{(j-1)} | \hat{\theta}_k^{(j-1)}, Y_k)| < \varepsilon$  时停止迭代( $\varepsilon$  为较小的正数)。

### 3 剩余寿命分布实时解算

根据 FHT 的概念,装备 RUL  $T$  定义为  $x(t)$  首次通过失效阈值  $w$  的时间<sup>[17]</sup>,即

$$T(w) = \inf\{t; x(t) \geq w | x(0) < w\} \quad (31)$$

鉴于多态维纳状态空间模型在某特定时刻可能存在式(2)、式(3)两种仿真退化状态方程,无法直接得到寿命分布的 PDF,需对  $x(t)$  进行转化。根据文献[11]可知,维纳过程可改写为

$$x(t) = x_k + \eta(t - t_k) + \sigma B(t - t_k) \quad (32)$$

其中,  $B$  代表布朗运动。将式(2)、式(3)进行融合,即将  $n$  次 Poisson 冲击造成的损伤融入式(32)中,有

$$x(t) = x_k + nD + \eta(t - t_k) + \sigma B(t - t_k) \quad (33)$$

根据式(31)中 RUL 的定义和维纳过程的 FHT 分布性质可知,多态 WSSM 中以  $n$  次 Poisson 冲击、 $x_k$ 、 $\theta$  和  $Y_k$  为条件的 RUL 概率密度函数服从逆高斯分布,即

$$(T_k | n, x_k, \theta, Y_k) \sim \text{IG}\left(\frac{w - x_k - nD}{\eta}, \frac{(w - x_k - nD)^2}{\sigma^2}\right) \quad (34)$$

其中,  $T_k$  为监测时刻  $k$  处的剩余寿命,其概率密度函数可以写为

$$f(T_k | n, x_k, \theta, Y_k) = \frac{w - x_k - nD}{\sqrt{2\pi T_k^3 \sigma^2}} \exp\left(-\frac{(w - \eta T_k - x_k - nD)^2}{2\sigma^2 T_k}\right) \quad (35)$$

式(35)未考虑经平行仿真得到的仿真退化状态分布  $(\hat{x}_{k|k}, P_{k|k})$ ,而此分布反映了仿真退化状态的不确定性,将其融入 RUL 分布解算中能够提高预测准确度。为获得装备 RUL 的 PDF  $f_T(T_k | \theta, Y_k)$  并避免复杂积分运算,给出引理1。

**引理1** 设  $\Omega \sim N(\gamma, \xi^2)$ ,  $A$ 、 $B$ 、 $C$  为常数,则有

$$E_\Omega\left[(A - \Omega) \exp\left(-\frac{(B - \Omega)^2}{2C}\right)\right] = \sqrt{\frac{C}{\xi^2 + C}} \left(A - \frac{\xi^2 B + \gamma C}{\xi^2 + C}\right) \exp\left(-\frac{(B - \gamma)^2}{2(\xi^2 + C)}\right) \quad (36)$$

引理的证明见文献[18]。

**定理1** 对于混合退化过程  $\{x(t), t \geq 0\}$ , 时

刻  $k$  处装备剩余寿命概率密度函数为

$$f_T(T_k | \theta, Y_k) = \sum_{n=0}^{+\infty} \left\{ \frac{(\rho T_k)^n [\sigma^2(w - \hat{x}_{k|k} - nD) + \eta P_{k|k}]}{\sqrt{2\pi(P_{k|k} + \sigma^2 T_k)^3} \cdot n!} \exp\left[-\rho T_k - \frac{(w - \eta T_k - \hat{x}_{k|k} - nD)^2}{2(P_{k|k} + \sigma^2 T_k)}\right] \right\} \quad (37)$$

证明:根据式(7)中多态维纳状态空间模型的形式及 IMMSTF 的线性最优估计性质可知,时刻  $k$  处仿真退化状态  $x_k$  服从正态分布即  $x_k \sim N(\hat{x}_{k|k}, P_{k|k})$ ,记  $p(x_k | Y_k)$  为  $x_k$  关于  $Y_k$  的条件 PDF,则根据全概率定理,将仿真退化状态分布融入 RUL 分布解算中,有

$$\begin{aligned} f_T(T_k | \theta, Y_k) &= \int_{-\infty}^{+\infty} f_T(T_k | x_k, \theta, Y_k) p(x_k | Y_k) dx_k \\ &= \sum_{n=0}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f_T(T_k | n, x_k, \theta, Y_k) p(x_k | Y_k) dx_k p(n) \\ &= \sum_{n=0}^{+\infty} E_{x_k} [f_T(T_k | n, x_k, \theta, Y_k)] p(n) \end{aligned}$$

根据引理1,令  $A = w - nD$ 、 $B = w - \eta T_k - nD$ 、 $C = \sigma^2 T_k$ 、 $\Omega = x_k$ 、 $\gamma = \hat{x}_{k|k}$ 、 $\xi^2 = P_{k|k}$ ,然后对  $f(T_k | n, x_k, \theta, Y_k)$  计算关于  $x_k$  的期望,并与发生  $n$  次 Poisson 冲击的概率进行加权求和可得式(37)。□

根据数学期望的定义,平行仿真系统利用数值积分计算 RUL 的数学期望值,即

$$E_T(T_k) = \int_0^{+\infty} T_k \cdot f_T(T_k | \theta, Y_k) dT_k \quad (38)$$

根据  $k$  时刻 RUL 概率密度函数和数学期望的解析表达式,平行仿真系统能够以在线、实时的方式计算 RUL 的概率密度函数和期望值,为装备维修决策提供数据支撑。

## 4 实例研究

### 4.1 数据介绍

机械装备中轴承的性能退化是典型的含有冲击特性的混合退化过程,本文采用某轴承全寿命试验数据进行模型演化方法验证。该数据由法国 FEMTO-ST 研究所提供<sup>[19]</sup>,全寿命试验在 PRONOSTIA 平台上进行,近年来被广泛应用于可靠性领域的方法验证。试验过程工况条件以及试验数据相关信息详见文献[11],本文仍以轴承 1\_3 为例进行实例研究。试验过程中采集的是轴承 1\_3 的振动加速度信号,该信号的均方根(Root Mean Square, RMS)值是常用的退化特征量,计算公式为

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2} \quad (39)$$

式中,  $N$  是采样点数, 这里  $N = 2560$ ,  $x_i$  为第  $i$  个采样点对应的振动加速度信号。轴承 1\_3 的 RMS 如图 2 所示。根据图 2 可知, 轴承 1\_3 的性能退化过程冲击特性明显, 适宜用于验证本文方法。根据文献 [11] 可知, 失效阈值设为 4.714 5, 即  $w = 4.714 5$ 。

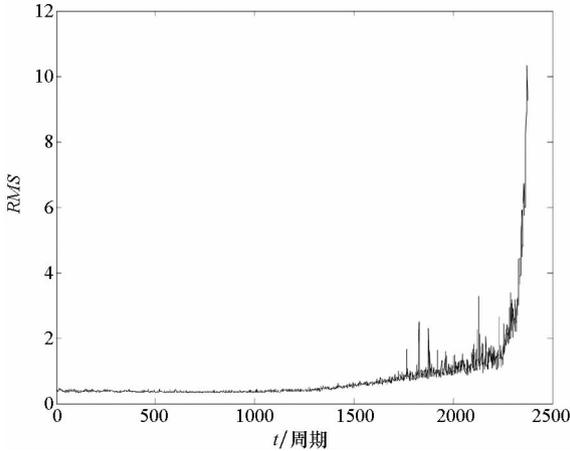


图 2 轴承 1\_3 的均方根值  
Fig. 2 RMS of bearing 1\_3

#### 4.2 多态 WSSM 动态演化与 RUL 实时预测

多态 WSSM 参数初始设置为  $x_0 = 0.2$ 、 $\eta = 0.02$ 、 $\sigma = 0.5$ 、 $D = 0.02$ 、 $\rho = 0.5$ 、 $\tau = 1$ 、 $\phi = 0.1$ , Markov 模型转移概率矩阵  $\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 \\ 0.6 & 0.4 \end{bmatrix}$ , 模型初始概率分别为 0.6 和 0.4, 即  $\mu_0 = [0.6 \ 0.4]^T$ 。得到的退化轨迹对比如图 3 所示, 仿真退化轨迹和实际退化轨迹差异较小, 表明在实时退化数据驱动下, 仿真退化轨迹能有效逼近实际退化轨迹。利用均方根误差 (Root Mean Square Error, RMSE) 来量化退化轨迹对比结果, 其计算公式为

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{r} \sum_{k=1}^r \left( \frac{y_k - \hat{x}_k | k}{y_k} \right)^2} \times 100\% \quad (40)$$

其中,  $r = 842$  为监测时间点数目。经计算, 两种退化轨迹的 RMSE 仅为 3.497%, 充分说明本文提出的模型动态演化方法能有效实现轴承 1\_3 性能退化过程的建模与仿真。

模型概率如图 4 所示。由图 4 可知, 在  $t_{1500}$  至  $t_{1765}$  监测时间段内, 由于 Poisson 冲击特性并不显著, 此时线性退化特性较为明显, 线性退化模型 (模型 1) 的概率明显高于带未知离散 Poisson 冲击退化模型 (模型 2) 的概率, 线性退化模型的概

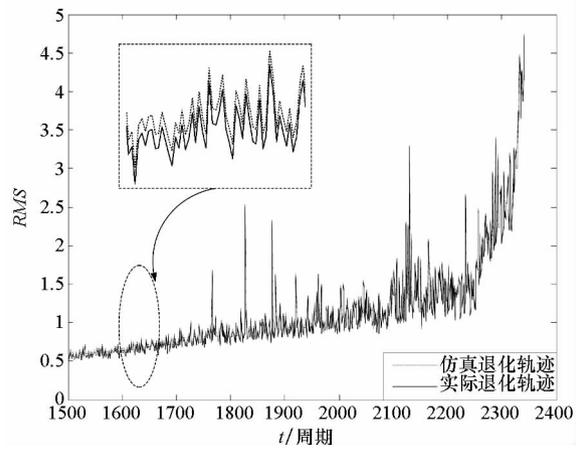


图 3 退化轨迹对比

Fig. 3 Comparison of the degraded traces

率保持在 0.74 左右, 带未知离散 Poisson 冲击退化模型的概率保持在 0.26 左右, 此时处于主导地位的概率是线性退化模型。但随着时间的推移, Poisson 冲击特性越发显著, 突出表现在  $t_{1766}$ 、 $t_{1827}$ 、 $t_{1877}$ 、 $t_{2130}$ 、 $t_{2234}$  等时刻, 带未知离散 Poisson 冲击退化模型的概率总体呈现动态上升的趋势, 反之, 线性退化模型的概率呈现动态下降的趋势。在退化后期, 带未知离散 Poisson 冲击退化模型的概率超过线性退化模型的概率, 说明带离散 Poisson 冲击退化模型更适宜描述当前的退化过程。从以上分析可以看出, 本文方法能有效实现仿真模型的“软”切换, 使之满足寿命预测对模型适宜性的需求。值得注意的是, 由于模型库中仅存在两种模型, 在模型软切换条件下, 二者模型概率之和为 1, 因此两个模型概率曲线关于概率  $\mu = 0.5$  对称。

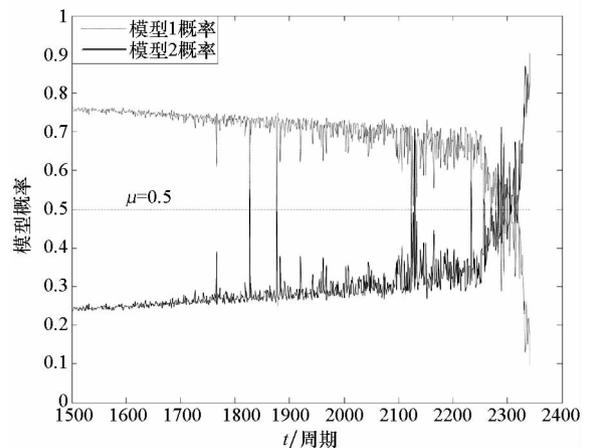
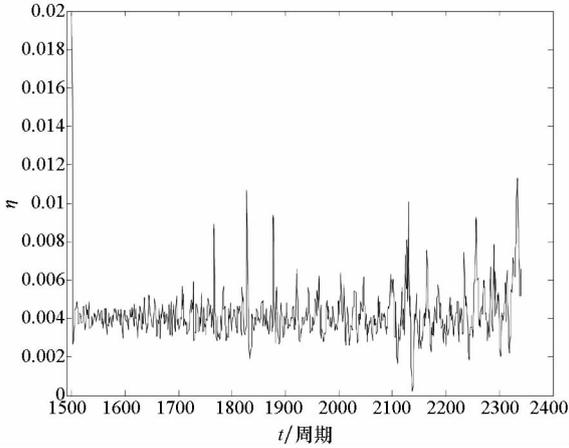


图 4 模型概率

Fig. 4 Model probability

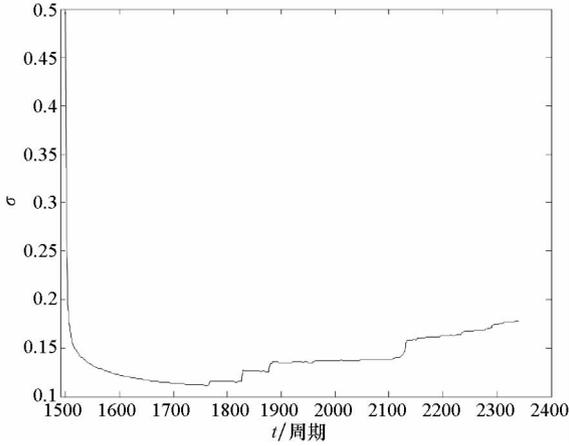
在轴承退化数据的动态驱动下, 模型参数  $\theta$  的在线估计结果如图 5 所示。由图 5 可知, 漂移系数  $\eta$  在 0.004 附近动态波动, 波动区间为  $[0, 0.012]$ , 尤其是在  $t_{1766}$ 、 $t_{1827}$ 、 $t_{1877}$  等冲击特性明显

的时刻,  $\eta$  的数值波动较大, 反映出轴承 1\_3 的退化速率加快; 扩散系数  $\sigma$  能较快收敛, 在冲击特性明显的时刻, 扩散系数发生较大波动, 并达到新的收敛状态, 扩散系数的收敛有利于获得稳定的剩余寿命概率密度函数, 同时扩散系数的收敛值较小, 有利于获得更为狭窄的剩余寿命概率密度函数, 提高剩余寿命预测的准确性; Poisson 冲击



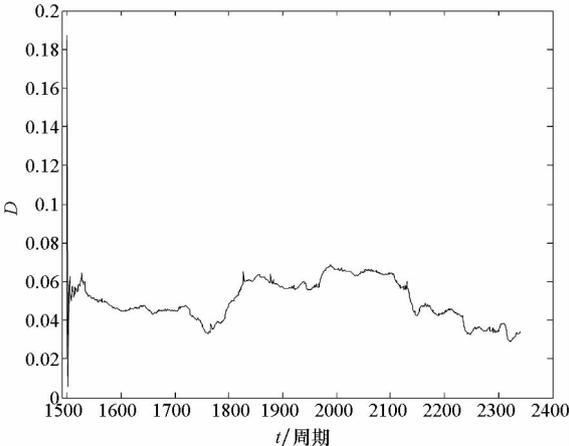
(a) 参数  $\eta$  在线演化

(a) Online evolution of parameter  $\eta$



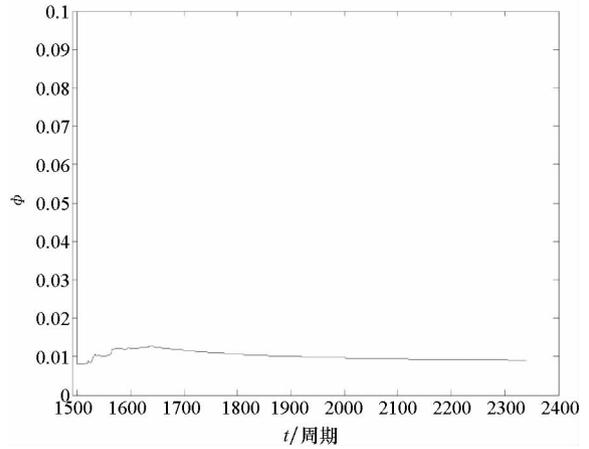
(b) 参数  $\sigma$  在线演化

(b) Online evolution of parameter  $\sigma$



(c) 参数  $D$  在线演化

(c) Online evolution of parameter  $D$



(d) 参数  $\phi$  在线演化

(d) Online evolution of parameter  $\phi$

图5 多态 WSSM 参数在线演化

Fig. 5 Online evolution of polymorphic WSSM parameters 造成的损伤  $D$  在初始时刻附近波动较大, 后在区间  $[0.03, 0.07]$  内动态波动, 将损伤  $D$  考虑到剩余寿命预测中, 能有效减少甚至避免“欠维修”的发生; 测量误差的标准差  $\phi$  收敛速度较快, 收敛值约为 0.01, 反映出测量误差的波动逐渐稳定。

在每一个监测点, 随着模型演化的执行, 平行仿真系统利用式(37)和式(38)预测轴承 1\_3 的剩余寿命, 包括剩余寿命概率密度函数及其数学期望。以 100 个监测时间点长度为预测间隔, 可得到轴承 1\_3 在  $t_{1600}, t_{1700}, \dots, t_{2300}$  处共计 8 个监测点的剩余寿命预测结果, 如图 6 所示。

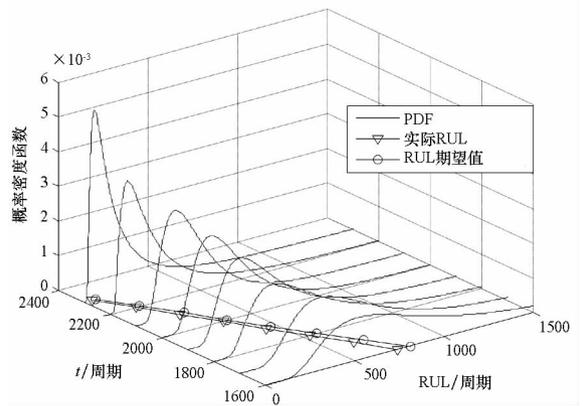


图6 轴承 1\_3 在不同监测点处的剩余寿命预测结果

Fig. 6 RUL prognostic results of bearing 1\_3 at different monitoring time

根据图 6 可知, 在  $t_{1600}, t_{1700}, \dots, t_{2300}$  等监测时间点, RUL 概率密度曲线均能有效覆盖实际 RUL, 并且随着轴承 1\_3 退化数据的动态注入, RUL 概率密度函数逐渐收窄, 右偏特性减弱, 正态特性越发明显, 说明通过模型软切换和参数在

线估计,模型匹配度逐渐提高,RUL 预测的不确定性逐渐减小。此外,RUL 期望值与真实 RUL 之间的误差较小,RUL 期望值接近 PDF 峰值对应的 RUL,表明 PDF 的不确定性较小,有利于辅助维修方案的制订。

### 4.3 比较研究

当仅仅考虑参数演化时,状态方程为  $x_k = x_{k-1} + \eta\tau_k + \sigma \sqrt{\tau_k} \bar{\omega}_k$ , 观测方程为  $y_k = x_k + \phi\zeta_k$ , 即只存在一种仿真模型,不存在模型软切换过程。为进一步验证模型动态演化方法的有效性,将本文方法与此不考虑模型软切换的演化方法进行比较,进而得到轴承 1\_3 在  $t_{1600}, t_{1700}, \dots, t_{2300}$  处的剩余寿命预测对比结果,如图 7 所示。根据图 7 可知,较之本文考虑模型软切换的动态演化方法,未考虑模型软切换的演化方法得到的剩余寿命概率密度函数更加平坦,说明具有更强的不确定性,且概率密度函数右偏特性更加明显,存在很长的“拖尾”,虽然概率密度函数也能覆盖真实剩余寿命,但平坦的剩余寿命分布和明显的右偏特性导致预测结果不利于维修决策。同时,在每一个监测时间点,未考虑模型软切换时得到的剩余寿命期望值均大于考虑模型软切换的动态演化方法得到的剩余寿命期望值,预测误差较大。相反地,本文提出的考虑模型软切换的动态演化方法具有更加优良的性能,以第 1900 个监测时间点处的剩余寿命预测对比结果为例进行分析。如图 8 所示,本文方法得到的剩余寿命概率密度函数更加紧凑,不确定性更小,峰值为  $2.24 \times 10^{-3}$ ,而未考虑模型软切换的演化方法的峰值为  $1.31 \times 10^{-3}$ ;其次,本文方法得到的剩余寿命概率密度函数峰值对应的剩余寿命为 292 个周期,未考虑模型软切换时的峰值对应的剩余寿命为 170 个周期,而真实的剩余寿命为 441 个周期,说明本文方法得到的剩余寿命 PDF 峰值更接近真实剩余寿命;此外,本文方法得到的剩余寿命期望值为 465.92 个周期,未考虑模型软切换时的剩余寿命期望值为 553.67 个周期,说明本文方法得到的剩余寿命预测误差更小。

为量化预测结果,给出两个评价指标:平均相对精度(Mean Relative Accuracy, MRA)和总均方差(Total Mean Square Error, TMSE),它们的定义分别为:

$$MRA = \frac{1}{p} \sum_{k=1}^p \left( 1 - \frac{|\hat{T}_k - T_k|}{\hat{T}_k} \right) \quad (41)$$

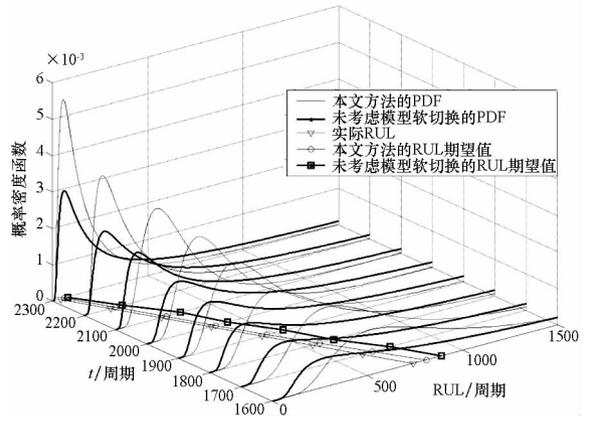


图 7 不同方法剩余寿命预测对比结果  
Fig. 7 Comparative RUL prediction results of different methods

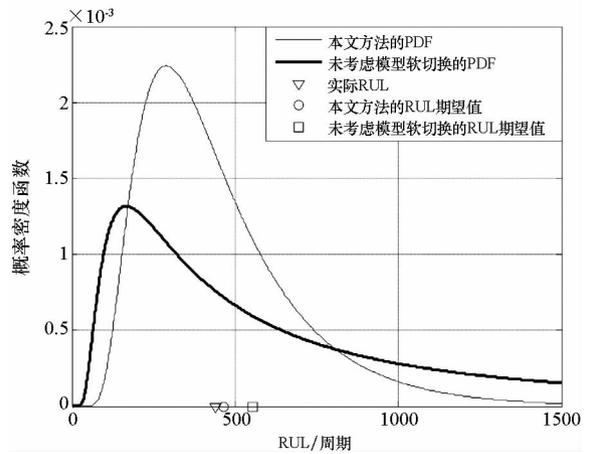


图 8 第 1900 个监测时间点处对比结果  
Fig. 8 Comparative results at the 1900th monitoring time

$$TMSE = \sum_{k=1}^p \int_0^{\infty} (T_k - \hat{T}_k)^2 f_T(T_k | \theta, Y_k) dT_k \quad (42)$$

其中,  $p$  表示预测 RUL 的时刻数量,  $\hat{T}_k$  表示  $k$  时刻的真实剩余寿命。

经计算得到的方法评价结果如表 1 所示。根据表 1 可知,较之不考虑模型软切换的演化方法,本文方法的 MRA 明显较大,说明经过模型动态演化后剩余寿命预测的相对预测精度更高;本文方法的 TMSE 明显较小,说明剩余寿命预测的误差更小。

表 1 方法评价结果

演化方法	MRA	TMSE
未考虑模型软切换	0.642 7	13.503 7E+4
本文方法	0.860 7	5.461 1E+4

Tab. 1 Evaluation results of the methods

## 5 结论

以连续退化与未知离散冲击混合的混合退化装备剩余寿命预测为背景,提出一种装备平行仿真中模型演化方法。该方法构建了多态 Wiener 状态空间模型,利用交互多模型强跟踪滤波动态计算模型概率,实现模型软切换,利用期望最大化算法在线更新模型参数。通过模型软切换和参数在线估计的迭代,动态提高了仿真逼真度,得到了首达时意义下的剩余寿命分布解析表达式。通过模型动态演化,有效提高了剩余寿命预测准确度,减小了预测不确定性。该方法还具有可扩展性,可为解决更为复杂条件下平行仿真在寿命预测领域中的应用问题提供模型演化框架。

## 参考文献 (References)

- [1] Ge C L, Zhu Y C, Di Y Q, et al. Equipment residual useful life prediction oriented parallel simulation framework [C]// Proceedings of Asian Simulation Conference, 2016: 377-386.
- [2] Lin J N, Jiang J, Sun L Y, et al. Research of resource selection algorithm of parallel simulation system for command decisions support driven by real-time intelligence [C]// Proceedings of Asian Simulation Conference, 2016: 419-430.
- [3] 邱晓刚, 胡良胜. 面向辅助决策的平行系统思考[J]. 指挥与控制学报, 2016, 2(3): 230-233.  
QIU Xiaogang, HU Gensheng. The consideration of parallel system for decision support [J]. Journal of Command and Control, 2016, 2(3): 230-233. (in Chinese)
- [4] 周芳, 丁冉, 毛少杰, 等. 情报驱动的平行仿真实体动态生成方法[J]. 系统工程与电子技术, 2018, 40(5): 1160-1166.  
ZHOU Fang, DING Ran, MAO Shaojie, et al. Intelligence driven dynamic generation method for parallel simulation entity[J]. System Engineering and Electronics, 2018, 40(5): 1160-1166. (in Chinese)
- [5] 窦林涛, 初阳, 周玉芳, 等. 平行仿真技术在指控系统中的应用构想[J]. 指挥控制与仿真, 2017, 39(1): 62-69.  
DOU Lintao, CHU Yang, ZHOU Yufang, et al. Conception of the application of parallel simulation technology in command and control system [J]. Command Control & Simulation, 2017, 39(1): 62-69. (in Chinese)
- [6] Sun B, Zeng S K, Kang R, et al. Benefits and challenges of system prognostics [J]. IEEE Transactions on Reliability, 2012, 61(2): 323-335.
- [7] Camci F, Chinnam R B. Health state estimation and prognostics in machining processes[J]. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, 2010, 7(3): 581-597.
- [8] Jardine A K S, Lin D M, Banjevic D. A review on machinery diagnostics and prognostics implementing condition-based maintenance[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2006, 20(7): 1483-1510.
- [9] 葛承堃, 朱元昌, 邸彦强. 面向装备 RUL 预测的平行仿真技术[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(4): 725-736.  
GE Chenglong, ZHU Yuanchang, DI Yanqiang. Equipment RUL prediction oriented parallel simulation technology [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(4): 725-736. (in Chinese)
- [10] Liu B, Xie M, Xu Z G, et al. An imperfect maintenance policy for mission-oriented systems subject to degradation and external shocks [J]. Computers & Industrial Engineering, 2016, 102: 21-32.
- [11] 葛承堃, 朱元昌, 邸彦强, 等. 面向一类混合退化装备 RUL 预测的平行仿真技术[J]. 北京理工大学学报, 2019, 39(4): 399-405.  
GE Chenglong, ZHU Yuanchang, DI Yanqiang, et al. RUL prediction oriented parallel simulation technology for hybrid degradation equipment [J]. Transactions of Beijing Institute of Technology, 2019, 39(4): 399-405. (in Chinese)
- [12] Blom H A P, Bar-Shalom Y. The interacting multiple model algorithm for systems with Markovian switching coefficients [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1988, 33(8): 780-783.
- [13] Zhou D H, Frank P M. Strong tracking filtering of nonlinear time-varying stochastic systems with coloured noise: application to parameter estimation and empirical robustness analysis [J]. International Journal of Control, 1996, 65(2): 295-307.
- [14] Zia A, Kirubarajan T, Reilly J P, et al. An EM algorithm for nonlinear state estimation with model uncertainties [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(3): 921-936.
- [15] Helmick R E, Blair W D, Hoffman S A. Fixed-interval smoothing for Markovian switching systems [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1995, 41(6): 1845-1855.
- [16] Lagarias, J C, Reeds J A, Wright M H, et al. Convergence properties of the Nelder-Mead simplex method in low dimensions [J]. SIAM Journal of Optimization, 1998, 9(1): 112-147.
- [17] Si X S, Wang W B, Hu C H, et al. A wiener-process-based degradation model with a recursive filter algorithm for remaining useful life estimation [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2011, 35(1/2): 219-237.
- [18] Si X S, Wang W B, Hu C H, et al. Remaining useful life estimation based on a nonlinear diffusion degradation process [J]. IEEE Transactions on Reliability, 2012, 61(1): 50-67.
- [19] 李宏坤, 何德鲁, 张志新, 等. 基于状态空间模型的可靠性评估方法[J]. 振动与冲击, 2016, 35(1): 118-124.  
LI Hongkun, HE Delu, ZHANG Zhixin, et al. Reliability prediction method based on a state space model [J]. Journal of Vibration and Shock, 2016, 35(1): 118-124. (in Chinese)