

船舶轴频电场跟踪*

孙宝全, 颜冰, 张伽伟, 姜润翔

(海军工程大学兵器工程学院, 湖北武汉 430033)

摘要:针对轴频电场包络跟踪中先验信息缺失的问题,研究了船舶轴频电场跟踪对传感器阵列的基本要求,引入了一种基于最大似然选择的多初值渐进更新扩展卡尔曼滤波算法。建立船舶轴频电场包络跟踪的状态空间模型,用水平电偶极子对船舶轴频电场包络进行建模;建立基于最大似然选择的多初值模型;基于轴频包络信号特征,研究了对传感器阵列排布方式的要求。仿真结果表明,利用轴频电场包络对船舶进行跟踪是可行的,要求传感器阵列至少由3个传感器组成,且3个传感器不在一条直线上;在传感器阵列满足要求的情况下,该算法可以有效解决轴频电场包络跟踪中的先验信息缺失问题,具有较高的实用价值。

关键词:轴频电场;渐进更新扩展卡尔曼滤波;状态空间模型;电偶极子

中图分类号:TJ610 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2019)05-166-08

Ship target tracking based on shaft-rate electric field

SUN Baoquan, YAN Bing, ZHANG Jiawei, JIANG Runxiang

(College of Weapon Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

Abstract: Aimed at the problem of lack of prior information in the shaft-rate electric field envelope tracking, the basic requirement of ship shaft-rate electric field tracking on the sensor array was studied and a multi initial progressive update extended Kalman filter algorithm based on maximum likelihood selection was introduced. The state space model of ship shaft-rate electric field envelope tracking was established, and the horizontal electric dipole was used to model the ship's shaft-rate electric field envelope; a multiple initial value model based on maximum likelihood selection was established. Next based on the signal characteristics of the envelope of shaft-rate electric field, the requirement of sensor array arrangement was studied. Simulation results show that it is feasible to track ship by the envelope of shaft-rate electric field. And it is required that the sensor array must be made up of at least three sensors, which are not in a straight line. Under the condition that the sensor array meets the requirements, the proposed algorithm can effectively solve the lack of prior information in the shaft-rate electric field envelope tracking, and it has a high practical value.

Keywords: shaft-rate electric field; progressive update extended Kalman filter; state space model; electric dipole

船舶轴频电场与船舶静态电场一样是船舶重要的水下电场信号,相比于船舶静态电场,轴频电场频率低、传播距离远,具有明显的线谱特征^[1-2]。轴频电场信号的包络可视为准静态电场信号,可以由水平电偶极子反演得到^[3],其中包含有位置信息,可以用来实现对船舶目标的跟踪定位。目前轴频电场多用于目标的被动探测^[4-6],而在跟踪定位领域的应用鲜见报道。在声学环境复杂的区域,相比于声学跟踪定位方法,电场跟踪所受影响相对较小,可以作为声跟踪定位的一个有效补充。以卡尔曼滤波为代表的滤波估值算法可以根据传感器量测信息对目标的相关参数进行实时的估计,在目标跟踪领域获得越来

越广泛的研究和应用^[7]。利用船舶轴频电场对船舶进行跟踪主要应用在水雷、水下预警防护系统中,由于此类装备对功耗和计算资源有较高的要求,为此对滤波算法的复杂度也提出了较高的要求。相比于粒子滤波,卡尔曼滤波计算方法简单,计算量小,更利于在水下武器中的工程化实现。

船舶轴频电场的包络可视为准静态信号,因此可以将其视为静态电场(Static Electric field, SE)信号对其进行建模和跟踪。但是与静态电场不同的是,轴频电场包络获得的是电场模值,因此也丢失了一部分的方位信息。

文献[8]中提出了一种在大初始误差条件下

* 收稿日期:2018-05-03

基金项目:国家自然科学基金资助项目(41476154);国家自然科学基金青年基金资助项目(51509252)

作者简介:孙宝全(1989—),男,山东莱阳人,博士研究生,E-mail:baoquan_sun@163.com;

张伽伟(通信作者),男,讲师,博士,E-mail:gaweizhang@163.com

保持滤波稳定性的渐进更新扩展卡尔曼滤波 (Progressive Update Extended Kalman Filter, PUEKF)。算法相比传统卡尔曼滤波算法具有更好的稳定性和收敛性。本文将以 PUEKF 为基础,对轴频电场包络的跟踪进行研究,探索轴频电场在船舶跟踪的可行性以及相关问题的解决方案。

1 船舶轴频电场包络跟踪问题描述

跟踪问题状态空间模型为^[9]:

$$\begin{cases} \mathbf{x}_k = \mathbf{a}(\mathbf{x}_{k-1}) + \mathbf{w}_{k-1} \\ \mathbf{y}_k = \mathbf{h}(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k \end{cases} \quad (1)$$

其中: $\mathbf{x}_k \in \mathbb{R}^n$ 为 k 时刻的 n 维状态向量; $\mathbf{y}_k \in \mathbb{R}^m$ 为 k 时刻 m 维观测向量; 状态转移函数 $\mathbf{a}: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$; 观测函数 $\mathbf{h}: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$; $\mathbf{w}_{k-1} \in \mathbb{R}^n$ 为状态噪声向量, $\mathbf{v}_k \in \mathbb{R}^m$ 为观测噪声向量, 且 $\mathbf{w}_{k-1} \sim N(0, \mathbf{Q}_{k-1})$, $\mathbf{v}_k \sim N(0, \mathbf{R}_k)$, \mathbf{Q}_{k-1} 为过程噪声协方差矩阵, \mathbf{R}_k 为观测噪声协方差矩阵, $\{\mathbf{w}_{k-1}\}$ 和 $\{\mathbf{v}_k\}$ 不相关。

1.1 观测方程

在一定距离条件下,船舶轴频电场包络可以用一个水平偶极子进行模拟:

1) 利用希尔伯特变换计算轴频电场信号的峰值包络,并对峰值包络进行 0.5 Hz 的低通滤波,得到轴频电场信号包络;

2) 采用水平电偶极子对轴频电场包络信号建模;在如图 1 所示的“空气-海水-海床”三层均匀介质条件下,任意场点 P_f 处的电位信号为^[10]:

$$\begin{aligned} \Phi(x, y, z) &= \Phi_x(x, y, z) + \Phi_y(x, y, z) \\ &= \sum_{k=1}^{\infty} \left[\frac{\eta^k p_x (x - x_0)}{4\pi\sigma_1 r_{1k}^3} + \frac{\eta^k p_y (y - y_0)}{4\pi\sigma_1 r_{1k}^3} + \frac{\eta^k p_x (x - x_0)}{4\pi\sigma_1 r_{2k}^3} + \frac{\eta^k p_y (y - y_0)}{4\pi\sigma_1 r_{2k}^3} \right] + \\ &\quad \sum_{m=0}^{\infty} \left[\frac{\eta^m p_x (x - x_0)}{4\pi\sigma_1 r_{1m}^3} + \frac{\eta^m p_y (y - y_0)}{4\pi\sigma_1 r_{1m}^3} + \frac{\eta^m p_x (x - x_0)}{4\pi\sigma_1 r_{2m}^3} + \frac{\eta^m p_y (y - y_0)}{4\pi\sigma_1 r_{2m}^3} \right] \quad (2) \end{aligned}$$

其中: x, y, z 是场点坐标; x_0, y_0, z_0 是场源位置坐标; $\eta = (\sigma_1 - \sigma_2) / (\sigma_1 + \sigma_2)$ 是海底反射系数; σ_1 是海水电导率; σ_2 是海床电导率; D 为海水深度; h 为坐标系原点深度。 $r_{1k}, r_{2k}, r_{1m}, r_{2m}$ 分别为:

$$r_{1k} = [(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - 2kD + z_0 - 2h)^2]^{\frac{1}{2}}$$

$$r_{2k} = [(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - 2kD - z_0)^2]^{\frac{1}{2}}$$

$$r_{1m} = [(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z + 2mD - z_0)^2]^{\frac{1}{2}}$$

$$r_{2m} = [(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z + 2mD + z_0 - 2h)^2]^{\frac{1}{2}}$$

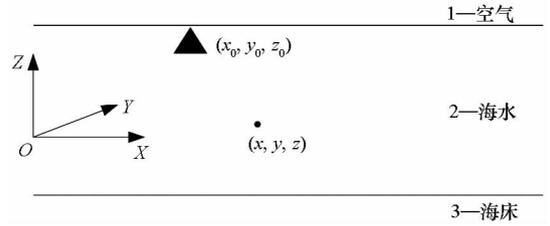


图1 空气-海水-海床三层均匀介质坐标系
Fig. 1 Air-seawater-seabed three-layer uniform media coordinate system

那么便可以得到相应的电场信号:

$$\mathbf{E} = (E_x, E_y, E_z) = -\nabla\Phi \quad (3)$$

其中, E_x, E_y, E_z 分别为:

$$\begin{aligned} E_x &= -\frac{\partial\Phi(x, y, z)}{\partial x} \\ &= \sum_{k=1}^{\infty} \left[-\eta^k p_x \frac{r_{1k}^2 - 3(x - x_0)^2}{4\pi\sigma_1 r_{1k}^5} + 3\eta^k p_y \frac{(x - x_0)(y - y_0)}{4\pi\sigma_1 r_{1k}^5} - \eta^k p_x \frac{r_{2k}^2 - 3(x - x_0)^2}{4\pi\sigma_1 r_{2k}^5} + 3\eta^k p_y \frac{(x - x_0)(y - y_0)}{4\pi\sigma_1 r_{2k}^5} \right] + \\ &\quad \sum_{m=0}^{\infty} \left[-\eta^m p_x \frac{r_{1m}^2 - 3(x - x_0)^2}{4\pi\sigma_1 r_{1m}^5} + 3\eta^m p_y \frac{(x - x_0)(y - y_0)}{4\pi\sigma_1 r_{1m}^5} - \eta^m p_x \frac{r_{2m}^2 - 3(x - x_0)^2}{4\pi\sigma_1 r_{2m}^5} + 3\eta^m p_y \frac{(x - x_0)(y - y_0)}{4\pi\sigma_1 r_{2m}^5} \right] \\ E_y &= -\frac{\partial\Phi(x, y, z)}{\partial y} \\ &= \sum_{k=1}^{\infty} \left[3\eta^k p_x \frac{(y - y_0)(x - x_0)}{4\pi\sigma_1 r_{1k}^5} - \eta^k p_y \frac{r_{1k}^2 - 3(y - y_0)^2}{4\pi\sigma_1 r_{1k}^5} + 3\eta^k p_x \frac{(y - y_0)(x - x_0)}{4\pi\sigma_1 r_{2k}^5} - \eta^k p_y \frac{r_{2k}^2 - 3(y - y_0)^2}{4\pi\sigma_1 r_{2k}^5} \right] + \\ &\quad \sum_{m=0}^{\infty} \left[3\eta^m p_x \frac{(y - y_0)(x - x_0)}{4\pi\sigma_1 r_{1m}^5} - \eta^m p_y \frac{r_{1m}^2 - 3(y - y_0)^2}{4\pi\sigma_1 r_{1m}^5} + 3\eta^m p_x \frac{(y - y_0)(x - x_0)}{4\pi\sigma_1 r_{2m}^5} - \eta^m p_y \frac{r_{2m}^2 - 3(y - y_0)^2}{4\pi\sigma_1 r_{2m}^5} \right] \end{aligned}$$

$$E_z = -\frac{\partial\Phi(x,y,z)}{\partial z} = \sum_{k=1}^{\infty} \left[3\eta^k p_x \frac{(z-2kD+z_0-2h)(x-x_0)}{4\pi\sigma_1 r_{1k}^5} + 3\eta^k p_y \frac{(z-2kD+z_0-2h)(y-y_0)}{4\pi\sigma_1 r_{1k}^5} + 3\eta^k p_x \frac{(z-2kD-z_0)(x-x_0)}{4\pi\sigma_1 r_{2k}^5} + 3\eta^k p_y \frac{(z-2kD-z_0)(y-y_0)}{4\pi\sigma_1 r_{2k}^5} \right] + \sum_{m=0}^{\infty} \left[3\eta^m p_x \frac{(z+2mD-z_0)(x-x_0)}{4\pi\sigma_1 r_{1m}^5} + 3\eta^m p_y \frac{(z+2mD-z_0)(y-y_0)}{4\pi\sigma_1 r_{1m}^5} + 3\eta^m p_x \frac{(z+2mD+z_0-2h)(x-x_0)}{4\pi\sigma_1 r_{2m}^5} + 3\eta^m p_y \frac{(z+2mD+z_0-2h)(y-y_0)}{4\pi\sigma_1 r_{2m}^5} \right]$$

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & T_s & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & T_s & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

T_s 为采样时间间隔。

状态噪声协方差矩阵为 $Q = \text{diag}(\Gamma_m \Sigma \Gamma_m^T, \alpha)$, 其中 Σ 为加速度噪声强度, Γ_m 为加速度噪声变换矩阵, $\Sigma = \text{diag}(\sigma_x^2, \sigma_y^2) \cdot \Gamma_m = \left[\frac{T_s^2}{2} I_{2 \times 2}; \mathbf{0}_{1 \times 2}; T_s I_{2 \times 2} \right]; \alpha$ 为一个很小的常数, 用来表征电偶极子强度变化的协方差。

2 基于最大似然选择的多初值 PUEKF

船舶轴频电场包络跟踪中, 单凭包络信息无法确定船舶的起始状态, 而滤波初值的设定对于滤波算法的性能具有至关重要的影响。现有的滤波算法中不论是分布近似方法(粒子滤波类)还是矩近似方法(卡尔曼滤波类), 均不能保证任意初值条件下的滤波收敛性, 根本原因在于参与滤波更新的量是根据当前一步预测状态, 因此初值与真实值之间相差过大会导致滤波发散。其实对于水面目标跟踪, 滤波初值主要确定的是水面初始距离 $r_{xy,0}$, 航行角 ψ_0 , 速度 V_0 , 电偶极矩 \mathbf{p}_0 , 那么便可得到滤波初值为:

$$\mathbf{x}_0|_0 = [r_{xy,0} \cos(\psi_0); r_{xy,0} \sin(\psi_0); z_0; V_0 \cos(\psi_0); V_0 \sin(\psi_0); \mathbf{p}_0]$$

对于水面目标而言, z_0 可由传感器深度得出。 V_0 可由跟踪的目标特性由经验值进行设定。 最难确定的是 $r_{xy,0}, \psi_0, \mathbf{p}_0$ 。 由电场的观测模型可知, 在传感器位置已知的情况下, $|E|$ 是 r 和 p 的函数, 因此可以根据 $|E|$ 设计一个 r 和 p 的初值估计方法, 然后依据多初值模型基本原理^[11-12], 假定多个初值起始滤波, 并由最大似然法选出最优结果。

2.1 基于最大似然选择的多初值模型

假定目标真值(或者滤波最优初值)是多个可能假设初值中的一个, 且概率相等, 则

$$\begin{cases} \mathbf{x}_0 \in \{ \mathbf{x}_0^{(j)} \}_{j=1}^N \\ \mathbf{x}_0^{(j)} \sim N(\hat{\mathbf{x}}_0^{(j)}, \mathbf{P}_0^{(j)}) \\ \mu_0^{(j)} = p(\mathbf{x}_0^{(j)}) = \frac{1}{N} \end{cases} \quad (7)$$

式中: \mathbf{x}_0 为目标真值(或者滤波最优初值); $\mathbf{x}_0^{(j)}$ 为第 j 个假设初值, $\hat{\mathbf{x}}_0^{(j)}$ 与 $\mathbf{P}_0^{(j)}$ 分别为第 j 个假设初值的均值和协方差矩阵; $\mu_0^{(j)}$ 表示 $\mathbf{x}_0^{(j)}$ 为目标真值的

则在第 $j(j=1, 2, \dots, J)$ 个电场传感器量测到的目标包络信号可建模如下:

$$\mathbf{y}^{(j)} = h^{(j)}(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k^{(j)} = \mathbf{E}_k^{(j)} + \mathbf{v}_k^{(j)} \quad (4)$$

其中, $\mathbf{E}_k^{(j)} = [|E_{k,x}^{(j)}|, |E_{k,y}^{(j)}|, |E_{k,z}^{(j)}|]$ 为轴频电场包络信号; $\mathbf{v}_k^{(j)} = [v_{x,k}^{(j)}, v_{y,k}^{(j)}, v_{z,k}^{(j)}]$ 为电场传感器的背景噪声。 进一步可得多个传感器的观测模型为:

$$\mathbf{y}_k = h(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k = \begin{bmatrix} h^{(1)}(\mathbf{x}_k) \\ h^{(2)}(\mathbf{x}_k) \\ \vdots \\ h^{(J)}(\mathbf{x}_k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{v}_k^{(1)} \\ \mathbf{v}_k^{(2)} \\ \vdots \\ \mathbf{v}_k^{(J)} \end{bmatrix} \quad (5)$$

1.2 状态方程

根据观测方程定义 k 时刻船舶目标状态向量:

$$\mathbf{x}_k = [\mathbf{r}_k^T, \mathbf{V}_k^T, p]^T \quad (6)$$

其中, $\mathbf{r}_k = [x, y, z]^T$, $\mathbf{V}_k = [V_x, V_y]^T$ (忽略 z 方向上运动)。

根据船舶目标低机动假设, 将船舶目标运动建模为离散白噪声加速度(Discrete White Noise Acceleration, DWNA)模型, 因此式(1)中 $a(\cdot)$ 为线性变换 F , 即:

先验概率,且 $\sum_{i=1}^N \mu_0^{(j)} = 1$ 。

$\mathbf{x}_0^{(j)}$ 为目标真值的后验概率为:

$$\begin{aligned} \mu_k^{(j)} &= p(\mathbf{x}_0^{(j)} | y_{1:k}) \\ &= p(\mathbf{x}_0^{(j)} | y_k, y_{1:k-1}) \\ &= \frac{p(y_k | \mathbf{x}_0^{(j)}, y_{1:k-1}) \cdot p(\mathbf{x}_0^{(j)} | y_{1:k-1})}{p(y_k | y_{1:k-1})} \\ &= \frac{p(y_k | \mathbf{x}_0^{(j)}, y_{1:k-1}) \cdot p(\mathbf{x}_0^{(j)} | y_{1:k-1})}{\sum_{i=1}^N p(y_k | \mathbf{x}_0^{(i)}, y_{1:k-1}) \cdot p(\mathbf{x}_0^{(i)} | y_{1:k-1})} \\ &= \frac{p(y_k | \mathbf{x}_0^{(j)}, y_{1:k-1}) \mu_{k-1}^{(j)}}{\sum_{i=1}^N p(y_k | \mathbf{x}_0^{(i)}, y_{1:k-1}) \mu_{k-1}^{(i)}} \end{aligned} \quad (8)$$

$p(y_k | \mathbf{x}_0^{(j)}, y_{1:k-1})$ 为假设初值 $\mathbf{x}_0^{(j)}$ 的似然函数,记 $L_j(k) = p(y_k | \mathbf{x}_0^{(j)}, y_{1:k-1})$, 根据高斯假设 $L_j(k) \sim N(\mathbf{z}_k^{(j)}; \mathbf{0}, \mathbf{S}_k^{(j)})$, 其中 $\mathbf{z}_k^{(j)}$ 与 $\mathbf{S}_k^{(j)}$ 分别为 k 时刻假设初值 $\mathbf{x}_0^{(j)}$ 对应滤波器的新息及其协方差矩阵。

那么

$$\mu_k^{(j)} = \frac{L_k^{(j)} \mu_{k-1}^{(j)}}{\sum_{i=1}^N L_k^{(i)} \mu_{k-1}^{(i)}}, \quad j = 1, \dots, N \quad (9)$$

$\sum_{i=1}^N L_k^{(i)} \mu_{k-1}^{(i)}$ 是归一化因子,不会改变分子项的相对大小,因此最大似然选择算法可直接利用分子进行判别,不妨令 $\mu_k^{(j)} = L_k^{(j)} \mu_{k-1}^{(j)}$, 可得 $\mu_k^{(j)} = \prod_{i=1}^k L_i^{(j)}$, 对其取对数得对数似然函数 $\tilde{\mu}_k^{(j)}$ 为:

$$\tilde{\mu}_k^{(j)} = \ln \prod_{i=1}^k L_i^{(j)} = \sum_{i=1}^k \ln L_i^{(j)} \quad (10)$$

其中

$$\begin{aligned} \ln L_k^{(j)} &= \ln N(\mathbf{z}_k^{(j)}; \mathbf{0}, \mathbf{S}_k^{(j)}) \\ &= -\frac{1}{2} (\ln 2\pi + \ln |\mathbf{S}_k^{(j)}| + (\mathbf{z}_k^{(j)})^T (\mathbf{S}_k^{(j)})^{-1} \mathbf{z}_k^{(j)}) \end{aligned}$$

对 $\tilde{\mu}_k^{(j)}$ 归一化,得

$$\tilde{\mu}_k^{(j)} \leftarrow \tilde{\mu}_k^{(j)} - \max_j (\tilde{\mu}_k^{(j)}) \quad (11)$$

2.2 多初值模型参数确定

三层介质下点电源电场公式较为复杂,根据其推算出初始目标距离等同于滤波算法本身,为此设计一个简化公式估计距离。

在全空间充满电导率为 σ 的导体媒质,那么场点处的标量电位为:

$$U = \frac{p}{4\pi\sigma r^2} \quad (12)$$

那么对应的电场模值为:

$$|E| = \frac{p}{2\pi\sigma r^3} \quad (13)$$

由恒稳电场的镜像理论,在空气-海水-海底三层介质中,位于海水中的源在海水中产生的静态电场等效为无限大海水区域中,源及其通过两个界面形成的无数个镜像在场点处产生的电场叠加。镜像的强度与源强度相同,只是与场点的距离发生了变化。为此3层介质中电场模值的计算可以在源强度中加一个修正系数 m_x , m_x 可取一个经验值,与海水深度有关,则

$$|E| \approx \frac{m_x p}{2\pi\sigma r^3} \quad (14)$$

那么由此便可以根据电场强度模值估算距离

$$r = \left(\frac{m_x p}{2\pi\sigma |E|} \right)^{1/3} \quad (15)$$

对于目标源强度,可以根据经验设置几个可能值 $p^{(i)}$ ($i=1, 2, \dots, K$), 其中 $p^{(1)}$ 与 $p^{(K)}$ 分别对应可能的最小和最大源强度。则在 $p^{(i)}$ ($i \neq 1, i \neq K$) 应在 $p^{(1)}$ 与 $p^{(K)}$ 的数值范围之间等比例分布或者根据经验设定,等比例分布可按式(16)进行,则

$$p^{(i)} = p^{(1)} \left(\frac{p^{(K)}}{p^{(1)}} \right)^{\frac{i-1}{K-1}}, \quad i \neq 1, i \neq K \quad (16)$$

将 $p^{(i)}$ 代入式(15)即可估算出水面目标初始距离 $r_{xy,0}^{(i)} = \sqrt{r^2 - h^2}$, $i=1, 2, \dots, K$ 。目标方位是不确定的,不妨在每个可能的 $r_{xy,0}^{(i)}$ 条件下假定多个方位来起始滤波,通常取为4即可,此时即可进行多初值模型估计。

2.3 渐进更新扩展卡尔曼滤波

PUEKF 算法思想来源于渐进贝叶斯理论^[13-14],本质在于逐步引入量测信息,关键在于重新设计扩展卡尔曼滤波算法的量测更新步骤。PUEKF 将时间间隔 $[t_{k-1}, t_k]$ 划分成 N_{pu} 个子区间,而每个子区间的的时间间隔为 $\delta\lambda = (t_k - t_{k-1}) / N_{pu}$,这相当于在 $[t_{k-1}, t_k]$ 内插入 $N_{pu} - 1$ 个伪时间序列,序贯获得 N_{pu} 个观测值。观测更新过程在每个子区间内进行一次。时间间隔变化,观测噪声协方差也会发生变化。将区间 $[t_{i-1}, t_i]$ N_{pu} 等分后得到的新噪声协方差 $\mathbf{R}_i^{(2)}$ 与原噪声协方差 $\mathbf{R}_i^{(1)}$ 具有如下关系:

$$\mathbf{R}_i^{(1)} = \frac{1}{N_{pu}} \mathbf{R}_i^{(2)} \quad (17)$$

那么结合 EKF 的基本步骤可得 PUEKF 算法步骤,如算法 1 所示。

算法 1 PUEKF 算法步骤

Alg. 1 Algorithm steps of PUEKF

输入: $\hat{\mathbf{x}}_{x-1|k-1}, \mathbf{P}_{k-1|k-1}$

输出: $\hat{\mathbf{x}}_{x|k}, \mathbf{P}_{x|k}$

时间更新:

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \mathbf{F}\mathbf{P}_{k-1|k-1}\mathbf{F}^T + \mathbf{Q}_{k-1}$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} = \mathbf{F}\hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1}$$

观测更新:

1) 初始化 $\hat{\mathbf{x}}_0|_{i=1} = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}, \mathbf{P}_0|_{i=1} = \mathbf{P}_{k|k-1}$

2) For $i = 1, 2, \dots, N_{pu}$

$$\mathbf{S}_{i-1} = \mathbf{H}_{i-1}\mathbf{P}_{i-1}\mathbf{H}_{i-1}^T + \mathbf{R}_{k/\delta\lambda}$$

$$\mathbf{K}_i = \mathbf{P}_{i-1}\mathbf{H}_{i-1}^T\mathbf{S}_{i-1}^{-1}$$

$$\hat{\mathbf{x}}_i = \hat{\mathbf{x}}_{i-1} + \mathbf{K}_i(\mathbf{y}_k - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_{i-1}))$$

$$\mathbf{P}_i = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_i\mathbf{H}_{i-1})\mathbf{P}_{i-1}$$

3) $\hat{\mathbf{x}}_{k|k} = \hat{\mathbf{x}}_1|_{i=n}, \mathbf{P}_{x|k} = \mathbf{P}_1|_{i=n}$

当 $n = 1$, PUEKF 退化为 EKF

综上所述,可给出多初值渐进更新扩展卡尔曼滤波(Multiple Initial PUEKF, MI-PUEKF)跟踪算法的基本步骤为:

1) 确定假设目标距离数 K 及每个距离上假定的目标起始方位数 N_F , 确定滤波初值 $\hat{\mathbf{x}}_0^{(i,j)}$,

$$\mathbf{P}_0^{(i,j)}, i = 1, 2, \dots, K, j = 1, 2, \dots, N_F.$$

2) 从 $k = 1$ 时刻开始, 同时进行 $K \times N_F$ 个滤波器, 得到输出 $\{\hat{\mathbf{x}}_k^{(i,j)}, \mathbf{P}_k^{(i,j)}, \mathbf{z}_{i,j}^{(k)}, \mathbf{S}_{i,j}^{(k)}\}$ 。

3) 利用式(10)更新 $k - 1$ 时刻权值, 得到 $\bar{\mu}_{i,j}^{(k)}$, 并根据式(11)进行归一化。

4) 进入下一时刻的滤波或到达预定时刻后终止滤波。

5) 根据最大似然选择法确定最优跟踪轨迹。

3 传感器阵列

基于最大似然法的 MI-PUEKF 可以解决如何选取初值, 并提供了一种如何判断正确轨迹的方法。但是这种可行性必须有一个前提, 那就是观测模型可观, 即其解具有唯一性。轴频电场包络丢失了方向信息, 从观测方程以及电场的特性可知, 对于单个传感器, 同一个信号值可以对应几个状态, 此时, 滤波器的结果是不可信的。为此在对轴频电场包络的研究中必须研究传感器阵列所需最少传感器数目及其排布方式。

考虑如下的仿真情景, 目标电偶极矩 $p = 100 \text{ A} \cdot \text{m}$; 以传感器阵列为基础建立右手坐标系, 传感器所在线为 Y 轴, 传感器中心点为坐标原点, X 轴过原点垂直于 Y 轴; Z 轴向上。假设目标分别从 $\pi/4, 3\pi/4, 5\pi/4, 7\pi/4$ 四个方向匀速

通过传感器阵列, 观察传感器接收到的信号特征。

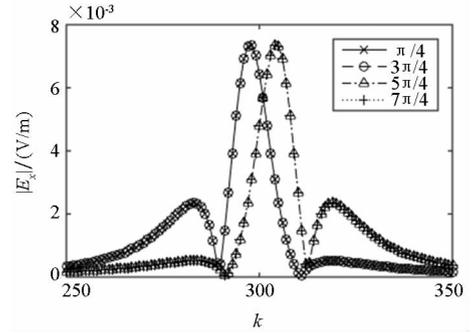
不失一般性, 假设三个三轴电场传感器, 其位置分别为 $[0, 5, 0; 0, 0, 0; 5, 0, 0]$, 船舶的其他初始参数见表 1。

表 1 仿真场景参数

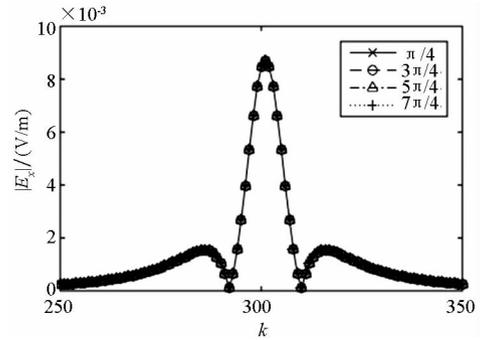
Tab. 1 Parameter of simulation scene

参数	量值
r_0/m	$(212\cos\psi, 212\sin\psi, 8.2)$
$V_0/(\text{m/s})$	$(7\cos\psi, 7\sin\psi)$
T_N	500

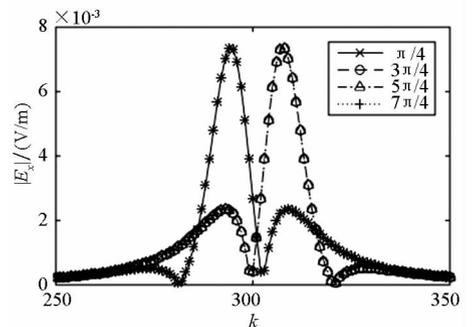
图 2 所示是三个传感器上的 $|E_x|$ 信号。从图 2(a) 可以看出传感器 1 (0, 5, 0) 上航向 $\pi/4, 3\pi/4$ 的两个轨迹的 $|E_x|$ 是相同的; $5\pi/4, 7\pi/4$ 两个轨迹的 $|E_x|$ 是相同的。 $|E_y|, |E_z|$ 亦是如



(a) sensor#1 $|E_x|$



(b) sensor#2 $|E_x|$



(c) sensor#3 $|E_x|$

图 2 传感器上 $|E_x|$ 信号

Fig. 2 Signal $|E_x|$ on sensor

此。从图 2(b) ~ (c)可知,传感器 2、传感器 3 上的信号也有类似特征,整理总结如表 2 所示。其中数字相同表示按信号相同分组。

表 2 传感器上信号特征分组

Tab.2 Signal feature grouping on sensor

	Signal	$\pi/4$	$3\pi/4$	$5\pi/4$	$7\pi/4$
Sensor#1	$ E_x $	1	1	2	2
	$ E_y $	1	1	2	2
	$ E_z $	1	1	2	2
Sensor#2	$ E_x $	1	1	1	1
	$ E_y $	1	1	1	1
	$ E_z $	1	1	1	1
Sensor#3	$ E_x $	1	2	2	1
	$ E_y $	1	2	2	1
	$ E_z $	1	2	2	1

由此可以总结一个基本结论,对于原点上的传感器,基于 X 轴和 Y 轴对称的轨迹产生的信号是相同的。对于位于 X(Y) 轴上的传感器,基于 X(Y) 轴对称的轨迹产生的信号是相同的。因此,在滤波跟踪中至少需要 3 个传感器,且 3 个传感器不能位于同一直线上才能保证解的唯一性。

4 仿真结果及分析

考虑如下的仿真情景,电偶极子电偶极矩 $p = 100 \text{ A} \cdot \text{m}$;以传感器阵列为基础建立右手坐标系,传感器所在线为 Y 轴,传感器中心点为坐标原点,X 轴过原点垂直于 Y 轴;Z 轴向上。选用三个三轴电场传感器,其位置为 $o_{1,2,3}$,其他初始状态见表 3;此外,过程加速度噪声强度 $\sigma_x = \sigma_y = 0.1, \alpha = 0.001$;观测噪声协方差矩阵 $R_k = \sigma^2 I_{2 \times 2}, \sigma = 1 \times 10^{-7}$ 。

表 3 仿真场景参数

Tab.3 Parameters of simulation scene

参数	量值
r_0/m	$(-170, -100, 8.2)$
$V_0/(\text{m/s})$	$(10\cos\frac{\pi}{6}, 10\sin\frac{\pi}{6})$
T_N	101

对 MI-PUEKF 滤波器配置,假设目标源强度分布在 $K = 3$ 等级上,即 $p_1 = 50 \text{ A} \cdot \text{m}, p_2 = 100 \text{ A} \cdot \text{m}, p_3 = 200 \text{ A} \cdot \text{m}$ 。利用式(15)得到三个

可能的目标平面初始距离。在各个距离上假定四个起始方位 $\pi/4, 3\pi/4, 5\pi/4, 7\pi/4$,总的滤波器数量为 $K \cdot N_F = 12$ 。

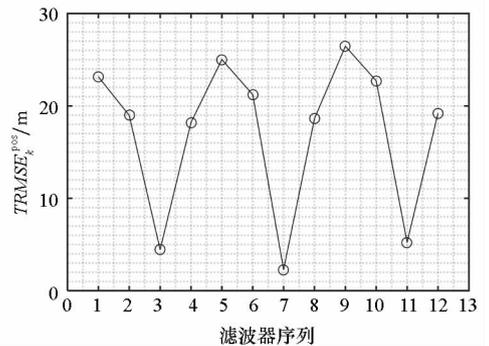
选择位置分量在 k 时刻总的均方根误差(Total Root Mean Square Errors at k moment of position component, $TRMSE_k^{\text{pos}}$)和均方根误差(Root Mean Square Errors at k moment of position component, $RMSE_k^{\text{pos}}$)作为衡量算法优劣的标准,其定义如下:

$$\begin{cases} TRMSE_k^{\text{pos}} = \sqrt{\frac{1}{MC} \frac{1}{T_N} \sum_{i=1}^{MC} \sum_{k=1}^{T_N} \text{trace}[(\mathbf{r}_k - \hat{\mathbf{r}}_k)(\mathbf{r}_k - \hat{\mathbf{r}}_k)]^T} \\ RMSE_k^{\text{pos}} = \sqrt{\frac{1}{MC} \sum_{i=1}^{MC} \text{trace}[(\mathbf{r}_k - \hat{\mathbf{r}}_k)(\mathbf{r}_k - \hat{\mathbf{r}}_k)]^T} \end{cases} \quad (18)$$

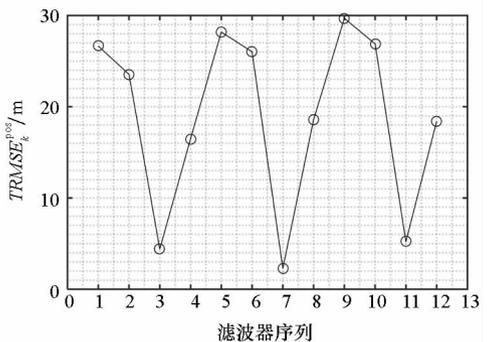
仿真次数 $MC = 100$ 。

传感器坐标采用两组配置, $\text{SensorPostion1} = o_{1,2,3}^1 = [0, 5, 0; 0, 0, 0; 0, -5, 0]$, $\text{SensorPostion2} = o_{1,2,3}^2 = [0, 5, 0; 0, -5, 0; 5, 0, 0]$ 。

图 3 所示是各个初值条件下滤波器的总均方根误差($TRMSE_k^{\text{pos}}$),图 3(a)和图 3(b)分别对应两个传感器阵列配置;图 4 是各个初值条件下滤波器的均方根误差($RMSE_k^{\text{pos}}$)曲线;图 5 是各个初值条件下滤波器的对数似然函数值;图 6 是对数似然值最大的前 3 个初值模型的跟踪结果。

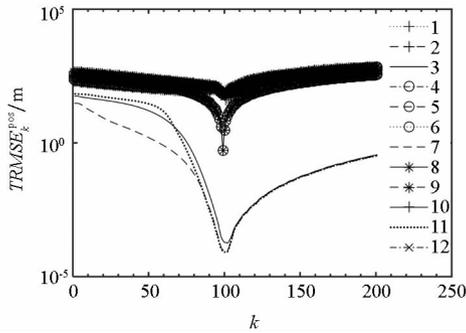


(a) SensorPosition1

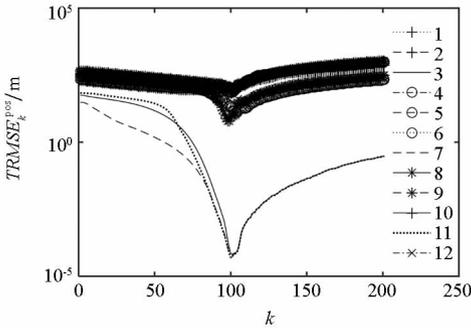


(b) SensorPosition2

图 3 各个初值条件下滤波器的总均方根误差
Fig.3 Total root mean square errors of the filter under each initial value condition



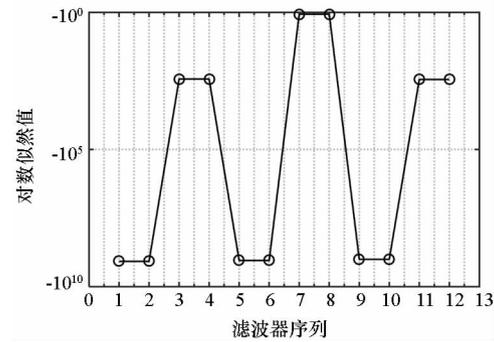
(a) SensorPosition1



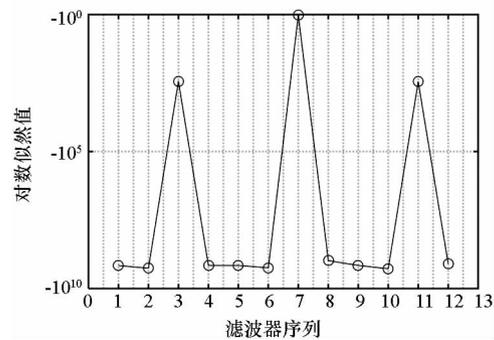
(b) SensorPosition2

图 4 各个初值条件下滤波器的均方根误差曲线

Fig. 4 Root mean square error curves of the filter under each initial value condition



(a) SensorPosition1

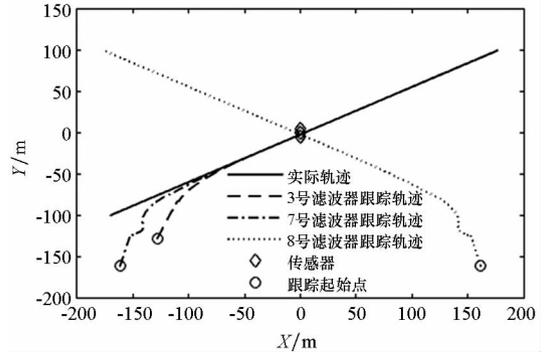


(b) SensorPosition2

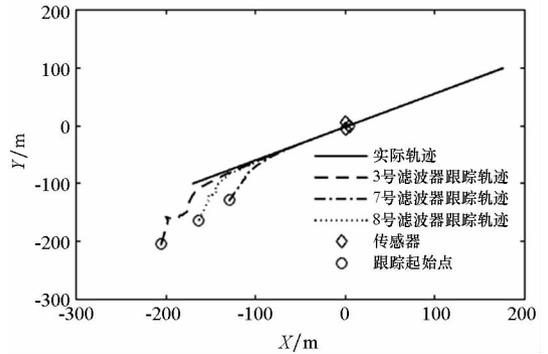
图 5 各个初值条件下滤波器的对数似然值

Fig. 5 Logarithmic likelihood value of the filter under each initial value condition

从图 4 中可以看出, 轨迹 3, 7, 11 的滤波是收敛的, 其余九个轨迹的滤波是发散的(相互重叠, 图



(a) SensorPosition1



(b) SensorPosition2

图 6 跟踪结果(对数似然值最大的前 3 个模型)

Fig. 6 Tracking results (models of the first three maximum logarithmic likelihood value)

中难以区分)。对比图 3、图 4 可以看出, SensorPosition2 的对数似然函数值的大小与 $TRMSE_k^{pos}$ 也是一一对应的, 而 SensorPosition1 由于对称性导致其对数似然值出现了三个异常值(轨迹 4, 8, 12), 这 3 个异常值与轨迹 3, 7 的值是相等的。从图 6 可以看出, SensorPosition2 的三个对数似然值最大的结果与图 3、图 4 中的结果也是对应的, 而 SensorPosition1 的轨迹 8 是由于对称性导致的异常, 轨迹 8 和轨迹 7 是关于 Y 轴对称的。

仿真结果表明:

1) 轴频电场包络跟踪所需传感器数目至少三个, 且不能位于一条直线上;

2) 在传感器阵列满足要求的情况下, 基于最大似然的多初值模型可以解决轴频电场包络跟踪先验信息缺失的问题, 且基于对数似然函数值可以选择出滤波最优的结果;

3) 三个收敛的初值模型其初始假设方位为 $3\pi/4$, 相比其他假设, 与真实方位最接近, 可见, 相比于距离而言, 跟踪误差对方位先验信息更加敏感。

5 结论

本文研究了利用船舶轴频电场包络对船舶进

行跟踪的可行性。船舶轴频电场包络可以视为准静态电场,但是仅可以获得电场模值信息,因此丢失了一部分方位信息,这对传感器阵列提出了要求,传感器数目不能少于三个,至少有三个传感器不在一条直线上。针对轴频电场包络跟踪中先验信息缺失的问题,文章引入了一种基于最大似然选择的多初值渐进更新扩展卡尔曼滤波方法。仿真结果表明,轴频电场包络跟踪中滤波方法对方位先验信息更加敏感,多初值渐进更新扩展卡尔曼滤波方法能够有效地解决先验信息缺失条件下的轴频电场包络跟踪问题,具有重要的实际意义。

参考文献 (References)

- [1] Shen B, Gong S G, Chen X Q, et al. Measurement of shaft-rate modulated electric fields of a ship in a shallow sea[J]. Proceedings of Fifth International Symposium on Instrumental Science and Technology, 2009, 71332H.
- [2] 林春生, 龚沈光. 舰船物理场[M]. 北京: 兵器工业出版社, 2007.
LIN Chunsheng, GONG Shenguang. Physical field of warship[M]. Beijing: Weapon Industry Press, 2007. (in Chinese)
- [3] 熊露, 姜润翔, 龚沈光. 浅海中船舶轴频电场建模方法[J]. 国防科技大学学报, 2014, 36(1): 98 - 103.
XIONG Lu, JIANG Runxiang, GONG Shenguang. Ship modeling method of shaft-ELFE in shallow sea[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2014, 36(1): 98 - 103. (in Chinese)
- [4] 姜润翔, 史建伟, 龚沈光. 船舶极低频电场信号特性分析[J]. 海军工程大学学报, 2014(1): 5 - 8, 75.
JIANG Runxiang, SHI Jianwei, GONG Shenguang. Analysis of signal characteristics of ship's extremely low frequency electric field[J]. Journal of Naval University of Engineering, 2014(1): 5 - 8, 75. (in Chinese)
- [5] He F, Wang X J, Zhou G H. Feature extraction of shaft-rate electric field in the far field [C]//Proceedings of IEEE International Symposium on Microwave, Antenna, Propagation and EMC Technologies for Wireless Communications, 2013: 189 - 192.
- [6] 卢新城, 龚沈光, 孙明. 舰船轴频电场空间分布特性的实验测量与分析[J]. 武汉理工大学学报(交通科学与工程版), 2004, 28(4): 498 - 500.
LU Xincheng, GONG Shenguang, SUN Ming. Measurement and analysis of space distribution of shaft-rate electric field of a ship [J]. Journal of Wuhan University of Technology (Transportation Science & Engineering), 2004, 28(4): 498 - 500. (in Chinese)
- [7] 秦永元, 张洪钺, 汪叔华. 卡尔曼滤波与组合导航原理[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2015.
QIN Yongyuan, ZHANG Hongyue, WANG Shuhua. Kalman filtering and combined navigation principle [M]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press, 2015. (in Chinese)
- [8] 孙宝全, 颜冰, 姜润翔, 等. 船舶静电场跟踪的渐进更新扩展卡尔曼滤波器[J]. 国防科技大学学报, 2018, 40(6): 137 - 143.
SUN Baoquan, YAN Bing, JIANG Runxiang, et al. A progressive update extended Kalman filter for ship tracking with static electric field [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2018, 40(6): 137 - 143. (in Chinese)
- [9] 刘妹琴, 兰剑. 目标跟踪前沿理论与应用[M]. 北京: 科学出版社, 2015.
LIU Meiqin, LAN Jian. Advanced theory and application of target tracking [M]. Beijing: Science Press, 2015. (in Chinese)
- [10] Jones D L, Burke C P. The DC field components of horizontal and vertical electric dipole sources immersed in three-layered stratified media[J]. Annales Geophysicae, 1997, 15(4): 503 - 510.
- [11] Simon D. Optimal state estimation: Kalman, H_∞, and nonlinear approaches[M]. USA: Wiley-Interscience, 2006.
- [12] 张宏欣. 磁性目标跟踪的多模型自适应滤波方法[J]. 水雷战与舰船防护, 2018(2): 57 - 62, 76.
ZHANG Hongxin. Multiple-model adaptive filtering method for magnetic target tracking[J]. Mine Warfare & Ship Self-Defence, 2018(2): 57 - 62, 76. (in Chinese)
- [13] Birsan M. Recursive Bayesian method for magnetic dipole tracking with a tensor gradiometer[J]. IEEE Transactions on Magnetism, 2011, 47(2): 409 - 415.
- [14] Eler De Melo F, Maskell S, Fasiolo M, et al. Stochastic particle flow for nonlinear high-dimensional filtering problems[J]. Statistics, 2017; arXiv: 1511.01448.