

非合作目标视觉/惯导相对导航及敏感器自标定方法*

张世杰, 宁明峰, 陈 健

(哈尔滨工业大学 卫星技术研究所, 黑龙江 哈尔滨 150080)

摘要:利用视觉/惯导对空间非合作目标进行相对导航时,两敏感器的外参数对导航精度有较大影响。考虑到敏感器间的外参数标定复杂且耗时,提出一种利用视觉/惯导在估计相对状态过程中对其外参数进行标定的方法。该方法将视觉/惯导的外参数作为状态变量,与相对轨道运动学方程、相对姿态方程及惯导模型共同组成系统状态方程。利用该状态方程和单目视觉的观测量设计扩展卡尔曼滤波器对相对位姿、惯导偏差及视觉/惯导外参数进行估计,并通过数学仿真对该方法的有效性进行验证。仿真结果表明,该方法能够在视觉/惯导初始外参有偏差的情况下,有效估计相对位姿及惯导漂移,并对视觉/惯导外参数进行标定。

关键词:非合作目标;状态估计;视觉/惯导导航;敏感器标定

中图分类号:V448 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2019)06-025-08

Method of vision/inertial relative navigation for non-cooperative target and sensors self-calibration

ZHANG Shijie, NING Mingfeng, CHEN Jian

(Research Center of Satellite Technology, Harbin Institute of Technology, Harbin 150080, China)

Abstract: In using the combination system with visual and IMU (inertial measurement unit) to estimate the relative pose of non-cooperative target in space, the external parameters of the system have a great influence on the estimation accuracy. Considering the complex and time-consuming calibration of the external parameters, a method to estimate the relative pose and calibrate the external parameters simultaneously by using visual and IMU combination system was presented. This method takes the external parameters as the state variables and forms the system state equation together with the relative orbital kinematics equation, the relative attitude equation and the IMU model. Then, the relative pose, IMU biases and external parameters of the visual and IMU were estimated by using the extended Kalman filter designed with the state equation and the observation of the monocular vision. The validity of the method was verified by mathematical simulation. The simulation results show that this method can estimate the relative pose and IMU biases effectively and calibrate the external parameters, when the deviation of external parameters existed.

Keywords: non-cooperative target; state estimation; vision/inertial navigation; sensors calibration

随着空间技术的发展,空间攻防、在轨维修和碎片清理等非合作目标空间任务被广泛应用^[1]。在非合作目标任务中,追踪星在解算与目标星的相对位姿状态后,利用执行机构控制其位姿并逼近目标星,最终执行其任务^[2]。高精度的相对位姿估计是完成这些任务的基本前提。

目前,单目视觉以其体积小、精度高、能够有效提供周围环境信息等优势应用在空间飞行器导航任务中^[3-4]。通过追踪特征点序列图像,相机与目标间的相对运动可以被确定^[5-6]。但由于相机输出频率低,无法满足高动态空间任务的要求。

视觉系统和惯性测量单元(Inertial Measurement Unit, IMU)在精度和频率上互补:

IMU在短时间内可以追踪高动态运动下的状态,但由于漂移的存在,其误差会随时间积累;视觉系统可对IMU的误差进行校正。因此,融合视觉和IMU信息可在高动态任务中进行高精度导航^[7]。Kim^[8]和Zhang^[9]等用陀螺测量角速度和相对轨道方程作为状态方程,视觉测量作为观测量,用扩展卡尔曼滤波器(Extended Kalman Filter, EKF)对相对位姿进行估计。这种方法需要星间链路获取目标星的姿态信息,这在非合作任务中无法满足。周军等^[10]提出的EKF方案无须星间链路提供目标星的角速度信息,其用IMU测量追踪星加速度和角速度,并将IMU测量作为状态方程的控制输入对相对位姿进行估计。

* 收稿日期:2018-08-01

基金项目:国防科技创新资助项目(17-H863-01-ZT-01-007-01)

作者简介:张世杰(1979—),男,河南上蔡人,教授,博士,博士生导师,E-mail:sjzhang@hit.edu.cn

这些视觉/IMU 方案都以相机/IMU 外参数精确标定为前提。相机/IMU 外参数的不准确将会使估计结果不准确甚至会导致滤波器发散^[11-13]。在大多数情况下,该外参数通过离线标定或在线使用其他设备进行标定^[14]。但上述标定方法无法满足在任务中两传感器位姿改变时对两传感器外参数进行重新标定的需求。

为解决该问题,本文提出一种单目视觉/IMU 融合的空间非合作相对导航方法,该方法利用 EKF 估计相对位姿及 IMU 漂移。同时,将视觉/IMU 的外参数转换为 EKF 滤波的状态变量,仅利用两传感器的输出信息对其外参数进行实时标定。

1 问题描述及坐标系定义

1.1 问题描述

本文提出的视觉/IMU 方案中,采用 EKF 对系统状态进行估计。IMU 测量作为系统状态方程的输入用于状态预测,相机测量作为系统观测量用于量测更新,其方案如图 1 所示。

空间相对导航分为相对位置估计和相对姿态估计。追踪星和目标星的轨道运动方程通常用椭圆轨道的 C-W 方程表示^[15]。在该方程中,追踪星在逼近目标星过程中的机动加速度可用 IMU 的加速度计测量。相对姿态运动学由目标星角速度与陀螺所测量的追踪星角速度构成。目标星角速度由目标星动力学的预测获得。由于在该过程中需估计 IMU 的漂移及相机/IMU 的外参数,因此在状态方程中引入漂移状态方程和相机/IMU 外参数状态方程。

空间相机在获取目标星图像信息后,经过预

处理,采用 Surf 算法^[16]对图像中的特征进行提取并与已知的卫星模型进行匹配,得到匹配的特征。这些匹配的特征点即为系统的观测量。

该系统中,在相机没有输出的时候,利用 IMU 测量值和系统状态方程预测系统的状态;当相机观测到目标星时,利用观测量对系统进行量测更新,对系统状态进行校正估计。

1.2 坐标系定义

为确定目标星相对追踪星的相对位姿关系及其他需估计的状态变量,定义如下坐标系:

1) 相对轨道坐标系($O_r X_r Y_r Z_r$):该坐标系用于描述两星的相对位置关系,其坐标原点位于目标星的质心。 X_r 轴沿目标星地心距向外; Y_r 在目标轨道平面内,垂直于 X_r 并指向目标星速度方向; Z_r 垂直于目标星轨道平面,与 X_r 轴和 Y_r 轴构成右手坐标系。

2) 目标星体坐标系($O_t X_t Y_t Z_t$):该坐标系原点与目标星质心重合,各轴构成右手坐标系。特征点在该坐标系下的坐标已知。本文假设相对轨道坐标系与目标星体坐标系重合。

3) 追踪星体坐标系($O_d X_d Y_d Z_d$):该坐标系原点与追踪星质心重合,各轴构成右手坐标系。陀螺与加速度计测量值为该坐标系下的分量。

4) 图像坐标系(oxy):该坐标系以相机光轴与像平面交点为原点。 x 轴和 y 轴分别与图像行和列平行。相机投影中心 C 到像平面的距离为焦距,记为 f 。

5) 相机坐标系($o_c x_c y_c z_c$):该坐标系原点位于相机投影中心 C , z_c 轴沿光轴指向像平面, x_c 轴、 y_c 轴分别与 x 轴和 y 轴平行。

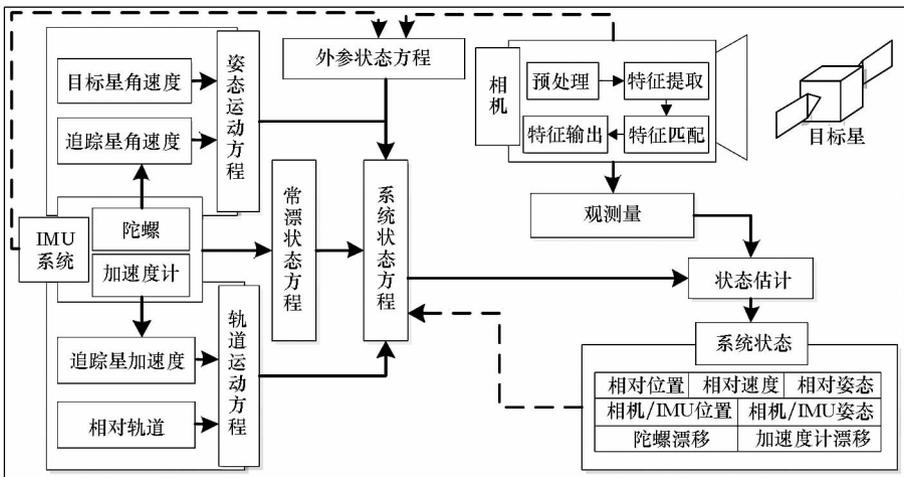


图 1 视觉/IMU 相对导航及传感器标定方案

Fig. 1 Scheme of the relative navigation using vision/IMU and sensor calibration

2 系统状态方程

2.1 相对姿态运动学方程

用四元数 $\mathbf{q} = [q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4]^T$ 表示相对轨

$$\mathbf{A}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 + q_4^2 & 2(q_1q_2 + q_3q_4) & 2(q_1q_3 - q_2q_4) \\ 2(q_1q_2 - q_3q_4) & -q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 + q_4^2 & 2(q_2q_3 + q_1q_4) \\ 2(q_1q_3 + q_2q_4) & 2(q_2q_3 - q_1q_4) & -q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 + q_4^2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

相对姿态运动学可表示为:

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2} \mathbf{q} \circ \boldsymbol{\omega} \quad (2)$$

其中,“ \circ ”代表四元数乘法, $\boldsymbol{\omega}$ 表示追踪星相对于相对轨道坐标系的角速度,其可表示为:

$$\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega}_d - \mathbf{A}(\mathbf{q}) \boldsymbol{\omega}_t \quad (3)$$

其中: $\boldsymbol{\omega}_d$ 表示追踪星的角速度,其可由IMU的陀螺测量。 $\boldsymbol{\omega}_t$ 为目标星角速度,其由目标星动力学获得^[9]。由式(2)和式(3)可得:

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2} \mathbf{q} \circ [\boldsymbol{\omega}_d - \mathbf{A}(\mathbf{q}) \boldsymbol{\omega}_t] \quad (4)$$

整理简化可得:

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2} [\bar{\boldsymbol{\Omega}}(\boldsymbol{\omega}_d) - \bar{\Gamma}(\boldsymbol{\omega}_t)] \mathbf{q} \quad (5)$$

其中,

$$\bar{\boldsymbol{\Omega}}(\boldsymbol{\omega}_d) = \begin{bmatrix} 0 & \omega_{dz} & -\omega_{dy} & \omega_{dx} \\ -\omega_{dz} & 0 & \omega_{dx} & \omega_{dy} \\ \omega_{dy} & -\omega_{dx} & 0 & \omega_{dz} \\ \omega_{dx} & \omega_{dy} & \omega_{dz} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{\Gamma}(\boldsymbol{\omega}_t) = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{tz} & \omega_{ty} & \omega_{tx} \\ \omega_{tz} & 0 & -\omega_{tx} & \omega_{ty} \\ -\omega_{ty} & \omega_{tx} & 0 & \omega_{tz} \\ \omega_{tx} & \omega_{ty} & \omega_{tz} & 0 \end{bmatrix}$$

假设 $\boldsymbol{\omega}_d$ 和 $\boldsymbol{\omega}_t$ 在采样间隔 $\Delta t = t_{k+1} - t_k$ 中为定值,依据四元数与欧拉轴角的关系,利用式(5)可得离散状态下四元数的状态转移方程:

$$\mathbf{q}_{k+1} = \bar{\boldsymbol{\Omega}}(\boldsymbol{\omega}_{dk}) \bar{\Gamma}(\boldsymbol{\omega}_{tk}) \mathbf{q}_k \quad (6)$$

其中:

$$\bar{\boldsymbol{\Omega}}(\boldsymbol{\omega}_{dk}) = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{1}{2} \|\boldsymbol{\omega}_{dk}\| \Delta t\right) \mathbf{I}_{3 \times 3} - [\boldsymbol{\psi}_k \times] & \boldsymbol{\psi}_k \\ -\boldsymbol{\psi}_k^T & \cos\left(\frac{1}{2} \|\boldsymbol{\omega}_{dk}\| \Delta t\right) \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\psi}_k = \frac{\sin\left(\frac{1}{2} \|\boldsymbol{\omega}_{dk}\| \Delta t\right) \boldsymbol{\omega}_{dk}}{\|\boldsymbol{\omega}_{dk}\|}$$

$$\bar{\Gamma}(\boldsymbol{\omega}_{tk}) = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{1}{2} \|\boldsymbol{\omega}_{tk}\| \Delta t\right) \mathbf{I}_{3 \times 3} - [\boldsymbol{\xi}_k \times] & -\boldsymbol{\xi}_k \\ -\boldsymbol{\xi}_k^T & \cos\left(\frac{1}{2} \|\boldsymbol{\omega}_{tk}\| \Delta t\right) \end{bmatrix}$$

道坐标系到追踪星体坐标系的变换。其中, $\mathbf{q}_{13} = [q_1 \ q_2 \ q_3]^T$ 为四元数矢量部分, q_4 为标量部分。四元数 \mathbf{q} 对应的转换矩阵 $\mathbf{A}(\mathbf{q})$ 为:

2.2 相对轨道运动方程

追踪星相对于目标星的相对运动方程可用两星的相对轨道运动方程表示,该方程建立在相对轨道坐标系下,其示意如图2所示。相对位置用 \mathbf{p} 表示,其在相对轨道坐标系下可表示为 $\mathbf{p}_o = [x \ y \ z]^T$,则两星的相对轨道运动方程为:

$$\ddot{\mathbf{p}}_o = -2\boldsymbol{\omega}_o \times \dot{\mathbf{p}}_o - \boldsymbol{\omega}_o \times (\boldsymbol{\omega}_o \times \mathbf{p}_o) - \dot{\boldsymbol{\omega}}_o \times \mathbf{p}_o + \frac{\mu}{|r_t|^3} \left[\mathbf{r}_t - \left(\frac{|\mathbf{r}_t|}{|\mathbf{r}_d|} \right)^3 (\mathbf{r}_t + \mathbf{p}_o) \right] + \mathbf{A}(\mathbf{q})^T \mathbf{a}_d + \mathbf{w}_o \quad (7)$$

式中:下标“o”表示的是向量在轨道坐标系下的分量; $\boldsymbol{\omega}_o$ 为目标星的轨道角速度,以 θ 表示目标星轨道真近点角,则 $\boldsymbol{\omega}_o$ 的大小为 $\dot{\theta}$,其在相对轨道坐标系下可表示为 $\boldsymbol{\omega}_o = [0 \ 0 \ \dot{\theta}]^T$; \mathbf{w}_o 是干扰加速度,其是均值为零的高斯白噪声,以 σ_w^2 表示 \mathbf{w}_o 的方差,则其满足 $\mathbf{E}(\mathbf{w}_o \mathbf{w}_o^T) = \sigma_w^2 \mathbf{I}_{3 \times 3}$; μ 为地球引力常数,其大小为 $3.986\ 008 \times 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$; \mathbf{r}_t 和 \mathbf{r}_d 分别为地心到目标星和追踪星的矢量; \mathbf{a}_d 为追踪星的机动加速度在追踪星体坐标系下的分量。

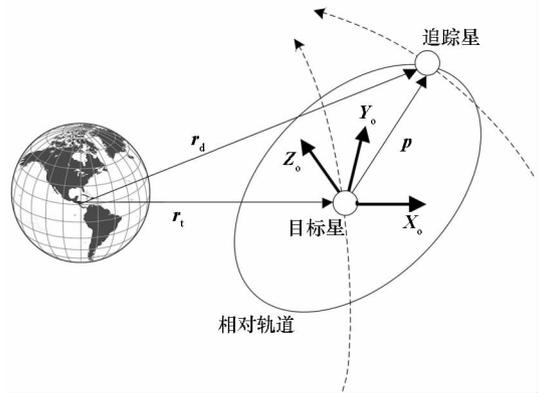


图2 相对运动示意图

Fig. 2 Diagram for the relative motion

若追踪星和目标星的距离远小于目标星的地心距,将式(7)在相对轨道坐标系下展开,并忽略

二阶小量有:

$$\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}^2 x \left(1 + \frac{2r_1}{p_1}\right) + 2\dot{\theta} \left(\dot{y} - y \frac{\dot{r}_1}{r_1}\right) \\ -\dot{\theta}^2 y \left(\frac{r_1}{p_1} - 1\right) - 2\dot{\theta} \left(\dot{x} - x \frac{\dot{r}_1}{r_1}\right) \\ -\dot{\theta}^2 \frac{r_1}{p_1} z \end{bmatrix} + \mathbf{A}(\mathbf{q})^T \mathbf{a}_d + \mathbf{w}_o \quad (8)$$

式中, p_1 为目标星椭圆轨道的半正交弦。

相对轨道运动方程的状态变量 \mathbf{X} 包括相对位置 \mathbf{p} 和相对速度 $\dot{\mathbf{p}}$, 即:

$$\begin{aligned} \mathbf{X} &= [\mathbf{p}^T \quad \dot{\mathbf{p}}^T]^T \\ &= [x \ y \ z \ v_x \ v_y \ v_z]^T \end{aligned} \quad (9)$$

利用式(8), 相对轨道的运动学方程可描述为:

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{f}(\mathbf{X}) + \mathbf{g}(\mathbf{q}, \mathbf{a}_d) + \mathbf{j}(\mathbf{w}_o) \quad (10)$$

其中,

$$\mathbf{f}(\mathbf{X}) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ \mathbf{F}'_1 & \mathbf{F}'_2 \end{bmatrix} \mathbf{X}$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{q}, \mathbf{a}_d) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \mathbf{A}(\mathbf{q})^T \mathbf{a}_d \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{j}(\mathbf{w}_o) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \mathbf{w}_o \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{F}'_1 = \begin{bmatrix} \dot{\theta}^2 \left(1 + \frac{2r_1}{p_1}\right) & -2\dot{\theta} \frac{r_1}{r_1} & 0 \\ -2\dot{\theta} \frac{r_1}{r_1} & -\dot{\theta}^2 \left(\frac{r_1}{p_1} - 1\right) & 0 \\ 0 & 0 & -\dot{\theta}^2 \frac{r_1}{p_1} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{F}'_2 = \begin{bmatrix} 0 & 2\dot{\theta} & 0 \\ -2\dot{\theta} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

2.3 IMU 模型

IMU 可测量追踪星的加速度和角速度在其本体坐标系下的分量, 但是由于漂移和噪声的存在, 其测量值往往存在误差。以 $\boldsymbol{\omega}_m$ 和 $\boldsymbol{\omega}_d$ 分别表示陀螺测量与追踪星的真实角速度, 则两者关系可表示为:

$$\begin{cases} \boldsymbol{\omega}_d = \boldsymbol{\omega}_m - \mathbf{b}_g - \mathbf{n}_g \\ \dot{\mathbf{b}}_g = \mathbf{n}_{rg} \end{cases} \quad (11)$$

式中: $\mathbf{b}_g = [b_{gx} \ b_{gy} \ b_{gz}]^T$ 为陀螺漂移; \mathbf{n}_g 为陀螺测量噪声, 其为零均值高斯白噪声; \mathbf{n}_{rg} 为漂移 \mathbf{b}_g 噪声, 其是均值为零的高斯白噪声。以 σ_g^2 和 σ_{rg}^2

分别表示两噪声的方差, 则有:

$$\begin{cases} \mathbf{E}(\mathbf{n}_g \mathbf{n}_g^T) = \sigma_g^2 \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ \mathbf{E}(\mathbf{n}_{rg} \mathbf{n}_{rg}^T) = \sigma_{rg}^2 \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{cases}$$

加速度计测量的是追踪星除引力外的其他外力引起的加速度。由式(7)可知, 相对轨道运动方程中已包含引力, 故加速度测量追踪星的机动加速度。以 \mathbf{a}_m 和 \mathbf{a}_d 分别表示加速度计测量和追踪星机动加速度, 则两者关系可表示为:

$$\begin{cases} \mathbf{a}_d = \mathbf{a}_m - \mathbf{b}_a - \mathbf{n}_a \\ \dot{\mathbf{b}}_a = \mathbf{n}_{ra} \end{cases} \quad (12)$$

其中: $\mathbf{b}_a = [b_{ax} \ b_{ay} \ b_{az}]^T$ 为加速度计漂移; \mathbf{n}_a 为加速度计测量噪声, 其为零均值高斯白噪声; \mathbf{n}_{ra} 为漂移 \mathbf{b}_a 噪声, 其是均值为零的高斯白噪声。以 σ_a^2 和 σ_{ra}^2 分别表示两噪声的方差, 则有:

$$\begin{cases} \mathbf{E}(\mathbf{n}_a \mathbf{n}_a^T) = \sigma_a^2 \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ \mathbf{E}(\mathbf{n}_{ra} \mathbf{n}_{ra}^T) = \sigma_{ra}^2 \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{cases}$$

2.4 相机/IMU 外参数模型

追踪星上的相机和 IMU 的外参数包括位置和姿态, 分别用 \mathbf{p}_c^d 和 \mathbf{q}_c^d 表示。 \mathbf{p}_c^d 为相机投影中心在追踪星体坐标系中的坐标, \mathbf{q}_c^d 表示目标星体坐标系到相机坐标系的坐标转换四元数。 \mathbf{p}_c^d 和 \mathbf{q}_c^d 影响导航精度, 其模型可表示为:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{q}}_c^d = \mathbf{0}_{4 \times 1} \\ \dot{\mathbf{p}}_c^d = \mathbf{0}_{3 \times 1} \end{cases} \quad (13)$$

3 观测模型

第 i 个特征点在相机坐标系和目标星体坐标系下的分量分别用 \mathbf{p}_i^c 和 \mathbf{p}_i^d 表示。以 $\mathbf{A}(\mathbf{q}_c^d)$ 表示 \mathbf{q}_c^d 对应的转换矩阵, 则由图 3 的坐标关系图可得:

$$\mathbf{p}_i^c = \begin{bmatrix} x_i^c \\ y_i^c \\ z_i^c \end{bmatrix} = \mathbf{A}(\mathbf{q}_c^d) [\mathbf{A}(\mathbf{q}) (\mathbf{p}_i^d - \mathbf{p}) - \mathbf{p}_c^d] \quad (14)$$

观测测量 \mathbf{z}_i 可描述为:

$$\mathbf{z}_i = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix} = \frac{f}{z_i} \begin{bmatrix} x_i^c \\ y_i^c \end{bmatrix} + \boldsymbol{\eta}_i = f\boldsymbol{\Pi} \frac{\mathbf{p}_i^c}{[0 \ 0 \ 1] \mathbf{p}_i^c} + \boldsymbol{\eta}_i \quad (15)$$

其中: x_i, y_i 分别表示第 i 个特征点在图像坐标系下的坐标; $\boldsymbol{\eta}_i$ 为特征点的提取噪声, 其是均值为零的高斯白噪声, 方差为 $\mathbf{E}(\boldsymbol{\eta}_i \boldsymbol{\eta}_i^T) = \sigma_{\eta}^2 \mathbf{I}_{2 \times 2}$; $\boldsymbol{\Pi}$ 的表达式为

$$\boldsymbol{\Pi} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

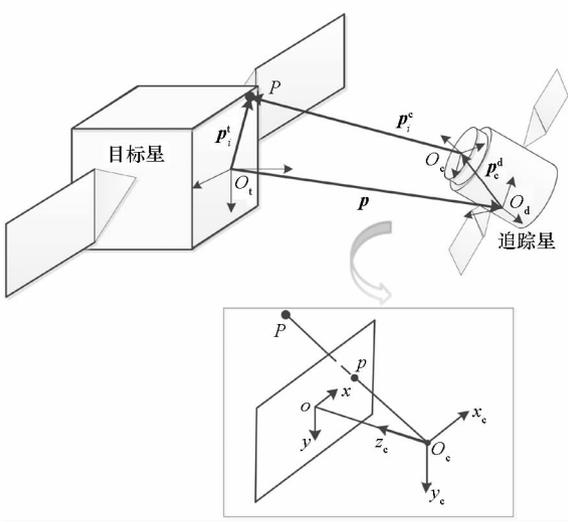


图3 坐标关系图

Fig. 3 Diagram of coordinates

4 EKF 滤波方程

4.1 线性化状态方程

状态变量 x 定义为:

$$x = [q^T \quad b_g^T \quad b_a^T \quad p^T \quad \dot{p}^T \quad (q_c^d)^T \quad (p_c^d)^T]^T$$

则由式(4)、式(10)~(13)可知,其状态变量导数的估计值为:

$$\begin{cases} \dot{\hat{q}} = \frac{1}{2} \hat{q} \circ \hat{\omega} \\ \dot{\hat{X}} = f(\hat{X}) + g(\hat{q}, \hat{a}_d) \\ \dot{\hat{b}}_a = \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \dot{\hat{b}}_g = \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \dot{\hat{p}}_c^d = \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \dot{\hat{q}}_c^d = \mathbf{0}_{4 \times 1} \end{cases} \quad (17)$$

其中,上标“ \wedge ”表示变量的估计值, \hat{a}_d 和 $\hat{\omega}$ 的表达式为

$$\begin{aligned} \hat{a}_d &= a_m - \hat{b}_a \\ \hat{\omega} &= \hat{\omega}_d - A(\hat{q}) \omega_t \\ \hat{\omega}_d &= \hat{\omega}_m - \hat{b}_g \end{aligned}$$

对应的状态变量误差可定义为:

$$\Delta x = [\delta \alpha^T \quad \Delta b_g^T \quad \Delta b_a^T \quad \Delta p^T \quad \Delta \dot{p}^T \quad \delta(\alpha_c^d)^T \quad \Delta(p_c^d)^T]^T$$

其中, $\delta \alpha$ 为相对姿态角误差, $\delta \alpha_c^d$ 为相机/IMU 外参数姿态角误差。定义误差四元数 δq 和 δq_c^d :

$$\delta q = \hat{q}^{-1} \circ q \quad (18)$$

$$\delta q_c^d = (\hat{q}_c^d)^{-1} \circ q_c^d \quad (19)$$

当 δq 和 δq_c^d 较小时,有:

$$\delta q = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \delta \alpha \\ 1 \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$\delta q_c^d = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \delta \alpha_c^d \\ 1 \end{bmatrix} \quad (21)$$

对式(18)和式(19)求导,并利用式(20)和式(21),可得误差角 $\delta \alpha$ 和 $\delta \alpha_c^d$ 的导数为:

$$\delta \dot{\alpha} = -[\hat{\omega}_d \times] \delta \alpha + \delta \omega_d \quad (22)$$

$$\delta \dot{\alpha}_c^d = \mathbf{0}_{3 \times 1} \quad (23)$$

其中, $[\times]$ 表示向量的反对称矩阵, $\delta \omega_d = \omega_d - \hat{\omega}_d$ 。由陀螺的模型可得:

$$\delta \omega_d = \omega_d - \hat{\omega}_d = -(\mathbf{b}_g - \hat{\mathbf{b}}_g) - \mathbf{n}_g = -\delta \mathbf{b}_g - \mathbf{n}_g \quad (24)$$

则式(22)可写为:

$$\delta \dot{\alpha} = -[\hat{\omega}_d \times] \delta \alpha - \delta \mathbf{b}_g - \mathbf{n}_g \quad (25)$$

令噪声为 $w = [n_g^T \quad n_{bg}^T \quad n_a^T \quad n_{ra}^T \quad w_o]^T$, 由式(10)、式(13)、式(23)和式(25)可将状态变量误差方程线性化为:

$$\Delta \dot{x} = F \Delta x + G w \quad (26)$$

其中,

$$\begin{aligned} F &= \begin{bmatrix} F_{11} & \mathbf{0}_{6 \times 6} & \mathbf{0}_{6 \times 6} \\ F_{21} & F_{22} & \mathbf{0}_{9 \times 6} \\ \mathbf{0}_{6 \times 9} & \mathbf{0}_{6 \times 6} & \mathbf{0}_{6 \times 6} \end{bmatrix} \\ F_{11} &= \begin{bmatrix} -[\hat{\omega}_d \times] & -I_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \\ F_{21} &= \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ -A(\hat{q})^T [\hat{a}_d \times] & \mathbf{0}_{3 \times 3} & -A(\hat{q})^T \end{bmatrix} \\ F_{22} &= \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} \\ F'_1 & F'_2 \end{bmatrix} \\ G &= \begin{bmatrix} -I_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & -A(\hat{q})^T & \mathbf{0}_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{6 \times 3} & \mathbf{0}_{6 \times 3} & \mathbf{0}_{6 \times 3} & \mathbf{0}_{6 \times 3} & \mathbf{0}_{6 \times 3} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

式(26)在采样周期为 $\Delta t = t_{k+1} - t_k$ 上进行离散化,可得:

$$\Delta x_{k+1} = \Phi_{k+1,k} \Delta x_k + \bar{Q} \quad (27)$$

其中, $\Phi_{k+1,k} = I + F \Delta t$ 为指数矩阵 $e^{F \Delta t}$ 的一阶泰勒展开。对于采样时间小的系统, \bar{Q} 可表示为:

$$\bar{Q} = \Delta t G Q G^T \quad (28)$$

其中,

$$Q = \begin{bmatrix} \sigma_g^2 \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \sigma_{rg}^2 \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \sigma_a^2 \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \sigma_{ra}^2 \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \sigma_w^2 \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix}$$

4.2 线性化测量方程

z_i 的估计量 \hat{z}_i 可表示为:

$$\hat{z}_i = \begin{bmatrix} \hat{x}_i \\ \hat{y}_i \end{bmatrix} = \frac{f}{z_i^c} \begin{bmatrix} \hat{x}_i^c \\ \hat{y}_i^c \end{bmatrix} = f \mathbf{H} \frac{\hat{\mathbf{p}}_i^c}{[0 \ 0 \ 1] \hat{\mathbf{p}}_i^c} \quad (29)$$

$$\hat{\mathbf{p}}_i^c = [\hat{x}_i^c \ \hat{y}_i^c \ \hat{z}_i^c]^T$$

$$= \mathbf{A}(\hat{\mathbf{q}}_c^d) [\mathbf{A}(\hat{\mathbf{q}}) (\hat{\mathbf{p}}_i^i - \hat{\mathbf{p}}) - \hat{\mathbf{p}}_c^d] \quad (30)$$

观测量余量为 $\Delta z_i = z_i - \hat{z}_i$, 由式(14)和式(15)

可知,其表示为系统状态估计误差 $\Delta \mathbf{x}$ 的函数:

$$\delta z_i = z_i - \hat{z}_i \cong \mathbf{H}_i \Delta \mathbf{x} + \boldsymbol{\eta}_i \quad (31)$$

其中:

$$\mathbf{H}_i = \mathbf{H}_{ci} [\mathbf{H}_{qi} \ \mathbf{0}_{3 \times 6} \ \mathbf{H}_{pi} \ \mathbf{0}_{3 \times 3} \ \mathbf{H}_{pedi} \ \mathbf{H}_{qedi}]$$

$$\mathbf{H}_{ci} = \frac{f}{z_i^c} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{\hat{x}_i^c}{z_i^c} \\ 0 & 1 & -\frac{\hat{y}_i^c}{z_i^c} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{H}_{qi} = \mathbf{A}(\hat{\mathbf{q}}_c^d) [\mathbf{A}(\hat{\mathbf{q}}) (\hat{\mathbf{p}}_i^i - \hat{\mathbf{p}}) \times]$$

$$\mathbf{H}_{pi} = -\mathbf{A}(\hat{\mathbf{q}}_c^d) \mathbf{A}(\hat{\mathbf{q}})$$

$$\mathbf{H}_{qedi} = [\mathbf{A}(\hat{\mathbf{q}}_c^d) [\mathbf{A}(\hat{\mathbf{q}}) (\hat{\mathbf{p}}_i^i - \hat{\mathbf{p}}) - \hat{\mathbf{p}}_c^d] \times]$$

$$\mathbf{H}_{pedi} = -\mathbf{A}(\hat{\mathbf{q}}_c^d)$$

5 仿真结果与分析

本节利用仿真对所提出方法的有效性进行验证,所采用相对轨道参数、相对姿态参数和相机/IMU 外参数如表 1 所示。目标星角速度与目标星轨道角速度一致,仿真时长为 1000 s。以表 1 所示参数的目标星真近点角 $\theta = 0$ 为仿真起点,其相对轨道如图 4 所示。

表 1 仿真初始条件

Tab. 1 Initial conditions for the simulation

参数	参数值
目标星轨道半长轴	$a = 6998.455 \text{ km}$
目标星轨道偏心率	$e = 0.00174$
初始相对位置	$\mathbf{p}_0 = [200 \ 100 \ 200]^T \text{ m}$
初始相对速度	$\dot{\mathbf{p}}_0 = [-0.1 \ 0.43 \ 0.1]^T \text{ m/s}$
初始相对四元数	$\mathbf{q}_0 = [0 \ 0 \ 0 \ 1]^T$
追踪星加速度	$\mathbf{a}_{a0} = [0 \ 0 \ 0.0001]^T \text{ m/s}^2$
追踪星角速度	$\boldsymbol{\omega}_{a0} = [0.01 \ 0.02 \ 0.01]^T (^\circ)/\text{s}$
相机/IMU 位置	$\mathbf{p}_c^d = [0.2 \ 0.2 \ 0.5]^T \text{ m}$
相机/IMU 姿态	$\mathbf{q}_c^d = [0.037 \ 0.037 \ 0.074 \ 0.977]^T$

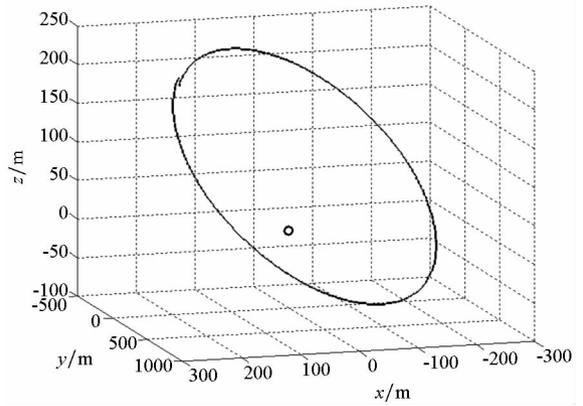


图 4 追踪星和目标星相对轨道

Fig. 4 Relative orbit of tracking and target satellites

该仿真中相机的焦距为 0.5 m,目标星上 6 个特征点为相机观测点,其在目标星体坐标系下的坐标如表 2 所示。

表 2 特征点坐标

Tab. 2 Coordinates of feature points

编号	X_i/m	Y_i/m	Z_i/m
1	2	2	0
2	2	-2	0
3	-2	-2	0
4	-2	2	0
5	2	1	0.5
6	-1	2	0.5

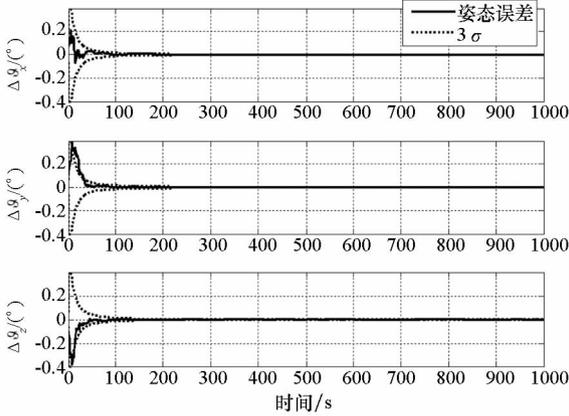
陀螺漂移 \mathbf{b}_g 及其驱动噪声标准差 σ_{rg} 分别为 $2 (^\circ)/\text{h}$ 和 $3 \times 10^{-10} \times 180/\pi (^\circ)/\text{s}^{3/2}$,陀螺观测噪声标准差 σ_g 为 $1 \times 10^{-5} \times 180/\pi (^\circ)/\text{s}^{1/2}$ 。加速度计漂移 \mathbf{b}_a 及其驱动噪声标准差 σ_{ra} 分别为 $2 \times 10^{-4} \text{ m/s}^2$ 和 $1 \times 10^{-10} \text{ m/s}^{5/2}$,加速度计观测噪声标准差 σ_a 为 $1 \times 10^{-6} \text{ m/s}^{3/2}$ 。此外,相对轨道噪声标准差 σ_w 和图像特征点观测噪声标准差 σ_η 分别为 $2 \times 10^{-6} \text{ m/s}^2$ 和 $2 \times 10^{-5} \text{ m}$ 。

为了能够有效估计出系统的状态,需要对 EKF 进行初始化。在仿真中,两星的相对位置初始值为 $0.9\mathbf{p}_0$;相对速度初始值为 $0.9\dot{\mathbf{p}}_0$ 。两星相对姿态四元素和相机/IMU 姿态四元数初始值分别为真实旋转角度各轴加标准差 2° 后对应的四元数。相机/IMU 位置初始值为 $0.95\mathbf{p}_c^d$ 。陀螺和加速度计的初始漂移均为 0。初始的方差矩阵 \mathbf{P}_0 为:

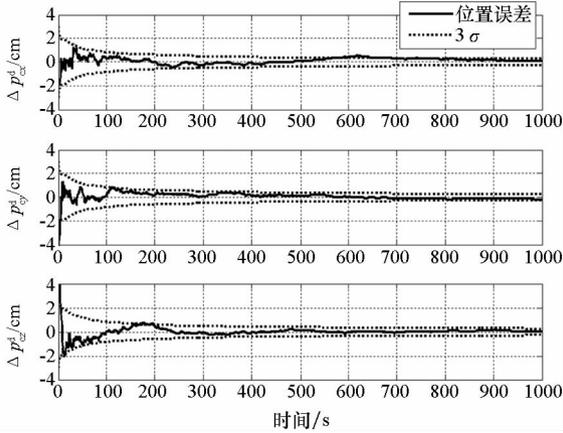
$$\mathbf{P}_0 = \text{diag}[\mathbf{I}_{3 \times 3} (^\circ)^2 \ 2\mathbf{I}_{3 \times 3} ((^\circ)/\text{h})^2 \ \mathbf{I}_{3 \times 3} (\text{m/s}^2)^2 \ 4\mathbf{I}_{3 \times 3} \text{m}^2 \ 0.01\mathbf{I}_{3 \times 3} (\text{m/s})^2 \ \mathbf{I}_{3 \times 3} (^\circ)^2 \ 0.04\mathbf{I}_{3 \times 3} \text{m}^2]$$

其中,diag(·)表示对角阵。

相机/IMU 外参数的估计及其估计过程中的 3σ 边界如图 5 所示,图中 $\Delta\vartheta$ 表示相机/IMU 姿态估计误差。由图 5 可看出,相机/IMU 相对姿态误差快速减小,在 100 s 左右稳定,并最终收敛至 0.01° ;同样,相机/IMU 相对位置在初始误差较大情况下,最终收敛至小于 0.2 cm。由此表明相机/IMU 外参数存在初始偏差时,该系统能够对该偏差进行校正。同时,相机/IMU 的相对位置和相对姿态误差始终在期望的范围(3σ)内,表明滤波器运行正常。



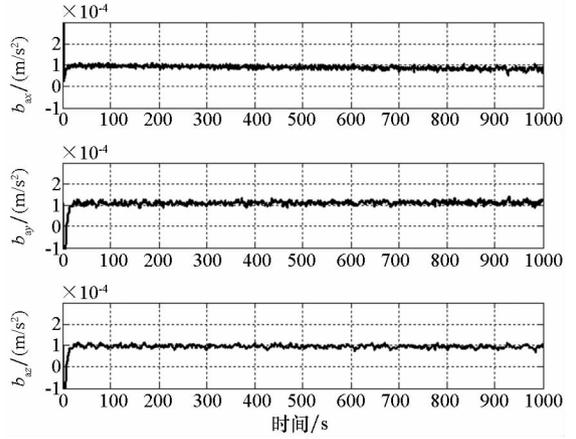
(a) 姿态误差
(a) Attitude errors



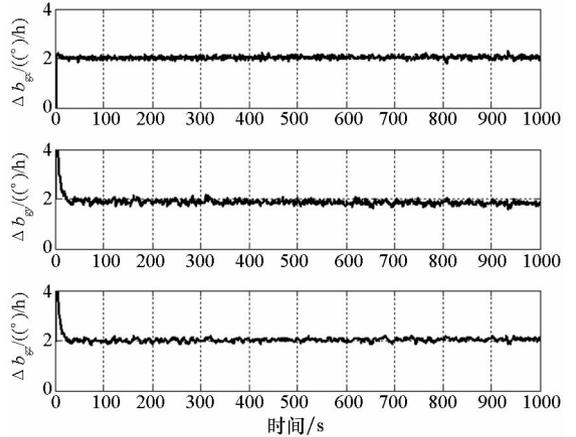
(b) 位置误差
(b) Position errors

图 5 相机/IMU 外参数估计误差
Fig. 5 Estimation errors of extrinsic parameters of camera and IMU

除相机/IMU 的相对位置和相对姿态外,其他状态变量的估计误差如图 6~8 所示。图 6 为 IMU 漂移的估计图,陀螺和加速度计的漂移偏差均在 30 s 左右收敛。两星的相对位置和相对速度的估计结果及其 3σ 边界如图 7 所示。图 7 可以看出,两星的相对位置和相对速度在 200 s 后收敛,估计误差始终在期望的范围(3σ)内。两星相对位置估计收敛后误差小于 0.1 m;相对速度收敛后估计误



(a) 加速度计漂移估计
(a) Accelerometer biases estimates

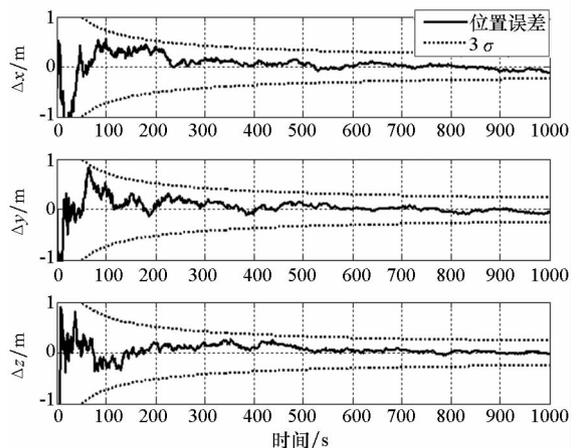


(b) 陀螺漂移估计
(b) Gyro biases estimates

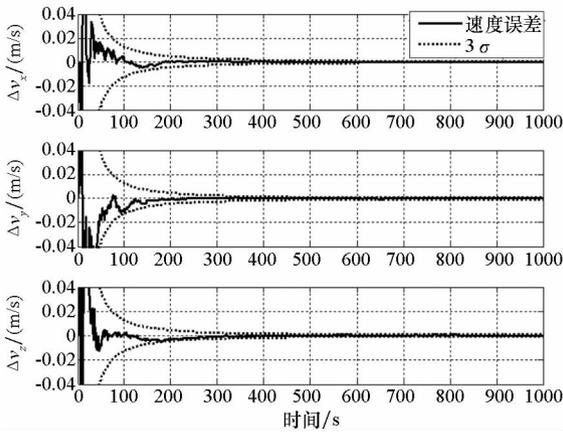
图 6 IMU 漂移估计
Fig. 6 Estimation errors of the IMU biases

差小于 0.01 m/s。图 8 为两星相对姿态估计误差图,各轴相对姿态误差小于 0.1° 。

图 5~8 仿真结果表明,在相机/IMU 初始偏差较大时,本文提出的方法能够校正该偏差,同时估计两星相对位置、相对速度、相对姿态及 IMU 漂移偏差。



(a) 相对位置误差
(a) Relative position errors



(b) 相对速度误差

(b) Relative velocity errors

图 7 相对位置和相对速度估计误差

Fig. 7 Estimation errors of the relative position and velocity

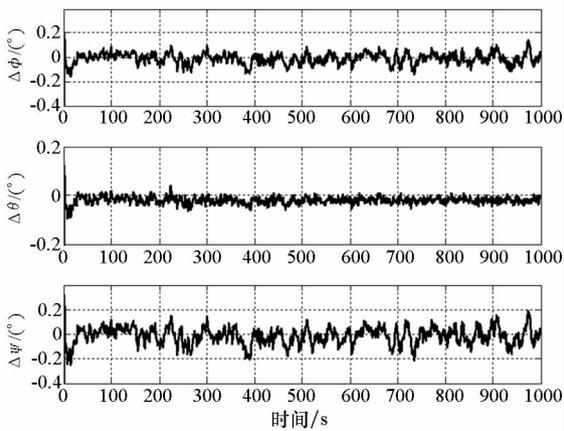


图 8 相对姿态估计误差

Fig. 8 Estimation errors of the relative attitude

6 结论

本文提出一种利用单目视觉/IMU 的空间相对状态估计及视觉/IMU 外参数自标定方法。该方法将视觉/IMU 的外参数与相对位姿、IMU 偏差组成状态变量；利用单目视觉对 EKF 滤波器进行量测更新，估计状态变量。仿真结果表明，在外参数有初始偏差时，该方法能够精确标定该外参数，并高精度估计其他状态变量。

参考文献 (References)

[1] 梁斌, 杜晓东, 李成, 等. 空间机器人非合作航天器在轨服务研究进展[J]. 机器人, 2012, 34(2): 242–256.
LIANG Bin, DU Xiaodong, LI Cheng, et al. Advances in space robot on-orbit servicing for non-cooperative spacecraft[J]. Robot, 2012, 34(2): 242–256. (in Chinese)

[2] Yoshida K, Nakanishi H, Ueno H, et al. Dynamics, control and impedance matching for robotic capture of a non-cooperative

satellite [J]. Advanced Robotics, 2004, 18(2): 175–198.

[3] Petit A, Marchand E, Kanani K. Vision-based space autonomous rendezvous: a case study [C]// IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2011: 619–624.

[4] Bodin P, Notbom R, Larsson R, et al. PRISMA formation flying demonstrator: overview and conclusions from the nominal mission [C]// 35th Annual AAS Guidance and Control Conference, 2012, 144(2012): 441–460.

[5] 谷蔷薇, 张世杰, 曾占魁, 等. 面向在轨服务的相对位姿单目视觉确定的凸松弛优化方法[J]. 宇航学报, 2016, 37(6): 744–752.
GU Qiangwei, ZHANG Shijie, ZENG Zhankui, et al. A convex relaxation optimization method of on-orbit servicing pose estimation using monocular vision [J]. Journal of Astronautics, 2016, 37(6): 744–752. (in Chinese)

[6] 曾占魁, 谷蔷薇, 曹喜滨. 基于正交 Procrustes 分析的航天器单目视觉相对位姿确定方法[J]. 红外与激光工程, 2015, 44(S1): 113–118.
ZENG Zhankui, GU Qiangwei, CAO Xibin. Relative pose monocular vision determination of spacecraft using orthogonal Procrustes analysis [J]. Infrared and Laser Engineering, 2015, 44(S1): 113–118. (in Chinese)

[7] Bloesch M, Omari S, Hutter M, et al. Robust visual inertial odometry using a direct EKF-based approach [C]// IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), 2015: 298–304.

[8] Kim S G, Crassidis J L, Cheng Y, et al. Kalman filtering for relative spacecraft attitude and position estimation [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2007, 30(1): 133–143.

[9] Zhang L J, Zhang S F, Yang H B, et al. Relative attitude and position estimation for a tumbling spacecraft [J]. Aerospace Science and Technology, 2015, 42: 97–105.

[10] 周军, 白博, 于晓洲. 一种非合作目标相对位置和姿态确定方法[J]. 宇航学报, 2011, 32(3): 516–521.
ZHOU Jun, BAI Bo, YU Xiaozhou. A new method of relative position and attitude determination for non-cooperation target [J]. Journal of Astronautics, 2011, 32(3): 516–521. (in Chinese)

[11] Hesch J A, Kottas D G, Bowman S L, et al. Camera-IMU-based localization: observability analysis and consistency improvement [J]. The International Journal of Robotics Research, 2014, 33(1): 182–201.

[12] Kelly J, Sukhatme G S. Visual-inertial sensor fusion: localization, mapping and sensor-to-sensor self-calibration [J]. The International Journal of Robotics Research, 2011, 30(1): 56–79.

[13] Yang Z F, Shen S J. Monocular visual-inertial fusion with online initialization and camera-IMU calibration [C]// IEEE International Symposium on Safety, Security, and Rescue Robotics (SSRR), 2015: 1–8.

[14] Mirzaei F M, Roumeliotis S I. A Kalman filter-based algorithm for IMU-camera calibration: observability analysis and performance evaluation [J]. IEEE Transactions on Robotics, 2008, 24(5): 1143–1156.

[15] Lawden D F. Optimal trajectories for space navigation [M]. Singapore: Butterworths, 1963: 79–86.

[16] Bay H, Tuytelaars T, van Gool L. SURF: speeded up robust features [C]// Proceedings of the 9th European Conference on Computer Vision, Springer, Berlin, 2006: 404–417.