

舰船腐蚀电场建模及补偿最优解验证*

何芳,王向军,张建春

(海军工程大学电气工程学院,湖北武汉 430033)

摘要:基于等效偶极子法,从补偿偶极子长度、角度、大小三方面给出了任意角度的补偿偶极子场解析式,再利用电荷矢量叠加原理,建立了“腐蚀偶极子+补偿偶极子”电场模型。仿真以单轴桨船为例,先验证“腐蚀偶极子+补偿偶极子”电场模型的正确性,再进行补偿偶极子对舰船电场的影响验证,从而得出补偿最优解。模拟实验结果表明,补偿阳极在工程允许条件下距离补偿系统接船端最远处,且补偿系统平行于水平面和船体时补偿效果最优;在补偿最优条件下,理论上是可以抵消原舰船腐蚀电场的。

关键词:等效偶极子;腐蚀电场;补偿电场;最优解

中图分类号:TP274 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2019)06-118-08

Modeling of ship corrosion electric field and verification of optimal compensation solution

HE Fang, WANG Xiangjun, ZHANG Jianchun

(Electrical Engineering College, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

Abstract: Based on the equivalent dipole method, the analytical formula of compensation dipole field was given from the length, the angle and the size of compensated dipole. The electric field model of “corrosion dipole + compensation dipole” was established by using the principle of charge vector superposition. The simulation was taken to verify the validity of the “corrosion dipole + compensation dipole” electric field model, then to verify the influence of the compensate dipole on the ship’s electric field, finally the optimal solution was obtained. The test results show that compensation effect is the best when the compensation anode is farthest away from the terminal of compensation system, and the compensation system is parallel to the horizontal plane; as well as the original ship corrosion electric field can be offset theoretically under the compensation optimal condition.

Keywords: equivalent dipole; corrosion field; compensation electric field; optimal solution

由于电化学反应舰船在海水中会产生腐蚀电流,为了抑制腐蚀,舰船上通常装有外加电流阴极保护(Impressed Current Cathodic Protection, ICCP)系统,会产生防腐电流,这些腐蚀和防腐电流共同形成了舰船腐蚀电场。舰船腐蚀电场具有明显的信号特征,易被探测到,从而威胁舰船安全^[1-2]。为了降低舰船的可探测性,需要在舰船周围形成与原腐蚀电场方向相反的电场,以抵消舰船原腐蚀电场,即补偿电场^[3],补偿电场主要通过补偿阳极输出电流。对于补偿电场的建模,目前主要有点电极法^[4-6]、环电流法^[7]、边界元法^[8-9]等,补偿阳极对电场的影响目前研究仅限于数值仿真,没有完整的解析解。本文基于等效偶极子法^[10-12],建立了“腐蚀偶极子+补偿偶极子”电场模型,给出了任意角度的补偿偶极子场

最优解。

1 基于等效偶极子的舰船腐蚀电场模型

设舰船位于海水中, X 轴为平行船体方向,以坐标面 $z=0$ 和 $z=h$ 为三层介质界面, $z<0$ 为场区0, $0<z<h$ 为场区1, $z>h$ 为场区2,场区0、场区1和场区2分别为空气、海水和海床。假设空气、海水和海床均为线性、均匀和各向同性媒质,场区0空气空间的电磁参数分别为介电常数 ϵ_0 、磁导率 μ_0 和电导率 σ_0 ,场区1的电磁参数分别为介电常数 ϵ_1 、磁导率 μ_0 和电导率 σ_1 ,场区2的电磁参数分别为介电常数 ϵ_2 、磁导率 μ_0 和电导率 σ_2 。船体补偿阳极位于 $0<z<h$ 的海水区域,空气电导率为0。由于电化学反应,腐蚀和防腐电流大致流向是船壳-海水-螺旋桨-大轴-船

* 收稿日期:2018-07-21

基金项目:国家自然科学基金资助项目(41476153)

作者简介:何芳(1981—),女,湖北荆门人,博士研究生,E-mail:wskay1103@163.com;

王向军(通信作者),男,教授,博士,博士生导师,E-mail:wxiunue@hotmail.com

体,形成一个闭合回路,海水中的舰船相当于一个巨大的腐蚀电池,因此船体破损处可以看作电池正极,用正电荷代表,螺旋桨处可以看作电池负极,用负电荷代表。假设 n 个破损处点电荷 $Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_n$, 每个船壳破损处正电荷与螺旋桨负电荷 Q_0 都可以构成一个任意方向的静态偶极子,共 n 个电偶极子,称为腐蚀偶极子,各腐蚀偶极子坐标取其中心点坐标。由于补偿阳极要输出电流形成反向电场,抵消原始舰船电场,补偿阳极可以看作外加电池的正极,用正电荷代表,补偿系统接船体端可以看作外加电池负极,用负电荷代表。补偿阳极与补偿系统接船体端又可以构成一个任意方向的静态偶极子,称为补偿偶极子。如图1所示,假设船体有三个破损处 Q_1, Q_2, Q_3 , 与螺旋桨负电荷 Q_0 构成了三个静态偶极子; Q_4, Q_5 构成一个补偿偶极子,坐标取其中心点坐标。

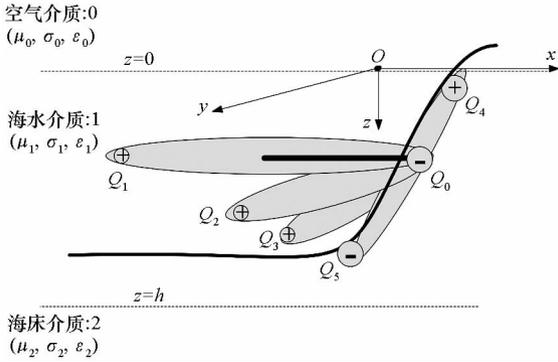


图1 腐蚀偶极子与补偿偶极子等效图

Fig.1 Equivalent graph of the corrosion dipole and the compensated dipole

1.1 任意角度的补偿偶极子场及补偿最优问题

由于补偿阳极安装位置是待定的,可以假设补偿偶极子是可以任意旋转的,要根据舰船电场的补偿最优确定补偿偶极子坐标,可以转化为求补偿偶极子与舰船电场模值的极小值问题,下面从补偿偶极子所在位置、旋转角度、与腐蚀偶极子的大小相关程度三个方面考虑:

- 1) 考虑补偿阳极与补偿系统接船体端的直线距离;
- 2) 考虑补偿偶极子与 xy 水平面夹角及其 xy 面投影与 x 轴的夹角;
- 3) 考虑补偿偶极子与腐蚀偶极子的大小相关程度。

补偿偶极子 $I_0 dl = I_{x0} dl i + I_{y0} dl j + I_{z0} dl k$ (i, j, k 为单位矢量), 补偿偶极子中心坐标 (x_0, y_0, z_0) , 补偿偶极子偶极距 $l(l > 0)$, 补偿偶极子与 xy 水

平面夹角为 θ ($-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$), 其 xy 面投影与 x 轴的夹角为 α ($0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$), 如图2所示。其中:

$$\begin{cases} I_{x0} dl = I_0 dl \cos\theta \cos\alpha \\ I_{y0} dl = I_0 dl \cos\theta \sin\alpha \\ I_{z0} dl = I_0 dl \sin\theta \end{cases}, \text{ 则 } \begin{cases} I_{x0} = I_0 \cos\theta \cos\alpha \\ I_{y0} = I_0 \cos\theta \sin\alpha \\ I_{z0} = I_0 \sin\theta \end{cases}.$$

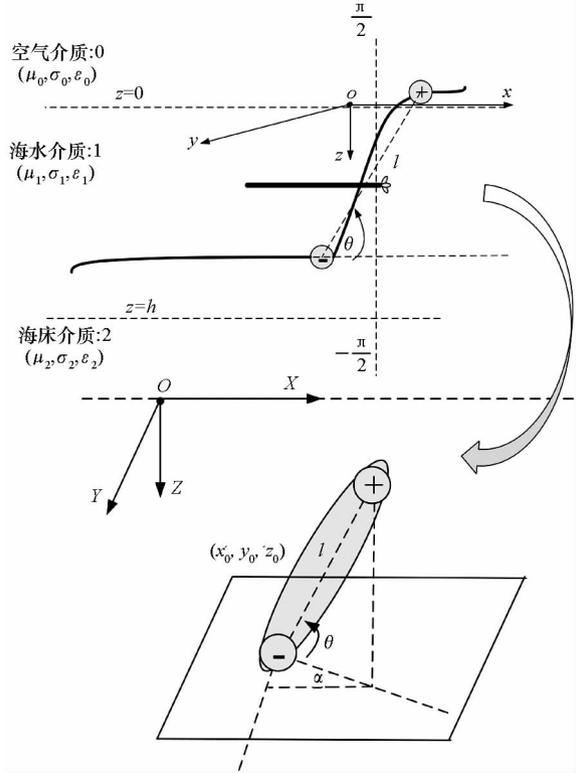


图2 补偿偶极子在水平面的投影

Fig.2 Projection of a compensation dipole in the horizontal plane

根据文献[6]中“镜像法”求出的三层介质中单个电偶极子的电位公式, 补偿偶极子 (x_0, y_0, z_0) 在海水中 (x, y, z) 处产生的电位分布为:

$$\begin{aligned} \Phi_0(x, y, z) &= \Phi_{z0}(x_0, y_0, z_0) + \Phi_{y0}(x_0, y_0, z_0) + \Phi_{x0}(x_0, y_0, z_0) \\ &= \sum_{p=1}^{\infty} \left[\frac{k^p I_{z0} dl (x - x_0)}{4\pi\sigma_1 r_{10}^3} + \frac{k^p I_{z0} dl (x - x_0)}{4\pi\sigma_1 r_{20}^3} \right] + \\ &\quad \sum_{m=0}^{\infty} \left[\frac{k^m I_{z0} dl (x - x_0)}{4\pi\sigma_1 r_{30}^3} + \frac{k^m I_{z0} dl (x - x_0)}{4\pi\sigma_1 r_{40}^3} \right] + \\ &\quad \sum_{p=1}^{\infty} \left[\frac{k^p I_{y0} dl (y - y_0)}{4\pi\sigma_1 r_{10}^3} + \frac{k^p I_{y0} dl (y - y_0)}{4\pi\sigma_1 r_{20}^3} \right] + \\ &\quad \sum_{m=0}^{\infty} \left[\frac{k^m I_{y0} dl (y - y_0)}{4\pi\sigma_1 r_{30}^3} + \frac{k^m I_{y0} dl (y - y_0)}{4\pi\sigma_1 r_{40}^3} \right] + \\ &\quad \sum_{p=1}^{\infty} \left[\frac{-k^p I_{z0} dl (z - 2ph + z_0)}{4\pi\sigma_1 r_{10}^3} + \frac{k^p I_{z0} dl (z - 2ph - z_0)}{4\pi\sigma_1 r_{20}^3} \right] + \\ &\quad \sum_{m=0}^{\infty} \left[\frac{k^m I_{z0} dl (z + 2mh - z_0)}{4\pi\sigma_1 r_{30}^3} + \frac{-k^m I_{z0} dl (z + 2mh + z_0)}{4\pi\sigma_1 r_{40}^3} \right] \end{aligned} \quad (1)$$

其中: k 为海底反射系数, $k = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2}$; h 为海水深度;

p, m 均为反射层数, 实际计算中取 20 项就可以了。

$$\begin{cases} r_{10} = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-2ph+z_0)^2} \\ r_{20} = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-2ph-z_0)^2} \\ r_{30} = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z+2mh-z_0)^2} \\ r_{40} = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z+2mh+z_0)^2} \end{cases}$$

要考虑对整个舰船电场模值 $|E|$ 的影响, 除了补偿偶极子场, 还需要叠加上腐蚀偶极子场, 下面建立“腐蚀偶极子 + 补偿偶极子”场模型。

1.2 任意角度的“腐蚀偶极子 + 补偿偶极子”场模型

假设船壳上各个破损处与螺旋桨处的等效点电荷构成的单个腐蚀偶极子为 $Idl = I_x dli + I_y dlj + I_z dlk$ (i, j, k 为单位矢量), 由于船壳破损处位置一旦确定, 对应的腐蚀偶极子中心坐标就确定了。腐蚀偶极子产生的电场, 可以直接应用文献[6]中“镜像法”, 利用电荷矢量叠加原理求出的三层介质中所有腐蚀偶极子的电位公式, 再叠加上补偿偶极子的电位, 就可以求出补偿后舰船各点破损处与补偿阳极共同产生的海水中任一处 (x, y, z) 的电位。

$(x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2), \dots, (x_n, y_n, z_n)$ 各处的源与补偿源 (x_0, y_0, z_0) 在海水中 (x, y, z) 处共同产生的标量电位分布为:

$$\begin{aligned} \Phi_x(x, y, z) &= \sum_{i=1}^n \Phi_{xi}(x_i, y_i, z_i) + \Phi_{x0}(x_0, y_0, z_0) \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{p=1}^{\infty} \left[\frac{k^p I_{xi} dl(x-x_i)}{4\pi\sigma_1 r_{1p}^3} + \frac{k^p I_{xi} dl(x-x_i)}{4\pi\sigma_1 r_2^3} \right] + \end{aligned}$$

$$E_x = -\frac{\partial \Phi(x, y, z)}{\partial x}$$

$$\begin{aligned} &= \sum_{i=1}^n \sum_{p=1}^{\infty} \left[-k^p I_{xi} dl \frac{r_1^2 - 3(x-x_i)^2}{4\pi\sigma_1 r_1^5} + 3k^p I_{yi} dl \frac{(x-x_i)(y-y_i)}{4\pi\sigma_1 r_1^5} - 3k^p I_{zi} dl \frac{(x-x_i)(z-2ph+z_i)}{4\pi\sigma_1 r_1^5} - \right. \\ & \quad \left. k^p I_{xi} dl \frac{r_2^2 - 3(x-x_i)^2}{4\pi\sigma_1 r_2^5} + 3k^p I_{yi} dl \frac{(x-x_i)(y-y_i)}{4\pi\sigma_1 r_2^5} + 3k^p I_{zi} dl \frac{(x-x_i)(z-2ph-z_i)}{4\pi\sigma_1 r_2^5} \right] + \\ & \quad \sum_{i=1}^n \sum_{m=0}^{\infty} \left[-k^m I_{xi} dl \frac{r_3^2 - 3(x-x_i)^2}{4\pi\sigma_1 r_3^5} + 3k^m I_{yi} dl \frac{(x-x_i)(y-y_i)}{4\pi\sigma_1 r_3^5} + 3k^m I_{zi} dl \frac{(x-x_i)(z+2mh-z_i)}{4\pi\sigma_1 r_3^5} - \right. \\ & \quad \left. k^m I_{xi} dl \frac{r_4^2 - 3(x-x_i)^2}{4\pi\sigma_1 r_4^5} + 3k^m I_{yi} dl \frac{(x-x_i)(y-y_i)}{4\pi\sigma_1 r_4^5} - 3k^m I_{zi} dl \frac{(x-x_i)(z+2mh+z_i)}{4\pi\sigma_1 r_4^5} \right] + \\ & \quad \sum_{p=1}^{\infty} \left[-k^p I_{x0} dl \frac{r_{10}^2 - 3(x-x_0)^2}{4\pi\sigma_1 r_{10}^5} + 3k^p I_{y0} dl \frac{(x-x_0)(y-y_0)}{4\pi\sigma_1 r_{10}^5} - 3k^p I_{z0} dl \frac{(x-x_0)(z-2ph+z_0)}{4\pi\sigma_1 r_{10}^5} - \right. \\ & \quad \left. k^p I_{x0} dl \frac{r_{20}^2 - 3(x-x_0)^2}{4\pi\sigma_1 r_{20}^5} + 3k^p I_{y0} dl \frac{(x-x_0)(y-y_0)}{4\pi\sigma_1 r_{20}^5} + 3k^p I_{z0} dl \frac{(x-x_0)(z-2ph-z_0)}{4\pi\sigma_1 r_{20}^5} \right] + \\ & \quad \sum_{m=0}^{\infty} \left[-k^m I_{x0} dl \frac{r_{30}^2 - 3(x-x_0)^2}{4\pi\sigma_1 r_{30}^5} + 3k^m I_{y0} dl \frac{(x-x_0)(y-y_0)}{4\pi\sigma_1 r_{30}^5} + 3k^m I_{z0} dl \frac{(x-x_0)(z+2mh-z_0)}{4\pi\sigma_1 r_{30}^5} - \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^n \sum_{m=0}^{\infty} \left[\frac{k^m I_{xi} dl(x-x_i)}{4\pi\sigma_1 r_3^3} + \frac{k^m I_{xi} dl(x-x_i)}{4\pi\sigma_1 r_4^3} \right] + \\ & \sum_{p=1}^{\infty} \left[\frac{k^p I_{x0} dl(x-x_0)}{4\pi\sigma_1 r_{10}^3} + \frac{k^p I_{x0} dl(x-x_0)}{4\pi\sigma_1 r_{20}^3} \right] + \\ & \sum_{m=0}^{\infty} \left[\frac{k^m I_{x0} dl(x-x_0)}{4\pi\sigma_1 r_{30}^3} + \frac{k^m I_{x0} dl(x-x_0)}{4\pi\sigma_1 r_{40}^3} \right] \quad (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Phi_y(x, y, z) &= \sum_{i=1}^n \Phi_{yi}(x_i, y_i, z_i) + \Phi_{y0}(x_0, y_0, z_0) \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{p=1}^{\infty} \left[\frac{k^p I_{yi} dl(y-y_i)}{4\pi\sigma_1 r_1^3} + \frac{k^p I_{yi} dl(y-y_i)}{4\pi\sigma_1 r_2^3} \right] + \\ & \sum_{i=1}^n \sum_{m=0}^{\infty} \left[\frac{k^m I_{yi} dl(y-y_i)}{4\pi\sigma_1 r_3^3} + \frac{k^m I_{yi} dl(y-y_i)}{4\pi\sigma_1 r_4^3} \right] + \\ & \sum_{p=1}^{\infty} \left[\frac{k^p I_{y0} dl(y-y_0)}{4\pi\sigma_1 r_{10}^3} + \frac{k^p I_{y0} dl(y-y_0)}{4\pi\sigma_1 r_{20}^3} \right] + \\ & \sum_{m=0}^{\infty} \left[\frac{k^m I_{y0} dl(y-y_0)}{4\pi\sigma_1 r_{30}^3} + \frac{k^m I_{y0} dl(y-y_0)}{4\pi\sigma_1 r_{40}^3} \right] \quad (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Phi_z(x, y, z) &= \sum_{i=1}^n \Phi_{zi}(x_i, y_i, z_i) + \Phi_{z0}(x_0, y_0, z_0) \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{p=1}^{\infty} \left[\frac{-k^p I_{zi} dl(z-2ph+z_i)}{4\pi\sigma_1 r_1^3} + \frac{k^p I_{zi} dl(z-2ph-z_i)}{4\pi\sigma_1 r_2^3} \right] + \\ & \sum_{i=1}^n \sum_{m=0}^{\infty} \left[\frac{k^m I_{zi} dl(z+2mh-z_i)}{4\pi\sigma_1 r_3^3} + \frac{-k^m I_{zi} dl(z+2mh+z_i)}{4\pi\sigma_1 r_4^3} \right] + \\ & \sum_{p=1}^{\infty} \left[\frac{-k^p I_{z0} dl(z-2ph+z_0)}{4\pi\sigma_1 r_{10}^3} + \frac{k^p I_{z0} dl(z-2ph-z_0)}{4\pi\sigma_1 r_{20}^3} \right] + \\ & \sum_{m=0}^{\infty} \left[\frac{k^m I_{z0} dl(z+2mh-z_0)}{4\pi\sigma_1 r_{30}^3} + \frac{-k^m I_{z0} dl(z+2mh+z_0)}{4\pi\sigma_1 r_{40}^3} \right] \quad (4) \end{aligned}$$

则海水中任意方向的腐蚀偶极子和补偿偶极子在任意 (x, y, z) 处的整个舰船电场分布利用 $E = -\nabla\Phi$ 直接求出:

$$k^m I_{x0} dl \frac{r_{40}^2 - 3(x - x_0)^2}{4\pi\sigma_1 r_{40}^5} + 3k^m I_{y0} dl \frac{(x - x_0)(y - y_0)}{4\pi\sigma_1 r_{40}^5} - 3k^m I_{z0} dl \frac{(x - x_0)(z + 2mh + z_0)}{4\pi\sigma_1 r_{40}^5} \quad (5)$$

$$E_y = -\frac{\partial\Phi(x, y, z)}{\partial y}$$

$$= \sum_{i=1}^n \sum_{p=1}^{\infty} \left[3k^p I_{xi} dl \frac{(y - y_i)(x - x_i)}{4\pi\sigma_1 r_1^5} - k^p I_{yi} dl \frac{r_1^2 - 3(y - y_i)^2}{4\pi\sigma_1 r_1^5} - 3k^p I_{zi} dl \frac{(y - y_i)(z - 2ph + z_i)}{4\pi\sigma_1 r_1^5} + \right.$$

$$3k^p I_{xi} dl \frac{(y - y_i)(x - x_i)}{4\pi\sigma_1 r_2^5} - \eta^p I_{yi} dl \frac{r_2^2 - 3(y - y_i)^2}{4\pi\sigma_1 r_2^5} + 3\eta^p I_{zi} dl \frac{(y - y_i)(z - 2ph - z_i)}{4\pi\sigma_1 r_2^5} \left. \right] +$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{m=0}^{\infty} \left[3k^m I_{xi} dl \frac{(y - y_i)(x - x_i)}{4\pi\sigma_1 r_3^5} - k^m I_{yi} dl \frac{r_3^2 - 3(y - y_i)^2}{4\pi\sigma_1 r_3^5} + 3k^m I_{zi} dl \frac{(y - y_i)(z + 2mh - z_i)}{4\pi\sigma_1 r_3^5} + \right.$$

$$3k^m I_{xi} dl \frac{(y - y_i)(x - x_i)}{4\pi\sigma_1 r_4^5} - k^m I_{yi} dl \frac{r_4^2 - 3(y - y_i)^2}{4\pi\sigma_1 r_4^5} - 3k^m I_{zi} dl \frac{(y - y_i)(z + 2mh + z_i)}{4\pi\sigma_1 r_4^5} \left. \right] +$$

$$\sum_{p=1}^{\infty} \left[3k^p I_{x0} dl \frac{(y - y_0)(x - x_0)}{4\pi\sigma_1 r_{10}^5} - k^p I_{y0} dl \frac{r_{10}^2 - 3(y - y_0)^2}{4\pi\sigma_1 r_{10}^5} - 3k^p I_{z0} dl \frac{(y - y_0)(z - 2kh + z_0)}{4\pi\sigma_1 r_{10}^5} + \right.$$

$$3k^p I_{x0} dl \frac{(y - y_0)(x - x_0)}{4\pi\sigma_1 r_{20}^5} - \eta^p I_{y0} dl \frac{r_{20}^2 - 3(y - y_0)^2}{4\pi\sigma_1 r_{20}^5} + 3\eta^p I_{z0} dl \frac{(y - y_0)(z - 2kh - z_0)}{4\pi\sigma_1 r_{20}^5} \left. \right] +$$

$$\sum_{m=0}^{\infty} \left[3k^m I_{x0} dl \frac{(y - y_0)(x - x_0)}{4\pi\sigma_1 r_{30}^5} - k^m I_{y0} dl \frac{r_{30}^2 - 3(y - y_0)^2}{4\pi\sigma_1 r_{30}^5} + 3k^m I_{z0} dl \frac{(y - y_0)(z + 2mh - z_0)}{4\pi\sigma_1 r_{30}^5} + \right.$$

$$3k^m I_{x0} dl \frac{(y - y_0)(x - x_0)}{4\pi\sigma_1 r_{40}^5} - k^m I_{y0} dl \frac{r_{40}^2 - 3(y - y_0)^2}{4\pi\sigma_1 r_{40}^5} - 3k^m I_{z0} dl \frac{(y - y_0)(z + 2mh + z_0)}{4\pi\sigma_1 r_{40}^5} \left. \right] \quad (6)$$

$$E_z = -\frac{\partial\Phi(x, y, z)}{\partial z}$$

$$= \sum_{i=1}^n \sum_{p=1}^{\infty} \left[3k^p I_{xi} dl \frac{(z - 2ph + z_i)(x - x_i)}{4\pi\sigma_1 r_1^5} + 3k^p I_{yi} dl \frac{(z - 2ph + z_i)(y - y_i)}{4\pi\sigma_1 r_1^5} + \right.$$

$$k^p I_{zi} dl \frac{r_1^2 - 3(z - 2ph + z_i)^2}{4\pi\sigma_1 r_1^5} + 3k^p I_{xi} dl \frac{(z - 2ph - z_i)(x - x_i)}{4\pi\sigma_1 r_2^5} +$$

$$3k^p I_{yi} dl \frac{(z - 2ph - z_i)(y - y_i)}{4\pi\sigma_1 r_2^5} - k^p I_{zi} dl \frac{r_2^2 - 3(z - 2ph - z_i)^2}{4\pi\sigma_1 r_2^5} \left. \right] +$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{m=0}^{\infty} \left[3k^m I_{xi} dl \frac{(z + 2mh - z_i)(x - x_i)}{4\pi\sigma_1 r_3^5} + 3k^m I_{yi} dl \frac{(z + 2mh - z_i)(y - y_i)}{4\pi\sigma_1 r_3^5} - \right.$$

$$k^m I_{zi} dl \frac{r_3^2 - 3(z + 2mh - z_i)^2}{4\pi\sigma_1 r_3^5} + 3k^m I_{xi} dl \frac{(z + 2mh + z_i)(x - x_i)}{4\pi\sigma_1 r_4^5} +$$

$$3k^m I_{yi} dl \frac{(z + 2mh + z_i)(y - y_i)}{4\pi\sigma_1 r_4^5} + k^m I_{zi} dl \frac{r_4^2 - 3(z + 2mh + z_i)^2}{4\pi\sigma_1 r_4^5} \left. \right] +$$

$$\sum_{p=1}^{\infty} \left[3k^p I_{x0} dl \frac{(z - 2ph + z_0)(x - x_0)}{4\pi\sigma_1 r_{10}^5} + 3k^p I_{y0} dl \frac{(z - 2ph + z_0)(y - y_0)}{4\pi\sigma_1 r_{10}^5} + \right.$$

$$k^p I_{z0} dl \frac{r_{10}^2 - 3(z - 2ph + z_0)^2}{4\pi\sigma_1 r_{10}^5} + 3k^p I_{x0} dl \frac{(z - 2ph - z_0)(x - x_0)}{4\pi\sigma_1 r_{20}^5} +$$

$$3k^p I_{y0} dl \frac{(z - 2ph - z_0)(y - y_0)}{4\pi\sigma_1 r_{20}^5} - k^p I_{z0} dl \frac{r_{20}^2 - 3(z - 2ph - z_0)^2}{4\pi\sigma_1 r_{20}^5} \left. \right] +$$

$$\sum_{m=0}^{\infty} \left[3k^m I_{x0} dl \frac{(z + 2mh - z_0)(x - x_0)}{4\pi\sigma_1 r_{30}^5} + 3k^m I_{y0} dl \frac{(z + 2mh - z_0)(y - y_0)}{4\pi\sigma_1 r_{30}^5} - \right.$$

$$k^m I_{z0} dl \frac{r_{30}^2 - 3(z + 2mh - z_0)^2}{4\pi\sigma_1 r_{30}^5} + 3k^m I_{x0} dl \frac{(z + 2mh + z_0)(x - x_0)}{4\pi\sigma_1 r_{40}^5} +$$

$$3k^m I_{y0} dl \frac{(z + 2mh + z_0)(y - y_0)}{4\pi\sigma_1 r_{40}^5} + k^m I_{z0} dl \frac{r_{40}^2 - 3(z + 2mh + z_0)^2}{4\pi\sigma_1 r_{40}^5} \left. \right] \quad (7)$$

其中,

$$\begin{cases} r_1 = \sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2 + (z-2ph+z_i)^2} \\ r_2 = \sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2 + (z-2ph-z_i)^2} \\ r_3 = \sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2 + (z+2mh-z_i)^2} \\ r_4 = \sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2 + (z+2mh+z_i)^2} \end{cases}$$

$r_{10}、r_{20}、r_{30}、r_{40}$ 同前, $I_{x0}、I_{y0}、I_{z0}$ 同前。

由于该方法是基于电荷矢量叠加原理,满足线性关系,所以补偿阳极输出电流与腐蚀电流的关系可以直接在式(5)~(7)中假设相关系数 $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$,建立补偿偶极子 I_0dl 与腐蚀偶极子 $I dl$ 的相关程度为 $I_0dl = \beta_1 I_1 dl + \beta_2 I_2 dl + \dots + \beta_n I_n dl$ 。

2 模型补偿最优分析

主要以单轴桨船为例,先验证“腐蚀偶极子+补偿偶极子”电场模型的正确性,再进行补偿偶极子对舰船电场的影响分析,从而得出补偿最优解。

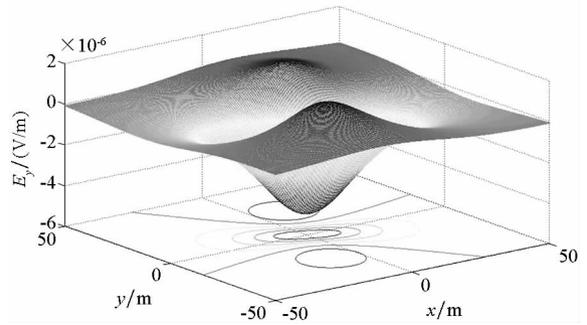
2.1 “腐蚀偶极子+补偿偶极子”电场模型

船体破损 n 处,等效成 n 个腐蚀偶极子。设1个补偿偶极子,如图1所示。腐蚀偶极子为 $I_1 dl, I_2 dl, \dots, I_n dl$,坐标 $(x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2), \dots, (x_n, y_n, z_n)$;补偿偶极子与腐蚀偶极子的相关程度为 $I_0 dl = \beta_1 I_1 dl + \beta_2 I_2 dl + \dots + \beta_n I_n dl$ 。式(5)~(7)中水深 h 取100, m 取20,相关系数 $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$ 均取1,利用MATLAB仿真计算,水下20 m的 xy 平面补偿后(非补偿最优)舰船电场如图3所示。仿真结果与文献[6]点电极法、文献[13]点电源法以及文献[14-15]的深度换算法计算的舰船腐蚀电场数量级是一致的,说明基于“腐蚀偶极子+补偿偶极子”的电场模型是正确的。

2.2 舰船电场补偿最优解

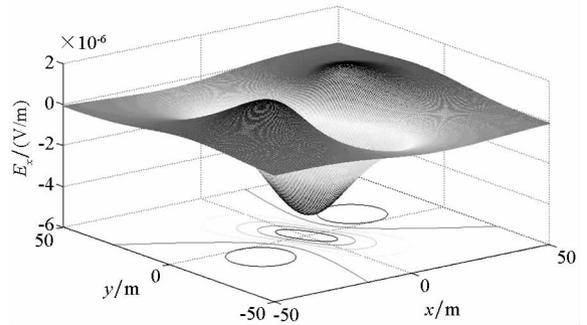
为简化计算,假设船体破损3处,等效成3个腐蚀偶极子。设1个补偿偶极子,如图1所示。三个腐蚀偶极子 $I_1 dl, I_2 dl, I_3 dl$ 大小均为1 A·m,对应坐标分别为 $(x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2), (x_3, y_3, z_3)$;补偿偶极子坐标待定,与腐蚀偶极子的相关程度为 $I_0 dl = \beta_1 I_1 dl + \beta_2 I_2 dl + \beta_3 I_3 dl$ 。式(5)~(7)中水深 h 取100, m 取20,利用MATLAB仿真计算补偿偶极子 $I_0 dl = I_{x0} dl i + I_{y0} dl j + I_{z0} dl k$ 对整个舰船电场模值 $|E| = \sqrt{E_x^2 + E_y^2 + E_z^2}$ 的影响。

1) 补偿阳极与补偿系统接船体端的直线距离 $l(l > 0)$ 对舰船电场模值 $|E|$ 的影响。补偿偶



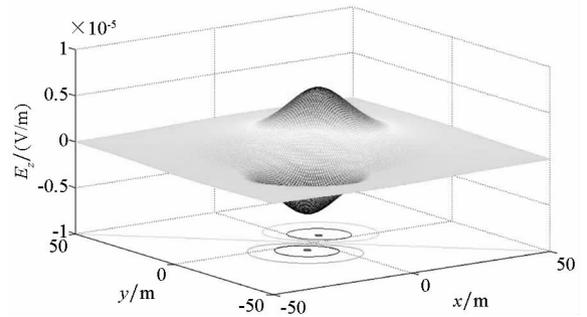
(a) 电场分量 E_x

(a) Electric field component E_x



(b) 电场分量 E_y

(b) Electric field component E_y



(c) 电场分量 E_z

(c) Electric field component E_z

图3 水下20 m xy 平面补偿后舰船电场

Fig. 3 Underwater electric field of 20 meter after compensation

极子与 xy 水平面夹角 θ 在 $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ 内,且补偿偶极子在 xy 水平面的投影与 x 轴夹角 α 在 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 区间内,补偿阳极与补偿系统接船体端的直线距离 $l(l > 0)$ 分别为2 m, 4 m, 6 m时对舰船电场模值 $|E|$ 的影响如图4所示。可见,当补偿阳极与补偿系统接船体端的直线距离最大时,电场模值最小。仿真说明在工程允许的条件下,当补偿阳极与补偿系统接船体端的直线距离最远时,补偿效果最好,理论条件下补偿后可以完全抵消原舰船腐蚀电场。

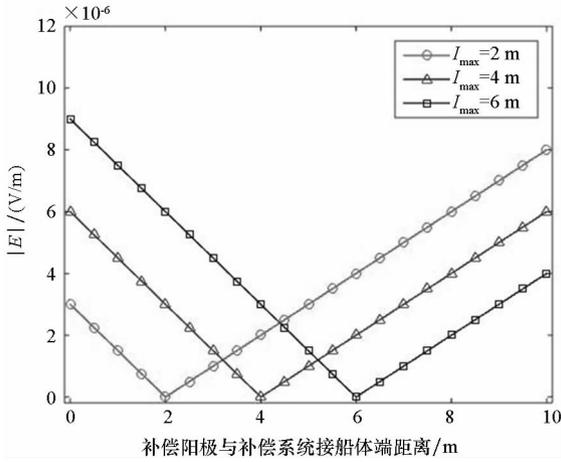


图4 补偿阳极与补偿系统接船体端的直线距离对舰船电场模值的影响
Fig. 4 Influence of the linear distance on the ship's electric field modulus value

2) 补偿偶极子与 xy 水平面夹角 θ ($-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$) 及其在 xy 水平面的投影与 x 轴夹角 α ($0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$) 对舰船电场模值 $|E|$ 的影响。由于 $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$, 在 $\theta=0$ 处呈对称关系, 故仅考虑 $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$, $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$ 与舰船电场模值 $|E|$ 的三维关系, 如图5所示, 舰船电场模值 $|E|$ 最小处出现在 $\theta = 0, \alpha = 0$ 处。

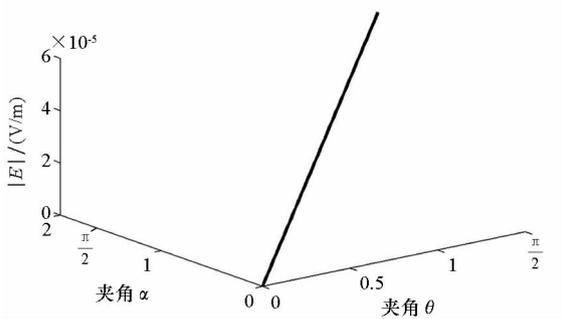


图5 补偿偶极子角度与舰船电场模值三维关系
Fig. 5 Relationship between compensated dipole angle and ship electric field modulus value

补偿偶极子在 xy 水平面投影与 x 轴夹角 α 一定时, θ 与舰船电场模值 $|E|$ 关于 $\theta=0$ 对称, 呈线性变化, 且 α 越大, 舰船电场模值 $|E|$ 随 θ 变化程度越小, 如图6所示, 在 $\theta=0$ 处, 补偿偶极子相当于沿 x 轴方向的水平偶极子, 此时补偿效果最好; 在 $\theta = -\frac{\pi}{2}$ 或 $\theta = \frac{\pi}{2}$ 处, 补偿偶极子与 y 轴方向垂直, 即相当于沿 y 轴方向水平偶极子补偿

效果最差。在补偿偶极子与 xy 水平面夹角 θ 一定时, 舰船电场模值 $|E|$ 随 α 变化不明显。

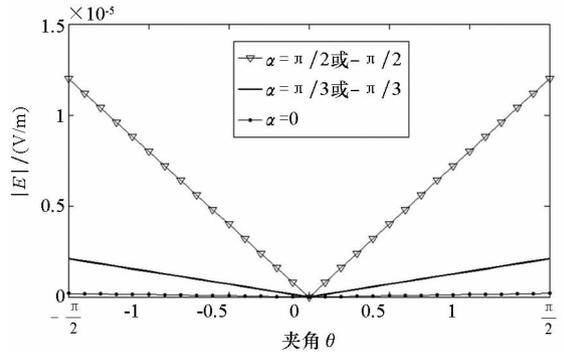


图6 补偿偶极子与水平面夹角对电场模值的影响
Fig. 6 Influence of the angle between compensated dipole and horizontal plane on the electric field modulus value

3) 补偿偶极子与腐蚀偶极子的大小相关程度。补偿偶极子与腐蚀偶极子的相关程度为 $I_0 dl = \beta_1 I_1 dl + \beta_2 I_2 dl + \beta_3 I_3 dl$, 当三个腐蚀偶极子的电流强度一定时, 两两改变相关系数 $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ 的取值, 建立任意两个相关系数对舰船电场模值 $|E|$ 的三维关系都呈线性, 如图7所示。任意取腐蚀电流强度, 当其中一个相关系数为0时, 会同时出现舰船电场模值 $|E|$ 最小的拐点, 拐点在 $\beta_1 = 5, \beta_2 = 5$ 处, 此时 $|E| = 6.7 \times 10^{-6} \text{ V/m}$, 几乎接近于0, 补偿效果最好。这里的相关系数为0, 相当于一个腐蚀偶极子对于补偿偶极子 $I_0 dl = \beta_1 I_1 dl + \beta_2 I_2 dl + \beta_3 I_3 dl$ 没有工作, 在实际工程中可以看作该船壳破损处与螺旋桨之间的腐蚀电流没有构成回路, 船壳破损处在自腐蚀。

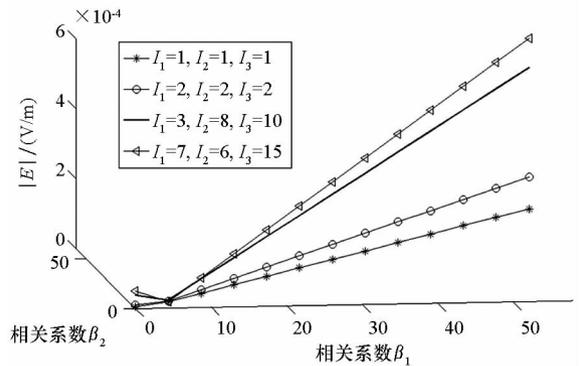


图7 任意两个相关系数对舰船电场模值的影响
Fig. 7 Influence of two correlation coefficients on the electric field modulus value

可见, 根据理论计算和仿真结果综合考虑, 补偿阳极在工程允许条件下距离补偿系统接船端最远, 且同时平行于水平面和 x 轴时补偿效果最优, 在补偿最优条件下, 理论上是可以抵消原舰船腐

蚀电场的。

3 仿真及实验验证

为验证电场补偿最优问题,设 3 个腐蚀偶极子和 1 个补偿偶极子,通过仿真和实验来验证。

3.1 仿真验证

根据式(7)解析式,采用 MATLAB 仿真。取 3 个腐蚀偶极子,测量水面以下 $z = 30$ m 直线处 $x = [-30 \text{ m}, 30 \text{ m}]$ 的腐蚀电场;取 3 个腐蚀偶极子和 1 个补偿偶极子,测量水面以下 $z = 30$ m, $z = 50$ m 直线处 $x = [-30 \text{ m}, 30 \text{ m}]$ 的补偿后电场。原始电场和补偿后电场模值对比如图 8 所示。仿真中 3 个腐蚀偶极子参数分别为 $p_{x1} = 6, p_{y1} = 4, p_{z1} = 5; p_{x2} = 10, p_{y2} = 5, p_{z2} = 8; p_{x3} = 12, p_{y3} = 10, p_{z3} = 6$ 。补偿偶极子参数为 $p_{x0} = 5, p_{y0} = 0, p_{z0} = 0$ 。

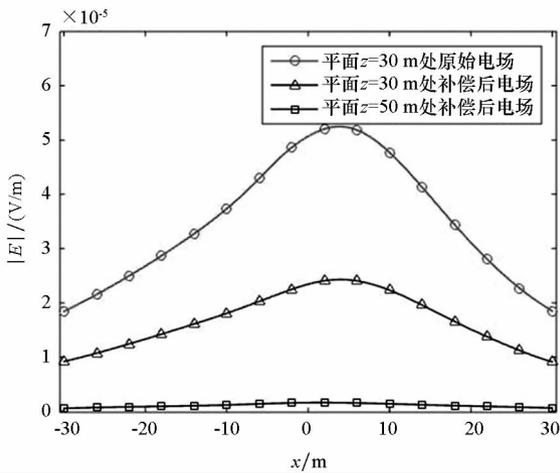


图 8 仿真补偿前后电场模值对比

Fig. 8 Comparison of electric field modulus values before and after compensation in simulation

$z = 30$ m 处补偿前后电场模峰值处下降了 70.2%, $z = 50$ m 补偿后电场模接近于 0, 这说明越远离腐蚀源, 补偿效果越好。仿真结果表明该补偿方法是可以抵消原腐蚀电场的。

3.2 实验验证

实验硬件设施包括无磁性实验水池、电场三分量传感器及铂电极。无磁性实验水池尺寸为 $8 \text{ m} \times 5 \text{ m} \times 1.5 \text{ m}$, 水深 0.8 m, 将工业用盐倒入池水中, 充分溶解并混合均匀, 模拟淡盐水, 测得所配制的海水电导率为 3.96 S/m 。实验采用面积 1 cm^2 的铂电极(化学性质稳定, 导电性能好), 铂电极全部浸入水中, 水下 5 cm。 Q_1, Q_2, Q_3 接恒流源正端, 模拟船壳 3 个破损处; 铂电极 Q_0 接恒流源负端, 模拟螺旋桨处电荷。铂电极 Q_4 接恒流源正端, 模拟补偿阳极; 铂电极 Q_5 接恒流源负

端, 模拟补偿系统接船体端。铂电极分别由 Q_1, Q_2, Q_3 和 Q_0 构成 3 个腐蚀偶极子; 铂电极 Q_4 和 Q_5 构成 1 个补偿偶极子, 实验示意图如图 9 所示。铂电极全部置于模拟淡盐水中, 铂电极之间采用可伸缩、可旋转的 PVC 管连接, 可以模拟改变电偶极子的偶极距及其与水平面的夹角。

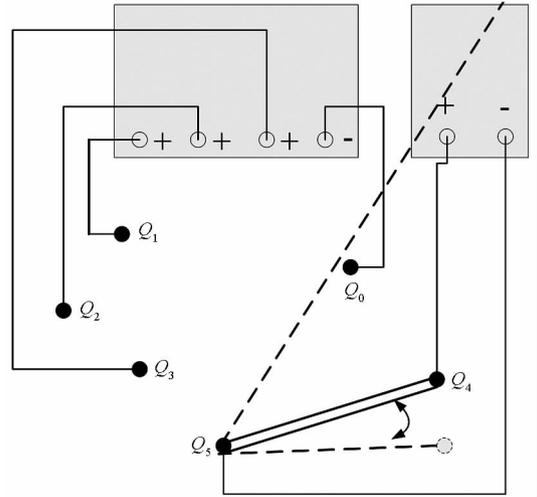


图 9 实验示意图

Fig. 9 Experimental schematic diagram

1) 铂电极 Q_1, Q_2, Q_3 分别接恒流源正端, Q_0 接恒流源负端; 铂电极 Q_4, Q_5 不供电, 模拟船体三个破损处产生的腐蚀电场, 电场三分量传感器测量铂电极正下方水面以下 $z = 30 \text{ cm}, z = 50 \text{ cm}$ 直线处 $x = [-30 \text{ cm}, 30 \text{ cm}]$ 的电场。

2) 铂电极验证极 Q_1, Q_2, Q_3 分别接恒流源正端, Q_0 接恒流源负端; 铂电极 Q_4 接恒流源正端, Q_5 接恒流源负端, 模拟船体“腐蚀电场 + 补偿电场”。固定铂电极 Q_4 与 Q_5 之间 PVC 管长度为 $l = 5 \text{ cm}$, 旋转铂电极 Q_4 与 Q_5 之间的 PVC 管, 令其与水平面夹角 $\theta = 0^\circ$, 改变 Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 通电电流, 电场三分量传感器测量电极正下方水面以下 $z = 30 \text{ cm}, z = 50 \text{ cm}$ 直线处 $x = [-30 \text{ cm}, 30 \text{ cm}]$ 的电场。

$z = 30 \text{ cm}$ 直线处 $x = [-30 \text{ cm}, 30 \text{ cm}]$ 的未补偿电场及 $z = 30 \text{ cm}, z = 50 \text{ cm}$ 直线处 $x = [-30 \text{ cm}, 30 \text{ cm}]$ 补偿后的电场模值如图 10 所示。 $z = 30 \text{ cm}$ 处补偿前后电场模峰值处下降了 34.7%, $z = 50 \text{ cm}$ 补偿前后电场模峰值处下降了 57.5%, 这说明远离腐蚀源, 补偿效果相对较好。

3.3 仿真和实验结果对比分析

对比仿真和实验数据, 实验结果达不到理论仿真补偿的效果, 主要原因有两点: 一是实验中铂电极只有在远场才能看成偶极子, 越远离腐蚀源, 补偿效果才会越好; 二是实验中通电的补偿电极

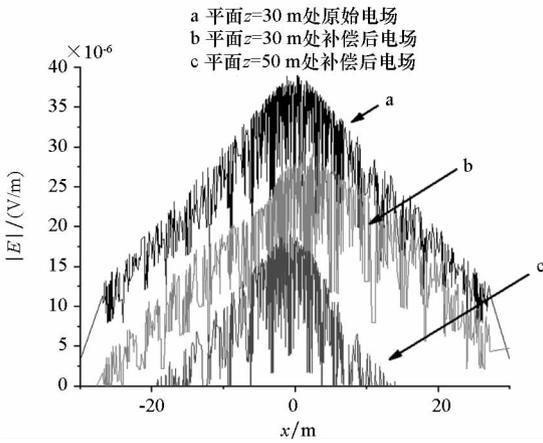


图10 实验补偿前后电场模值对比

Fig. 10 Comparison of electric field modulus values before and after compensation in experiment

电流有一部分流入了海水中,不能全部抵消模拟的腐蚀电流,导致补偿效果下降。但是实验结果显示补偿效果仍然是明显的,说明给出的补偿方法是可行的。

4 结论

基于等效偶极子法,根据电荷矢量叠加原理,建立了“腐蚀偶极子+补偿偶极子”电场模型,并给出了补偿最优解。仿真和实验结果表明,补偿电场远离船体时补偿效果更好;补偿阳极在工程允许条件下距离补偿系统接船端最远,且平行于水平面和船体时补偿效果最优,在补偿最优条件下,理论上是可以抵消原舰船腐蚀电场的。

参考文献 (References)

[1] Daya Z A, Hutt D L, Richards T C. Maritime electromagnetism and DRDC management research [R]. Canada: Defence R&D Canada-Atlantic, 2005: 1-80.

[2] 林春生, 龚沈光. 舰船物理场[M]. 北京: 兵器工业出版社, 2007: 237-242.
LIN Chunsheng, GONG Shengguang. Ship physics field [M]. Beijing: Ordnance Industry Press, 2007: 237-242. (in Chinese)

[3] 王向军. 电场补偿控制仪器研究报告[R]. 中国国防科学技术报告, 2009: 1-97.
WANG Xiangjun. Research report on electric field compensation control instrument [R]. China National Defense Science and Technology Report, 2009: 1-97. (in Chinese)

[4] 杨振, 王向军, 张民. 舰船电场防护中补偿阳极电流数值仿真研究[J]. 系统仿真实报, 2009, 21(19): 37-42.
YANG Zhen, WANG Xiangjun, ZHANG Min. Simulation of current generated by compensatory anticathode in electric fields protection of ship [J]. Journal of System Simulation, 2009, 21(19): 37-42. (in Chinese)

[5] 张凡, 龚沈光. 海水中点电极对产生的电场研究[J]. 海军工程大学学报, 2008, 20(3): 88-92, 98.

ZHANG Fan, GONG Shengguang. Study of electric field generated by point electrodes pair in sea [J]. Journal of Naval University of Engineering, 2008, 20(3): 88-92, 98. (in Chinese)

[6] 刘忠乐, 龚沈光. 海水中稳恒电流电场的点电极计算模型[J]. 海军工程大学学报, 2004, 16(1): 35-39.
LIU Zhongle, GONG Shengguang. Point electrode model of electric field of steady current in sea [J]. Journal of Naval University of Engineering, 2004, 16(1): 35-39. (in Chinese)

[7] 嵇斗, 王向军, 杨震. 一种新的补偿阳极优化方法[J]. 兵工学报, 2010, 31(12): 1562-1566.
JI Dou, WANG Xiangjun, YANG Zhen. Optimization of compensatory anticathode based on a novel method [J]. Acta Armamentarii, 2010, 31(12): 1562-1566. (in Chinese)

[8] 秦一平, 姜润翔, 程锦房, 等. 基于外加电流补偿的舰船静电场抑制方法[J]. 水雷战与舰船防护, 2016, 24(1): 14-18.
QIN Yiping, JIANG Runxiang, CHENG Jinfang, et al. Ship's static electric field reduction method based on impressed current compensation [J]. Mine Warfare & Warship Protection, 2016, 24(1): 14-18. (in Chinese)

[9] 岳瑞永, 臧燕华, 吕俊军. 基于边界元理论的舰船腐蚀电场建模[J]. 声学及电子工程, 2008, 5: 54-58.
YUE Ruiyong, ZANG Yanhua, LYU Junjun. Modeling of ship corrosion electric field based on boundary element theory [J]. Acoustics and Electronic Engineering, 2008, 5: 54-58. (in Chinese)

[10] Skove F A, Hood B R, Chi L K. Magnetic fields of a horizontal electric dipole in a semi-infinite medium [R]. Naval Academy Applied Science Department, 1980, 8: 1-72.

[11] Bannister P R. New formulas for HED, HMD, VED, and VMD subsurface-to-subsurface propagation [R]. Naval Underwater Systems Center, New London Laboratory, 1984, 11: 1-55.

[12] Teranishi Y, Hirotsu M, Nanaura K. Measurement and analysis of the underwater electric fields of an AC electric dipole moment in shallow water [R]. Underwater Defense Technology Conference, 1995: 371-375.

[13] 姜润翔, 胡英娣, 龚沈光. 基于点电源的船舶静电场深度换算方法研究[J]. 电波科学学报, 2014, 29(4): 685-693.
JIANG Runxiang, HU Yingdi, GONG Shengguang. Depth conversion of the vessel static electric field based on point charge source [J]. Chinese Journal of Radio Science, 2014, 29(4): 685-693. (in Chinese)

[14] 刘文宝, 王向军, 嵇斗. 基于电偶极子模型的舰船静电场深度换算[J]. 空军雷达学院学报, 2010, 24(6): 435-438.
LIU Wenbao, WANG Xiangjun, JI Dou. Deep conversion of ship electrostatic field based on electric dipole model [J]. Journal of Air Force Radar Academy, 2010, 24(6): 435-438. (in Chinese)

[15] 陈聪, 龚沈光, 李定国. 舰船静电场深度换算方法[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2009, 30(6): 719-722.
CHEN Cong, GONG Shengguang, LI Dingguo. The method of the extrapolation of the static electric field of ships [J]. Journal of Harbin Engineering University, 2009, 30(6): 719-722. (in Chinese)