

提高近场精度的海洋声学快速场改进模型*

刘巍,肖汶斌,程兴华,王勇献,张理论
(国防科技大学 气象海洋学院,湖南 长沙 410073)

摘要:为了提高海洋声学快速场模型在近场区域的计算精度,分析了影响经典快速场模型精度的因素,主要包括 Bessel 函数近似、忽略内行波项以及在水平距离最远处波数采样率过低,这些因素导致快速场模型近场误差较大、远场水平距离最远处结果不正确(计算结束后需要去除水平距离后段的声场)。提出能够提高经典快速场模型近场计算精度的改进模型,改进部分主要是采用保留内行波项的近似 Bessel 函数,再将近场上下两个基于声源点与对称轴的三角形区域用波数积分分解(使用精确 Bessel 函数)覆盖。算例测试结果表明:与经典快速场模型相比,改进模型可在绝对时间增加较少的情况下,显著提高近场计算精度,综合性能更优;与波数积分法相比,改进模型在误差为同量级的情况下,积分时间大幅降低,实际应用价值更高。

关键词:海洋声学;快速场;波数积分

中图分类号:0427.1 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2019)06-168-07

Improving near-source region accuracy algorithms of fast field program of ocean acoustics

LIU Wei, XIAO Wenbin, CHENG Xinghua, WANG Yongxian, ZHANG Lilun
(College of Meteorology and Oceanology, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: In order to improve the near-source region accuracy of the FFP (fast field program) of ocean acoustics, the factors affected the accuracy of the classical FFP were analyzed, which includes the approximation of Bessel function, the neglect of incoming wave term and the low sampling frequency at the farthest horizontal distance region. These factors can lead to large near-source region errors and incorrect results at the farthest horizontal distance region (after the calculation, the acoustic field in the region should be removed). Based on the classical FFP model, improving near-source region accuracy algorithms were presented, which includes the approximate Bessel function with incoming wave term and the solutions in the up-down two triangular domains by covering the source point and symmetric axis with the wavenumber integration solutions (using exact Bessel function). The test cases show that, compared with the classical FFP model, the proposed model can significantly improve the near-field calculation accuracy and the comprehensive performance under the condition of less absolute time increased; compared with the direct wavenumber integration method, the integration time of the improved model is significantly reduced and the practical application value is higher under the condition of the same error order of magnitude.

Keywords: ocean acoustics; fast field program; wavenumber integration method

声波能够在海水介质中远距离传播,是目前获取水下信息的主要方式^[1]。水声传播的物理过程受波动方程控制,一般采用波数积分(Wavenumber Integration, WI)、快速场(Fast Field Program, FFP)、简正波、抛物方程、射线法等水声模型解算声压场^[2]。在水平分层介质环境下,波数积分法没有模型误差,同等条件下具有最高的计算精度(也被称为“精确解”),但其积分过程较慢。在波数积分法理论的基础上,通过将 Bessel 函数近似成指数形式,并利用快速傅立叶变换技术,形成了 FFP 模型^[3],计算速度大幅提升,已广泛应用于海洋声场仿真、海洋声学参数反演与目标定位匹配场反演。

然而 Bessel 函数只有在远场条件下才能较好地近似成指数形式,因此 FFP 模型近场解的误差较大,而近场解在海洋声学中有重要应用,例如:对于深海海底固定水听器阵列来讲,可通过探测水面附近声源向下发出的直达波发现数千米水平距离内的目标,此时的水声阵列信号分析不仅要求水声模型计算速度快,而且要求近场解精度高。

* 收稿日期:2018-08-15
基金项目:国家自然科学基金资助项目(11272352,61379056,61702531,51709267);国家重点研发计划资助项目(2016YFC1401800);湖南省自然科学基金资助项目(2017JJ2305);国防科技大学科研计划资助项目(ZK16-03-46);航天支撑技术基金资助项目(2014)
作者简介:刘巍(1980—),男,吉林辽源人,副研究员,博士,E-mail:liuwei@nudt.edu.cn

如果能够在不破坏 FFP 模型算法基本结构而保持其计算速度快优势的情况下,通过算法设计、算法组合提高其近场计算精度,则能够显著提高 FFP 实际应用性能与水平。

目前关于 FFP 模型的研究主要集中在扩展应用范围与增强计算稳定性等方面,关于提高 FFP 计算精度的研究较少。美国的 Li 等^[4]提出 FFP 计算含自由面边界的低频声场时,Hankel 反变换积分式中的内行波项应当保留;美国的 Lee 等^[5]改进了 FFP 深度方程求解算法,提高了 FFP 的计算稳定性。国内方面,哈尔滨工程大学的祝捍皓等^[6]进行了 FFP 算法用于海底参数反演的研究;西北工业大学的张翼鹏^[7]、邱宏安^[8]等使用 FFP 模型分析了空气中声源在水下产生的声场,并将 FFP 模型应用范围拓展到弹性海底;中国科学院声学所的骆文于等^[9]针对 Pekeris 波导问题,提出了一种稳定的波数核函数计算方法,可用于改进波数积分法与 FFP。

1 快速场经典模型

快速场与波数积分法的理论基础相近,都可分为深度方程求解与积分过程。在积分过程中,快速场将波数积分中的 Bessel 函数近似成指数函数(远场成立),并利用快速傅立叶变换方法加快计算速度(通过算法设计减少指数计算次数,此过程对计算结果无影响)。

1.1 波数积分表达式

在介质水平分层假设下(介质密度、声速、吸收系数沿水平方向不变),可采用 Hankel 反变换将声压 Helmholtz 方程转换成式(1)所示波数积分形式

$$P(r, z) = \int_0^\infty \phi(k_r, z) J_0(k_r r) k_r dk_r \quad (1)$$

其中: P 为频域相对声压(参考点一般取在声源点 1 m 处), r 为距声源点的水平距离, z 为竖直方向深度; $J_0(k_r r)$ 为 Bessel 函数; $\phi(k_r, z)$ 为波数核函数(wavenumber kernel function,简称核函数), $\phi(k_r, z)$ 满足如下深度方程

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + (k^2 - k_r^2) \phi = -2\delta(z - z_s) \quad (2)$$

式中, k 为介质波数, z_s 为声源深度, δ 为狄拉克函数。深度方程可采用传递函数矩阵法、直接全局矩阵法、不变嵌入法等方法求解^[10]。波数积分法与 FFP 都需要求解深度方程,引言中提到的关于二者数值稳定性的研究也是围绕如何稳定求解深度方程开展的。

计算获得波数核函数后,可直接对式(1)进行离散,形成波数积分法离散表达式

$$P(r, z) \approx \Delta k_r \sum_{k_r=0}^{k_{\max}} \phi(k_r, z) J_0(k_r r) k_r \quad (3)$$

为了避免出现 $k_r = k$ 而产生奇异,需要为水平波数 k_r 加上一个复数偏移量 $k_r \rightarrow k_r - i\varepsilon_k$ 。这样虽然能够避免奇异,但也带来些问题,即 Bessel 函数的参数由实数变为复数;开源的支持复参数的 Bessel 函数 Fortran 程序代码有 7700 余行,计算量较大。

1.2 快速场模型

将 Bessel 函数根据其定义展开成第一类与第二类 Hankel 函数的平均值

$$J_0(\varphi) = \frac{1}{2} [H_0^{(1)}(\varphi) + H_0^{(2)}(\varphi)] \quad (4)$$

其中, $\varphi = k_r r$ 。当 $r \rightarrow \infty$, $\varphi = k_r r \rightarrow \infty$ 时

$$H_0^{(1)}(\varphi) \rightarrow \sqrt{\frac{2}{\pi\varphi}} e^{i(\varphi - \pi/4)} = \tilde{H}_0^{(1)}(\varphi) \quad (5)$$

$$H_0^{(2)}(\varphi) \rightarrow \sqrt{\frac{2}{\pi\varphi}} e^{-i(\varphi - \pi/4)} = \tilde{H}_0^{(2)}(\varphi) \quad (6)$$

$$J_0(\varphi) \rightarrow \tilde{J}_0(\varphi) = \frac{\tilde{H}_0^{(1)}(\varphi) + \tilde{H}_0^{(2)}(\varphi)}{2} \quad (7)$$

其中, J_0 与 $\tilde{J}_0$ 分别称为(精确)Bessel 函数与近似 Bessel 函数, $\tilde{H}_0^{(1)}$ 与 $\tilde{H}_0^{(2)}$ 分别称为外行与内行 Hankel 函数。

经典快速场方法忽略内行 Hankel 函数 $\tilde{H}_0^{(2)}$,声压积分式(3)变为

$$\begin{aligned} P(r, z) &\approx \Delta k_r \sum_{k_r=0}^{k_{\max}} \phi(k_r, z) \frac{\tilde{H}_0^{(1)}(k_r r)}{2} k_r \\ &= \frac{e^{-\pi i/4}}{\sqrt{2\pi r}} \Delta k_r \sum_{k_r=0}^{k_{\max}} \phi(k_r, z) \sqrt{k_r} e^{ik_r r} \end{aligned} \quad (8)$$

其中水平距离 r 离散式($r_{\min} = \Delta r$)为

$$r \rightarrow r_m = r_{\min} + (m-1)\Delta r = m\Delta r \quad (9)$$

由于水平波数需要采用复偏移 $k_r \rightarrow k_r - i\varepsilon_k$,若令 $\Delta \tilde{k}_r = -\Delta k_r - i\varepsilon_k$,则水平波数离散式($k_{\min} = 0$)为

$$\begin{aligned} k_r \rightarrow k_n &= k_{\min} + (n-1)\Delta k_r - i\varepsilon_k \\ &= n\Delta k_r + \Delta \tilde{k}_r \end{aligned} \quad (10)$$

因此

$$e^{ik_r r} \rightarrow e^{ik_n r_m} = e^{i\Delta \tilde{k}_r r_m} e^{imn\Delta r \Delta k_r} \quad (11)$$

若水平距离步长与波数步长满足条件

$$\Delta r \Delta k_r = 2\pi/M \quad (12)$$

式中, M 为水平波数离散点数,则

$$e^{imn\Delta r \Delta k_r} = e^{2\pi imn/M} \quad (13)$$

式(8)可离散为

$$P(r_m, z) \approx h(m) \sum_{n=1}^M \hat{\phi}(k_n, z) e^{i2\pi mn/M} \quad (14)$$

其中,

$$h(m) = e^{i(\Delta k_r r_m - \pi/4)} \Delta k_r / \sqrt{2\pi r_m}$$
$$\hat{\phi}(k_n, z) = \phi(k_n, z) \sqrt{k_n}$$

当水平距离的离散点数与波数离散点数相同 ($1 \leq m \leq M, 1 \leq n \leq M$), 且 M 为 2 的整数次幂 (一般 $M = 2048$) 时, 则可采用快速傅立叶变换 (Fast Fourier Transform, FFT) 方法计算式 (14)。快速傅立叶变换并不是离散傅立叶变换的近似, 而是在对积分离散参数进行限定的情况下, 通过算法设计减少指数运算次数, 从而加快计算速度。

1.3 经典快速场的误差来源

由前文分析可知, 影响 FFP 模型精度的因素主要有三个方面: ①在远场假设下采用近似 Bessel 函数, 即 $J_0(\varphi) \rightarrow \tilde{J}_0(\varphi)$, 在近场产生模型误差; ②忽略内行波项 $\tilde{H}_0^{(2)}(\varphi)/2$, 即 $\tilde{J}_0(\varphi) \rightarrow \tilde{H}_0^{(1)}(\varphi)/2$; ③在声场水平距离最远处 $\tilde{H}_0^{(1)}(\varphi)$ 的波数采样频率过低, 导致较大数值误差, 下面对其进行进一步讨论。

回顾式 (12), FFP 对 $\Delta r \Delta k_r = 2\pi/M$ 的离散参数限定, 将引起在较远水平距离处不能保证每个 $\tilde{H}_0^{(1)}(\varphi)$ 周期内布置足够多的波数采样点, 从而使积分计算结果不正确。再回顾式 (11)、式 (13), 当 $m = M$ 时 (计算区域的最远水平距离 $R'_{\max} = r_m$),

$$e^{ik_r r} \rightarrow e^{i\Delta k_r R'_{\max}} e^{i2\pi n} \quad (15)$$

其中: $e^{i\Delta k_r R'_{\max}}$ 项为参量; $e^{i2\pi n}$ 项在一个 2π 波数采样周期内只有 1 个采样点, 显然无法准确积分计算此处声压值。以自由空间球面波为例 (频率 $f = 150$ Hz), $M = 2048, k_{\max} = 5k_0$, 经典 FFP 计算所得

传播损失 TL 等值线如图 1 所示, 可见在水平距离较远处因波数周期采样点过少导致计算结果不正确; 在水平距离约 1000 m 范围内才能保证计算结果正确。同理, 其他 FFP 类 (含其改进模型) 水声传播算例在计算结束后, 也需要去除水平方向后面一段的声场, 即有效最大水平距离 $R_{\max} < R'_{\max}$ ($R_{\max}$ 需要根据试算结果确定)。

2 快速场改进模型

2.1 保留内行波项的改进模型 FFP +

标准 FFP 模型忽略了内行波项, 因此本文考虑保留内行波项 $\tilde{H}_0^{(2)}(\varphi)/2$, 将该改进模型命名为 FFP +。FFP + 的声压离散积分式与式 (8) 类似 ($\tilde{J}_0(\varphi) = [\tilde{H}_0^{(1)}(\varphi) + \tilde{H}_0^{(2)}(\varphi)]/2$):

$$P(r, z) \approx \Delta k_r \sum_{k_r=0}^{k_{\max}} \phi(k_r, z) \tilde{J}_0(\varphi) k_r$$
$$= \frac{e^{-\pi i/4}}{\sqrt{2\pi r}} \Delta k_r \sum_{k_r=0}^{k_{\max}} \phi(k_r, z) \sqrt{k_r} e^{ik_r r} +$$
$$\frac{e^{\pi i/4}}{\sqrt{2\pi r}} \Delta k_r \sum_{k_r=0}^{k_{\max}} \phi(k_r, z) \sqrt{k_r} e^{-ik_r r} \quad (16)$$

式中右侧最后一项同样可采用快速傅立叶变换技术加速, 因此 FFP + 积分时间比 FFP 增加约 1 倍 (但绝对时间增加较少)。

为便于直观判断 FFP + 对声源近场区域计算精度的改善程度, 采用自由空间球面波算例进行测试, 其声压具有精确 (Exact) 解 $P = e^{ikR}/R$, 其中 R 为声场点到声源点距离、波数 $k = 2\pi f/c$, 声源频率 $f = 150$ Hz。传播损失计算式为 $TL = -20 \lg |P|$ (单位: dB)。

分别采用式 (3) 波数积分 WI (离散参数与 FFP

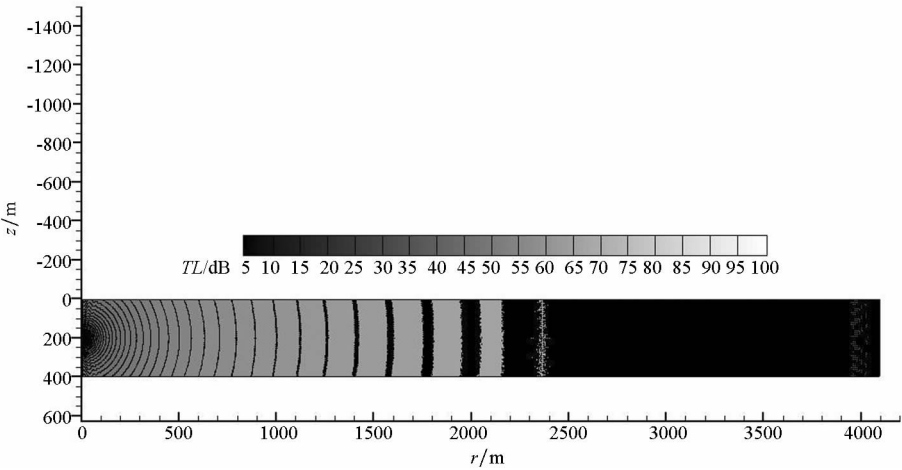


图 1 采用 FFP 方法计算所得自由空间球面波传播损失等值线 ($f = 150$ Hz)

Fig. 1 Transmission loss contour lines of spherical wave in free space calculated by FFP method ($f = 150$ Hz)

相同)、式(8)经典 FFP(Bessel 函数近似为 $J_0 \rightarrow \tilde{H}_0^{(1)}/2$)与式(16)改进模型 FFP + ($J_0 \rightarrow \tilde{J}_0$)计算所得的球面波传播损失等值线分别如图 2~4 所示。

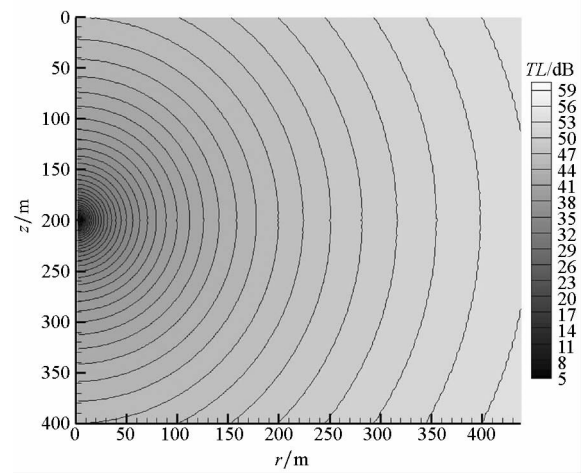


图 2 球面波传播损失等值线(波数积分法 WI)
Fig. 2 Transmission loss contour lines of spherical wave (WI)

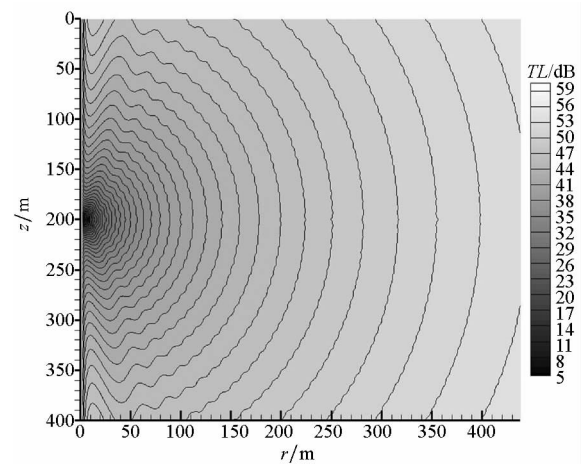


图 3 球面波传播损失等值线(经典快速场 FFP)
Fig. 3 Transmission loss contour lines of spherical wave (FFP)

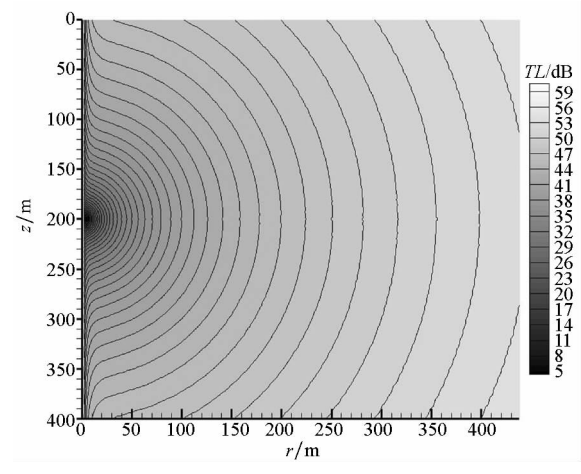


图 4 球面波传播损失等值线(改进模型 FFP +)
Fig. 4 Transmission loss contour lines of spherical wave (FFP +)

由图 2 可见,波数积分法所得传播损失等值线在各个传播方向均呈近乎完美的圆弧形,计算精度最高;由图 3 可见,经典快速场模型 FFP 在近场区域等值线严重偏离圆弧形,在远场区域偏离圆弧形的程度逐渐减小;由图 4 可见,改进模型 FFP + 在近场区域的等值线相对于 FFP 有了明显改善,而且远场区域的等值线已经接近光滑的圆弧形,但与波数积分法相比,FFP + 在对称轴附近仍存在较大误差。

为了更清晰地说明 WI、FFP 与 FFP + 模型在对称轴附近区域内的误差,分别取球面波算例声源(深度 200 m)下方 5 个波长(250 m)、10 个波长(300 m)与 15 个波长(350 m)三个深度 z_r 上的传播损失,如图 5~7 所示。由图可见,各深度上波数积分法解与精确解几乎重合,误差最小;FFP 解围绕精确解上下振荡,总体误差最大;FFP + 解除了在水平很近的距离内偏差较大外,随着距离的增加可快速靠近波数积分解,相比 FFP 有明显改善。

此外,取三个接收深度上 WI 解曲线与 FFP + 解曲线的相交点(cross point),并将此三个相交点定位在 FFP + 传播损失等值线云图上,如图 8 所示。由图可见,随着接收深度偏离声源深度越远,相交点的水平坐标越大;若将不同接收深度的相交点连接起来,可大致形成一条从声源点向下发出的射线。在此射线与对称轴($r=0$)、水平边界围成的三角形区域内(下文称其为“近场三角区”),FFP + 解偏离 WI 解;在此三角形区域外,FFP + 解逼近 WI 解。

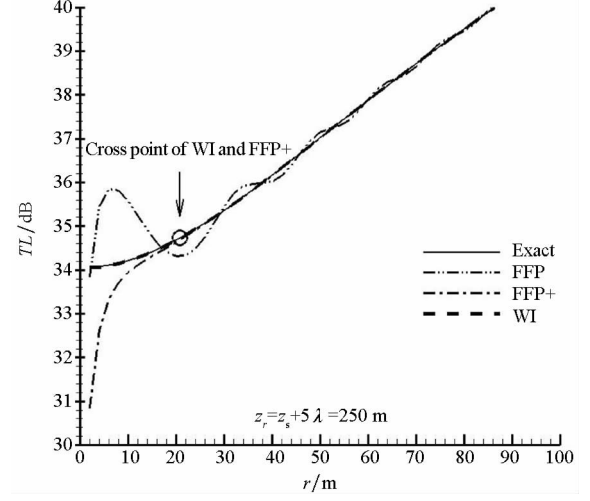


图 5 球面波传播损失曲线(接收深度 250 m)
Fig. 5 Transmission loss curves of spherical wave ($z_r = 250\text{ m}$)

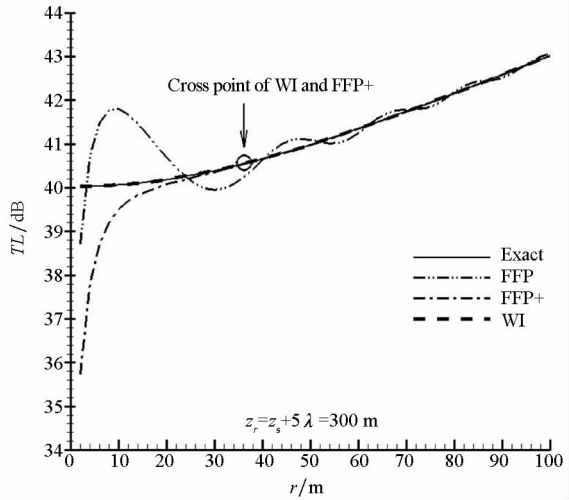


图 6 球面波传播损失曲线(接收深度 300 m)

Fig. 6 Transmission loss curves of spherical wave
($z_r = 300\text{ m}$)

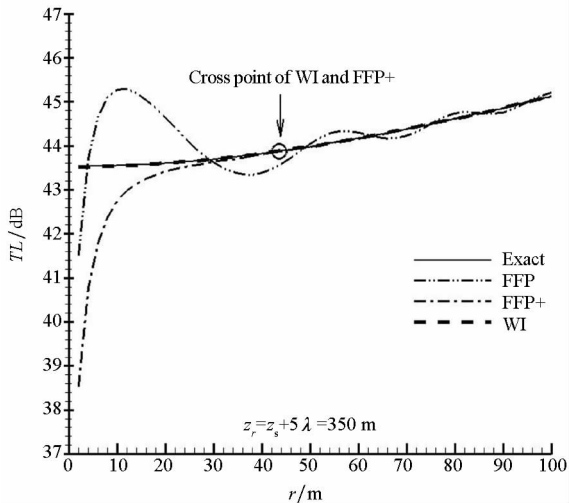


图 7 球面波传播损失曲线(接收深度 350 m)

Fig. 7 Transmission loss curves of spherical wave
($z_r = 350\text{ m}$)

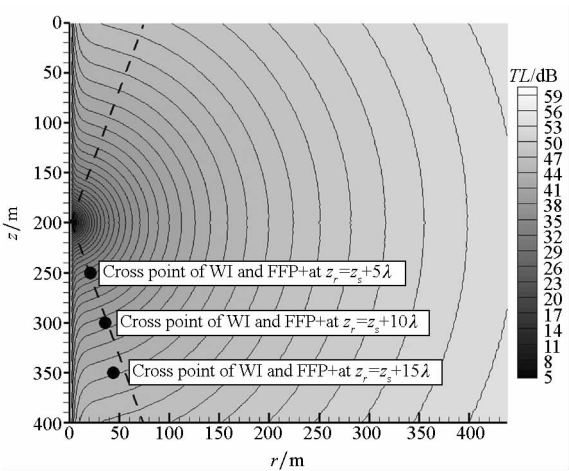


图 8 各接收深度上 WI 与 FFP+ 的传播损失曲线相交点位置

Fig. 8 Positions of transmission loss cross points of
WI and FFP+ at several receiver depths

2.2 近场三角区用 WI 解覆盖的改进模型 FFP++

由前文对 FFP+ 模型误差分布的分析可知, FFP+ 模型在近场三角区误差较大。因此考虑在 FFP+ 计算完所有声场点的声压之后, 进一步采用波数积分法计算并覆盖上下两个近场三角形区内声场点的声压(如图 9 所示), 并将此改进模型命名为 FFP++。由于近场三角区内的声场点数在所有声场点数中所占比例较小, 因此 FFP++ 相对于 FFP+ 额外增加的计算量较小。

图 9 中近场三角区开角 θ 是 FFP++ 的模型参数, 一般情况下, θ 值越大, 近场三角区面积越大, 采用精确 Bessel 函数的波数积分法计算区域也越大, 可相应提高近场计算精度, 但积分时间也相应增加; 反之, θ 值越小, 近场精度相应降低, 但积分时间也相应减少。由于水深、声速剖面、密度剖面、声源频率、声源位置、沉积层声学参数、沉积层厚度等因素对 FFP 类模型的近场误差分布均可能产生影响, 因此在采用 FFP++ 模型进行匹配场反演、海底参数反演等大批量水声场计算之前, 一般需要先采用波数积分与 FFP+ 模型进行试算及近场结果对比, 进而确定 θ 的合理取值。

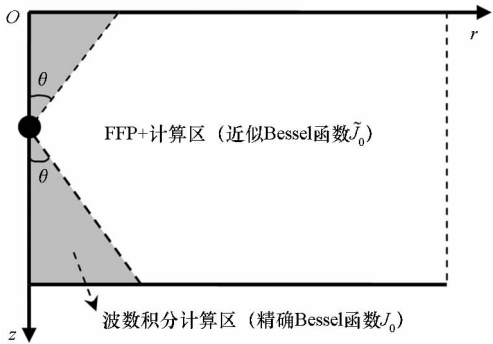


图 9 FFP++ 各区域计算方法示意

Fig. 9 Sketch of regional calculation
methods with FFP++

对前文球面波算例采用 FFP++ 获得的传播损失等值线如图 10 所示 ($\theta = 20^\circ$), 可见整体上已经与波数积分结果图 2 无明显差异。

3 综合性能测试

为了综合比较改进算法与原算法的积分时间与精度, 对五个经典海洋声学算例进行了积分时间测试与误差统计, 算例包括自由空间球面波 (#0)、Lloyd 镜像 (#1)、理想流体波导 (#2)、Pekeris 波导 - 刚性海底 (#3)、Pekeris 波导 - 等速海底 (#4)。除 #0 外, 其余算例声场区域结构与相同部分环境参数如图 11 所示, 不同环境参数见

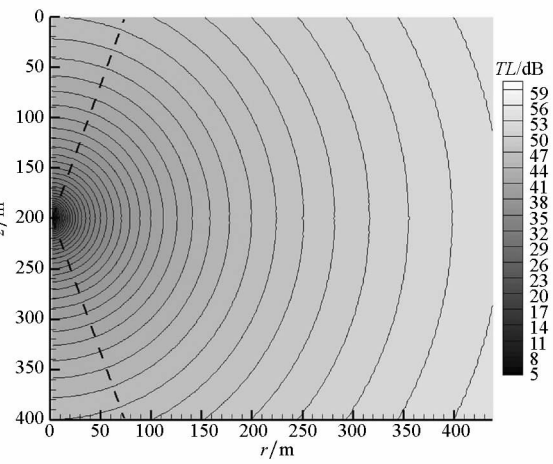


图 10 球面波传播损失等值线(改进模型 FFP++)

Fig. 10 Transmission loss contour lines of spherical wave (FFP++)

表 1。这些算例均满足镜像法使用条件,可采用镜像法计算结果作为参考解。

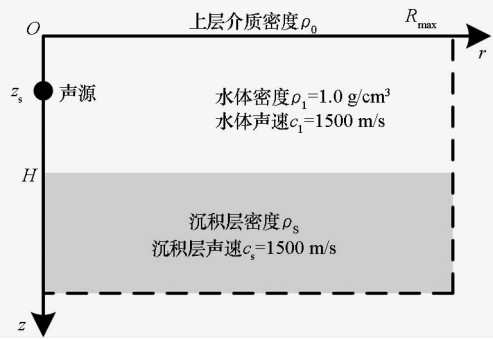


图 11 综合性能测试算例声场结构与环境参数

Fig. 11 Structure of the acoustic field and the environmental parameters of general test cases

表 1 算例参数汇总						
Tab. 1 General parameter table of test cases						
算例	$\rho_0 /$ (g/cm^3)	$\rho_s /$ (g/cm^3)	f/Hz	$R_{\max}/\text{m}$	H/m	z_s/m
#0	1	1	150	400	400	200
#1	0	1	150	500	500	25
#2	0	0	100	3000	100	36
#3	0	10^{100}	100	1000	100	25
#4	0	1.8	20	3000	100	36

积分离散参数: $M=2048$ 、 $k_{\max}=5k_0$ 、FFP++算法近场三角区开角 $\theta=20^\circ$ 。为了与 FFP 类模型进行性能对比,在采用相同离散参数(M 、 Δr 、 Δk_r 、 $k_{\max}$)的条件下也使用波数积分法(精确 Bessel 函数)进行了计算。传播损失计算式为 $TL=-20\lg|P|$ (单位: dB),传播损失均方根误

差计算式为 $RMS_{TL}=\sqrt{N^{-1}\sum|TL-TL_{\text{ref}}|^2}$,其中 N 为声场点总数, TL_{ref} 为采用镜像法计算所得的参考传播损失。

需要注意的是,由于 FFP 类模型在声场水平距离最远处 Hankel 近似函数的波数采样频率过低、数值误差较大,因此需要去除后面一段声场,即只统计 $r < R_{\max}$ 的声场误差。各算法积分时间与传播损失均方根误差见表 2。

表 2 模型积分时间与传播损失均方根误差

Tab. 2 Integration time cost and root mean square errors of transmission loss

算例	FFP		FFP+		FFP++		波数积分	
	时间/ s	误差/ dB	时间/ s	误差/ dB	时间/ s	误差/ dB	时间/ s	误差/ dB
#0	0.73	0.297	1.45	0.358	2.22	0.018	79.5	0.014
#1	0.90	0.278	1.84	0.179	2.89	0.031	86.7	0.040
#2	0.14	0.180	0.28	0.181	0.30	0.174	22.9	0.156
#3	0.16	0.410	0.27	0.245	0.33	0.195	19.4	0.192
#4	0.03	0.232	0.06	0.199	0.06	0.199	9.24	0.197

由表 2 可见:①在不同算例下,波数积分法总体上误差最小(精度最高)、积分时间最长;②FFP 算法积分时间最短,总体上误差较大;③FFP++算法误差与波数积分法同量级(相对于 FFP、FFP+计算精度明显提高),积分时间比波数积分法少 1~2 个量级。

4 结论

1)快速场与波数积分法的深度方程求解算法相同,积分过程中快速场将波数积分法中的精确 Bessel 函数近似为指数函数,并对积分离散参数进行了三个限定:水平距离离散点数与波数离散点数 M 相同、 M 为 2 的整数次幂和 $\Delta r\Delta k_r=2\pi/M$ 。

2)影响经典快速场 FFP 模型精度的因素主要有三个方面:①采用远场近似 Bessel 函数;②忽略内行波项;③在声场较远水平距离处 Hankel 近似函数的波数采样频率过低,数值误差较大(计算后需去除后面一段声场)。

3)在 FFP 的基础上,采用远场近似 Bessel 函数(FFP+)、再将近场三角区用波数积分分解覆盖(FFP++)可提高近场精度。综合测试结果表明:与经典 FFP 相比,FFP++可在绝对时间增加较少的情况下,显著提高近场计算精度,综合性能

更优;与波数积分法相比,FFP++在误差为同量级的情况下,积分时间大幅降低,实际应用价值更高。

参考文献 (References)

[1] 杨坤德. 水声阵列信号的匹配场处理[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2008.
YANG Kunde. Matching field processing of underwater acoustic array signal[M]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press, 2008. (in Chinese)

[2] 笪良龙. 海洋水声环境效应建模与应用[M]. 北京: 科学出版社, 2012.
DA Lianglong. Modeling and application of underwater acoustic environmental effect[M]. Beijing: Science Press, 2012. (in Chinese)

[3] Dinapoli F R. Fast field program for multilayered media; NUSC Report No. 4103 [R]. Naval Underwater Systems Center, 1971.

[4] Li Y L, White M J. A note on using the fast field program[J]. Journal of the Acoustical Society of America, 1994, 95(6): 3100–3102.

[5] Lee S W, Bong N, Richards W F. Impedance formulation of the fast field program for acoustic wave propagation in the atmosphere[J]. Journal of the Acoustical Society of America, 1986, 79(3): 628–634.

[6] 祝捍皓, 朴胜春, 张海刚. 快速场(FFP)算法反演海底参数研究[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2012, 33(5): 648–652, 659.

ZHU Hanhao, PIAO Shengchun, ZHANG Haigang. The research for seabed parameters inversion with fast field program (FFP) [J]. Journal of Harbin Engineering University, 2012, 33(5): 648–652, 659. (in Chinese)

[7] 张翼鹏, 马远良, 李蓉艳, 等. 用快速场(FFP)分析空气中声源在水下产生的声场[J]. 声学技术, 2004, 23(z1): 106–109.
ZHANG Yipeng, MA Yuanliang, LI Rongyan, et al. Analysis of the air-to-water sound transmission with fast field program[J]. Technical Acoustics, 2004, 23(z1): 106–109. (in Chinese)

[8] 邱宏安, 王主威, 张翼鹏, 等. 基于改进的快速场模型的空气声源跨越空-水界面辐射声场仿真[J]. 西北工业大学学报, 2012, 30(6): 814–819.
QIU Hongan, WANG Zhuwei, ZHANG Yipeng, et al. Improving simulation method for acoustic field of underwater transmission excited by airborne source [J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2012, 30(6): 814–819. (in Chinese)

[9] 骆文于, 于晓林, 张仁和. 一种可稳定计算 Pekeris 波导中声场的波数积分方法[J]. 声学学报, 2016, 41(3): 321–329.
LUO Wenyu, YU Xiaolin, ZHANG Renhe. Numerically stable, wavenumber-integration-based solution of acoustic field in a Pekeris waveguide [J]. Acta Acustica, 2016, 41(3): 321–329. (in Chinese)

[10] Jensen F B, Kuperman W A, Porter M B, et al. Computational ocean acoustics [M]. 2nd ed. New York: Springer, 2011.

(上接第 167 页)

[13] Echard B, Gayton N, Lemaire M. AK-MCS: an active learning reliability method combining Kriging and Monte Carlo simulation[J]. Structural Safety, 2011, 33(2): 145–154.

[14] Zhao H L, Yue Z F, Liu Y S, et al. An efficient reliability method combining adaptive importance sampling and Kriging metamodel [J]. Applied Mathematical Modelling, 2015, 39(7): 1853–1866.

[15] Jones D R, Schonlau M, Welch W J. Efficient global optimization of expensive black-box functions[J]. Journal of Global Optimization, 1998, 13(4): 455–492.

[16] 夏露, 王丹, 张阳, 等. 基于自适应代理模型的气动优化方法[J]. 空气动力学学报, 2016, 34(4): 433–440.
XIA Lu, WANG Dan, ZHANG Yang, et al. Aerodynamic optimization method based on adaptive surrogate model[J].

Acta Aerodynamica Sinica, 2016, 34(4): 433–440. (in Chinese)

[17] 尹晓伟, 钱文学, 谢里阳. 系统可靠性的贝叶斯网络评估方法[J]. 航空学报, 2008, 29(6): 1482–1489.
YIN Xiaowei, QIAN Wenxue, XIE Liyang. A method for system reliability assessment based on Bayesian networks[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2008, 29(6): 1482–1489. (in Chinese)

[18] 袁朝辉, 崔华阳, 侯晨光. 民用飞机机电液舵机故障树分析[J]. 机床与液压, 2006(11): 221–223.
YUAN Chaohui, CUI Huayang, HOU Chenguang. Fault tree analysis of civil aircraft electro-hydraulic actuator [J]. Machine Tool & Hydraulics, 2006(11): 221–223. (in Chinese)