

## 考虑禁飞区的高超声速飞行器再入跟踪控制\*

官梓丰<sup>1</sup>, 刘刚<sup>1</sup>, 宋睿<sup>2</sup>, 吴玉彬<sup>1</sup>, 蔡光斌<sup>1</sup>

(1. 火箭军工程大学核工程学院, 陕西西安 710025; 2. 火箭军士官学校测试控制系, 山东青州 262500)

**摘要:**为确立高超声速飞行器再入精确模型,参考 NASA 的研究数据对动力学方程中的气动参数进行拟合。基于飞行器结构的相关性质及战略应用背景,加入热流密度、动压、过载和禁飞区等参考约束的限制,融合成强非线性、复杂耦合的最优控制问题。采用改进自适应伪谱法求解模型所构建的微分方程组,通过设置自适应网格细化与配点,使单位时间内状态变量和控制变量波动过大的时间区间被进一步细划,并利用 SNOPT 求解器解算出符合条件的最优轨迹。设计闭环控制器,实现对最优轨迹的姿态变化的跟踪,测试系统的性能并进行评估。仿真结果表明:整个再入过程中,飞行器速度下降过程偏于平稳,再入轨迹可以满足约束条件,在避开禁飞区的同时取得最大横向航程;三通道角速度收敛可控,对姿态的跟踪较理想,控制器基本可以实现精确调姿。

**关键词:**高超声速飞行器;再入段;最优控制;自适应伪谱法;姿态跟踪

**中图分类号:**TJ760 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2020)01-066-07

## Reentry tracking control of hypersonic vehicle with fly zone constraints

GONG Zifeng<sup>1</sup>, LIU Gang<sup>1</sup>, SONG Rui<sup>2</sup>, WU Yubin<sup>1</sup>, CAI Guangbin<sup>1</sup>

(1. School of Nuclear Engineering, Rocket Force University of Engineering, Xi'an 710025, China;

2. Department of Test Control, Rocket Force Sergeant School, Qingzhou 262500, China)

**Abstract:** In order to establish the accurate reentry model of hypersonic vehicle, the aerodynamic parameters of the dynamic equation were fitted according to NASA's research data. Based on the physical properties and the practical application of the aircraft material, the constraints of heat flow, overload, dynamic pressure and fly zone constraints were set up, and the nonlinear multi-coupling optimal control problem was formed. The hp-adaptive pseudospectral method was used to transform the model. Through the mesh refinement process, the time interval of the larger change of state was further subdivided, and the optimal trajectory of the condition was calculated by using the SNOPT solver solution. A closed loop controller was designed to track the trajectory changes of the optimal trajectory, and to test the performance of the system and to evaluate it. The simulation results showed that during the whole reentry process, the speed decline process of the aircraft is stationary, the reentry trajectory can satisfy the constraint conditions, and the maximum transverse range is obtained while avoiding the no flight area. The angular velocity of the three channels is convergent and controllable, and the tracking of the attitudes is ideal. Above all, the controller can basically adjust the posture.

**Keywords:** hypersonic vehicle; reentry stage; optimal control; adaptive pseudospectral method; attitude tracking

近几年来,关于多约束高超声速滑翔飞行器姿态控制问题已成为国内外研究的一个重点<sup>[1]</sup>。而我国在高超声速滑翔飞行器及其再入技术领域已经取得了迅猛发展,但在试验演习和实战化应用方面仍有一定的差距。滑翔飞行器进入再入阶段后,不仅需要考虑到动压、过载、热流密度等约束从而对轨迹进行规划,还必须结合实际打击环境进行避障与突防<sup>[2]</sup>。最新的制导方法都可以较为完善地应对再入飞行中发生的各类情况,但对于高超声速滑

翔飞行器来说,要发挥出其重要的战略突防性能,除却要考虑到相关制导方法涵盖的因素,还必须能保证绕过具有地理敏感属性的空域<sup>[3]</sup>。现今对于禁飞区与飞行器突防的研究仍然相对较浅<sup>[4-5]</sup>。

通过建立高超声速滑翔飞行器再入段的物理模型,将轨迹优化中的过程约束和终端约束考虑在内,使得整个航程满足禁飞区约束,并尽可能优化控制量是轨迹优化与跟踪控制问题的核心。此问题模型的非线性程度强,且复杂度高,常规的变

\* 收稿日期:2018-07-05

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61773387)

作者简介:官梓丰(1994—),男,辽宁大连人,博士研究生,E-mail:chlorophyllb@163.com;

刘刚(通信作者),男,教授,博士,博士生导师,E-mail:1214790753@qq.com

分法、极大值原理等解析法难以快速求解出最优解,所以一般利用数值法求解轨迹优化与制导控制问题<sup>[6]</sup>。文献[4]完整介绍了伪谱法作为直接法的典型代表方法,采用了 Gauss 积分规则的基本原理,而后利用 Chebyshev 多项式或者 Legendre 多项式产生配点,最后对系统进行插值处理<sup>[7-8]</sup>。

采用 hp-Radau 自适应伪谱法将整个时间区间分区并进行网格细化,同时避免区间中产生过于细密的网格以及难以解算的高次复杂多项式<sup>[9]</sup>,综合评估网格化密度和插值多项式的幂次,保证系统不仅可以快速收敛,还能够满足既定的精度要求<sup>[10]</sup>。此种方法可以降低初始条件估计区间误差对结果的影响,将最优控制问题转化为等价的线性规划问题<sup>[11-12]</sup>。本文经过快速轨迹优化,设计闭环反馈控制器以实现系统状态的跟踪,通过仿真计算结果计算状态量实时误差,利用积分法设立误差评判标准,评估模型性能得出结论。

## 1 再入模型构建与控制器设计

### 1.1 滑翔飞行器再入运动学模型

高超声速滑翔飞行器再入过程中会受到诸多的约束限制,控制系统通道间的耦合现象也较为突出,模型的非线性属性较强,其动态变化可由一组非线性微分方程表征<sup>[6,13]</sup>。在模型构建中忽略地球的扁率,视其为均匀光滑的球体,可得出滑翔飞行器再入过程中的位置变化方程。

$$\begin{cases} \dot{x} = v \cos \zeta \cos \xi \\ \dot{y} = v \cos \zeta \sin \xi \\ \dot{z} = v \sin \zeta \end{cases} \quad (1)$$

式中, $x, y, z$  分别为飞行器在再入坐标系下的  $x, y, z$  轴向所对应的位置分量, $v$  是飞行器的线速度, $\zeta$  为航迹倾角, $\xi$  为航迹偏角。

飞行器的速度、航迹偏角和航迹倾角的一次微分满足:

$$\begin{cases} \dot{v} = -g \sin \zeta - \frac{QSK_D}{m} + \Omega^2 r \cos \varphi (\sin \zeta \cos \varphi - \cos \zeta \sin \varphi \cos \xi) \\ \dot{\zeta} = \frac{1}{v} \left[ -g \cos \zeta + \frac{QS}{m} (K_L \cos \sigma - K_Y \cos \sigma) + 2\Omega v \cos \varphi \sin \xi + \Omega^2 r \cos \varphi (\cos \zeta \cos \varphi + \sin \zeta \sin \varphi \cos \xi) \right] \\ \dot{\xi} = \frac{1}{v} \left[ \frac{QS}{m \cos \zeta} (K_L \cos \sigma + K_Y \sin \sigma) - 2\Omega v (\tan \zeta \cos \varphi \cos \xi - \sin \varphi) + \frac{\Omega^2 r}{\cos \zeta} \sin \varphi \cos \varphi \sin \xi \right] \end{cases} \quad (2)$$

式中: $Q, S, g, m, \varphi$  和  $\sigma$  分别代表飞行器的动压、参考面积、当前位置重力加速度、质量、纬度和倾侧角; $K_D, K_L, K_Y$  分别是拟合而成的飞行器阻力系数、升力系数和侧向力系数,其数值一般与飞行器运行的马赫数和攻角相关; $\Omega = 7.292 \times 10^{-5}$  rad/s,为地球的自转角速度。

飞行器的运动学方程可以表示为:

$$\begin{cases} \dot{\sigma} = (p \cos \alpha + r \sin \alpha) \sec \beta + \frac{QSK_L}{mv} (\tan \zeta \sin \sigma + \tan \beta) + \frac{QSK_Y}{mv} \tan \zeta \cos \sigma - \frac{g}{v} \cos \zeta \cos \sigma \tan \beta \\ \dot{\alpha} = q - \tan \beta (p \cos \alpha + r \sin \alpha) + \frac{mg \cos \zeta \cos \sigma - QSK_L}{mv \cos \beta} \\ \dot{\beta} = -r \cos \alpha + p \sin \alpha + \frac{QSK_Y + mg \cos \zeta \sin \sigma}{mv} \end{cases} \quad (3)$$

式中: $\alpha$  和  $\beta$  是系统的控制量,分别为再入飞行器的攻角与侧滑角; $p, q, r$  分别是再入飞行器的滚转方向角速度、俯仰方向角速度和偏航方向角速度<sup>[11]</sup>。

飞行器的动力学方程可以表示为:

$$\begin{cases} \dot{p} = \frac{QSBK_1}{I_{xx}} \\ \dot{q} = \frac{QSBK_m + (I_{zz} - I_{xx})pr}{I_{yy}} \\ \dot{r} = \frac{QSBK_n + (I_{xx} - I_{yy})pq}{I_{zz}} \end{cases} \quad (4)$$

式中, $b$  为飞行器的翼展长度, $I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}$  分别是再入飞行器相对于  $x, y, z$  轴向的转动惯量, $K_1, K_m, K_n$  分别是通过风洞试验得出的或是拟合而成的滚转、俯仰、偏航乘子系数。

### 1.2 限制优化问题的约束条件

为使控制问题尽可能切合实际飞行任务要求,在轨迹优化与制导问题中加入禁飞区约束。禁飞区是指飞行器禁止通过的空中区域,比如防空识别区、导弹拦截区等<sup>[14]</sup>,在优化轨迹的时候必须要绕过禁飞区。

通过分析禁飞区约束的性质<sup>[15]</sup>,设定禁飞区即路径约束为:

$$C(x(t), u(t), t) \leq 0, t \in [t_0, t_f] \quad (5)$$

通常情况下,热流密度、动压和过载被认定是路径约束的一部分,通过不等式组的形式给出<sup>[16-17]</sup>,其表达式可以按照通用标准定义,也可根据飞行器结构特性来单独定义。对于不同的飞行器外形与材料,以及不同的飞行任务会有不同的约束指标,在此不再赘述。

### 1.3 优化指标

航迹参数的变化对于规避禁飞区有直接的影响,因而严格控制有关航程参数相对重要。为使滑翔飞行器在再入段获得最大的横向航程,则确定系统的目标函数为:

$$J = \max \frac{x}{r_e + h} \quad (6)$$

式中,  $x$  即式(1)中飞行器的位置分量,  $r_e$  为地心距,  $h$  表示飞行器的海拔高度, 则  $\frac{x}{r_e + h}$  可以表示飞行器运行航程所通过的纬度值。设定此目标函数可以使该方向的位置分量保持最大, 即能够令高超声速飞行器在滑翔过程中取得最大横向航程。

## 2 问题转化与求解策略

### 2.1 自适应网格细化方法

数值法求解最优控制问题要先对系统进行时域转换。其中, 通过伪谱法求解需要将控制系统的时域映射到  $[-1, 1]$ , 所以先对原时域做相应转换。汲取 hp 有限元方法的优点, hp 自适应伪谱法将时域分成了多个子区间, 再将每个子区间上的最优控制问题分别转换为非线性规划 (NonLinear Programming, NLP) 问题求解<sup>[18]</sup>。选取  $K-1$  个配点, 将最优控制问题的整体运行时间即  $t \in [t_0, t_f]$  分成  $K$  个子时间区间, 将每个子区间的时间定义域  $[t_k, t_{k+1}]$  转换到区间  $[-1, 1]$  上, 来满足 Legendre 正交多项式的定义区间<sup>[6]</sup>。

$$\tau = \frac{2t - t_{k+1} - t_k}{t_{k+1} - t_k}, \tau \in [-1, 1] \quad (7)$$

而后进行配点和离散化。所采用的配点为勒让德-高斯-拉道 (LGR) 点, 即对于每个子区间, 选取其 Legendre 正交多项式一阶导数的根和  $\tau = -1, 1$  两点。对第  $k$  个子区间, 选取  $N^{(k)}$  个 LGR 节点  $\tau_i^{(k)}$  ( $i = 0, 1, \dots, N^{(k)}$ ), 从而构成  $N^{(k)}$  阶 Lagrange 插值多项式。

通过这种方法可以将最优控制问题转换为非线性规划问题, 可以利用稀疏非线性优化器 (Sparse Nonlinear OPTimizer, SNOPT) 算法求解此类问题。

设  $[t_{k-1}, t_k]$  为第  $k$  个子区间。取相邻配点之间的中点, 以式(8)所示准则来评估误差。

$$\varepsilon^{(k)} = \sum_{i=0}^{N^{(k)}} \left| \mathbf{x}(\tau_n^{(k)}) \mathbf{D}_{j_i}^{(k)} - \left( \frac{t_k - t_{k-1}}{2} \right) \cdot \left. \begin{array}{l} f(\mathbf{x}(\tau_n^{(k)}), \mathbf{u}(\tau_n^{(k)})) \end{array} \right| \quad (8)$$

式中,  $\tau_n^{(k)}$  ( $n = 1, \dots, N_k - 1$ ) 为第  $k$  个相邻配点之间的中点,  $\mathbf{x}(\tau_n^{(k)})$  为该点的状态向量,  $\mathbf{u}(\tau_n^{(k)})$  为该点的控制向量,  $\mathbf{D}_{j_i}^{(k)}$  为微分矩阵, 表示各 Lagrange 基函数在各 LGR 配点处的微分值。在执行 SNOPT 算法前, 要预先设定误差阈值  $\varepsilon$ , 若  $\varepsilon^{(k)}$  中有大于  $\varepsilon$  的元素, 就要在该区间内添加新的若干个配点, 而后重新判定区间内的误差, 直到  $\varepsilon^{(k)}$  中的所有元素全部小于  $\varepsilon$ 。

$\mathbf{x}^{(k)}$  表示在第  $k$  个区间内轨迹的状态。设  $\rho$  为判断实施细化标准的标量。若该状态所对应的曲率小于  $\rho$ , 则认为该区间内的轨迹相对平滑, 如果这个区间的精度不满足要求, 则可以通过增加区间中的配点数来提升精度, 即利用“p 法”来提升求解精度; 若存在大于  $\rho$  的元素, 则认定该区间的轨迹不平滑, 要通过细化区间网格的方式提升精度, 即采用“h 法”来提升求解精度。

### 2.2 反步法求解控制策略

在得出最优轨迹的同时, 飞行器再入的全时状态量也可以同步解算, 进而得出三通道输出信号, 控制副翼、方向舵和升降舵的运行。

式(3)可以表示为:

$$\dot{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{f}_1 + \mathbf{g}_1 \mathbf{x}_2 \quad (9)$$

式中,  $\mathbf{f}_1 = [f_\sigma \ f_\alpha \ f_\beta]^T$ ,  $\mathbf{x}_1 = [\sigma \ \alpha \ \beta]^T$ ,  $\mathbf{x}_2 = [p \ q \ r]^T$ ,  $\mathbf{g}_1 = \begin{bmatrix} \sec\beta\cos\alpha & 0 & \sec\beta\sin\alpha \\ -\tan\beta\cos\alpha & 1 & -\tan\beta\sin\alpha \\ \sin\alpha & 0 & -\cos\alpha \end{bmatrix}$ , 且

$$f_\sigma = \frac{QSK_L}{mv} (\tan\zeta\sin\sigma + \tan\beta) + \frac{QSK_Y}{mv} \tan\zeta\cos\sigma - \frac{g}{v} \cos\zeta\cos\sigma\tan\beta, \quad f_\alpha = \frac{mg\cos\zeta\cos\sigma - QSK_L}{m\cos\beta}, \quad f_\beta = \frac{QSK_Y + mg\cos\zeta\sin\sigma}{mv}.$$

式(4)可以表示为:

$$\dot{\mathbf{x}}_2 = \mathbf{f}_2 + \mathbf{g}_2 \mathbf{u} \quad (10)$$

式中,  $\mathbf{f}_2 = [f_p, f_q, f_r]^T$ ,  $\mathbf{u} = [\delta_a, \delta_e, \delta_r]^T$ ,  $\mathbf{g}_2 = \begin{bmatrix} \frac{QS_r \bar{b} K_{1, \delta_a}}{I_{xx}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{QS_r \bar{b} K_{m, \delta_e}}{I_{yy}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{QS_r \bar{b} K_{n, \delta_r}}{I_{zz}} \end{bmatrix}$ 。

由此可以设计控制回路, 构建姿态控制器模型, 如图 1 所示。

下面运用 Backstepping 的方式设计控制  $\mathbf{u}$ , 实现对前一阶段得出的参考控制量  $[\sigma_d, \alpha_d, \beta_d]$  进

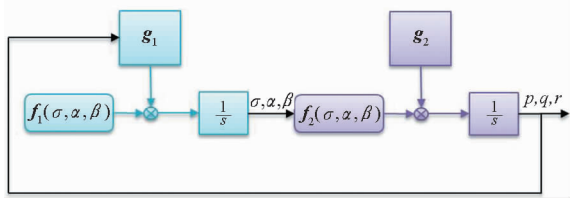


图 1 跟踪控制器结构图

Fig. 1 Structure of tracking control system

行跟踪。Backstepping 法又称作反演、反推、反步法,其基本思路是根据系统的阶数,分为若干步骤来实现控制,最终实现对系统目标输出的控制,对于二阶及以上系统的控制优势明显。在分步设计中,需要设计合适的 Lyapunov 函数,设计每一步的虚拟控制函数需要保证 Lyapunov 函数一阶导数负定,得到的虚拟控制函数即为下一阶次的控制信号。从控制系统微分方程组的最低阶次开始递归,直到最后一步设计出最终的控制方案。

考虑以下系统,其中  $g_1, g_2$  均可逆。

$$\dot{x}_1 = f_1 + g_1 x_2$$

$$\dot{x}_2 = f_2 + g_2 u$$

$$y = x_1$$

定义误差变量  $z_1 = x_1 - \xi_d, \xi_d$  为给定的标准状态量,对变量  $z_1$  求导可得:

$$\dot{z}_1 = f_1 + g_1 x_2 - \dot{\xi}_d \quad (11)$$

取 Lyapunov 函数  $V_1 = \frac{z_1^T z_1}{2}$ ,对其求导可得:

$$\dot{V}_1 = z_1^T \dot{z}_1 = z_1^T (f_1 + g_1 x_2 - \dot{\xi}_d) \quad (12)$$

令  $x_2 = z_2 + x_{2d}$ ,得:

$$\dot{V}_1 = z_1^T [f_1 + g_1 \cdot (z_2 + x_{2d}) - \dot{\xi}_d] \quad (13)$$

构造  $x_{2d} = g_1^{-1} \cdot (-c_1 z_1 + \dot{\xi}_d - f_1)$ ,其中,  $c_1 > 0$ 。则有:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= z_1^T \{f_1 + g_1 \cdot [z_2 + g_1^{-1} \cdot (-c_1 z_1 + \dot{\xi}_d - f_1)] - \dot{\xi}_d\} \\ &= z_1^T (f_1 + g_1 z_2 - c_1 z_1 + \dot{\xi}_d - f_1 - \dot{\xi}_d) \\ &= z_1^T g_1 z_2 - z_1^T c_1 z_1 \\ &= -c_1 \|z_1\|^2 + z_1^T g_1 z_2 \end{aligned} \quad (14)$$

令  $V_2 = V_1 + \frac{z_2^T z_2}{2}$ ,则

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \dot{V}_1 + z_2^T \dot{z}_2 \\ &= -c_1 \|z_1\|^2 + z_1^T g_1 z_2 + z_2^T f_2 + z_2^T g_2 u - z_2^T \dot{x}_{2d} \\ &= -c_1 \|z_1\|^2 + z_2^T (g_1^T z_1 + f_2 + g_2 u - \dot{x}_{2d}) \end{aligned} \quad (15)$$

构造  $u = g_2^{-1} (-f_2 - c_2 z_2 - g_1^T z_1 + \dot{x}_{2d})$ ,其中,  $c_1 > 0, c_2 > 0$ 。则有:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= -c_1 \|z_1\|^2 + z_1^T g_1 z_2 + z_2^T f_2 + z_2^T g_2 g_2^{-1} (-f_2 - \\ & c_2 z_2 - g_1^T z_1 + \dot{x}_{2d}) - z_2^T \dot{x}_{2d} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= -c_1 \|z_1\|^2 + z_1^T g_1 z_2 + z_2^T f_2 + z_2^T (-f_2 - c_2 z_2 - \\ & g_1^T z_1 + \dot{x}_{2d}) - z_2^T \dot{x}_{2d} \\ &= -c_1 \|z_1\|^2 - c_2 z_2^T z_2 \\ &= -c_1 \|z_1\|^2 - c_2 \|z_2\|^2 \leq 0 \end{aligned} \quad (16)$$

从式(16)可以看出,选取的 Lyapunov 函数一阶导数负定,中间变量  $z_1$  和  $z_2$  都为有界的,使得变量  $x_1$  和  $x_2$  对参考信号  $[\sigma_d, \alpha_d, \beta_d]$  的跟踪误差在可控的范围内,算法实现了对参考信号  $[\sigma_d, \alpha_d, \beta_d]$  的跟踪。

### 3 仿真试验

#### 3.1 条件与约束

##### 3.1.1 初始条件

飞行器再入的初速度  $v_0 = 7.8 \text{ km/s}$ ,再入高度  $h_0 = 80 \text{ km}$ ,初始航迹倾角  $\zeta_0 = 0^\circ$ ,初始航迹偏角  $\xi_0 = 90^\circ$ 。各个方向的初始角速度分量均设为零。

##### 3.1.2 禁飞区约束

根据实际飞行空域识别区限制条件,以飞行器再入点对地面的投影点为原点建立坐标系,设计如式(17)所示的类圆柱形禁飞区域。

$$\begin{cases} \frac{(lon - 25)^2}{3^2} + \frac{(lat - 5)^2}{3^2} = 1 \\ 0 \leq h \leq 80 \end{cases} \quad (17)$$

式中,lon 代表经度,lat 代表纬度,h 为高度。

##### 3.1.3 终端约束

$$v_f = 800 \text{ m/s}, h_f = 25 \text{ km}, \zeta_f = 0^\circ, \xi_f = 90^\circ。$$

##### 3.1.4 过程约束

在飞行器再入的全过程中,定义法向过载最大值  $n_{\max} = 2.5g$ ,热流率最大值  $Q = 1.2 \times 10^6 \text{ W/m}^2$ 。

#### 3.2 仿真结果与分析

采用上述已知条件,利用 hp-Radau 自适应伪谱法对再入飞行问题进行解算,仿真实验在 MATLAB2018a 软件中运行,设定配点精度为  $1 \times 10^{-6}$ 。

通过轨迹优化,可以得出高超声速飞行器运行的最优轨迹,进而得出最优轨迹高度变化曲线,如图 2 所示。

飞行轨迹呈跳跃式,相较于平滑下降的“钱学森”弹道,其能耗更小,可以增加飞行航程。不仅如此,飞行器在稠密与稀薄的大气层交替穿行,可以减少滑行过程中的热能损耗,使得最优控制问题中的热能约束更容易被满足,最优解的选择更宽泛。整个飞行过程中,飞行器速度下降过程

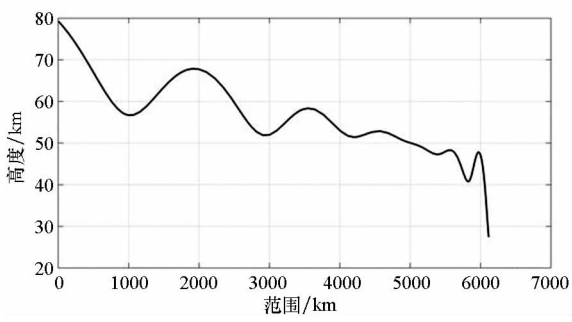


图 2 再入高度曲线

Fig. 2 Reentry height curve

偏于平稳,除此之外,遵循这种飞行方案可以保证其热流密度不会出现间歇尖峰,有利于保护飞行器的本体结构不被损坏。

最优轨迹的控制量(攻角)变化如图 3 所示。

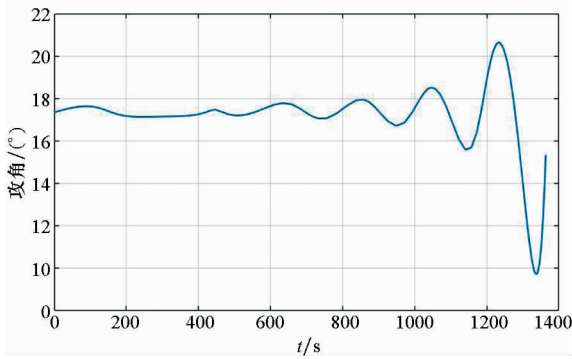


图 3 攻角变化曲线

Fig. 3 Curve of AOA

使用倾斜转弯(Bank To Turn, BTT)飞行控制模式,即在航迹坐标系中,设定攻角与侧滑角为控制量,全程攻角控制在  $25^\circ$  以内,使得三通道控制信号耦合程度尽量轻微,从而容易有效实现系统控制。

加入禁飞区约束后,其飞行轨迹将要做出必要调整,原始轨迹与优化后的飞行轨迹如图 4、图 5 所示。

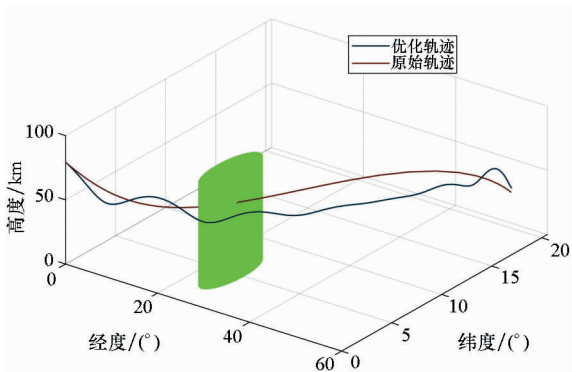


图 4 优化前后轨迹立体图

Fig. 4 Trajectory stereogram before and after optimization

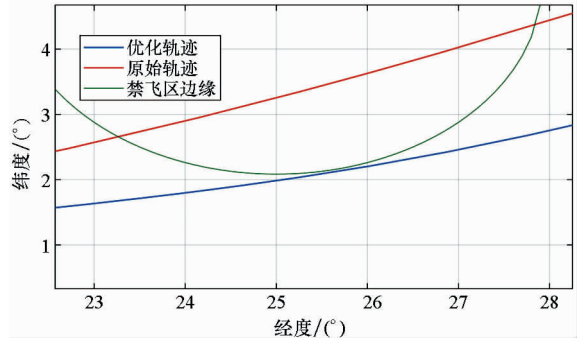


图 5 优化前后轨迹局部平面图

Fig. 5 Trajectory partial layout before and after optimization

由图 4 和图 5 可知,飞行器沿着优化轨迹飞行即可避开禁飞区,达成优化指标的同时完成突防任务。

根据状态量与控制量的动态关系,可以得出滚转、俯仰、偏航三通道的角速度,进而导出副翼、方向舵和升降舵的控制信号,如图 6 所示。

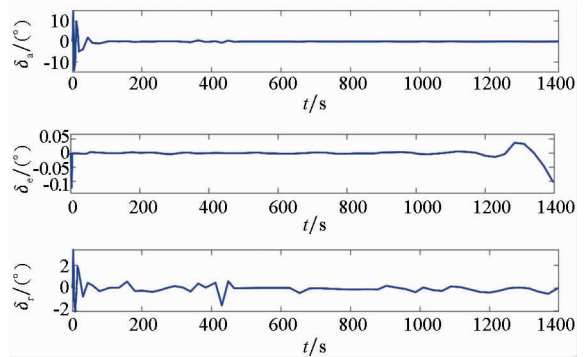


图 6 副翼、方向舵和升降舵的控制信号

Fig. 6 Control signals of aileron, rudder and elevator

以此控制信号对三自由度角速度进行跟踪,跟踪情况如图 7~9 所示。

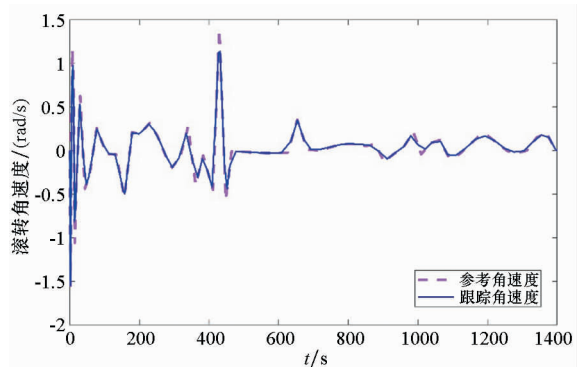


图 7 滚转角速度的跟踪情况

Fig. 7 Tracking of rolling angular velocity

由图 7~9 可知,系统对三个自由度的角速度变量能够有效实现实时跟踪,系统设立的采

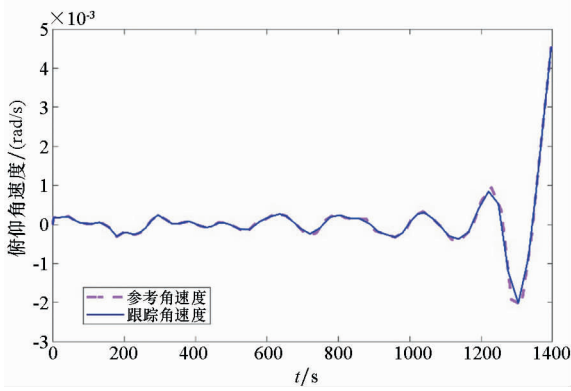


图 8 俯仰角速度的跟踪情况

Fig. 8 Tracking of pitch angular velocity

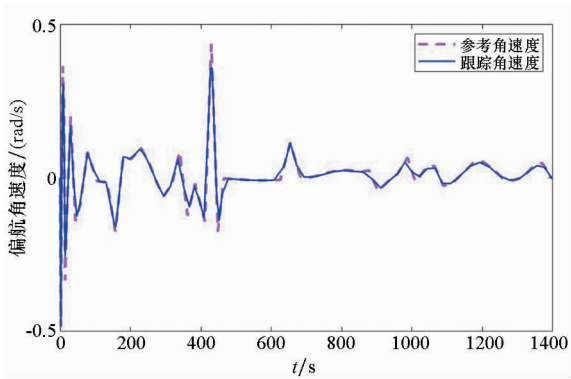


图 9 偏航角速度的跟踪情况

Fig. 9 Tracking of yaw angular velocity

样时间间隔约为 40 s,由控制信号控制得到的角速度误差因素主要来自目标采样和控制信号时间传导。

对攻角和倾侧角的跟踪效果如图 10、图 11 所示。

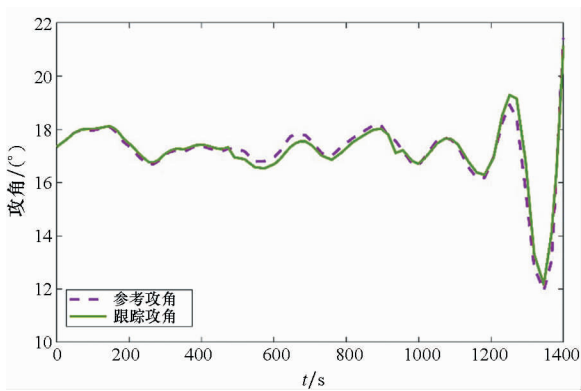


图 10 攻角的跟踪情况

Fig. 10 Tracking of angle of attack

由图 10、图 11 可以看出,跟踪控制器已经实现对于系统控制变量的实时跟踪。在系统存在干扰的情况下,依然可以完成正常输出,保证高超声速飞行器再入的姿态稳定。跟踪信号的攻角变化较小,因而与之对应的俯仰角速度会相对较小,由

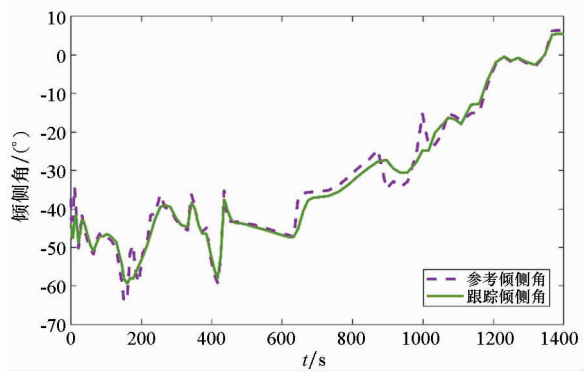


图 11 倾侧角的跟踪情况

Fig. 11 Tracking of bank angle

于采样时刻俯仰角速度的突变量较小,所以系统对攻角的跟踪效果较好;而倾侧角与滚转角速度和偏航角速度有关,由于偏航角速度和滚转角速度存在较多的瞬时振荡,尤其是在飞行器再入初始阶段和飞行轨迹策略重新优化的阶段,因而跟踪侧滑角难度相对较大。由于每个采样点间存在一定时间间隔,系统对其跟踪效果会有一定误差,但此误差最终依然可以收敛。系统仿真验证了控制模型能够达到预期输出,可以有效跟踪高超声速飞行器再入时的控制变量,进而实现机动快速调姿。

### 4 结论

1)由伪谱法解算出的最优轨迹状态量符合条件限制,三通道信号虽然存在耦合,但可通过控制攻角范围使系统能够实现有效跟踪。

2)通过优化原始轨迹,飞行器可以避开设定的禁飞区域,始末点的相对误差在 0.1% 以内。

3)角速度闭环跟踪系统可以基本跟踪最优姿态变化,但是在突变过于明显的时刻误差较大,存在迟滞现象,这是由于系统采样时刻相对固定,没有通过感知环境变化而细化采样造成的。

下一步工作将引进自适应采样时间方法,减少因采样时间迟滞所造成的误差,提升跟踪性能。

### 参考文献 (References)

[1] 张灿,胡冬冬,叶蕾,等. 2017 年国外高超声速飞行器技术发展综述[J]. 战术导弹技术, 2018(1): 47-50, 78. ZHANG Can, HU Dongdong, YE Lei, et al. Overview of technology development of hypersonic aircraft in foreign countries in 2017 [J]. Tactical Missile Technology, 2018 (1): 47-50, 78. (in Chinese)

[2] 刘世钰. 高超声速飞行器气动特性数值分析[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2014. LIU Shiyu. Numerical analysis of aerodynamic characteristics of hypersonic vehicle [D]. Harbin: Harbin Engineering

- University, 2014. (in Chinese)
- [3] 陈凯捷, 戈新生. 基于 Legendre 伪谱法的空间机器人姿态运动的最优控制[J]. 国际航空航天科学, 2015, 3(4): 77-83.  
CHEN Kaijie, GE Xinsheng. Optimal control of space robot's attitude motion based on Legendre pseudospectral method[J]. International Aerospace Science, 2015, 3(4): 77-83. (in Chinese)
- [4] 王璐. 伪谱法在最优控制问题中的应用[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2014.  
WANG Lu. Application of pseudospectral method to optimal control problems [D]. Harbin: Harbin Engineering University, 2014. (in Chinese)
- [5] Wang X W, Peng H J, Zhang S, et al. A symplectic pseudospectral method for nonlinear optimal control problems with inequality constraints[J]. ISA Transactions, 2017, 68: 335-352.
- [6] 张合新, 宫梓丰, 蔡光斌, 等. 复杂约束条件下高超声速飞行器再入轨迹优化[J]. 兵器装备工程学报, 2019, 40(1): 7-12.  
ZHANG Hexin, GONG Zifeng, CAI Guangbin, et al. Reentry tracking control of hypersonic vehicle with complicated constraints [J]. Journal of Weaponry and Equipment Engineering, 2019, 40(1): 7-12. (in Chinese)
- [7] 雍恩米, 唐国金, 陈磊. 基于 Gauss 伪谱方法的高超声速飞行器再入轨迹快速优化[J]. 宇航学报, 2008, 29(6): 1766-1772.  
YONG Enmi, TANG Guojin, CHEN Lei. Rapid trajectory optimization for hypersonic reentry vehicle via Gauss pseudospectral method [J]. Journal of Astronautics, 2008, 29(6): 1766-1772. (in Chinese)
- [8] 张鹏程, 李新国. 基于 Gauss 伪谱方法的高超声速滑翔飞行器滑翔段轨迹优化[J]. 电子设计工程, 2013, 21(15): 105-108.  
ZHANG Pengcheng, LI Xinguo. Base on trajectory optimization of glide phase with GPM for hypersonic glide vehicle[J]. Electronic Design Engineering, 2013, 21(15): 105-108. (in Chinese)
- [9] 夏红伟, 李秋实, 李莉, 等. 基于 hp 自适应伪谱法的飞行器再入轨迹优化与制导[J]. 中国惯性技术学报, 2015, 23(6): 42-47.  
XIA Hongwei, LI Qiushi, LI Li, et al. Reentry trajectory optimization and guidance for aircraft based on hp-adaptive pseudospectral method [J]. Chinese Journal of Inertial Technology, 2015, 23(6): 42-47. (in Chinese)
- [10] 邱文杰, 孟秀云. 基于 hp 自适应伪谱法的飞行器多阶段轨迹优化[J]. 北京理工大学学报(自然科学版), 2017, 37(4): 412-417.  
QIU Wenjie, MENG Xiuyun. Multi-phase trajectory optimization of aircraft based on hp-adaptive pseudospectral method [J]. Journal of Beijing Institute of Technology (Natural Science Edition), 2017, 37(4): 412-417. (in Chinese)
- [11] 宫梓丰, 张合新, 扈晓翔, 等. 伪谱法实现滑翔飞行器姿态跟踪控制[J]. 光电与控制, 2019, 26(3): 25-27, 52.  
GONG Zifeng, ZHANG Hexin, HU Xiaoxiang, et al. Attitude tracking control of gliding aircraft based on hp pseudospectral method [J]. Electronics Optics and Control, 2019, 26(3): 25-27, 52. (in Chinese)
- [12] Tang X J, Liu Z B, Wang X. Integral fractional pseudospectral methods for solving fractional optimal control problems[J]. Automatica, 2015, 62: 304-311.
- [13] 刘渊博, 朱恒伟, 黄小念. 伪谱法求解非光滑最优控制问题的网格优化[J]. 系统工程与电子技术, 2013, 35(11): 2396-2399.  
LIU Yuanbo, ZHU Hengwei, HUANG Xiaonian. Optimal mesh segmentation algorithm for pseudospectral methods for non-smooth optimal control problems[J]. System Engineering and Electronic Technology, 2013, 35(11): 2396-2399. (in Chinese)
- [14] Wei S, Zou Y, Sun F, et al. A pseudospectral method for solving optimal control problem of a hybrid tracked vehicle[J]. Applied Energy, 2017, 194: 588-595.
- [15] Peng H, Wang X, Li M, et al. An hp symplectic pseudospectral method for nonlinear optimal control [J]. Communications in Nonlinear Science & Numerical Simulation, 2017, 42: 623-644.
- [16] Li M, Peng H. Solutions of nonlinear constrained optimal control problems using quasilinearization and variational pseudospectral methods [J]. ISA Transactions, 2016, 62: 177-192.
- [17] 张广豪. 高超声速飞行器滑翔再入轨迹优化与跟踪制导方法研究[D]. 西安: 火箭军工程大学, 2017.  
ZHANG Guanghao. Trajectory optimization and tracking guidance method for hypersonic vehicle gliding reentry [D]. Xi'an: University of Rocket Engineering, 2017. (in Chinese)
- [18] 王丽英, 张友安, 黄洁. 带约束的末制导律与伪谱法轨迹优化[M]. 北京: 国防工业出版社, 2015.  
WANG Liying, ZHANG Youan, HUANG Jie. Constrained terminal guidance law and pseudospectral trajectory optimization [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2015. (in Chinese)