

考虑非线性退化与随机失效阈值的剩余寿命预测*

王泽洲¹, 陈云翔¹, 蔡忠义¹, 罗承昆^{1,2}

(1. 空军工程大学 装备管理与无人机工程学院, 陕西 西安 710051; 2. 北京系统工程研究所, 北京 100101)

摘要:针对广泛存在的非线性退化设备, 现有方法尚未考虑随机失效阈值对剩余寿命预测结果的影响。因此, 通过对设备性能退化过程进行分析, 提出了一种综合考虑非线性退化与随机失效阈值的剩余寿命预测方法。基于 Wiener 过程构建了考虑个体差异与测量误差的非线性退化模型; 基于卡尔曼滤波算法建立状态空间模型以实现退化状态的在线更新; 基于极大似然法估计失效阈值分布系数估计方法, 得到随机失效阈值的概率分布; 基于随机失效阈值推导出剩余寿命的概率分布, 实现对剩余寿命的在线预测。算例研究表明, 所提方法可以有效地提升剩余寿命预测的准确性, 具备一定工程应用价值。

关键词: Wiener 过程; 非线性退化; 卡尔曼滤波; 随机失效阈值; 剩余寿命预测

中图分类号: TB114.3 文献标志码: A 文章编号: 1001-2486(2020)02-177-09

Remaining useful lifetime prediction based on nonlinear degradation processes with random failure threshold

WANG Zezhou¹, CHEN Yunxiang¹, CAI Zhongyi¹, LUO Chengkun^{1,2}

(1. Equipment Management & UAV Engineering College, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China;

2. Beijing Institute of System Engineering, Beijing 100101, China)

Abstract: For the nonlinear degradation equipment which widely exists in practice, the current RUL (remaining useful lifetime) prediction methods ignore the effect of random failure threshold. Therefore, the RUL prediction method based on nonlinear degradation processes with random failure threshold was proposed by analyzing equipment's degradation processes. A nonlinear degradation model based on Wiener process with the individual difference and measurement error was built in this work. Next, the degradation states were updated synchronously by applying the Kalman filtering algorithm and constructing the state-space model. And then, the estimation method of failure threshold distribution parameters based on maximum likelihood estimation was proposed to obtain the probability distribution of the random failure threshold. Finally, an analytical and closed-form RUL distribution based on random failure threshold was derived, and the RUL prediction can be adaptively updated with the available observed data. The case study shows that the presented method can significantly improve the accuracy of RUL prediction and thus it has a certain engineering application value.

Keywords: Wiener process; nonlinear degradation; Kalman filtering; random failure threshold; remaining useful lifetime prediction

故障预测和健康管理(Prognostics and Health Management, PHM)是实现武器装备系统自主健康管理和综合维修保障的重要技术支撑,是提升战斗力的关键技术保证。作为 PHM 技术的核心,剩余寿命预测的精度与准确性将直接影响武器装备运行的可靠性与安全性,进而制约其作战效能的发挥。因此,如何实现对设备剩余寿命的准确预测,已成为近年来可靠性领域的研究热点。

目前,针对设备剩余寿命进行预测,主流研究多是基于随机过程展开,即认为设备的性能退化过程符合某种随机过程,例如逆高斯过程、伽马过

程、Wiener 过程,等等^[1-5]。由于逆高斯过程和伽马过程必须严格单调,无法体现真实环境下广泛存在的非单调退化特征,因而制约了逆高斯过程与伽马过程的应用。为了实现对非单调退化过程的准确描述, Wiener 过程开始被引入退化建模之中,并已逐步成为应用最为广泛的随机退化过程模型。Wiener 退化过程,又可分为线性和非线性两类。由于线性 Wiener 过程是非线性 Wiener 过程的一种特殊形式,因此对非线性 Wiener 过程进行研究更具普遍意义,且在工程实践中应用也更加广泛。Kaiser 等^[6]提出了平均退化过程可线

* 收稿日期:2018-10-15

基金项目:中国博士后科学基金资助项目(2017M623415);国防科工局技术基础科研计划渠道资助项目(JSZL2016210B001)

作者简介:王泽洲(1992-),男,山西长治人,博士研究生, E-mail:350276267@qq.com;

陈云翔(通信作者),男,教授,博士,博士生导师, E-mail:cyx87793@163.com

性化的假设,并运用对数变换的方法,将非线性 Wiener 过程转换为线性 Wiener 过程进行研究。基于上述假设,Wang^[7]采用时间尺度变换法对非线性 Wiener 过程进行线性处理,进而建立退化模型。然而,线性化假设仅针对指数类型退化数据等有限类退化数据成立,难以满足普遍需要,因而制约了该类方法的应用。为了解决复杂非线性维纳退化过程难以建模的问题,Si 等^[8]采用时间-空间变换理论,将非线性 Wiener 退化过程达到固定失效阈值的用时问题转化为标准布朗运动的边界到达问题,进而推导出剩余寿命分布的近似表达式,实现了对非线性退化设备剩余寿命的预测。在此基础上,Tang 等^[9]进一步将设备间的个体差异与测量误差引入非线性 Wiener 退化过程,并推导出了考虑个体差异、测量误差以及非线性退化的设备剩余寿命概率密度函数解析表达式,进一步拓展了剩余寿命预测方法的应用范围。

然而,现有剩余寿命预测研究多是在失效阈值为固定值的条件下展开的^[8-13],并未考虑不确定失效阈值对设备剩余寿命预测的影响,这有可能会降低剩余寿命预测的准确性。设备失效阈值的不确定性主要源于生产制造过程中设备个体差异性以及使用过程中外界应力不确定性的共同作用,其直观体现的是设备的失效阈值难以用一个固定值来表述,例如弹簧的形变量、陀螺仪的漂移量、机械部件的磨损程度等^[14-15]。Peng 等^[16]首次在退化建模过程中提出了不确定/随机失效阈值的概念,并分析了不确定/随机失效阈值对设备可靠性估计的影响,然而该研究并未给出失效阈值的具体分布类型与剩余寿命的解析表达。Usynin 等^[17]则基于线性 Wiener 过程讨论了累积损伤模型中随机失效阈值对设备可靠性估计的影响,但仍旧未能给出失效阈值的具体分布类型与剩余寿命的解析表达。Huang 等^[18]提出利用正态分布描述来描述随机失效阈值,并推导出了考虑随机失效阈值的设备可靠性积分表达式,但该研究并未给出随机失效阈值分布参数的估计方法,也未能给出剩余寿命预测研究中所需的剩余寿命分布解析式。

综上所述,现有针对随机失效阈值的研究仍存在三点不足:一是尚未针对非线性退化过程开展随机失效阈值的影响研究;二是针对随机失效阈值分布参数的估计方法研究尚不充分;三是尚未给出考虑随机失效阈值条件下设备剩余寿命概率分布的解析表达式。针对现有随机失效阈值相关研究存在的不足,本文基于非线性 Wiener 过

程,分析随机失效阈值对设备剩余寿命预测的影响。本文的主要创新点有:①建立综合考虑个体差异与测量误差的非线性退化模型,并基于卡尔曼滤波原理对模型参数进行在线更新;②基于极大似然法提出随机失效阈值的分布参数估计方法;③推导出基于随机失效阈值的设备剩余寿命概率密度分布解析表达式。

1 非线性退化建模

理想状态下,基于 Wiener 过程的非线性退化模型可表示为:

$$X(t) = X(0) + \lambda A(t, b) + \sigma_B B(t) \quad (1)$$

其中: $X(t)$ 表示 t 时刻设备性能退化的量值; λ 为漂移系数,针对不同设备数值不同且满足 $\lambda \sim N(\mu_\lambda, \sigma_\lambda^2)$,以体现不同设备间的个体差异性; $A(t, b)$ 为包含参数 b 的时间 t 的连续非线性函数,且 $A(t, b)$ 通常具有 $A(t, b) = t^b$ 或 $A(t, b) = \exp(bt) - 1$ 两种表达形式; σ_B 为扩散系数,不同设备间的数值相同,从而体现同类产品间的共性特征; $B(t)$ 表示标准布朗运动。为不失一般性,通常可令 $X(0) = 0$,且 λ 与 $B(t)$ 相互独立。

在实际运行环境中,由于存在外界噪声的干扰,设备真实的性能退化水平 $X(t)$ 难以直接获取,利用状态监测手段仅能得到性能退化量的测量值 $Y(t)$,而该测量值与真实值之间存在测量误差,即

$$Y(t) = X(t) + \varepsilon \quad (2)$$

其中, ε 表示测量误差,且 $\varepsilon \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$;为不失一般性,常令 ε, λ 与 $B(t)$ 之间两两相互独立。

2 随机失效阈值分布系数估计

实际运行过程中,受设备内部应力与外部应力综合影响,设备的失效阈值往往呈现出不确定性。目前,针对随机失效阈值的研究多基于正态分布假设,即 $\omega \sim N(\mu_\omega, \sigma_\omega^2)$ ^[15,18]。因此,本文采用正态分布来描述失效阈值的随机性。进一步分析可知,失效阈值应不小于初始的性能退化量,即随机失效阈值应满足 $\omega > X(0) = 0$ 的约束。为此,本文采用截断正态分布来保证失效阈值非负,具体可表示如下。

若非负随机变量 ω 满足 $N(\mu_\omega, \sigma_\omega^2)$,则称 ω 服从截断正态分布,可表示为 $\omega \sim TN(\mu_\omega, \sigma_\omega^2)$ 。截断正态分布对应的概率密度函数如式(3)所示。

$$f(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_\omega^2}\Phi(\mu_\omega/\sigma_\omega)} \cdot \exp\left[-\frac{(\omega - \mu_\omega)^2}{2\sigma_\omega^2}\right] \quad (3)$$

其中, $\Phi(\cdot)$ 为标准正态分布的累积分布函数。

本文利用极大似然法来估计随机失效阈值的分布系数。若有 N 个同类设备的历史失效数据 $\omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_N\}$ 。则该类设备失效阈值 ω 对应的完全对数似然函数可表示为:

$$\ln L(\omega) = -\frac{N}{2} \ln(2\pi\sigma_\omega^2) - N \ln \Phi\left(\frac{\mu_\omega}{\sigma_\omega}\right) - \sum_{i=1}^N \frac{(\omega_i - \mu_\omega)^2}{2\sigma_\omega^2} \quad (4)$$

最大化 $\ln L(\omega)$ 即可得到随机失效阈值 ω 的分布系数 μ_ω 、 σ_ω^2 的估计值 $\hat{\mu}_\omega$ 、 $\hat{\sigma}_\omega^2$ 。

3 考虑随机失效阈值的剩余寿命预测

本文采用文献[9]提出的极大似然估计法对非线性退化模型中的未知参数进行估计,得到 μ_λ 、 σ_λ^2 、 b 、 σ_B^2 、 σ_ε^2 的估计值。为了进一步降低剩余寿命预测过程中的不确定性以及提升预测结果的准确性,需要构建设备性能退化的状态空间模型,并结合卡尔曼滤波对性能退化量 $X(t)$ 与漂移系数 λ 进行同步更新,进而建立考虑随机失效阈值的剩余寿命预测模型,实现对剩余寿命的在线预测。

3.1 退化状态在线更新

对设备的退化状态进行在线更新,本质是基于状态监测数据 $Y(t)$ 实现对设备退化状态 $X(t)$ 与漂移系数 λ 的实时更新。依据式(1)与式(2)所示的 Wiener 退化过程,可得如下状态方程:

$$\begin{cases} x_k = x_{k-1} + \lambda_{k-1} [\Lambda(t_k, b) - \Lambda(t_{k-1}, b)] + \Gamma_k \\ y_k = x_k + \varepsilon \end{cases} \quad (5)$$

其中, $\Gamma_k = \sigma_B B(t_k - t_{k-1})$, $x_k = X(t_k)$, $y_k = Y(t_k)$ 。由标准布朗运动性质易知 $B(t) \sim N(0, t)$, 由此可得 $\Gamma_k \sim N(0, \sigma_B^2 \Delta t_k)$, 且 $\Delta t_k = t_k - t_{k-1}$, $t_0 = 0$ 。

考虑到 Wiener 过程假设同一退化过程中不同阶段对应的漂移系数不变,易得 $\lambda_k = \lambda_{k-1}$, 由此可利用卡尔曼滤波原理构建设备退化状态的更新机制,如式(6)所示。

$$\begin{cases} \mathbf{Z}_k = \mathbf{A}_k \mathbf{Z}_{k-1} + \mathbf{B}_k \\ y_k = \mathbf{C} \mathbf{Z}_{k-1} + \varepsilon \end{cases} \quad (6)$$

其中, $\mathbf{Z}_k = [x_k, \lambda_k]^T$, $\mathbf{B}_k = [\sigma_B^2 \Delta t_k, 0]^T$, $\mathbf{C} = [1, 0]$, $\mathbf{A}_k = \begin{bmatrix} 1 & \Lambda(t_k, b) - \Lambda(t_{k-1}, b) \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 。

假设 $\mathbf{Y}_{1:k} = (y_1, y_2, \dots, y_k)^T$ 与 $\mathbf{X}_{1:k} = (x_1, x_2, \dots, x_k)^T$ 分别表示 t_1, t_2, \dots, t_k 时刻设备性能退化的测量值与真实值。首先定义状态变量 \mathbf{Z}_k 的

期望和方差分别为:

$$E(\mathbf{Z}_k | \mathbf{Y}_{1:k}) = \hat{\mathbf{Z}}_{k|k} = \begin{bmatrix} \hat{x}_{k|k} \\ \hat{\lambda}_{k|k} \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\text{VAR}(\mathbf{Z}_k | \mathbf{Y}_{1:k}) = \hat{\mathbf{P}}_{k|k} = \begin{bmatrix} \vartheta_{x,k}^2 & \vartheta_{\theta,k}^2 \\ \vartheta_{\theta,k}^2 & \vartheta_{\lambda,k}^2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

其中, $\vartheta_{x,k}^2 = \text{VAR}(x_k | \mathbf{Y}_{1:k})$, $\vartheta_{\lambda,k}^2 = \text{VAR}(\lambda_k | \mathbf{Y}_{1:k})$, $\vartheta_{\theta,k}^2 = \text{Cov}(x_k, \lambda_k | \mathbf{Y}_{1:k})$, $\hat{x}_{k|k} = E(x_k | \mathbf{Y}_{1:k})$, $\hat{\lambda}_{k|k} = E(\lambda_k | \mathbf{Y}_{1:k})$ 。

同理,可将状态变量 \mathbf{Z}_k 进一步估计的期望和方差定义为:

$$E(\mathbf{Z}_k | \mathbf{Y}_{1:k-1}) = \hat{\mathbf{Z}}_{k|k-1} = (\hat{x}_{k|k-1}, \hat{\lambda}_{k|k-1}) \quad (9)$$

$$\text{VAR}(\mathbf{Z}_k | \mathbf{Y}_{1:k-1}) = \hat{\mathbf{P}}_{k|k-1} = \begin{bmatrix} \vartheta_{x,k-1}^2 & \vartheta_{\theta,k-1}^2 \\ \vartheta_{\theta,k-1}^2 & \vartheta_{\lambda,k-1}^2 \end{bmatrix} \quad (10)$$

基于上述分析,运用卡尔曼滤波对隐含状态 x_k 和 λ 进行同步更新,具体过程如下:

$$\hat{\mathbf{Z}}_{k|k} = \hat{\mathbf{Z}}_{k|k-1} + \boldsymbol{\psi}_k (y_k - \mathbf{C} \hat{\mathbf{Z}}_{k|k-1}) \quad (11)$$

$$\hat{\mathbf{Z}}_{k|k-1} = \mathbf{A}_k \hat{\mathbf{Z}}_{k-1|k-1} \quad (12)$$

$$\mathbf{P}_{k|k} = \mathbf{P}_{k|k-1} - \boldsymbol{\psi}_k \mathbf{C} \mathbf{P}_{k|k-1} \quad (13)$$

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \mathbf{A}_k \mathbf{P}_{k-1|k-1} \mathbf{A}_k^T + \mathbf{D}_k \quad (14)$$

$$\boldsymbol{\psi}_k = \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{C}^T (\mathbf{C} \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{C}^T + \sigma_\varepsilon^2)^{-1} \quad (15)$$

$$\mathbf{D}_k = \begin{bmatrix} \sigma_B^2 \Delta t_k & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

由于卡尔曼滤波本质具有线性高斯特性,可得 $\mathbf{Z}_k | \mathbf{Y}_{1:k} \sim N(\hat{\mathbf{Z}}_{k|k}, \hat{\mathbf{P}})$, 进而可得:

$$\lambda_k | \mathbf{Y}_{1:k} \sim N(\hat{\lambda}_{k|k}, \vartheta_{\lambda,k}^2) \quad (17)$$

$$x_k | \mathbf{Y}_{1:k} \sim N(\hat{x}_{k|k}, \vartheta_{x,k}^2) \quad (18)$$

$$x_k | \lambda_k, \mathbf{Y}_{1:k} \sim N(\mu_{x_k}, \sigma_{x_k}^2) \quad (19)$$

$$\mu_{x_k} = \hat{x}_{k|k} - \frac{\vartheta_{\theta,k}^2}{\vartheta_{\lambda,k}^2} (\lambda_k - \hat{\lambda}_{k|k}) \quad (20)$$

$$\sigma_{x_k}^2 = \vartheta_{x,k}^2 - \frac{\vartheta_{\theta,k}^4}{\vartheta_{\lambda,k}^2} \quad (21)$$

易知初始值为:

$$\hat{\mathbf{Z}}_{0|0} = \begin{bmatrix} 0 \\ \mu_{\lambda 0} \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$\mathbf{P}_{0|0} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\lambda 0}^2 \end{bmatrix} \quad (23)$$

利用式(11)~(23),即可实现对退化状态的在线更新。

3.2 剩余寿命预测模型

设备的寿命通常被称为首达时间 (First Hitting Time, FHT), 即设备的性能退化量首次达

到失效阈值的时间。用 ω 表示性能退化的失效阈值,则设备的寿命 T 可表示为:

$$T = \inf\{t : X(t) \geq \omega \mid X(0) < \omega\} \quad (24)$$

对于满足非线性 Wiener 退化过程的设备,可知其寿命 T 近似服从逆高斯分布,且寿命 T 对应的概率密度函数 (Probability Density Function, PDF) 可近似表示为^[8]:

$$f_T(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi t^3 \sigma_B^2}} \exp\left[-\frac{(\omega - \lambda\Lambda(t, b))^2}{2\sigma_B^2 t}\right] \cdot \left(\omega - \lambda\Lambda(t, b) + \lambda t \frac{d\Lambda(t, b)}{dt}\right) \quad (25)$$

若令 l_k 表示设备在 t_k 时刻对应的剩余寿命,则可得 $T = l_k + t_k$ 。进而可将 t_k 时刻设备对应的剩余寿命定义为:

$$L = \inf\{l_k : X(t_k + l_k) \geq \omega \mid X(0) < \omega\} \quad (26)$$

若令 $\tilde{X}(l_k) = X(t_k + l_k) - X(t_k)$,则可将式(1)转化为:

$$\tilde{X}(l_k) = \lambda\psi(l_k) + \sigma_B B(l_k) \quad (27)$$

其中, $\psi(l_k) = \Lambda(t_k + l_k, b) - \Lambda(t_k, b)$ 。

由此可知, $\tilde{X}(l_k)$ 是一个满足非线性条件 $\psi(l_k)$ 的非线性退化过程。进一步由式(27)可推导出非线性条件下设备剩余寿命定义式为:

$$L = \inf\{l_k : \tilde{X}(l_k) \geq \omega - x_k \mid \tilde{X}(0) < \omega - x_k\} \quad (28)$$

假设失效阈值 ω 为固定值,基于式(25)与式(28),可推导出非线性退化设备剩余寿命概率分布的解析式,如式(29)所示。

$$f_{L_k \mid \omega, \lambda_k, Y_{1:k}, X_{1:k}}(l_k \mid \omega, \lambda_k, \mathbf{x}_{1:k}) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_B^2 l_k^3}} (\omega - \lambda_k \beta(l_k) - x_k) \cdot \exp\left[-\frac{(\omega - \lambda_k \psi(l_k) - x_k)^2}{2\sigma_B^2 l_k}\right] \quad (29)$$

其中: $\beta(l_k) = \psi(l_k) - (d\psi(l_k)/dl_k)$ 。

由前文分析可知,设备的随机失效阈值满足截断正态分布。为了推导考虑随机失效阈值条件下设备剩余寿命的概率密度函数,本文给出定理 1。

定理 1 若 $D \sim \text{TN}(\mu, \sigma^2)$, $E, F \in \mathbb{R}$, $G \in \mathbb{R}^+$, 则

$$E_D \left\{ (D - E) \exp\left[-\frac{(D - F)^2}{2G}\right] \right\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2} \Phi(\mu/\sigma)} \exp\left[-\frac{(\mu - F)^2}{2(G + \sigma^2)}\right] \cdot \left\{ \frac{G\sigma^2}{G + \sigma^2} \exp\left[-\frac{(F\sigma^2 + G\mu)^2}{2(G + \sigma^2)G\sigma^2}\right] + \right.$$

$$\left. \left(\frac{F\sigma^2 + G\mu}{G + \sigma^2} - E \right) \sqrt{\frac{2\pi G\sigma^2}{G + \sigma^2}} \Phi\left(\frac{F\sigma^2 + G\mu}{\sqrt{(G + \sigma^2)G\sigma^2}} \right) \right\} \quad (30)$$

定理 1 的证明过程可由文献[10]中引理 1 的证明过程经变形扩展得到,在此不做详细证明。

进一步分析可得:

$$\begin{aligned} & f_{L_k \mid \omega, \lambda_k, Y_{1:k}, X_{1:k}}(l_k \mid \omega, \lambda_k, \mathbf{Y}_{1:k}, \mathbf{X}_{1:k}) \\ &= \frac{d}{dl_k} F_{L_k \mid \omega, \lambda_k, Y_{1:k}, X_{1:k}}(l_k \mid \omega, \lambda_k, \mathbf{Y}_{1:k}, \mathbf{X}_{1:k}) \\ &= \frac{d}{dl_k} P(L_k \leq l_k \mid \omega, \lambda_k, \mathbf{Y}_{1:k}, \mathbf{X}_{1:k}) \\ &= \frac{d}{dl_k} P(\sup_{l_k > 0} X_k(t_k + l_k) \mid \omega, \lambda_k, \mathbf{Y}_{1:k}, \mathbf{X}_{1:k}) \\ &= \frac{d}{dl_k} P(\sup_{l_k > 0} X_k(t_k + l_k) \mid \omega, \lambda_k, \mathbf{Y}_{1:k}) \\ &= f_{L_k \mid \omega, \lambda_k, X_{1:k}}(l_k \mid \omega, \lambda_k, \mathbf{X}_{1:k}) \end{aligned} \quad (31)$$

基于全概率公式,若 $\mathbf{Y}_{1:k}$ 已知,则考虑随机失效阈值条件下设备的剩余寿命可表示为:

$$\begin{aligned} & f_{L_k \mid Y_{1:k}}(l_k \mid \mathbf{Y}_{1:k}) \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f_{L_k \mid \omega, \lambda_k, Y_{1:k}, X_{1:k}}(l_k \mid \omega, \lambda_k, \mathbf{Y}_{1:k}, \mathbf{X}_{1:k}) \cdot \\ & p(x_k \mid \lambda_k, \omega, \mathbf{Y}_{1:k}) p(\lambda_k \mid \omega, \mathbf{Y}_{1:k}) \cdot \\ & p(\omega \mid \mathbf{Y}_{1:k}) dx_k d\lambda_k d\omega \\ &= E_\omega(E_{\lambda_k \mid \omega} \{ E_{x_k \mid \omega, \lambda_k} [f_{L_k \mid \omega, \lambda_k, X_{1:k}}(l_k \mid \omega, \lambda_k, \mathbf{X}_{1:k})] \}) \end{aligned} \quad (32)$$

基于式(29)、式(32)以及文献[9]中的引理 2,并令 $D = x_k$, $E = \omega - \lambda_k \beta(l_k)$, $F = \omega - \lambda_k \psi(l_k)$, $G = \sigma_B^2 l_k$,可得:

$$\begin{aligned} & f_{L_k \mid \omega, \lambda_k, Y_{1:k}}(l_k \mid \omega, \lambda_k, \mathbf{Y}_{1:k}) \\ &= E_{x_k \mid \omega, \lambda_k} [f_{L_k \mid \omega, \lambda_k, X_{1:k}}(l_k \mid \omega, \lambda_k, \mathbf{X}_{1:k})] \\ &\approx \sqrt{\frac{1}{2\pi(\sigma_{x_k}^2 + \sigma_B^2 l_k)}} \cdot \left(\frac{\omega\sigma_B^2}{\sigma_{x_k}^2 + \sigma_B^2 l_k} - J_2 - J_1 \lambda_k \right) \cdot \\ & \exp\left(-\frac{\{\omega + I\hat{\lambda}_{k|k} - \hat{x}_{k|k} - [\psi(l_k) + I]\lambda_k\}^2}{2(\sigma_{x_k}^2 + \sigma_B^2 l_k)} \right) \end{aligned} \quad (33)$$

其中

$$I = \frac{\vartheta_{\theta,k}^2}{\vartheta_{\lambda,k}^2} \quad (34)$$

$$J_1 = \frac{\beta(l_k)}{l_k} + \frac{\sigma_B^2 l_k I - \psi(l_k) \sigma_{x_k}^2}{\sigma_{x_k}^2 l_k + \sigma_B^2 l_k^2} \quad (35)$$

$$J_2 = \frac{\hat{x}_{k|k} \sigma_B^2 - I \sigma_{x_k}^2 \hat{\lambda}_{k|k}}{\sigma_{x_k}^2 \sigma_B^2 l_k} \quad (36)$$

基于式(33)与文献[9]中引理 2,并令 $H_1 = J_1$, $H_2 = \psi(l_k) + I$, $E = \omega\sigma_B^2 / (\sigma_{x_k}^2 + \sigma_B^2 l_k) - J_2$, $F = \omega + I\hat{\lambda}_{k|k} - \hat{x}_{k|k}$, $G = \sigma_{x_k}^2 + \sigma_B^2 l_k$,可得:

$$\begin{aligned}
 & f_{L_k | \omega, Y_{1:k}}(l_k | \omega, Y_{1:k}) \\
 &= E_{\lambda_k | \omega} \{ f_{L_k | \omega, \lambda_k, X_{1:k}}(l_k | \omega, \omega_k, X_{1:k}) \} \\
 &= \sqrt{\frac{K_3}{2\pi K_1}} \left(\omega - \frac{K_2}{K_3} \right) \exp \left[-\frac{(\omega - K_4)^2}{2K_1} \right] \quad (37)
 \end{aligned}$$

其中

$$K_1 = (\psi(l_k) + I)^2 \vartheta_{\lambda,k}^2 + \sigma_{x_k}^2 + \sigma_B^2 l_k \quad (38)$$

$$\begin{aligned}
 K_2 &= J_1 \frac{\hat{\lambda}_{k|k}(\sigma_{x_k}^2 + \sigma_B^2 l_k)}{K_1} + J_2 + \\
 &J_1 \frac{(\psi(l_k) + I)(\hat{\lambda}_{k|k} - \hat{x}_{k|k})\vartheta_{\lambda,K}^2}{K_1} \quad (39)
 \end{aligned}$$

$$K_3 = \frac{\sigma_B^2}{\sigma_{x_k}^2 + \sigma_B^2 l_k} - J_1 \frac{(\psi(l_k) + I)\vartheta_{\lambda,K}^2}{K_1} \quad (40)$$

$$K_4 = \hat{x}_{k|k} + \psi(l_k)\hat{\lambda}_{k|k} \quad (41)$$

基于式(37)与定理1,并令 $D = \omega, F = K_4,$

$E = K_2/K_3, G = K_1,$ 可得:

$$\begin{aligned}
 & f_{L_k | Y_{1:k}}(l_k | Y_{1:k}) \\
 &= E_{\omega} [f_{L_k | \omega, Y_{1:k}}(l_k | \omega, Y_{1:k})] \\
 &= \frac{K_3}{2\pi\Phi(\mu_{\omega}/\sigma_{\omega})} \exp \left[-\frac{(\mu_{\omega} - K_4)^2}{2(K_1 + \sigma_{\omega}^2)} \right] \cdot \\
 &\left\{ \frac{\sqrt{K_1\sigma_{\omega}^2}}{K_1 + \sigma_{\omega}^2} \exp \left[-\frac{(K_4\sigma_{\omega}^2 + K_2\mu_{\omega})^2}{2(K_1 + \sigma_{\omega}^2)K_1\sigma_{\omega}^2} \right] + \right. \\
 &\left. \left(\frac{K_4\sigma_{\omega}^2 + K_1\mu_{\omega}}{K_1 + \sigma_{\omega}^2} - \frac{K_2}{K_3} \right) \sqrt{\frac{2\pi}{K_1 + \sigma_{\omega}^2}} \cdot \right. \\
 &\left. \Phi \left(\frac{K_4\sigma_{\omega}^2 + K_1\mu_{\omega}}{\sqrt{(K_1 + \sigma_{\omega}^2)K_1\sigma_{\omega}^2}} \right) \right\} \quad (42)
 \end{aligned}$$

基于上述分析可得,考虑随机失效阈值条件下设备剩余寿命的期望与可靠度分别为:

$$E(l_k | Y_{1:k}) = \int_0^{+\infty} l_k f_{L_k | Y_{1:k}}(l_k | Y_{1:k}) dl_k \quad (43)$$

$$R(l_k) = 1 - \int_{-}^{l_k} f_{L_k | Y_{1:k}}(T | Y_{1:k}) d\tau \quad (44)$$

4 算例研究

4.1 仿真数据分析

本文基于蒙特卡洛仿真原理,针对考虑随机失效阈值的非线性退化过程进行仿真。假设非线性过程满足 $\Lambda(t, b) = t^b,$ 且对应退化模型的参数分别为: $\mu_{\lambda} = 3, \sigma_{\lambda}^2 = 0.0004, b = 1.5, \sigma_B^2 = 0.1, \sigma_{\varepsilon}^2 = 0.001, \mu_{\omega} = 3, \sigma_{\omega}^2 = 0.01.$ 基于上述假设,本文仿真得到6组不同设备的性能退化数据,具体如图1所示。

为便于对比分析,记M0为本文所提剩余寿命预测方法;令M1表示文献[9]提出的仅考虑非线性退化的剩余寿命预测方法;而令M2表示仅考虑随机失效阈值的剩余寿命预测方法(即令

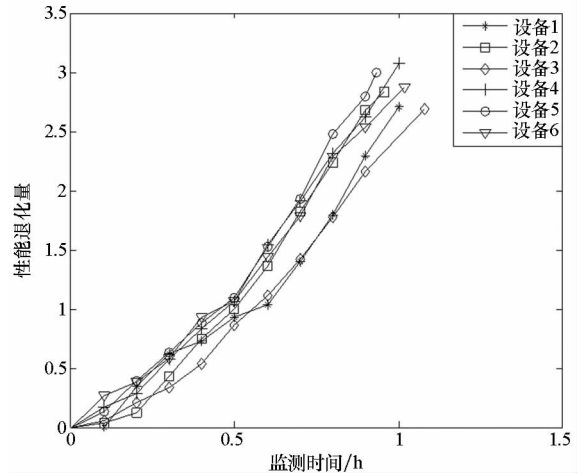


图1 仿真退化数据

Fig. 1 Simulation degradation data

M0中 $\Lambda(t, b) = t^b$ 的参数 $b = 1$)。基于上述仿真数据,针对M0、M1、M2所描述的性能退化模型,采用极大似然法分别对其进行参数估计,得到退化模型的参数估计值,具体情况详见表1。

表1 退化模型参数估计值

Tab. 1 Parameter estimation value of degradation model					
	μ_{λ}	σ_{λ}^2	σ_B^2	σ_{ε}^2	b
真实值	3	0.0004	0.1	0.001	1.5
M0	2.8773	0.0299	0.0648	0.0011	1.4416
M1	2.8773	0.0299	0.0648	0.0011	1.4416
M2	2.7844	0.1227	0.0845	0.0165	1

以仿真数据中的设备4作为目标设备进行研究,可得目标设备的性能退化失效阈值为3.0720,而对应的寿命为1.0008h。基于本文所提随机失效阈值分布参数估计方法,可得失效阈值分布参数估计值为 $\hat{\mu}_{\omega} = 2.82, \hat{\sigma}_{\omega}^2 = 0.0098.$ 基于状态监测数据,同步更新退化模型漂移系数和性能退化量,可实现对目标设备退化状态的在线更新,具体如图2所示。

由表1可知,M0与M1较M2的参数估计值更接近于真实值,这表明M0与M1较M2的模型拟合性更好。为了直观体现本文所提方法的优势,引入均方误差(Mean Squared Error, MSE)作为衡量模型拟合性的判定标准,MSE值越小,表明模型拟合性越好,方法越准确。MSE的具体表达式为:

$$MSE = \int_0^{+\infty} (l_k - T + t_k)^2 f_{L_k | Y_{1:k}}(l_k | Y_{1:k}) dl_k$$

选取区间[0.2h, 0.9h],分别计算M0、M1与M2对应的MSE值,如图3所示。

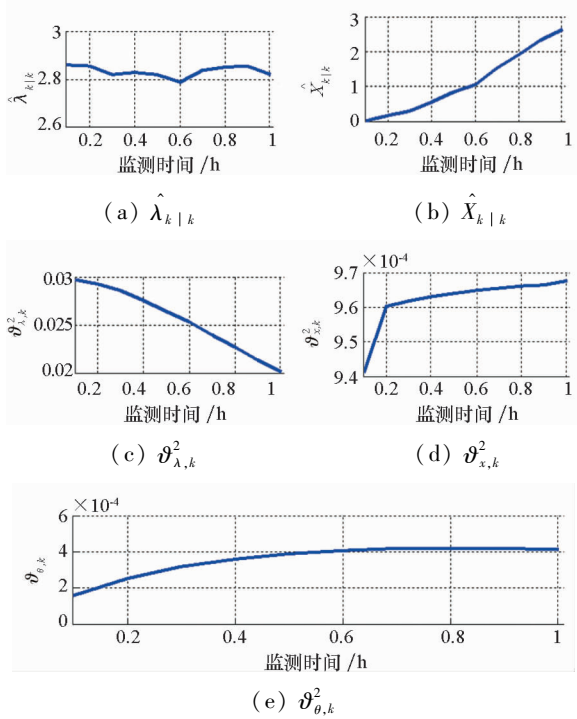


图 2 退化状态更新

Fig. 2 Degradation status updating

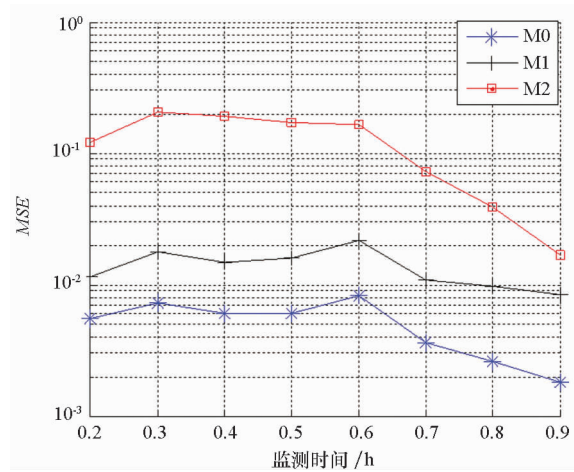


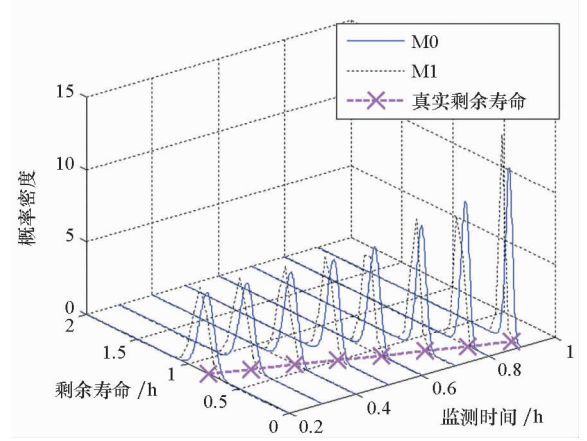
图 3 M0、M1、M2 的 MSE

Fig. 3 MSE under M0, M1 and M2

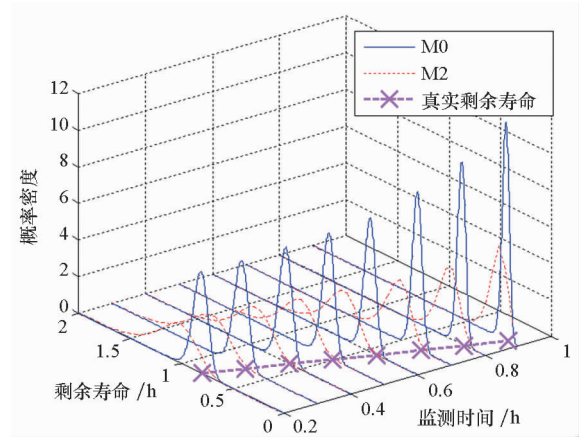
由图 3 可知, M0 的 MSE 值低于 M1, 更低于 M2, 这表明 M0 中构建的退化模型较 M1 与 M2 更贴近实际, 说明了本文所提方法在模型拟合性上较现有方法更具优势。

为了进一步分析比较 M0、M1 与 M2 在剩余寿命预测准确性与精度方面的差异, 基于仿真数据, 运用 M0、M1 与 M2 分别求解出设备剩余寿命的概率密度函数, 具体如图 4 所示。

由图 4 可知, 在不同状态监测时刻, M0 与 M2 得到的剩余寿命 PDF 均可覆盖目标设备的真实剩余寿命, 而 M1 得到的剩余寿命 PDF 无法做到对目标设备剩余寿命的全覆盖, 这表明 M1 对剩



(a) M0、M1



(b) M0、M2

图 4 M0、M1、M2 对应的设备剩余寿命概率密度函数

Fig. 4 PDF of RUL under M0, M1 and M2

余寿命预测的准确性要低于 M0 与 M2。为了对比 M0 与 M2 的差异, 本文给出 M0、M1 与 M2 在 $t_k=0.9$ h 时刻对应的设备剩余寿命概率分布情况, 如图 5 所示。

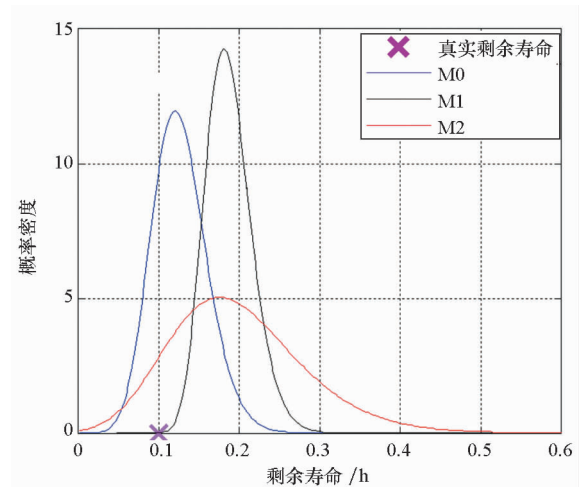


图 5 0.9 h 时刻 M0、M1、M2 对应剩余寿命概率密度函数

Fig. 5 PDF of RUL under M0, M1 and M2 at 0.9 h

由图 5 可知, 在 $t_k=0.9$ h 时刻, M0 与 M2 对

应的剩余寿命 PDF 虽均可以覆盖目标设备的真实剩余寿命,但 M0 对应的剩余寿命 PDF 明显较 M2 更窄,说明 M0 对剩余寿命预测的精度更高。究其原因,主要是由于采用线性退化模型拟合非线性退化数据,将会出现拟合误差,从而增大退化过程的不确定性,而其直观体现就是出现对 σ_B^2 的过大估计(如表 1 所示),从而导致剩余寿命 PDF 变宽。由此可知,忽略非线性退化特征将降低剩余寿命预测的精度,因此有必要在剩余寿命预测过程中考虑非线性退化的影响。进一步分析图 5 可知,M1 对应剩余寿命的 PDF 较 M0 整体右偏,且无法包含目标设备的真实剩余寿命,说明忽略随机失效阈值的影响将会导致对设备剩余寿命的乐观估计,从而延迟预防性维修的时机,这将对设备运行的可靠性与安全性产生消极影响。

图 6 给出了 M0、M1 与 M2 对应设备剩余寿命的 95% 置信区间。由图 6 可知,M0 和 M2 对应剩余寿命的 95% 置信区间均可完全包含目标设备的真实剩余寿命,而 M1 对应的置信区间则无法完全包含目标设备的真实剩余寿命,从而进一步证明了 M1 对剩余寿命预测的准确性不及 M0 和 M2。此外,相较于 M2 的剩余寿命置信区间,M0 对应置信区间的宽度更窄,再次证明了 M0 具有更高的剩余寿命预测精度。

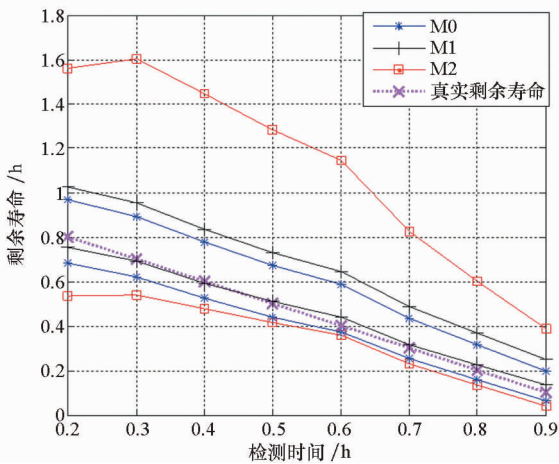


图 6 M0、M1、M2 对应设备剩余寿命 95% 置信区间
Fig. 6 95% confidence intervals under M0, M1 and M2

为分析仿真样本数量对剩余寿命预测结果的影响,基于仿真退化参数,本文分别仿真出 6、60、600 台设备的性能退化数据。并通过引入赤池信息量准则(Akaike Information Criterion, AIC)来衡量样本数量对剩余寿命预测结果的影响,其中 AIC 的定义式如下:

$$AIC = 2[k - \ln(-LF)]$$

AIC 值越小,表明退化模型越贴适于实际退

化过程,剩余寿命预测精度越高;反之,则越不能反映真实退化规律,预测精度越差。

表 2 给出了在不同样本数量下,M0 对应的退化模型参数估计值与 AIC 值。通过分析可以发现,随着仿真样本数量的提升,退化模型参数估计值越接近初始仿真参数(即真实值),且 AIC 值越小。表明通过增加仿真样本数量,有助于进一步提高退化模型参数估计的准确性以及剩余寿命的预测精度。然而在实际使用过程中,性能退化模型多应用于高可靠、长寿命或新研设备,出于成本和现实条件的制约,退化试验中该类设备的样本数量往往较少,导致预测误差难以避免。

表 2 仿真数据对比(M0)
Tab. 2 Simulation data comparison (M0)

参数	真实值	样本数		
		6	60	600
μ_λ	3	2.877 3	2.981 7	2.989 9
σ_λ^2	0.000 4	0.029 9	0.032 7	0.004 7
σ_B^2	0.1	0.064 8	0.112 0	0.095 4
σ_e^2	0.001	0.001 1	0.000 7	0.001 1
b	1.5	1.441 6	1.493 3	1.502 4
LF		-56.68	-454.04	-4829.15
AIC		-123.36	-918.08	-9668.29

4.2 铣刀退化数据分析

铣床是机械加工中广泛使用的一种机床,其通过自身携带的铣刀对工件进行加工,进而得到满足要求的铣削件。受工作条件与加工材料的影响,铣刀在使用过程中会发生磨损现象,进而影响其铣削性能,严重时将导致失效。通常情况下,可将铣刀的后刀面磨损(VB)作为铣刀性能退化的特征量进行分析。本文基于文献[19]给出的某型铣刀的退化试验数据进行分析,其中铣刀的切削深度为 0.75 mm,进刀量为 0.5 mm/r,切削材料为铸铁,对应退化轨迹如图 7 所示。

由图 7 可知,铣刀的退化过程呈现出明显的非线性特征,不妨设 $\Lambda(t, b) = t^b$ 。则利用本文提出的 M0 方法,可得铣刀退化模型的参数估计值分别为: $\mu_\lambda = 0.023 7, \sigma_\lambda^2 = 0.097 7, b = 0.745 5, \sigma_B^2 = 0.000 2, \sigma_e^2 = 0.001$ 。利用本文所提失效阈值分布参数估计方法,可得铣刀随机失效阈值的分布参数为 $\mu_\omega = 0.6, \sigma_\omega^2 = 0.005$,对 μ_ω 与 σ_ω^2 进行 K-S 分布检验,不能拒绝其服从正态分布的假设,且对应的 P 值为 0.979 5,进一步证明了采

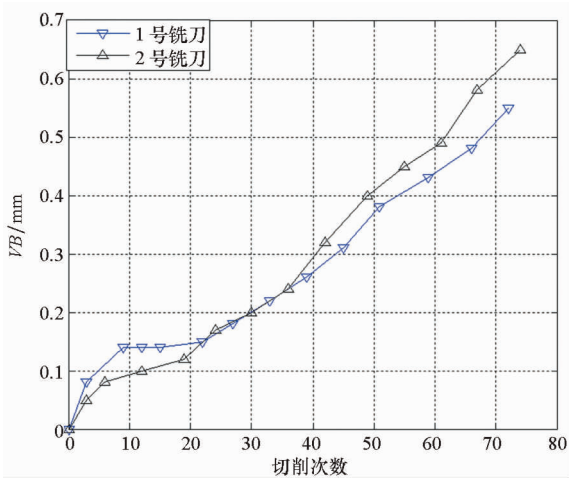


图 7 铣刀退化数据
Fig. 7 Milling degradation data

用正态分布描述随机失效阈值具有合理性。

基于铣刀磨损数据可得 M0、M1 与 M2 预测的铣刀剩余寿命分布情况。本文以 1 号铣刀第 59 次铣削后的剩余寿命分布情况为例进行说明，如图 8 所示。由图 8 可知，铣刀对应的真实剩余寿命为 $l_k = 72 - 59 = 13$ 次，其中 M0 与 M2 对应的剩余寿命概率密度函数均可包含铣刀的真实剩余寿命，而 M1 对应的剩余寿命概率密度函数无法包含其真实剩余寿命，且 M0 较 M2 具有更窄的概率密度函数，表明 M0 较 M1 与 M2 在预测准确性与精度方面更具优势。该结论与仿真分析结果相一致，进一步证明了本文所提方法的科学性与有效性。

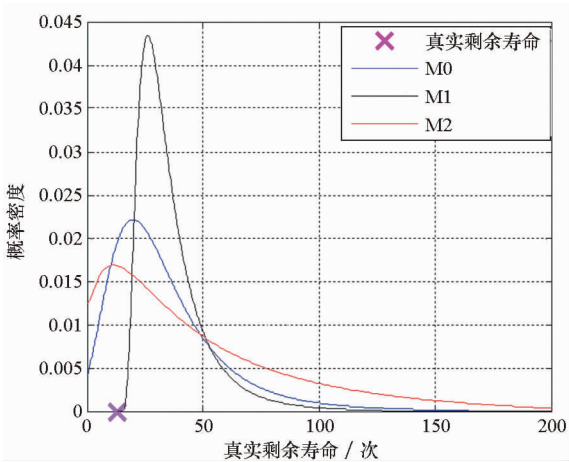


图 8 第 59 次铣削后铣刀的剩余寿命分布
Fig. 8 The PDFs at 59th milling

5 结论

本文基于非线性 Wiener 过程建立了考虑测量误差与个体差异的设备性能退化模型，提出了基于极大似然法的随机失效阈值参数估计方法，

并在上述研究的基础上分析了随机失效阈值对剩余寿命预测的影响，推导出了考虑随机失效阈值的剩余寿命概率密度函数。本文的主要结论有：

- 1) 忽略退化过程的非线性，将导致退化模型不确定性的增加，从而会降低剩余寿命预测的精度。
- 2) 忽略失效阈值的随机性，将导致随机误差的产生，从而会降低剩余寿命预测的准确性。
- 3) 本文提出的综合考虑非线性退化与随机失效阈值的剩余寿命预测方法，能够有效提升剩余寿命预测的准确性和精度，且该方法构建的退化模型更具一般性，具备潜在工程应用前景。

参考文献 (References)

- [1] 蔡忠义, 项华春, 王攀, 等. 竞争失效下多元退化建模的导弹贮存寿命评估 [J]. 系统工程与电子技术, 2018, 40(5): 1183 - 1188.
CAI Zhongyi, XIANG Huachun, WANG Pan, et al. Missile storage lifetime assessment of multivariate degradation modeling under competition failure [J]. Systems Engineering and Electronics, 2018, 40(5): 1183 - 1188. (in Chinese)
- [2] 李志栋, 张涛. 非完美特性下的多状态系统检测与维修优化 [J]. 北京航空航天大学学报, 2017, 43(5): 951 - 960.
LI Zhidong, ZHANG Tao. Optimization of inspection and repair of multi-state system under imperfect characteristics [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2017, 43(5): 951 - 960. (in Chinese)
- [3] Peng C, Tseng S. Mis-specification analysis of linear degradation models [J]. IEEE Transactions on Reliability, 2009, 58(3): 444 - 455.
- [4] Tang S J, Guo X S, Yu C Q, et al. Accelerated degradation tests modeling based on the nonlinear Wiener process with random effects [J]. Mathematical Problems in Engineering, 2014; 1 - 11.
- [5] Ye Z S, Chen N, Tsui K L. A Bayesian approach to condition monitoring with imperfect inspections [J]. Quality and Reliability Engineering International, 2015, 31(3): 513 - 522.
- [6] Kaiser K A, Gebrael N. Predictive maintenance management using sensor-based degradation models [J]. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part A: Systems and Humans, 2009, 39(4): 840 - 849.
- [7] Wang X. Wiener processes with random effects for degradation data [J]. Journal of Multivariate Analysis, 2010, 101(2): 340 - 351.
- [8] Si X S, Wang W B, Hu C H, et al. Remaining useful life estimation based on a nonlinear diffusion degradation process [J]. IEEE Transactions on Reliability, 2012, 61(1): 50 - 67.
- [9] Tang S J, Guo X S, Yu C Q, et al. Real time remaining useful life prediction based on nonlinear Wiener based degradation processes with measurement errors [J]. Journal of Central South University, 2014, 21: 4509 - 4517.
- [10] Tang S J, Yu C Q, Wang X, et al. Remaining useful life prediction of lithium-ion batteries based on the Wiener process

- with measurement error [J]. *Energies*, 2014, 7: 520 – 547.
- [11] Feng L, Wang H L, Si X S, et al. A state-space-based prognostic model for hidden and age-dependent nonlinear degradation process [J]. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2013, 10(4): 1072 – 1086.
- [12] Wang H X, Jiang Y. Performance reliability prediction of complex system based on the condition monitoring information[J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2013; 1 – 7.
- [13] Wang X L, Jiang P, Guo B, et al. Real-time reliability evaluation based on damaged measurement degradation data[J]. *Journal of Central South University*, 2012, 19(11): 3162 – 3169.
- [14] Wang W B, Carr M, Xu W J, et al. A model for residual life prediction based on Brownian motion with an adaptive drift[J]. *Microelectronics Reliability*, 2010, 51(2): 285 – 293.
- [15] Wei M H, Chen M Y, Zhou D H. Multi-sensor information based remaining useful life prediction with anticipated performance [J]. *IEEE Transactions on Reliability*, 2013, 62(1): 183 – 198.
- [16] Peng W, Coit D W. Reliability and degradation modeling with random or uncertain failure threshold [J]. *Institute of Electrical and Electronics Engineers*, 2007; 392 – 397.
- [17] Usynin A, Hines J W, Urmanov A. Uncertain failure thresholds in cumulative damage models[C]// *Proceedings of the Reliability and Maintainability Symposium*, 2008; 334 – 340.
- [18] Huang J B, Kong D J, Cui L R. Bayesian reliability assessment and degradation modeling with calibrations and random failure threshold [J]. *Journal of Shanghai Jiaotong University (Science)*, 2016, 21(4): 478 – 483.
- [19] Goebel K, Agogino A. Mill data set [DB/OL]. [2018 – 10 – 12]. USA: NASA, 2007. <http://ti.arc.nasa.gov/project/prognostic-data-repository>.

(上接第 170 页)

- [5] Evtushkin D, Ponomarev D, Abu-Ghazaleh N. Jump over ASLR: attacking branch predictors to bypass ASLR [C]// *Proceedings of 49th Annual IEEE/ACM International Symposium on Microarchitecture (MICRO)*, 2016; 1 – 13.
- [6] Brumley D, Poosankam P, Song D, et al. Automatic patch-based exploit generation is possible: techniques and implications [C]// *Proceedings of IEEE Symposium on Security and Privacy (sp 2008)*, 2008; 143 – 157.
- [7] Wang M H, Su P R, Li Q, et al. Automatic polymorphic exploit generation for software vulnerabilities [C]// *International Conference on Security and Privacy in Communication Systems*. Springer, 2013; 216 – 233.
- [8] Long F, Rinard M. Automatic patch generation by learning correct code [C]// *Proceedings of the 43rd Annual ACM SIGPLAN-SIGACT Symposium on Principles of Programming*, 2016, 51(1): 298 – 312.
- [9] Schwartz E J, Avgerinos T, Brumley D. Q: exploit hardening made easy [C]// *Proceedings of the 20th USENIX Conference on Security*, 2011; 25 – 41.
- [10] Heelan S, Melham T, Kroening D. Automatic heap layout manipulation for exploitation [C]// *Proceedings of the 27th USENIX Security Symposium*, 2018; 763 – 779.
- [11] Huang S K, Huang M H, Huang P Y, et al. Software crash analysis for automatic exploit generation on binary programs [J]. *IEEE Transactions on Reliability*, 2014, 63(1): 270 – 289.
- [12] Hu H, Chua Z L, Adrian S, et al. Automatic generation of data-oriented exploit [C]// *Proceedings of 24th USENIX Security Symposium*, 2015; 177 – 192.
- [13] Luo L N, Zeng Q, Cao C, et al. System service call-oriented symbolic execution of android framework with applications to vulnerability discovery and exploit generation [C]// *Proceedings of the 15th Annual International Conference on Mobile Systems, Applications, and Services*, 2017; 225 – 238.
- [14] Chipounov V, Kuznetsov V, Candea G. S2E: a platform for in-vivo multi-path analysis of software systems [J]. *ACM SIGPLAN Notices*, 2011, 47(4): 265 – 278.
- [15] Chipounov V, Kuznetsov V, Candea G. The S2E platform: design, implementation, and applications [J]. *ACM Transactions on Computer Systems*, 2012, 30(1): 1 – 49.
- [16] 彭建山, 丁大钊, 王清贤. 结合容错攻击与内存区域统计的 ASLR 绕过方法 [J]. *计算机工程与应用*, 2019(2): 72 – 78.
- PENG Jianshan, DING Dazhao, WANG Qingxian. An ASLR bypassing method combining crash-resistance and memory range statistics [J]. *Computer Engineering and Applications*, 2019(2): 72 – 78. (in Chinese)
- [17] Gawlik R, Kollenda B, Koppe P, et al. Enabling client-side crash-resistance to overcome diversification and information hiding [C]// *Proceedings of Network and Distributed System Security Symposium*, 2016.
- [18] Shankar U, Talwar K, Foster J S, et al. Detecting format string vulnerabilities with type qualifiers [C]// *Proceedings of the 10th Conference on USENIX Security Symposium*, 2001.