

慢刀伺服加工环曲面的刀具路径规划方法*

邱昕洋, 张彦钦, 王宏斌

(西北农林科技大学 机械与电子工程学院, 陕西 杨凌 712100)

摘要:如何规划刀具路径、进而获得高质量的数控加工代码,是应用慢刀伺服技术加工环曲面的关键技术之一。提出了基于等距面规划刀位点轨迹的刀具路径规划方法,推导了外凸环曲面的面形方程及其等距面方程,对比分析了两种导动曲线及两种数据点离散方法,优选了刀具路径规划方案,应用 VB.net 语言编写了慢刀伺服加工环曲面用数控代码生成软件,在 Vericut 平台上对数控代码进行了仿真实验,直观地展示了虚拟加工面相对理论曲面的残留区域,仿真结果验证了方法的可行性。结果表明:将外凸环曲面方程中的非一次常数项 a 变为 $a + r_d$,即得到外凸环曲面的等距面方程;所提刀具路径规划方法适用于慢刀伺服加工外凸环曲面;该方法对应用慢刀伺服技术加工其他面型的光学镜面具有借鉴价值。

关键词:慢刀伺服;环曲面;刀具路径规划;等距面;加工仿真

中图分类号:TH164;TP391 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2020)03-121-07

Tool path planning method for machining toric surface based on slow tool servo technology

QIU Xinyang, ZHANG Yanqin, WANG Hongbin

(College of Mechanical and Electronic Engineering, Northwest A&F University, Yangling 712100, China)

Abstract: How to plan the tool path and obtain high-quality CNC (computer numerical control) code is one of the key techniques for machining the toric surface with slow tool servo technology. A tool path planning method based on equidistant surfaces was proposed. The surface equations of the toric surface and its equidistant surface equations were derived. Two kinds of guiding curves and two discrete methods were compared and analyzed. Optimized scheme of the tool path planning was selected. The NC code generation software for machining toric surface with the slow tool servo technology was developed by using VB.net language. The generated NC code was verified based on the Vericut CNC machining simulation platform. The residual area of the virtual machined surface relative to the theoretical surface was intuitively shown. Simulation results show that the tool path planning method based on equidistant surfaces is feasible. The results show that by changing the non-primary term of the toric surface equation from a to $a + r_d$, its equidistant surface equation can be obtained. The tool path planning method based on equidistant surfaces is suitable for machining convex-toric surface using slow tool servo technology. The proposed method has some reference values for processing optical elements having other surface shapes by slow tool servo technology.

Keywords: slow tool servo; toric surface; tool path planning; equidistant surface; machining simulation

环曲面在两个相互垂直的方向上具有不同的曲率,进而形成两个深浅不同的屈光度,环曲面眼镜片被广泛地应用于散光视力矫正技术中^[1]。慢刀伺服技术^[2-8]是一种超精密切削加工方法,可以重复加工各种复杂面形的光学元件,加工面形精度高、效率高、成本低,为高效率、高精度地加工环曲面提供了一条新途径。如何生成刀具轨迹、进而获得高质量的数控加工代码,是应用慢刀伺服技术加工环曲面的关键技术之一。

环曲面属于非轴对称非球面,可用解析表达

式描述其面形方程。有两种可行的刀具路径规划方法^[9-12]。方法一:给定待加工曲面,按导动规则约束生成切触点曲线,按某种刀具偏置计算方法生成刀具轨迹曲线。环曲面上各点处的曲率随位置变化,该方法不易保证刀具沿机床横向坐标轴的“匀速”进给条件,获得的数控代码质量不高,直接影响加工质量。方法二:采用球形刀,根据待加工曲面计算得到其等距面,按导动规则生成刀位点曲线,进而离散为刀位点坐标,刀具轨迹曲线完全由等距面和导动规则确定。采用第二种刀具路径规

* 收稿日期:2018-12-14

基金项目:中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(QN2012028, QN2012030);时栅传感及先进检测技术重庆市重点实验室开放基金资助项目(2013TGS003)

作者简介:邱昕洋(1980—),男,河北平泉人,讲师,博士, E-mail: qixinyang@nwafu.edu.cn;

张彦钦(通信作者),女,讲师,博士, E-mail: zhangyanqin@nwafu.edu.cn

划方法,能保证刀具沿工件径向“匀速”进给,对机床横向进给轴动态性能指标的要求不高,有助于获得高质量的数控代码及保证加工质量。

本文以应用慢刀伺服技术加工外凸环曲面为例,提出了基于等距面规划刀具路径的方法和面形方程和等距面方程,对比分析导动规则和数据点离散方法两项关键技术,编程以实现数控代码的生成,并对生成的数控代码进行仿真加工验证,以期论证基于等距面规划刀具路径的方法对于慢刀伺服加工环曲面的可行性。

1 环曲面的面形方程

环曲面属于非轴对称非球面,应用慢刀伺服技术切削加工时,可采用端面加工方式,加工示意图如图 1 所示,待加工工件与回转伺服轴 C 轴固连,C 轴实现了位置控制;切削刀具可相对于工件作 X 轴向、Z 轴向平移运动,X 轴和 Z 轴是实现了位置控制的直线进给伺服轴,X 轴和 Z 轴正交;C 轴轴线与 Z 轴平行,C 轴、X 轴、Z 轴可实现三轴联动;机床布局可与普通卧式车床或普通金刚石车床的布局形式类同;若刀具选择多刃回转刀具,如铣刀,还需包含刀具主轴。应用慢刀伺服技术加工环曲面,依靠 C 轴、X 轴、Z 轴三轴联动,因此最终要在圆柱坐标系下表达环曲面。

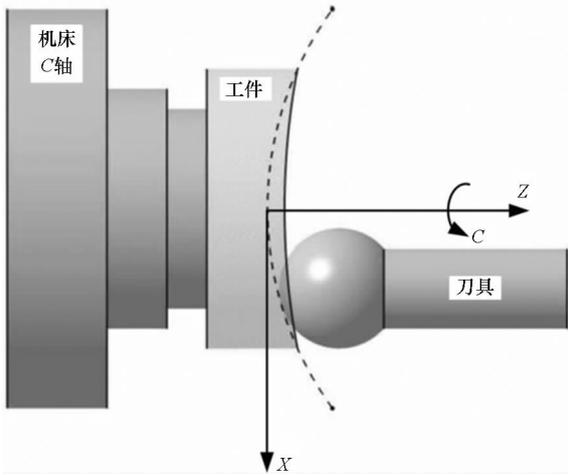


图 1 应用慢刀伺服技术切削环曲面示意图
Fig. 1 Schematic diagram of cutting toric surface using slow tool servo technology

1.1 坐标系的建立

为了便于描述外凸环曲面、推导其面形方程,建立坐标系如图 2 所示。图中固定坐标系用 $\sigma_g = [o_g; i_g, j_g, k_g]$ 表示,底矢为 (i_g, j_g, k_g) ,任意点在坐标系 σ_g 里的坐标分量为 (x_g, y_g, z_g) ;为了便于描述外凸环曲面,在环曲面上坐标 x_g 最大点处建

立工件坐标系 $\sigma_1 = [o_1; i_1, j_1, k_1]$,底矢为 (i_1, j_1, k_1) ,任意点在坐标系 σ_1 里的坐标分量为 (x_1, y_1, z_1) ;形成环曲面的基圆半径为 a ,旋转半径为 R ,本例中的 R 大于 a ;则由 σ_g 到 σ_1 的坐标变换可表示为:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -R-a \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_g \\ y_g \\ z_g \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

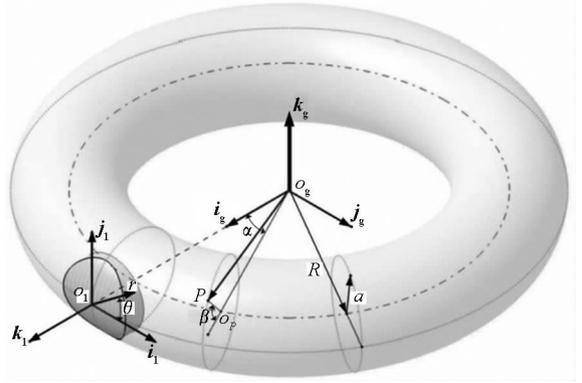


图 2 外凸环曲面及其坐标系

Fig. 2 Convex toric surface and its coordinate system

1.2 环曲面面形方程的推导

完整的环曲面^[13-14]是由半径为 a 的基圆,绕回转轴 k_g 旋转一周得到的,旋转半径为 R ,其中回转轴与基圆共面但不通过基圆圆心,图 2 中 R 大于 a 。环曲面光学元件表面应用了完整环曲面的一部分,可分为内凹、外凸和凹凸等多种细分类型,本文以外凸环曲面为例,推导其面形方程。

本文借鉴 Ludwick 的方法推导外凸环曲面的面形方程^[14-15]。如图 2 所示,设 P 为完整环曲面上任意一点,过点 P 基圆的圆心为 o_p ,在固定坐标系 σ_g 中,点 P 可由两个角度参变量 α, β 完全确定。其中, α 为 $o_g o_p$ 由 i_g 轴正向开始逆时针旋转所成的角度, β 为 $o_p P$ 与 $o_g o_p$ 的夹角。环曲面上的点 P 在 σ_g 中的坐标为:

$$\begin{cases} x_g = (R + a \cdot \cos\beta) \cdot \cos\alpha \\ y_g = (R + a \cdot \cos\beta) \cdot \sin\alpha \\ z_g = a \cdot \sin\beta \end{cases} \quad (2)$$

设点 P 在 σ_1 中的矢量为 p ,将式(2)通过式(1)转化到坐标系 σ_1 中,可得环曲面在 σ_1 中的表达式为:

$$\begin{cases} p = x_1 i_1 + y_1 j_1 + z_1 k_1 \\ x_1 = (R + a \cdot \cos\beta) \cdot \sin\alpha \\ y_1 = a \cdot \sin\beta \\ z_1 = -(R + a) + (R + a \cdot \cos\beta) \cdot \cos\alpha \end{cases} \quad (3)$$

由前述分析可知,应用慢刀伺服技术加工环曲面,依靠 C 轴、 X 轴、 Z 轴三轴联动,因此最终要在圆柱坐标系下表达环曲面。设 (r, z, θ) 为圆柱坐标系下的坐标分量,如图 2 所示,二维极坐标平面为 $i_1 o_1 j_1$, r 为二维极坐标的半径, θ 为二维极坐标的角度变量。经过坐标转化,可得外凸环曲面的柱坐标方程为:

$$z = -(R+a) + \sqrt{(R + \sqrt{a^2 - r^2 \sin^2 \theta})^2 - r^2 \cos^2 \theta} \quad (4)$$

2 环曲面的等距面方程

设环曲面上任意点 P 处的单位法向量为 \mathbf{n} , 刀尖圆角半径为 r_d , 与点 P 对应的等距面上的点在 σ_1 中的矢量为 \mathbf{p}_e , 则有:

$$\mathbf{p}_e = \mathbf{p} + r_d \cdot \mathbf{n} \quad (5)$$

式(3)中环曲面的方程可表示为 $\mathbf{p} = \mathbf{p}(\alpha, \beta)$, 则单位法向矢量 \mathbf{n} 可用下式求解^[16]:

$$\mathbf{n} = \frac{\mathbf{p}_\alpha \times \mathbf{p}_\beta}{|\mathbf{p}_\alpha \times \mathbf{p}_\beta|} \quad (6)$$

式中, $\mathbf{p}_\alpha, \mathbf{p}_\beta$ 分别为 \mathbf{p} 对 α, β 的偏导数。

根据式(3), 求解式(6)可得:

$$\mathbf{n} = \sin \alpha \cdot \cos \beta \cdot \mathbf{i}_1 + \sin \beta \cdot \mathbf{j}_1 + \cos \alpha \cdot \cos \beta \cdot \mathbf{k}_1 \quad (7)$$

将式(3)、式(7)代入式(5), 可得环曲面的等距面在 σ_1 中的表达式为:

$$\begin{cases} \mathbf{p}_e = x_1 \mathbf{i}_1 + y_1 \mathbf{j}_1 + z_1 \mathbf{k}_1 \\ x_1 = [R + (a + r_d) \cdot \cos \beta] \cdot \sin \alpha \\ y_1 = (a + r_d) \cdot \sin \beta \\ z_1 = -(R + a) + [R + (a + r_d) \cdot \cos \beta] \cdot \cos \alpha \end{cases} \quad (8)$$

同理, 将外凸环曲面的等距面方程式(8)转化为柱坐标方程, 则:

$$z = -(R+a) + \sqrt{(R + \sqrt{(a+r_d)^2 - r^2 \sin^2 \theta})^2 - r^2 \cos^2 \theta} \quad (9)$$

式(9)可用 $z = z(r, \theta)$ 表示, 式(9)中 r, θ 是等距面的参数, R, a, r_d 是与设计和制造工艺相关的常数项。若一次常数项发生变化, 则工件坐标系中的等距面将沿 \mathbf{k}_1 轴整体平移, 对“面形”没有影响; 若非一次常数项发生变化, 等距面的微观参数将随之改变, 进而带来“面形”的改变。

对比分析环曲面方程式(4)和等距面方程式(9), 若将式(4)中的非一次常数项 a 变为非一次常数项 $a + r_d$, 即实现了由外凸环曲面到其等距面的转化, r_d 恰为工艺参数刀尖圆角半径。

结合等距面的求解过程不难发现: 环曲面上

任意点 P 处的单位法向量 \mathbf{n} 恰好位于经过点 P 基圆所在的平面内, 且单位法向量的延长线通过基圆圆心。

3 导动规则的关键技术

导动规则是刀具路径规划的重要内容, 刀具路径的优劣直接影响数控代码的质量。本文的导动规则^[10,12]是指等距面上刀位点曲线的生成方法及一些有关加工精度的参数, 如步长、行距、两切削行间的残留高度、曲面的盈余和过切容差等。本文选取导动曲线类型及其离散方法作为讨论的重点。

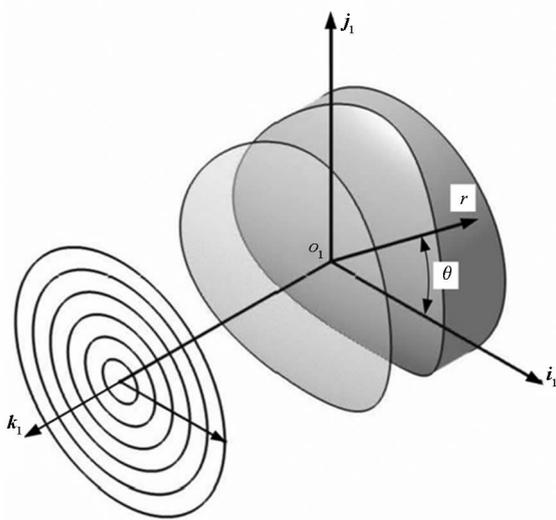
慢刀伺服技术及其机床布局, 决定了环曲面的加工是在圆柱坐标系下进行的, 利用了 X 轴、 C 轴、 Z 轴三轴联动技术, 因此选取垂直于 \mathbf{k}_1 轴的平面为工作平面, 在工作平面内规划导动曲线, 投影方向选取 \mathbf{k}_1 轴方向。

由环曲面的几何特性可知, 零件回转一周, 刀具相对零件沿 Z 轴做周期性往复运动, Z 轴往复运动的行程随面形方程和刀位点位置而变化; 零件回转一周, Z 轴往复运动两个周期, Z 轴往复运动的频率是零件回转运动频率的两倍; 提高零件转速, 有益于提高加工效率, 但对机床 Z 轴加速度及其动态性能的要求相应提高。因此, 要综合考虑机床 Z 轴的动态性能, 以便确定加工效率。同时, 在规划导动规则时, 若能使 C 轴保持匀速运动、 X 轴实现连续渐进进给, 则可降低对机床 X 轴和 C 轴动态性能的要求, 有益于确保加工质量。因此, 本文确定导动曲线类型及其离散方法的重要准则为“使 C 轴保持匀速运动、 X 轴连续渐进进给”。

3.1 确定导动曲线类型

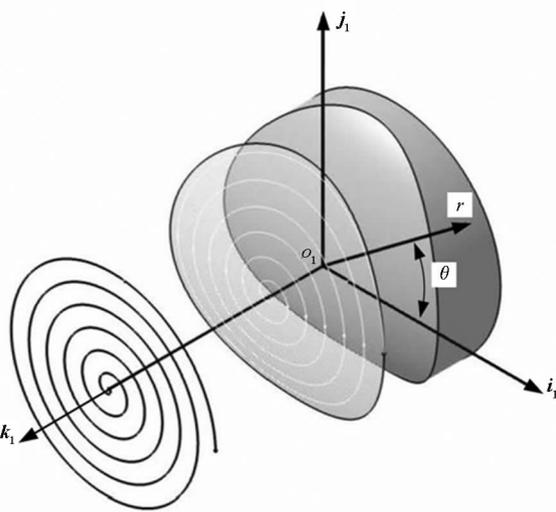
在垂直于 \mathbf{k}_1 轴的工作平面内, 规划导动曲线, 然后沿 \mathbf{k}_1 轴线向等距面投影, 获得刀位点轨迹。较适于柱面坐标系端面切削的导动曲线有回转截面法中的一组同心圆和阿基米德螺线, 如图 3 所示。

若选一组同心圆作为导动曲线, 如图 3(a) 所示, 则同心圆的圆心位于 Z 轴上, 该方法加工可以从中心向外扩展, 也可以由边缘向中心靠拢^[10,12]。初始刀位点在同一个圆上加工时, X 轴无进给; 初始刀位点由一个加工圆转到下一个圆时, X 轴“寸动”。在整个曲面的加工中, X 轴断续进给, 易于留下接刀痕, 在要求高效高精的光学镜面加工中, 该导动方法缺点突出。



(a) 一组同心圆作导动曲线

(a) A set of concentric circles as the guiding curve



(b) 阿基米德螺线作导动曲线

(b) Archimedes spiral as the guiding curve

图 3 两类常用导动曲线

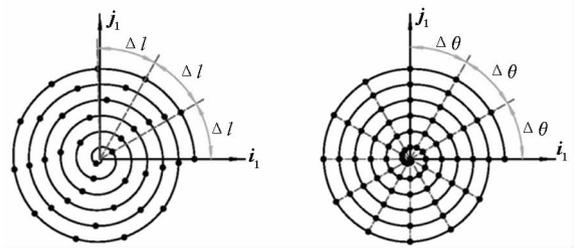
Fig. 3 Two types of common guide curves

若选阿基米德螺线作为导动曲线,如图 3(b)所示,则机床 X 轴向进给量是 C 轴进给量的一次函数,易于保证 X 轴连续进给;C 轴每转一周,X 轴进给量保持不变;若 C 轴匀速运动,则 X 轴连续匀速进给。该方法对机床 X 轴、C 轴伺服轴的动态性能要求低,有益于确保加工质量,是加工光学镜面的优选方案。

3.2 导动曲线的离散方法

本文选定的导动曲线为阿基米德螺线,其极坐标表达形式为 $r = r(\theta)$,即 θ 是导动曲线的参数。如图 4 所示,导动曲线的离散方法主要有等角度和等弧长两种。

对于等弧长离散法,如图 4(a)所示,相邻数据点间的弧长 Δl 相等,待加工曲面上,不论是曲



(a) 等弧长离散法

(b) 等角度离散法

(a) Equal arc length discrete method

(b) Equal angle discrete method

图 4 导动曲线的离散方法

Fig. 4 Discrete method of guiding curve

面边缘部分,还是曲面中心部分,数据点分布均匀,有利于保证整个加工面加工质量的一致性。其缺点是,相邻数据点所对应的圆心角不相等,若保证相邻数据点间的加工时间相等,则 C 轴变速进给,对 C 轴加速度及动态性能有较高要求。对于等角度离散法,如图 4(b)所示,相邻数据点所对应的圆心角 $\Delta\theta$ 相等,曲面边缘部分的数据点较稀疏,曲面中心部分的数据点较密集,数据点分布不均匀。然而,环曲面对中心部位的加工精度要求高于边缘部位,若要保证相邻数据点间的加工时间相等,则 C 轴匀速进给。综上所述,本文推荐的离散方法为等角度离散法。

4 环曲面的仿真加工

本文讨论的慢刀伺服加工法适用于环曲面镜片的粗加工工序。后序还有镜磨和抛光等重要工序与之配合。经分析可知,粗加工工序的重要内容是保证环曲面的形状位置精度。在生产实际中,粗加工工序检查的重点是测量基弧和正交弧的弦高误差。具体做法:将检测弦长固定为 40 mm,测量基弧和正交弧的弦高误差,若测量误差在 0.02 mm 以内,该工序即为合格。

虚拟加工方法在机械制造、零件加工领域是一种常用的仿真验证方法,通过虚拟加工来验证粗加工工序的加工效果,有利于排除实际工艺系统诸多因素的不利影响。因此,为了进一步验证前文所述的刀具路径规划方法,本文选择了虚拟仿真加工方法,仿真加工的环曲面基本参数如表 1 所示。首先基于 VB.net 语言,编写了环曲面数控加工用自动编程软件,获得了数控加工代码。接下来在 Vericut 软件平台下,对数控代码进行了仿真验证。为了比较三维设计模型和加工仿真模型,在 CATIA 软件中构建了待加工面的三维模型,下文称之为“理论”曲面。最后,对仿真结果

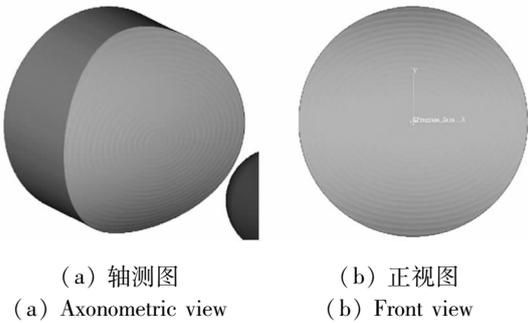
进行了比较分析。

表1 仿真加工用基本参数表

Tab.1 Basic parameter table for simulation processing

参数名称	符号	数值/mm
基圆半径	a	40.0
旋转半径	R	150.0
刀具圆角半径	r_d	15.0
加工圆半径		30.0

选取 X 轴向进给量 $\Delta r = 2.0 \text{ mm/r}$, 相邻数据点间圆心角增量 $\Delta\theta = 3^\circ$ 时, 得到的外凸环曲面的仿真加工面如图5所示。



(a) 轴测图 (b) 正视图
(a) Axonometric view (b) Front view

图5 当 $\Delta r = 2.0 \text{ mm/r}$ 时的仿真加工面

Fig.5 Simulated processing surface when $\Delta r = 2.0 \text{ mm/r}$

由于 X 轴向进给量 $\Delta r = 2.0 \text{ mm/r}$ 取值较大, 在加工面上留下了许多目视可见的刀具残留, 残留痕迹反映了刀触点轨迹的形状。刀具路径规划时选取阿基米德螺线为导动曲线, 当 $\Delta r = 2.0 \text{ mm/r}$ 时, 在工作平面内每转导动曲线近似“正圆”; 如图5(b)所示, 刀触点轨迹每转近似“椭圆”。显然, 本文所述的先求解环曲面的等距面, 再根据等距面直接规划刀位点轨迹的方法是较优的方法。

根据生产中用户的实际需求, 即粗加工工序保证基弧和正交弧的弦高误差在 0.02 mm 以内的技术要求, 在 CATIA 中构建待加工面的三维模型, 3D 精度设置为固定值 0.01 mm , 加工面的过切和残留分析将在这一数量级下进行。图5中的仿真加工面与“理论”曲面进行比较, 得出残留分布如图6所示。在曲率半径较大的子午线附近, 加工残留较少, 加工面更接近“理论”曲面; 离该子午线越远, 加工残留越多。整个加工面上的残留都在 0.01 mm 数量级上。

选取 X 轴向进给量 $\Delta r = 0.5 \text{ mm/r}$, 相邻数据点间圆心角增量 $\Delta\theta = 3^\circ$ 时, 得到的外凸环曲面的仿真加工面如图7所示。

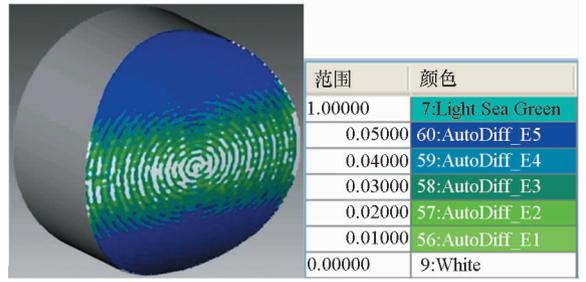


图6 当 $\Delta r = 2.0 \text{ mm/r}$ 时, 加工面的残余分布
Fig.6 When $\Delta r = 2.0 \text{ mm/r}$, residual distribution map of the machined surface

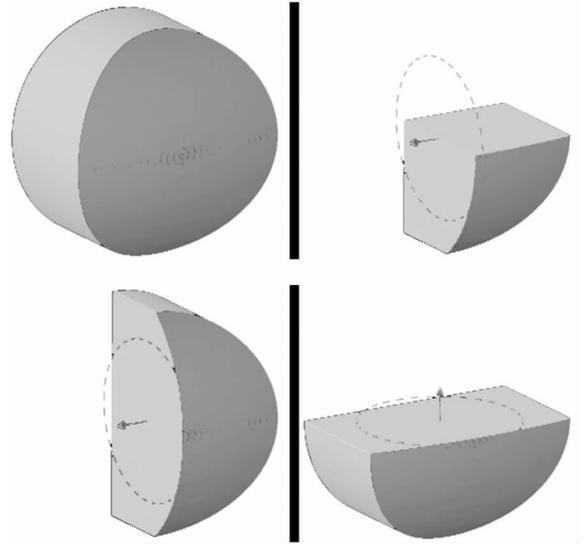


图7 当 $\Delta r = 0.5 \text{ mm/r}$ 时的仿真加工面
Fig.7 Simulated processing surface when $\Delta r = 0.5 \text{ mm/r}$

X 轴向进给量 $\Delta r = 0.5 \text{ mm/r}$, 刀具残留高度已小于 0.01 mm , 图7中的仿真加工面是一光滑曲面。

对图7中的仿真加工面进行过切分析, 未发现过切现象。对图7中的仿真加工面进行残留分析, 结果如图8所示。

由图8可知, 若设定残留公差为 0.01 mm , 在仿真加工面上有许多数据点处于残留超差状态, 如图8(a)的深色点所示。若设定残留公差为 0.02 mm , 仿真加工面上的超差数据点将大大减少, 如图8(b)所示。由仿真结果可知: 当 X 轴向进给量 $\Delta r = 0.5 \text{ mm/r}$ 时, 加工面的精度已经达到 CAD 设计软件和 CAM 仿真软件显示精度的极限。在允差为 0.02 mm 时, 图7所示的加工面与“理论”曲面吻合, 该工序能够满足环曲面形位精度要求。仿真分析也论证了基于等距面规划刀具路径的方法对于慢刀伺服加工环曲面是可行的。

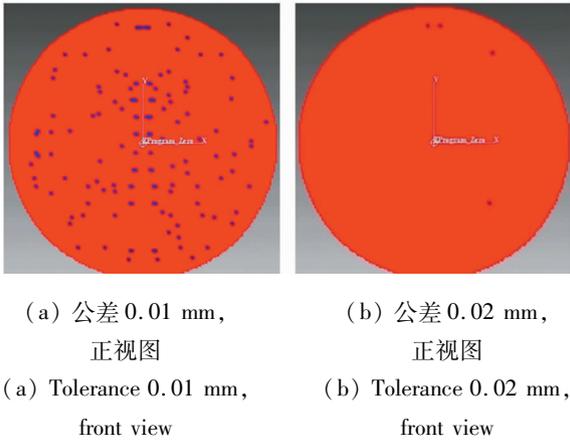


图 8 当 $\Delta r = 0.5 \text{ mm}/r$ 时,加工面的残余分布
 Fig. 8 When $\Delta r = 0.5 \text{ mm}/r$, residual distribution map of the machined surface

5 结论

本文针对“应用慢刀伺服技术加工环曲面”,提出了基于等距面规划刀位点轨迹的刀具路径规划方法,推导了外凸环曲面的面形方程及其等距面方程,对比分析了导动规则的两条关键技术,通过编程获得了符合通过等距面规划刀具路径的刀位点坐标及数控代码,最后对获得的数控代码进行了仿真验证。结果表明:

- 1) 将环曲面方程中的非一次常数项 a 变为非一次常数项 $a + r_d$,即得到外凸环曲面的等距面方程;
- 2) 基于等距面方程,选用阿基米德螺线作为导动曲线,并进行等角度离散,直接离散为刀位点坐标,易于使 C 轴保持匀速运动、 X 轴连续渐进进给,并获得高质量的数控加工代码;
- 3) 基于等距面规划刀位点轨迹的刀具路径规划方法,适于慢刀伺服加工环曲面工况;对应用慢刀伺服技术加工其他面型的光学镜面具有借鉴价值。

参考文献 (References)

[1] 常启旺. 眼镜片冷加工基础知识[M]. 北京: 轻工业出版社, 1986.
 CHANG Qiwang. Eyeglass lens cold processing basics[M]. Beijing: China Light Industry Press, 1986. (in Chinese)

[2] 辛企明. 光学塑料非球面制造技术[M]. 北京: 国防工业出版社, 2005.
 XIN Qiming. Optical plastic aspheric manufacturing technology[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2005. (in Chinese)

[3] Weck M, Kiockea F, Oezmerala H, et al. Manufacturing and application of non-rotationally symmetric optics [C]//

Proceedings of EUROPTO Conference on Optical Fabrication and Testing, 1999: 94 - 107.

[4] 关朝亮, 铁贵鹏, 尹自强. 光学阵列器件的慢刀伺服车削加工技术[J]. 国防科技大学学报, 2009, 31(4): 32 - 35.
 GUAN Chaoliang, TIE Guipeng, YIN Ziqiang. Fabrication of array lens optical component by using of slow tool servo diamond turning [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2009, 31(4): 32 - 35. (in Chinese)

[5] 关朝亮, 陈燕生, 彭文强. 自由曲面慢刀伺服车削及刀具参数确定方法[J]. 国防科技大学学报, 2012, 34(5): 102 - 106.
 GUAN Chaoliang, CHEN Yansheng, PENG Wenqiang. Freeform surface STS turning and tool geometry parameters determination method [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2012, 34(5): 102 - 106. (in Chinese)

[6] Wang X S, Fu X Q, Li C L, et al. Tool path generation for slow tool servo turning of complex optical surfaces [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2015, 79(1/2/3/4): 437 - 448.

[7] 余德平, 刘金光, 黄玮海, 等. 慢刀伺服变主轴转速车削非圆截面元件研究[J]. 四川大学学报(工程科学版), 2016, 48(6): 114 - 118.
 YU Deping, LIU Jinguang, HUANG Weihai, et al. Research on variable spindle speed in slow tool servo turning of noncircular section components [J]. Journal of Sichuan University (Engineering Science Edition), 2016, 48(6): 114 - 118. (in Chinese)

[8] 蔡洪彬, 史国权. 主动控制加工误差慢刀伺服车削轨迹生产方法[J]. 吉林大学学报(工学版), 2019, 49(4): 1221 - 1227.
 CAI Hongbin, SHI Guoquan. Tool path generation of slow tool servo for active control machining error [J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 2019, 49(4): 1221 - 1227. (in Chinese)

[9] 牛恒泰, 康敏, 何成奎, 等. 离散曲面慢刀伺服车削刀具路径规划 [J]. 机械科学与技术, 2018, 37(5): 721 - 728.
 NIU Hengtai, KANG Min, HE Chengkui, et al. Cutting path plan of discrete surface for slow tool servo turning [J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2018, 37(5): 721 - 728. (in Chinese)

[10] 黄翔, 李迎光. 数控编程理论、技术与应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2006.
 HUANG Xiang, LI Yingguang. Numerical control programming theory, technology and application [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2006. (in Chinese)

[11] 彭芳瑜. 数控加工工艺与编程[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2012.
 PENG Fangyu. CNC machining process and programming [M]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology Press, 2012. (in Chinese)

[12] 刘雄伟. 数控加工理论与编程技术[M]. 2 版. 北京: 机械工业出版社, 2002.

- LIU Xiongwei. CNC machining theory and programming technology[M]. 2nd ed. Beijing: China Machine Press, 2002. (in Chinese)
- [13] 吴丹, 孙京海, 王先逵. 非轴对称车削成型方法探讨[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2006, 46(11): 1832 - 1835.
- WU Dan, SUN Jinghai, WANG Xiankui. Surface generation method for non-rotationally symmetric turning[J]. Journal of Tsinghua University (Natural Science Edition), 2006, 46(11): 1832 - 1835. (in Chinese)
- [14] 王兴盛, 康敏. 环曲面眼镜片的慢刀伺服加工技术[J]. 中国机械工程, 2012, 23(18): 2169 - 2173.
- WANG Xingsheng, KANG Min. Toric spectacle lens by using slow tool servo turning[J]. China Mechanical Engineering, 2012, 23(18): 2169 - 2173. (in Chinese)
- [15] Ludwick S J, Chargin D A, Calzaretta J A, et al. Design of a rotary fast tool servo for ophthalmic lens fabrication [J]. Precision Engineering, 1999, 23(4): 253 - 259.
- [16] 梅向明, 黄敬之. 微分几何[M]. 2版. 北京: 高等教育出版社, 1988.
- MEI Xiangming, HUANG Jingzhi. Differential geometry[M]. 2nd ed. Beijing: Higher Education Press, 1988. (in Chinese)