doi:10.11887/j.cn.202003019

http://journal. nudt. edu. cn

浅海中非金属圆柱体的扰动电场*

喻 鹏1,程锦房1,姜润翔2

(1. 海军工程大学 兵器工程学院, 湖北 武汉 430033; 2. 海军工程大学 电气工程学院, 湖北 武汉 430033)

摘 要:为研究主动电场作用下非金属圆柱体目标所产生的扰动电场分布,基于镜像法和区域网格化的 思想,建立了浅海环境下非金属目标的二次电偶极子模型。利用该模型计算出目标周围不同位置处的扰动 电场,并与边界元软件仿真结果进行对比,结果表明扰动电场水平分量误差小于3%。开展水池模型实验,实 测结果与所提模型计算值基本一致,证明了所建立的二次电偶极子模型的准确性。

关键词:主动电场探测;非金属目标;二次电偶极子;扰动电场

中图分类号:TNM153 文献标志码:A 文章编号:1001-2486(2020)03-144-07

Disturbed electric field of nonmetallic cylinders in shallow sea

YU Peng¹, CHENG Jinfang¹, JIANG Runxiang²

(1. College of Weaponry Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China;

2. College of Electrical Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

Abstract: In order to study the distribution of disturbed electric field produced by a non-metallic cylindrical target under active electric field, the second electric dipole model of a non-metallic target in shallow water environment was established on the basis of the mirror method and the regional gridding method. By using the established model, the disturbed electric field at different positions near the target was calculated and was compared with the simulation results of boundary element method software. The results show that the error of the horizontal component of the disturbed electric field is less than 3%. Then an experiment was carried out in a water tank. The result data from test were basically consistent with the calculated results, which shows that the established secondary electric dipole model is accurate.

Keywords: active electric detection; nonmetallic target; second electric dipole; disturbed electric field

在"9·11"事件之后,港口防御越来越受到 各国重视,针对水下慢速移动小目标(如 UUV、 ROV、蛙人等)的探测,目前主要采用声呐技 术^[1]。但是在港口等浅海条件下,高环境噪声和 强混响等使得声呐探测存在较多缺点^[2-3],为此 亟须研究其他探测方法作为声探测的补充^[4]。

受弱电鱼和海洋可控源电磁勘探方法的启 发,有学者提出采用主动电场探测的方法作为浅 海环境下声探测的补充。主动电场探测方法具有 受海洋环境影响小、对金属和非金属物体均具有 较好的探测效果的特点。美国最早于20世纪70 年代进行了主动交流电场探测蛙人的实验,其主 要采用1对发射电极和2对测量电极,受限于当 时传感器等设备的精度,仅能探测测量电极附近 2 m范围内的蛙人^[5],之后未见过相关报道。

国内在主动电场探测领域的研究在近几年才

展开,主要是基于弱电鱼的捕食机理,对近距离的 目标进行定位,如:文献[6]重点研究了铁、铜、铝 等金属材料在1~1000 Hz 交变电场作用下的感 应电势,建立了主动电场定位系统的等效电路模 型;文献[7-8]研究了金属和非金属材料在不同 频率电场作用下的定位曲线,主要应用于超短距 离情况下定位水下管道缺陷的位置、导航等。可 以看出,上述文献重点关注近距离范围内(距离 小于 20 cm)对目标的定位,而较少研究利用主动 电场法进行较大范围内目标的探测、跟踪。

国外除了对弱电鱼的电场探测机理展开研究 外,还借鉴大地电磁勘探法原理(与弱电鱼电场 探测具有相似性)研究了在较大区域范围内对目 标的探测,如:文献[9]采用拖曳电极阵列,对海 水中电导率不一致的目标进行探测;文 献[10-11]提出采用直流电阻率异常的方法,利 用固定电极线阵对水下非金属目标进行探测,并 利用缩比模型初步验证了所提方法的可行性;之 后文献[12]在文献[11]的基础上采用双极方波 作为激励源,通过测量电极线阵上的电位变化,实 现对目标的实时探测定位,并利用缩比模型实验 和海试验证了方法的可行性。

文献[10-12]重点研究了缩比模型条件下 主动电场探测非金属物体的可行性,而未对主动 电场作用下目标周围的扰动电场分布特性进行理 论建模。事实上,对金属目标的二次偶极子模型 的研究较多,但是对表面电阻率远大于海水电阻 率的非金属目标的二次偶极子模型研究都很少。 所以本文基于镜像法和网格化思想建立了非金属 圆柱体目标在主动电场作用下所产生的二次电偶 极子模型,即扰动电场模型。为了验证所建立模 型的正确性,文中首先与边界元软件的仿真结果 进行了对比,结果表明所建立模型的计算结果与 边界元软件的仿真结果具有较高的相似性;最后 在水池进行了模型实验,实测结果与文中模型计 算值基本一致,进一步说明所建立模型的正确性。

1 模型建立

主动电场探测的基本原理为:通过一对发射 电极(一般为石墨电极、钛电极等不易电解、电阻 率低的材料)向均匀电导率介质中发射电流,建 立初始电场(文中定义为一次场);当有外来目标 进入介质时,由于外来目标的电导率与周围介质 的电导率不一致,目标将与原环境场相互作用,在 目标位置处诱导第二偶极子,第二偶极子在特定 测点上的电场扰动是目标位置、大小、形状和电阻 率对比度的函数,文中定义这个扰动场为二次场。 一般通过 Ag/AgCl 电极或者碳纤维电极等获取 特定测点上的电场扰动值,经信号处理、分析实现 对目标的探测、跟踪以及定位。实际使用中,为减 小电极等材料极化效应的影响,一般采用低频双 极性方波、正弦波等代替,但是由于信号频率很 低,文中理论分析时将发射信号源作为直流进行 处理。

1.1 一次场模型

建立如图 1 所示的三层模型下主动电场探测,其中一对发射电极平行布放在海水中,电极深度为 d,测量电极布放位置靠近海床,海水深度为 h,空气、海水、海床、目标的电导率分别为 σ_0 、 σ_1 、 σ_2 、 σ_1 ,其中 $\sigma_0 = 0$ 。

采用文献[13]中的镜像法,对图1中的电场 分布进行建模。根据图1中的坐标系,设两个发



Fig. 1 Diagram of active electric field detection

射电极的坐标为(x₀,0,d)和(x₁,0,d),目标中心 的坐标为(x₁,y₁,z₁),由于两个发射电极的电流大 小相等、方向相反,所以计算时可先计算单个发射 电极在测量点位置产生的电场值,之后对两个发 射电极产生的电场求矢量和。

单个发射电极在目标所在位置处产生的电位 值如式(1)所示^[14-15],其中I为发射电流。对于 式(1),实际计算时取n = 10即可达到较高的 精度^[16]。

$$\varphi_{0} = \frac{I}{4\pi\sigma_{1}} \Big[\frac{1}{\sqrt{r_{0}^{2} + (z_{1} - d)^{2}}} + \sum_{n=0}^{\infty} (k_{12})^{n} (\frac{1}{R_{1}} + \frac{k_{12}}{R_{2}} + \frac{k_{12}}{R_{3}} + \frac{k_{12}}{R_{4}}) \Big]$$
(1)

式中:

$$\begin{cases} r_{0} = (x_{t} - x_{0})^{2} + y_{t}^{2} \\ k_{12} = (\sigma_{1} - \sigma_{2})/(\sigma_{1} + \sigma_{2}) \end{cases}$$
(2)
$$\begin{cases} R_{1} = \sqrt{r_{0}^{2} + (z_{t} + 2nh + d)^{2}} \\ R_{2} = \sqrt{r_{0}^{2} + [-z_{t} + 2(n+1)h - d]^{2}} \\ R_{3} = \sqrt{r_{0}^{2} + [z_{t} + 2(n+1)h - d]^{2}} \\ R_{4} = \sqrt{r_{0}^{2} + [-z_{t} + 2(n+1)h + d]^{2}} \end{cases}$$
(3)

之后根据式(4)即可求得目标位置处不同方 向的电场分量 $E_x \ E_y \ E_z$,式中 r 即代表 $x \ y \ z$ 方 向。三分量电场 $E_x \ E_y \ E_z$ 的具体表达式可参考 文献[13]。

$$E_r = -\frac{\partial \varphi_0}{\partial r} \tag{4}$$

1.2 二次场模型

当目标出现时,在目标位置处会诱导第二偶极子,第二偶极子在特定测点上的电场扰动(即 二次场)是目标位置、大小、形状和电阻率对比度 的函数。目标的形状各异,所以一般将目标等效 为球体,利用式(5)进行估计,其中 *a* 为目标的等 效半径,*r*₁ 为以目标中心为原点、待求区域的位置 矢量,*E*₀ 为环境电场,*u*(*r*₁)为电位扰动值^[14-15]。

$$u(\boldsymbol{r}_{t}) = E_{0}\boldsymbol{r}_{t} \left(\frac{a}{|\boldsymbol{r}_{t}|}\right)^{3} \frac{\boldsymbol{\sigma}_{t} - \boldsymbol{\sigma}_{1}}{\boldsymbol{\sigma}_{t} + 2\boldsymbol{\sigma}_{1}}$$
(5)

然而实际环境中,目标不可能为标准球体,更

多的是以类似圆柱体的形式出现,那么将目标等 效为球体的方式会引起较大的误差,而且等效半 径较难确定,所以将目标等效于圆柱体是合适的。

为了对非金属圆柱体目标产生的扰动电场进行建模,本文提出一种网格化的电偶极子等效法, 该方法限定于:①激励源为直流源;②非金属目标 表面电阻率是均匀的,且远大于海水电阻率。为 方便计算,假设圆柱体目标轴线平行于 y 轴,目标 中心坐标为(x_i,0,z_i)。

当圆柱体目标出现时(圆柱底部半径为 R,长 度为 L),目标位置处的电流方向会发生改变,电 流会绕过圆柱体由其上方和下方流向负极。由于 沿 y 轴方向的电流密度存在差异,那么可沿 y 轴 方向将圆柱体目标分成 m 个长度为 L/m 的圆柱 单元,每个圆柱单元定义为偶极子 D_i(i = 1, 2,…,m),其中心坐标为(x_i,y_i,z_i)。m 的确定原 则是保证每个圆柱单元沿 y 轴方向的电流密度基 本一致。目标划分示意如图 2 所示。





Fig. 2 Cylindrical object is equivalent to m dipoles

首先求出偶极子 D_i 的电偶极矩 P_i ,再根据 1.1 节的一次场模型即可求出目标位置处的电场 分量 $E_x \ E_y \ E_z$ 。

假设偶极子 D_i 位置处的初始电场分量为 E_{xi} ,根据式(6)即可求得目标位置处的电流分 量 j_{xi} :

$$j_{xi} = \sigma_1 E_{xi} \tag{6}$$

那么偶极子 D_i 的等效电流值 I_i 可由式(7)计算, 其中 ΔS 为每个圆柱单元沿 x 轴方向的半投影面 积, $\Delta S = RL/m_o$

$$I_i = j_{xi} \Delta S \tag{7}$$

偶极子
$$D_i$$
 的等效水平电偶极矩 P_i 为:

$$P_i = I_i R \tag{8}$$

那么测量点处的电场 E_{total} 为各个电偶极子 D_i 在测量点产生电场的矢量求和:

$$E_{\text{total}} = \sum_{i=1}^{n} Q(P_i, x_i, y_{i}, z_i, z_p)$$
 (9)

式中,Q(•)代表根据 1.1 节的方法进行水平分 量电场求解计算,其中 z_p 为待求解平面的坐标。 值得注意的是,当待求解平面位于目标下方时,由 于目标为绝缘体,沿 x 轴方向流经目标的电流会 向待求解平面平移 R 距离,那么在计算目标下方的扰动电场时需要将等效电偶极子的纵坐标向下移动 R 距离。

2 仿真实验验证

2.1 实验条件

采用边界元软件建立了三层介质模型,主要 参数如下:定义坐标系中*z*为垂直向下方向,海面 位置*z*=0 m,*z*<0 为空气层,0 $\leq z \leq 60$ m 为海水 层,*z*>60 m 为海床;一对发射电极之间距离 100 m,深度值 *d* = 50 m;目标为绝缘圆柱体,长 *L*=5 m、底部半径 *R*=0.25 m,当目标存在时,其 深度值 *z*₁ = -45 m;海水深度 *h*=60 m,海床厚 140 m;海水电导率 σ_1 =4 S/m,海床电导率 σ_2 = 0.1 S/m;发射电极的电流为 DC10A。

另外,为衡量两种方式计算结果的相似度,将 模型计算值 U_j 与边界元仿真值 U_{ij}之间的误差 γ 定义如式(10)所示,误差越小,相似度越高,其中 N 为待比较值的个数。

$$\gamma = \sqrt{\sum_{j=1}^{N} (U_{1j} - U_j)^2} / \sqrt{\sum_{j=1}^{N} U_{1j}^2} \times 100\%$$
(10)

2.2 一次场模型验证

因为在发射电极附近,电场分布具有较强的 非线性,所以文中以两个发射电极中间 50 m 区域 范围内的电场分布作为评价标准,利用式(10)计 算文中模型与边界元仿真结果之间的误差。主要 对比了两个发射电极之间目标不同深度(z 方 向)、不同偏移距离(y 方向)时的电场值误差,如 表1所示,注意当误差小于 0.1% 时,文中将误差 视为 0。

	表 1	不同深度、	偏移距离	对建模误	差的影响
--	-----	-------	------	------	------

Tab. 1 Modeling error due to depth and migration distance

z∕m	y∕m	E _x 误差/%	E_y 误差/%	E _z 误差/%	-
- 10	0	0	0	10.8	-
- 30	0	0	0	7.0	
- 50	0	0	0	4.2	
0	5	0	0	7.3	
0	10	0	0.3	8.7	
0	20	0	0	12.0	

由表1可知,在不同深度、偏移距离的情况 下,根据文中的一次场模型计算得到的水平电场 *E_x*和*E_y*与边界元仿真结果高度一致,而垂直方向电场与边界元仿真结果存在一定的误差,主要是因为*E_z*更容易受浅水环境的影响,但是均小于12%,基本能够满足要求。

2.3 二次场模型验证

主动电场作用下,目标周围的扰动电场分布, 属于二次场模型。首先应根据1.1节的一次场模 型,计算出无目标状态目标对应位置处的电流密 度分布;之后在有目标状态下,求出目标位置处所 诱发的二次偶极子的电偶极矩;然后计算目标正 下方不同深度平面的电场扰动值。

设定目标中心处于 z = -45 m 平面,为方便 计算,使其轴向与 y 轴平行。将圆柱体目标沿 y 轴等分为 m = 10 个圆柱单元,求出每个单元的 y 轴坐标为[-2.25 - 1.75 - 1.25 - 0.75 - 0.250.25 0.75 1.25 1.75 2.25] m,之后利用 1.2 节的电偶极子模型,求出每个圆柱单元位置处的 电流值水平分量 $j_x = [2.518 2.52 2.522 2.523$ 2.524 2.524 2.523 2.522 2.52 2.518] mA/m², 利用式(8)求出每个圆柱单元对应的电偶极矩, 最后利用式(9)求出测线(y = 0 m,z = -50 m)上 的扰动电场分布。

求得测线上的扰动电场水平分量 ΔE_x 和垂 直分量 ΔE_z 与边界元仿真结果的对比如图 3 和 图 4所示,利用式(10)求得它们的误差分别为 1.54%和5.7%。



图 3 扰动电场 $\Delta E_x(z = -50 \text{ m})$



继续研究其他深度平面上的 ΔE_x 和 ΔE_z 与 边界元仿真结果之间的误差,结果表明 ΔE_x 误差 基本处于 3% 范围内, ΔE_z 误差基本处于 8% 范围 内。 ΔE_z 误差相对较大的主要原因如下:①由于 电流垂直分量 j_z 远小于水平分量 j_x , 计算时忽略 了 j_z , 未计算垂直方向二次电偶极子; ② ΔE_z 相比





 ΔE_x 在垂直方向上受界面效应影响明显。

不同深度平面上 ΔE_x 和 ΔE_z 与边界元仿真 计算值的峰值差异如图 5 和图 6 所示。可以看 出,在靠近发射电极时, ΔE_x 和 ΔE_z 的模型计算值 分别大于和小于仿真值,主要是由于发射电极附 近电流较大,非线性较强,利用一次场模型计算水









平和垂直电流密度*j_x、j_z*时误差增大,导致在计算 二次场时,误差增大明显。

文中所建立的非金属圆柱体目标附近的扰 动电场分布模型(即二次场模型),相比于边界 元仿真结果,扰动电场水平分量 ΔE_x 误差均小 于 3%,而垂直分量 ΔE_z 误差均小于 8%。由于 所研究的主动电场探测方法重点关注扰动电场 水平分量 ΔE_x ,所以文中所建立的模型能够满足 要求。

3 水池模型实验

3.1 实验条件搭建

为进一步检验所建立模型的准确性,在实验 室水池(1.6 m×1.0 m×1.1 m)进行实验,人工 海水深度 0.8 m,电导率 1.25 S/m。实验中采用 石墨电极作为电流发射端,发射电极之间水平距 离 0.8 m,深度 0.4 m,各自距离水池边界 0.1 m; 采用 Ag/AgCl 电极作为测量电极,电极之间的距 离为 8 cm,电极静态压差小于 0.1 mV;采用 PVC 管(Φ11 cm×30 cm)作为非金属目标,两端封口, 目标中心深度 0.25 m。

在数据采集方面,由于仅目标附近会存在较 大的扰动电场,所以实验中只测量目标位置附近 的电场值,如图 7(a)中 E_1 、 E_2 、 E_3 所示。首先利 用低通差分滤波放大电路,放大倍数 4000 倍,截 止频率为 30 Hz,电路噪声低于 1.5 nV/ $\sqrt{\text{Hz}}$ @ 1 Hz,之后利用 16 位 NI 采集卡进行采集,采样率 设置为 70 Hz。另外,采用数字信号发生器作为 电流源,由于信号发生器只能控制电压值而不能 控制电流值,所以在电路中串联一测量电阻 (0.5 Ω),实验中利用 NI 采集卡采集电阻两端的 电压值,之后换算为电流值。实验布局如图 7 所示。

3.2 扰动电场测量及分析

事实上,电路所采集的只是每对 Ag/AgCl 电极之间的电位差 $\Delta \varphi_i$ (*i*=1,2,3),由于电极之



(a) 电极阵列(a) Electrode array



(b) 目标 (b) The target

图 7 水池模型实验示意 Fig. 7 Schematic diagram of pool experiment

间的距离较短且已知,若将每对测量电极之间 的电场视为均匀的,则可通过电位差 $\Delta \varphi_i$ 简单 计算出电场值 E_i ,所以图 7 及文中以电场值来 表示。

实际实验中发现,当使用方波信号作为主动 电场激励源时,测量电极测得的电场值存在较大 的波动性,难以确定采样时刻,所以文中利用1 Hz 正弦波代替,重点采集波峰和波谷对应状态的电 场值及电流。首先测量无目标状态的初始电场值 E_1, E_2, E_3 ,同时测量对应的电流值;然后,在有目 标的情况下进行相同实验,目标中心高于测量电 极 15 cm;之后将有目标状态的电场峰值减去无 目标状态的电场峰值得到扰动电场峰值;最后根 据电路板放大倍数及测量电极间距求得真实扰动 电场值 $\Delta E_i(i=1,2,3)$,如表 2 所示。另外,实验 过程中发现电流峰值 I 在有、无目标状态下的差 异低于 1%,所以可认为电流值恒定,表 2 中电流 峰值 3.88 mA 和 7.98 mA 分别对应信号源电压 值 1 V 和 2 V。

表 2 不同发射电流对应的扰动电场峰值

Tab. 2 Peak value of disturbed electric field corresponding to different currents

I∕ mA	$\Delta E_1/(\mathrm{mV/m})$	$\Delta E_2/(\text{mV/m})$	$\Delta E_3/(\mathrm{mV/m})$
3.88	-0.077	0.855	-0.145
7.98	-0.103	1.863	-0.234

利用边界元软件和文中建立的模型,按照水 池实验的参数,计算目标中心下方15 cm 处的扰 动电场值分布,并与水池实验结果进行对比。 图 8为水池模型实验、边界元仿真和文中模型所 求的结果对比。

由图8可以看出,水池模型实验的结果与本





文所建立模型的计算结果、边界元软件的仿真结 果趋势一致。虽然文中只测量了目标正下方3个 位置处(x分别为-0.04 m,0.04 m,0.12 m)的电 场值,但是可以看出在3个测量点电场值基本与 模型计算值相近。在目标中心位置处,水池实验 得到的电场值明显高于模型计算值,除了测量误 差外,主要是因为距离目标太近,扰动场分布非线 性较大。

4 结论

基于镜像法和网格化思想,建立了浅海环境 下非金属圆柱体目标的扰动电场模型,并与边界 元仿真结果进行对比,结果表明文中所建立的扰 动场模型具有较高的精度(扰动电场水平分量误 差小于3%,垂直分量小于8%)。为进一步验证 模型的准确性,在水池进行了模型实验,实验所测 得的实际扰动电场分布与模型计算结果相近,在 测量点位置处误差较小。 所建立的非金属圆柱体目标的扰动电场模型 具有方法简单、计算量小的特点,相比于边界元求 解,能够大幅提高计算效率,对于预测非金属目标 所产生的扰动电场分布以及判断探测距离具有一 定意义。

参考文献(References)

- Rodrigo F J, María-Dolores B, Sánchez A. Underwater threats detection based on electric field influences [C]// Proceedings of Undersea Defence Technology Conference Europe, Hamburg, Germany, 2010: 1 – 20.
- Tucker J D, Azimi-Sadjadi M R. Coherence-based underwater target detection from multiple disparate sonar platforms [J].
 IEEE Journal of Oceanic Engineering, 2011, 36 (1): 37 - 51.
- [3] Kessel R T, Hollett R D. Underwater intruder detection sonar for harbour protection: state of the art review and implications[R]. Nato Undersea Research Centre LA Spezia (ITALY), 2006.
- [4] 谭浩,陈聪,蒋治国. 船舶水下电场的预测方法[J]. 国防科技大学学报,2016,38(6):168-172.
 TAN Hao, CHEN Cong, JIANG Zhiguo. Electric field prediction method for ships at sea[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2016, 38 (6): 168-172. (in Chinese)
- [5] Masters R W. Feasibility study for an underwater detection system[R]. Antenna Research Associates Inc Beltsville MD, 1974.
- [6] 吴俊. 基于 IP 效应的水下主动电场定位系统模型及仿真 方法研究[D].四川:电子科技大学,2016.
 WU Jun. Research on the simulation method of underwater active electrolocation system based on IP effect[D]. Sichuan: University of Electronic Science and Technology of China, 2016. (in Chinese)
- [7] 杨超.水下主动电场定位关键特性研究[D].四川:电子 科技大学,2014.

YANG Chao. Research on the critical feature in underwater active electrolocation [D]. Sichuan: University of Electronic Science and Technology of China, 2014. (in Chinese)

 [8] 彭杰纲,董冠奇,何春秋.主动电场原理液体输送管道泄漏检测研究[J].电子科技大学学报,2015,44(6): 863-868.

PENG Jiegang, DONG Guanqi, HE Chunqiu. Research on fluid transportation pipeline leak detection based on active electrolocation [J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 2015, 44(6): 863 – 868. (in Chinese)

- [9] Polydorides N, Delbary F. Marine electrical sensing for detecting small inhomogeneities [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2015, 53(2): 988 - 1000.
- [10] Cho S H, Jung H K, Lee H. Detection of an underwater anomalous object using electrical resistivity survey method[C]// Proceedings of SEG Technical Program

Expanded, 2015: 968 - 972.

- [11] Jung H K, Cho S H, Lee H, et al. Preliminary study of underwater object detection using direct-current (DC) resistivity method[C]//Proceedings of Oceans, IEEE, 2016: 1-4.
- [12] Lee H, Jung H K, Cho S H, et al. Real-time localization for underwater moving object using precalculated DC electric field template[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2018, 56(10): 5813 – 5823.
- [13] 刘忠乐,龚沈光.海水中稳恒电流电场的点电极计算模型[J].海军工程大学学报,2004,16(1):35-39.
 LIU Zhongle, GONG Shenguang. Point-electrode model of electric field of steady current in sea[J]. Journal of Naval University of Engineering, 2004, 16(1):35-39. (in

Chinese)

- [14] Rasnow B. The effects of simple objects on the electric field of Apteronotus [J]. Journal of Comparative Physiology, 1996, 178(3): 397-411.
- [15] Wang K, Do K D, Cui L. Underwater active electrosense: a scattering formulation and its application [J]. IEEE Transactions on Robotics, 2017, 33(5): 1233 – 1241.
- [16] 姜润翔,林春生,龚沈光. 基于点电荷模型的舰船静电场 反演算法研究[J]. 兵工学报, 2015, 36(3):545-551.
 JIANG Runxiang, LIN Chunsheng, GONG Shenguang.
 Electrostatic electric field inversion method for ship based on point charge source model [J]. Acta Armamentarii, 2015, 36(3):545-551. (in Chinese)