doi:10.11887/j.cn.202005015

http://journal. nudt. edu. cn

基于矢量分配的组合导航容错联邦滤波算法

何广军¹,康旭超²

(1. 空军工程大学 防空反导学院, 陕西 西安 710051; 2. 空军工程大学 研究生院, 陕西 西安 710051)

摘 要:针对高动态环境下飞行器组合导航系统因不确定故障导致导航精度下降的问题,提出了一种基于矢量信息分配的容错联邦滤波算法。设计矢量形式的故障检测函数,对各观测量进行单独的故障程度划分,克服了将故障子系统所有观测量同时隔离的缺陷;根据观测量是否异常,重构时变量测噪声矩阵和信息分配矢量系数,对子滤波器的状态变量进行信息分配,在隔离故障子系统异常观测量的同时,最大限度地利用正确观测信息。仿真结果表明,采用该算法能够充分发挥各导航子系统的优势,极大提高了导航子系统信息利用率,具有较高的精确性和容错性。

关键词:组合导航;容错;信息分配;联邦滤波 中图分类号:V249.32 文献标志码:A 文章编号:1001-2486(2020)05-098-09

Fault-tolerant federated filtering algorithm based on vector assignment in integrated navigation system

HE Guangjun¹, KANG Xuchao²

(1. Air and Missile Defense College, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China;

2. Graduate School, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China)

Abstract: Aiming at the problem that the navigation accuracy of integrated navigation system of aircraft decreases due to uncertain faults in high dynamic environment, a fault-tolerant federated filtering algorithm based on vector information assignment was proposed. The fault detection function in vector form was designed to determine the fault degree of each observation, which overcomes the disadvantage of isolating all the observations of the fault subsystem at the same time. According to whether the observations were abnormal, the variable measurement noise matrix and information distribution vector coefficient were reconstructed to distribute the information among the state variables of the sub-filter. While isolating the abnormal observation of the fault subsystem, the correct observation information was utilized to the maximum extent. Simulation results show that the algorithm can give full play to the advantages of each navigation subsystem, greatly improve the utilization rate of navigation subsystem information, and have high accuracy and fault tolerance.

Keywords: integrated navigation; fault tolerance; information distribution; federated filtering

高速巡航飞行器的发展对导航信息的准确性 提出了更高的要求,组合导航因其高精确性和容 错性备受关注^[1-3]。分散式联邦滤波器的并行式 结构克服了集中式滤波器在状态变量增多情况下 计算量大、实时性差的问题,在组合导航系统的设 计中被广泛应用^[4-7]。但飞行器在实际飞行中面 临环境多变、器件老化、受损等诸多不确定因素引 起的导航系统故障,故障信息会通过全局滤波信 息反馈对无故障子系统造成信息污染,严重降低 了导航信息的准确性。

对于故障子系统,通常采用联邦滤波器调整 信息分配系数的方法进行隔离^[8-10]。文献[8]通 过先验信息自适应调整信息分配系数,减小了模 型偏差和观测粗差对滤波器性能的影响。文 献[10]依据故障程度构造信息分配系数,自适应 调整量测噪声矩阵,使故障子系统等价于量测噪 声趋于无穷大的正常系统,有效地提高了组合导 航系统精度。文献[11]针对软故障难以在短时 间发现的问题,提出了一种基于滑动残差的卡方 检验法。文献[12]提出了一种基于四元数的改 进联邦滤波算法,具有较高的估计精度。文 献[13]针对 χ^2 检验法在故障检测中的不足,提 出一种基于最小二乘支持向量机(Least Squares Support Vector Machine, LS-SVM)的故障检测方 法。文献[14]从矩阵摄动理论角度出发,引入权 衡因子以满足不同环境下组合导航系统对精度和

^{*} 收稿日期:2019-02-25 基金项目:国家自然科学基金资助项目(61703424) 作者简介:何广军(1965—),男,陕西宝鸡人,教授,博士,博士生导师,E-mail:guangjunhe@sina.com

容错性不同侧重的需求。

以上所述均采用系统层面的故障隔离,即对 故障子系统采用系统式分析方法,认为各观测量 估计精度和收敛速度保持一致,给予相同的信息 分配系数^[11]。然而,实际上故障子系统中往往只 有某个观测量异常,这种系统式的分析方法极大 地降低了导航子系统的信息利用率。对此,本文 针对惯性/北斗/天文组合导航系统设计了一种基 于矢量分配的容错联邦滤波算法,对子系统的各 状态变量进行独立的故障诊断和信息分配,在隔 离故障子系统错误信息的同时,增加了对正确观 测信息的利用,有效提高了故障条件下组合导航 系统性能。

1 惯性/北斗/天文组合导航模型

1.1 组合导航系统状态方程

选取东北天导航坐标系为导航解算基本坐标 系,取位置误差、速度误差、姿态误差以及陀螺随 机常值漂移和加速度计随机常值漂移作为系统状 态变量:

$$\boldsymbol{X} = \left[\delta L, \delta \lambda, \delta h, \delta v_{e}, \delta v_{n}, \delta v_{u}, \phi_{e}, \phi_{n}, \right]$$

 $\phi_{u}, \varepsilon_{x}, \varepsilon_{y}, \varepsilon_{z}, \nabla_{x}, \nabla_{y}, \nabla_{z}$]^T (1) 式中: $\delta L_{\lambda} \delta h$ 分别为纬度误差、经度误差和高 度误差; $\delta v_{e}, \delta v_{u}, \delta v_{u}$ 分别为东、北、天方向速度误 差; $\phi_{e}, \phi_{u}, \phi_{u}$ 分别为东、北、天方向数学平台角误 差; $\varepsilon_{x}, \varepsilon_{y}, \varepsilon_{z}$ 均为陀螺随机常值漂移; $\nabla_{x}, \nabla_{y}, \nabla_{z}$ 均为加速度计随机常值零偏。建立组合导航系 统状态方程:

 $\dot{X}_i(k) = F_i(k)X_i(k) + G_i(k)W_i(k)$ (2) 其中, F_i 为第 *i* 个子系统的系统矩阵, X_i 为第 *i* 个 子系统的状态变量, G_i 为第 *i* 个子系统的系统噪 声矩阵,系统噪声为:

 $\boldsymbol{W} = \left[w_{\varepsilon_x}, w_{\varepsilon_y}, w_{\varepsilon_z}, w_{\nabla_x}, w_{\nabla_y}, w_{\nabla_z} \right]^{\mathrm{T}}$

1.2 组合导航系统量测方程

针对惯性/北斗/天文组合导航系统,分别构 造惯性/北斗组合导航为子系统1、惯性/天文组 合导航为子系统2,各子系统的量测方程如下。

子系统1:取惯性导航与北斗导航的位置信息和速度信息的差值作为观测量。

$$\begin{cases} \boldsymbol{Z}_{1}(k) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{H}_{p} \\ \boldsymbol{H}_{v} \end{bmatrix} \boldsymbol{X}_{1}(k) + \begin{bmatrix} \boldsymbol{V}_{p}(k) \\ \boldsymbol{V}_{v}(k) \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{H}_{p} = \begin{bmatrix} \operatorname{diag}(\boldsymbol{R}_{M} \quad \boldsymbol{R}_{N} \operatorname{cos} L \quad 1), \, \boldsymbol{0}_{3 \times 6}, \, \boldsymbol{0}_{3 \times 6} \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{H}_{v} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0}_{3 \times 3}, \, \operatorname{diag}(1 \quad 1 \quad 1), \, \boldsymbol{0}_{3 \times 9} \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{V}_{p} = \begin{bmatrix} N_{G_{e}}, \, N_{G_{n}}, \, N_{G_{u}} \end{bmatrix}^{\mathsf{T}} \\ \boldsymbol{V}_{v} = \begin{bmatrix} v_{G_{e}}, \, v_{G_{n}}, \, v_{G_{u}} \end{bmatrix}^{\mathsf{T}} \end{cases}$$
(3)

其中:R_M、R_N分别为地球子午面及与其垂直且共 法线的椭圆主曲率半径;N_{Ge}、N_{Gn}、N_{Gu}和 v_{Ge}、v_{Gn}、 v_{Gu}分别为北斗卫星导航沿东、北、天方向的位置 信息误差和速度信息误差。

子系统2:取惯性导航与天文导航的姿态角 误差作为观测量。

 $Z_{2}(k) = H_{a}X_{2}(k) + V_{a}(k)$ (4) 其中,量测矩阵 $H_{a} = [\mathbf{0}_{3\times6}, I_{3\times3}, \mathbf{0}_{3\times6}], V_{a}(k) = [v_{c_{\gamma}}, v_{c_{\theta}}, v_{c_{\theta}}]^{T}$ 为星敏感器量测噪声。

2 容错联邦滤波器的设计

2.1 基于观测矢量的故障检测

卡尔曼滤波中,故障与残差有密切联系,因此 传统的故障检测多采用基于残差的χ² 检测法,利 用故障发生时残差不再服从零均值的高斯白噪声 分布的特性,构造故障检测函数,通过分析故障检 测函数的分布特性来判断故障是否发生^[15]。但以 往设计的故障检测函数值均为标量形式,仅仅将子 系统观测量看作一个整体进行系统层面的故障诊 断,这往往与真实故障情境有较大出入。对此,本 文设计了一种针对各观测量的矢量故障检测方法。 子系统 *i* 的故障检测函数为:

 $\boldsymbol{\Lambda}_{i}(k) = \boldsymbol{r}_{i}(k)\boldsymbol{r}_{i}^{\mathrm{T}}(k) \{\boldsymbol{H}_{i}\boldsymbol{P}_{i}[k/(k-1)]\boldsymbol{H}_{i}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{R}_{i}\}^{-1}$ $i = 1, 2 \qquad (5)$

$$\boldsymbol{r}_{i}(k) = \boldsymbol{Z}_{i}(k) - \hat{\boldsymbol{Z}}_{i}[k/(k-1)] = \boldsymbol{Z}_{i}(k) - \boldsymbol{H}_{i}\hat{\boldsymbol{X}}_{i}[k/(k-1)]$$
(6)

其中, r_i 表示子系统 *i* 在 *k* 时刻的残差值,则 Λ_i 为 *m* 行 *m* 列的矩阵,可以表示为:

$$\boldsymbol{\Lambda}_{i}(k) = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & \cdots & f_{1m} \\ f_{21} & f_{22} & \cdots & f_{2m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ f_{m1} & \cdots & \cdots & f_{mm} \end{bmatrix}$$
(7)

其中,*m* 为子系统 *i* 观测量维数。无故障发生时 $f_{jj}(j=1,2,3,...,m)$ 满足自由度为1的 χ^2 分布,有 故障发生时则不再满足。利用此特性,当 $f_{jj} \leq \chi^2_{\alpha_j}$ (j=1,2,3,...,m)时认为子系统 *i* 的第*j* 个观测 量 $Z_{j,i}$ 观测正常;当 $f_{jj} > \chi^2_{\alpha_j}(j=1,2,3,...,m)$ 时认 为 $Z_{j,i}$ 出现故障。其中, $\chi^2_{\alpha_j}$ 为故障检测门限, α_j 为 观测量 $Z_{j,i}$ 的误警概率。

2.2 故障条件下的信息分配方法

信息分配系数的选取直接影响联邦滤波器的 性能。不同的信息分配方案,状态的估计精度与 系统鲁棒性之间往往存在矛盾^[15]。对于故障子 系统,若给予较大的信息分配系数,则不利于全局 融合精度的提高;若给予较小的信息分配系数,在 全局估计精度提高的同时,则增加了对错误量测 信息的利用,不利于系统的稳定,因此如何权衡状 态估计精度与系统鲁棒性是设计联邦滤波器的一 个难点。对此,本文设计了一种信息分配方案,通 过对状态估计方差、系统噪声方差及量测噪声方 差的动态调整,从而提高系统估计精度和鲁棒性。

构造子系统 i 的量测噪声系数,则

$$\boldsymbol{B}_{i} = \begin{bmatrix} n_{1,i} & & \\ & n_{2,i} & \\ & & \ddots & \\ & & & n_{j,i} \end{bmatrix} \quad i = 1,2 \quad (8)$$

其中

$$n_{j,i} = \begin{cases} 0 & f_{jj} \ge \chi^2_{\alpha_j} \\ 1 & f_{jj} < \chi^2_{\alpha_j} \end{cases} \quad j = 1, 2, 3, \cdots, m \qquad (9)$$

式中:m 为子系统 i 的观测量维数,不改变正常观测量的量测噪声,分配量测噪声系数为1;对于判定发生故障的观测量,通过令量测噪声系数为0 来增大其量测噪声,并通过构造量测噪声系数矩阵 **B**_i实现对量测噪声方差阵的动态调整。 **R**_{ireal}(k)为子系统 i 的真实量测噪声,则量测噪声动态调整过程为:

$$\boldsymbol{R}_{i}(k) = \boldsymbol{B}_{i}^{-1} \boldsymbol{R}_{ireal}(k) = \begin{bmatrix} R_{11}/n_{1,i} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & R_{22}/n_{2,i} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & R_{jj}/n_{j,i} \end{bmatrix}$$
(10)

由式(10)可知,调整后的故障观测量测噪声方差 趋于无穷,从而实现故障观测量的动态隔离。

系统误差估计方差能够实时反映估计精度, 可以通过方差阵特征值分解的方法构造估计信息 分配系数 *G*_i^[16]。提取系统 *i* 的协方差阵 *P*_i 进行 特征值分解,则

$$\begin{cases} \boldsymbol{P}_{i} = \boldsymbol{D}_{i} \boldsymbol{L}_{i} \boldsymbol{D}_{i}^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{L}_{i} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\lambda}_{1,i} & & \\ & \boldsymbol{\lambda}_{2,i} & \\ & & \ddots & \\ & & & \boldsymbol{\lambda}_{n,i} \end{bmatrix}$$
(11)

其中, $\lambda_{1,i}$, $\lambda_{2,i}$,…, $\lambda_{n,i}$ 为子系统 i(i = 1, 2)的协方 差阵特征值,则估计精度系数定义为:

$$\boldsymbol{G}_{i} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\beta}_{1,i} & & & \\ & \boldsymbol{\beta}_{2,i} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \boldsymbol{\beta}_{n,i} \end{bmatrix}$$
(12)

式中,下标 n 为状态变量维数,满足信息守恒有 $\sum_{i=1}^{2} G_{i} = I_{18 \times 18}$ 。其中

$$\beta_{j,i} = \frac{1/\lambda_{j,i}}{\sum_{j=1}^{n} 1/\lambda_{j,i}} \quad j = 1, 2, \cdots, n; \ i = 1, 2 \quad (13)$$

状态估计方差越大,估计精度越低,对应的分配 系数越小。为了保证信息分配后各子系统的状态协方差阵依然为对称阵,改进信息分配方 式^[16],则

$$\boldsymbol{P}_i = \sqrt{\boldsymbol{G}_i^{-1}} \boldsymbol{P}_g \sqrt{\boldsymbol{G}_i^{-1}}$$
(14)

$$\boldsymbol{Q}_i = \sqrt{\boldsymbol{G}_i^{-1}} \boldsymbol{Q}_g \sqrt{\boldsymbol{G}_i^{-1}} \tag{15}$$

其中, P_{g} 、 Q_{g} 分别为全局融合后的协方差阵和系统噪声矩阵, P_{i} 、 Q_{i} 分别为子系统 *i* 信息重置后的协方差阵和系统噪声矩阵。

2.3 容错联邦滤波算法

根据滤波器承担量测更新、时间更新以及信息分配任务的不同,联邦滤波设计方法通常可以 分为以下两种。算法1:由各子滤波器完成量测更 新后将信息送入主滤波器进行信息融合,融合后 的结果在主滤波器内完成时间更新,然后将估计 信息分配给各子滤波器进行下一步的量测更新。 为了降低主滤波器发生故障后通过反馈对子滤波 器的信息污染,本文采用算法2,即在各子滤波器 内完成量测更新与时间更新后将信息送入主滤波 器进行信息融合,融合后的结果根据信息分配方 法分配到各子滤波器进行下一步时间更新与量测 更新^[5]。

根据2.2节得到的量测噪声系数及信息分配 系数矩阵,设计容错联邦滤波算法如下:

1) 子滤波器时间更新,即

 $\boldsymbol{X}_{i}[(k+1)/k] = \boldsymbol{F}_{i}[(k+1)/k]\boldsymbol{X}_{i}(k)$

(16)

$$\boldsymbol{P}_{i}[(k+1)/k] = \boldsymbol{F}_{i}[(k+1)/k]\boldsymbol{P}_{i}(k)\boldsymbol{F}_{i}^{\mathrm{T}}[(k+1)/k] + \boldsymbol{\Gamma}_{i}(k)\boldsymbol{Q}_{i}(k)\boldsymbol{\Gamma}_{i}^{\mathrm{T}}(k)$$
(17)

2)故障诊断。建立故障检测函数 A_i,对于观测矢量的故障诊断方法在 2.1 节中已经做了详细介绍,本节不再赘述。通过对观测量的故障诊断,得到量测噪声系数 B_i,重构量测噪声矩阵 R_i,减小滤波过程中对故障观测量的利用。

$$R_{i}(k + 1) = B_{i}^{-1}R_{ireal}(k + 1)$$
(18)
3) 子滤波器量测更新,即

$$K_{i}(k + 1) = P_{i}[(k + 1)/k]H_{i}^{T}(k + 1) \cdot$$

$$\{H_{i}(k + 1)P_{i}[(k + 1)/k] \cdot$$

$$H_{i}^{T}(k + 1) + R_{i}(k + 1)\}^{-1}$$
(19)

 $\begin{aligned} \boldsymbol{X}_{i}(k+1) &= \boldsymbol{X}_{i}[(k+1)/k] + \boldsymbol{K}_{i}(k+1) \cdot \\ \{\boldsymbol{Z}_{i}(k+1) - \boldsymbol{H}_{i}(k+1)\boldsymbol{X}_{i}[(k+1)/k]\} \quad (20) \\ \boldsymbol{P}_{i}(k+1) &= [\boldsymbol{I} - \boldsymbol{K}_{i}(k+1)\boldsymbol{H}_{i}(k+1)] \cdot \\ \boldsymbol{P}_{i}[(k+1)/k][\boldsymbol{I} - \boldsymbol{K}_{i}(k+1)\boldsymbol{H}_{i}(k+1)]^{\mathrm{T}} + \end{aligned}$

 $K_i(k+1)R_i(k+1)[K_i(k+1)]^{T}$ (21) 4) 构建信息分配矢量系数。根据 2.2 节的信 息分配方法,得到信息分配矢量系数 G_i ,即

$$\boldsymbol{G}_{i} = \frac{\boldsymbol{A}_{i} + \boldsymbol{H}_{i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_{i}\boldsymbol{H}_{i}}{2}$$
(22)

5) 主滤波器信息融合,则

$$\boldsymbol{P}_{g}(k+1) = \left[\sum_{i=1}^{2} \boldsymbol{P}_{i}^{-1}(k+1)\right]^{-1} \quad (23)$$

$$\boldsymbol{X}_{g}(k+1) = \boldsymbol{P}_{g}(k+1) \sum_{i=1}^{2} \boldsymbol{P}_{i}^{-1}(k+1) \boldsymbol{X}_{i}(k+1)$$
(24)

6) 子滤波器信息分配,则

- $\boldsymbol{P}_{i}(k+1) = \sqrt{\boldsymbol{G}_{i}^{-1}} \boldsymbol{P}_{g}(k+1) \sqrt{\boldsymbol{G}_{i}^{-1}} \qquad (25)$
- $Q_i(k+1) = \sqrt{G_i^{-1}}Q_g(k+1) \sqrt{G_i^{-1}}$ (26)

 $X_i(k+1) = X_g(k+1)$ (27)

由以上公式可得容错联邦滤波器结构如图1所示。

3 容错联邦滤波器性能分析

3.1 系统全局估计精度分析

系统协方差阵能够反映估计精度的大小。 $P_i^{-1}(k+1) = P_i^{-1}[(k+1)/k] + H_i^T R_i^{-1}(k+1) H_i$ (28)

由式(28)可知,系统 i(i=1,2)的协方差与量测 噪声正相关。系统发生故障时,通过调整噪声系 数增大其故障观测量的量测噪声 R_i ,协方差 P_i 增 大。根据式(24)可知, P_g/P_i 反映了子系统 i的 状态估计在全局估计中所占的比重。 P_i 增大使 得故障子系统在信息融合中所占比重降低,从而 降低了对故障子系统信息的利用程度。由于不同 子系统观测矩阵维数不同,以子系统 1 为例,通过 对量测噪声的动态调整,可以得到:

$$\boldsymbol{P}_{i}^{-1}(k+1) = \boldsymbol{P}_{i}^{-1}[(k+1)/k] + \boldsymbol{H}_{i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_{i}^{-1}(k+1)\boldsymbol{H}_{i} = \boldsymbol{P}_{i}^{-1}[(k+1)/k] + \boldsymbol{H}_{i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_{i}\boldsymbol{R}_{\mathrm{ireal}}^{-1}(k+1)\boldsymbol{H}_{i}$$

$$\begin{bmatrix} P_{11,i}^{-1}[(k+1)/k] + n_{1,i}/R_{11} & P_{12,i}^{-1}[(k+1)/k] & \cdots & P_{1j,i}^{-1}[(k+1)/k] & P_{1j,i,i}^{-1}[(k+1)/k] & \cdots & P_{1n,i}^{-1}[(k+1)/k] \\ P_{21,i}^{-1}[(k+1)/k] & \cdots & \cdots & P_{2j,i}^{-1}[(k+1)/k] & P_{2j+1,i}^{-1}[(k+1)/k] & \cdots & P_{2n,i}^{-1}[(k+1)/k] \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{j1,i}^{-1}[(k+1)/k] & \cdots & \cdots & P_{jj,i}^{-1}[(k+1)/k] + n_{j,i}/R_{jj} & P_{jj+1,i}^{-1}[(k+1)/k] & \cdots & P_{jn,i}^{-1}[(k+1)/k] \\ P_{(j+1)1,i}^{-1}[(k+1)/k] & \cdots & \cdots & P_{(j+1)(j+1),i}^{-1}[(k+1)/k] & \cdots & \cdots & P_{jn,i}^{-1}[(k+1)/k] \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{n1,i}^{-1}[(k+1)/k] & \cdots & \cdots & P_{(j+1)(j+1),i}^{-1}[(k+1)/k] & \cdots & \cdots & P_{nn,i}^{-1}[(k+1)/k] \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$





其中,n为状态变量维数,j为子系统i的观测量维数。观测量**Z**_{ii}对应的状态估计精度为:

$$P_{jj,i}^{-1}(k+1) = P_{jj,i}^{-1}[(k+1)/k] + n_{j,i}/R_{jj}$$
(30)

对于故障观测量,分配其较小的噪声系数 n_{j,i} 使 P_{jj,i}减小,对应的状态估计精度降低,从而减少 了全局融合中对故障状态变量的利用;对于故障 子系统的正确观测量,量测噪声系数 n_{j,i}的增大会 导致 P_{jj,i}增大,对应的状态估计精度提高,在减少 对故障子系统错误观测量利用的同时,提高了正 确观测量的利用率。

$$P_{i} = \sqrt{G_{i}^{-1}}P_{g} \sqrt{G_{i}^{-1}}$$

$$= \begin{bmatrix} P_{11}/\beta_{1,i} & P_{12}/\sqrt{\beta_{1,i}\beta_{2,i}} & \cdots & P_{1n}/\sqrt{\beta_{1,i}\beta_{n,i}} \\ P_{21}/\sqrt{\beta_{1,i}\beta_{2,i}} & P_{22}/\beta_{2,i} & \cdots & P_{2n}/\sqrt{\beta_{2,i}\beta_{n,i}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{n1}/\sqrt{\beta_{1,i}\beta_{n,i}} & \cdots & \cdots & P_{nn}/\beta_{n,i} \end{bmatrix}$$
(31)

子系统 *i* 的观测量 $Z_{j,i}$ 发生故障时,信息分配 系数 $\beta_{j,i}$ 减小,状态变量 $X_{j,i}$ 估计方差 $P'_{j} = P_{j}/\beta_{j,i}$ 增大,从而降低了 $\hat{X}_{j,i}$ 在全局估计中的影响比重, 进一步提高系统的全局估计精度。当系统无故障 发生时,本文算法等价于文献[16]所提的基于动 态矢量信息分配的联邦滤波算法,协方差的分配 依然可用式(31)表示。传统的固定信息分配和 标量自适应信息分配方法中给予各状态方差相同 的加权因子,信息分配过程表示为:

$$\boldsymbol{P}_{i} = \boldsymbol{G}_{i}^{-1} \boldsymbol{P}_{g} = \begin{bmatrix} P_{11}/g_{i} & P_{12}/g_{i} & \cdots & P_{1n}/g_{i} \\ P_{21}/g_{i} & P_{22}/g_{i} & \cdots & P_{2n}/g_{i} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{n1}/g_{i} & \cdots & \cdots & P_{nn}/g_{i} \end{bmatrix}$$
(32)

本文考虑到各状态变量具有不同的收敛速度 和估计精度,采用矢量形式的信息分配方法,对各 状态变量方差构造不同的加权因子,一定程度上 提高了滤波精度。

3.2 系统鲁棒性能分析

导航子系统各状态变量得到较大的信息分配 系数将导致协方差 P_j减小,在全局估计精度提高 的同时,降低了对正确观测量的利用,鲁棒性降 低。针对传统信息分配方法中估计精度与系统鲁 棒性矛盾的问题,本文通过对量测噪声的动态调 整加以改善。根据式(20)可推得:

$$\boldsymbol{X}_{j}(k+1) = [\boldsymbol{I} - \boldsymbol{P}_{j}(k+1)\boldsymbol{H}_{j}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_{j}\boldsymbol{R}_{j}^{-1}\boldsymbol{H}_{j}]\boldsymbol{X}_{j}[(k+1)/k] + \boldsymbol{P}_{j}(k+1)\boldsymbol{H}_{j}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_{j}\boldsymbol{R}_{j}^{-1}\boldsymbol{Z}_{j}(k+1)$$
(33)

对于故障子系统 j,分配较小的量测噪声系数 B_j 和信息分配矢量系数 G_j ,减少了异常观测量 $Z_j(k+1)$ 在局部滤波中的作用,降低了 X_j 在全局 估计中的影响比重。以往的容错方法多对系统进 行整体隔离,但实际情况往往并非所有观测量均 发生故障,在对故障观测量隔离的同时,正确观测 量的状态估计也将受到影响。下文以子系统1为 例,对系统的姿态角、速度、位置三个状态进行分 析。根据式(19)~(20)可得:

$$\begin{bmatrix} a(k) \\ v(k) \\ p(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a[k/(k-1)] \\ v[k/(k-1)] + \frac{P_{v}[k/(k-1)]r_{v}(k)}{P_{v}[k/(k-1)] + R_{v}(k)} \\ p[k/(k-1)] + \frac{P_{p}[k/(k-1)]r_{p}(k)}{P_{p}[k/(k-1)] + R_{p}(k)} \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} a[k/(k-1)] \\ v[k/(k-1)] + \frac{P_{v}[k/(k-1)]r_{v}(k)}{P_{v}[k/(k-1)] + R_{v,real}(k)/n_{v}} \\ p[k/(k-1)] + \frac{P_{p}[k/(k-1)]r_{p}(k)}{P_{p}[k/(k-1)] + R_{p,real}(k)/n_{p}} \end{bmatrix}$$
(34)

其中,a(k)、v(k)、p(k)分别代表姿态、速度、位置 状态估计, $P_v[k/(k-1)]$ 、 $P_p[k/(k-1)]$ 分别为 速度、位置的预测估计方差, $R_{v,real}(k)$ 、 $R_{p,real}(k)$ 分别为速度、位置的真实量测噪声方差, n_v 、 n_p 分 别为速度、位置观测量的噪声系数, $r_v(k)$ 、 $r_p(k)$ 分别为速度、位置新息。

若子系统发生故障,速度信息观测量 $Z_v(k)$ 异常,通过调整量测噪声系数,即令 $n_v = 0$,重构 的速度量测噪声方差趋于无穷,可得:

 $\frac{P_{v}[k/(k-1)]r_{v}(k)}{P_{v}[k/(k-1)] + R_{v,real}(k)/n_{v}} \rightarrow 0 \quad (35)$

从而减少了 $Z_v(k)$ 在局部滤波中的作用。对于正 确观测量 $Z_p(k)$,量测噪声系数 $n_p = 1$,克服了对 正确观测信息同时隔离的缺陷。相对传统的容错 滤波而言,本文算法仅减少了对错误观测量 $Z_v(k)$ 的利用,故障系统的正确观测量 $Z_p(k)$ 依然 发挥其对预测状态 p[k/(k-1)]的修正作用,在 对错误观测信息隔离的同时,其他正常状态并未 受到影响,依然保持较高的滤波精度,提升了系统 的鲁棒性。

4 仿真实验与分析

)

通过仿真实验验证所提算法对组合导航系 统性能的影响。采用惯性/北斗/天文组合导 航系统,飞行器初始位置为40.10021°N, 118.60212°E,高度为100m,初始速度误差均为 0.05 m/s,姿态角误差均为 10",位置误差分别为 6 m、9 m、1 m,误差陀螺漂移为 0.01 (°)/h(1σ), 加速度计零偏为 100 μg (1σ), CNS 测量误差为 10", BDS 位置误差为 10 m,速度误差为 0.1 m/s, 仿真时间选取为 800 s,滤波周期为 1 s。

为检验无故障发生时本文算法对于组合导航 系统全局估计精度的影响,分别对传统联邦滤波 算法、自适应联邦滤波算法以及本文算法进行仿 真实验。其中,传统联邦滤波算法采用固定信息 分配比为1:1的信息分配方法,自适应联邦滤波 算法采用自适应标量的信息分配方法,信息分配 系数为:

$$\beta_{i} = \frac{1/trace(P_{i})}{\sum_{i=1}^{2} (1/trace(P_{i}))}$$
(36)

仿真结果如图 2~4 所示,导航误差结果见 表1。

通过对比可知无故障发生时,采用矢量信息 分配方法的性能优于自适应标量信息分配的联邦 滤波算法,误差估计较为稳定,相较采用固定信息



图 2 位置误差曲线比较







图 4 姿态误差曲线比较

Fig. 4 Comparison of attitude error curves

分配的方法,均方差值明显减小,导航信息精度有 较大提升。

传统故障隔离算法对故障子系统进行系统级隔 离,通过将故障子系统隔离实现容错组合导航^[10]。 北斗导航系统通过4组以上的伪距方程联立解算 出载体的位置信息,解算公式如式(37)所示。

表1 不同信息分配方式导航信息误差对比

Tab. 1 Comparison of navigation information error of different information distribution methods

			0								
统计量	信息分 配方式	L⁄(°)	λ/(°)	h∕ m	$v_{\rm e}/({\rm m/s})$	<i>v</i> _n /(m/s)	$v_{\rm u}/({\rm m/s})$	$\phi_{e}/(")$	φ _n /(")	$\phi_{u}/(")$	
最大值	固定分配	7.765×10^{-7}	18.87×10^{-7}	5.063	0.103	0.083	0.084	7.788	8.956	7.419	
	自适应分配	5.999×10^{-7}	8.846 × 10 ⁻⁷	2.695	0.047	0.041	0.053	10.62	6.568	7.908	
	矢量分配	2.335×10^{-7}	4.225×10^{-7}	2.730	0.032	0.037	0.030	11.93	7.670	12.73	
均方 差值	固定分配	2.878×10^{-7}	6.163 × 10 ⁻⁷	1.779	0.035	0.034	0.032	2.120	1.915	2.256	
	自适应分配	0.998×10^{-7}	2.357×10^{-7}	0.833	0.015	0.016	0.019	1.201	1.270	1.437	
	矢量分配	0.851×10^{-7}	1.288×10^{-7}	0.601	0.011	0.012	0.011	0.931	0.887	1.455	

$$\rho_{i} = [(x - x_{si})^{2} + (y - y_{si})^{2} + (z - z_{si})^{2}]^{1/2} + c\Delta t$$

 $t = 1, 2, 3, 4...$ (37)
式中, x, y, z和 x_{si}, y_{si}, z_{si}分别是载体和卫星 *i* 在地

球坐标系中的位置坐标。同理,可以通过联立4 组伪距率方程得到载体的速度信息,方程如下:

$$\dot{\rho}_{i} = \frac{(x - x_{si})(\dot{x} - \dot{x}_{si}) + (y - y_{si})(\dot{y} - \dot{y}_{si}) + (z - z_{si})(\dot{z} - \dot{z}_{si})}{[(x - x_{si})^{2} + (y - y_{si})^{2} + (z - z_{si})^{2}]^{1/2}} + c\Delta t$$

$$t = 1, 2, 3, 4, \cdots$$
(38)

因此,要解算位置信息需要正确的伪距,而要 得到速度信息需要正确的位置坐标和伪距率。但 在实际过程中,由于电离层折射、多经效应、信号 接收误差等多种不确定因素的影响,伪距、伪距率 往往存在异常,从而影响位置、速度的解算。

为了验证故障发生时本文算法的性能,设置如下模拟场景。在300~310 s时段内,解算得到的速度、位置信息均为异常值,速度、位置误差分别为2.5 m/s、2 m/s、2.3 m/s 和100 m、95 m、90 m。450~500 s时段内速度信息异常,误差为3 m/s、3 m/s、3 m/s。600~620 s时段内速度、位置误差分别为3 m/s、3.2 m/s、2.8 m/s 和110 m、100 m、110 m。将本文算法与传统的故障隔离算法在不同时间段进行对比,仿真结果如图5~7 所示。其中,方法1 为采用传统故障隔离算法,方法2 为采用本文容错联邦滤波算法。





三个故障时段子系统速度信息存在异常,观 察图5可知,两种方法均能对异常速度信息进行 有效隔离,修正后的速度误差控制在0.2 m/s内。

对图 6 分析可知,采用方法 1 虽然对故障观测量有较好的隔离效果,但同时也影响了非故障观测量。在 300 ~ 310 s、600 ~ 620 s 的故障时段内,采用两种方法修正后的导航信息精度相差不大,这是由于此时的位置、速度信息均为故障量,



Fig. 7 Comparison of attitude error

两种方法对速度、位置信息进行了同样的隔离处 理。本文算法的优势在于当故障子系统并非所有 观测量异常时,只对故障量进行隔离,因此能够充 分利用正确的观测信息。为更充分地体现本文算 法的优势,在400~550 s时段内对两种算法进行 仿真对比分析,速度、位置误差对比效果如图 8~ 9 所示。



图 8 400~550 s 速度误差对比 Fig. 8 Comparison of velocity error in 400~550 s





图 8 中 400 ~ 450 s 以及 500 ~ 550 s 两个时 段为非故障段,观察图中可知采用两种方法得到 的导航结果均具有较高精度,证明了本文算法在

Tab. 2

系统正常情况下的可行性。450~500 s 时段内系 统发生故障,假设伪距率异常仅导致速度信息异 常,从图中可以看出,在该故障段采用方法1得到 的速度、位置误差逐渐增加,这是由于方法1 对所 有观测量进行隔离,相当于滤波过程只进行时间 更新导致误差不断积累。方法2 只对故障观测量 进行隔离,正常的观测信息仍然起到对误差的修 正作用,因此得到的误差更小、更平稳,仿真数据 结果见表2。

通过对图 5~9 以及表 2 数据综合分析可知, 与传统的故障隔离方法对比,本文提出的容错联 邦滤波算法有更好的容错效果,尤其是在持续时 间较长且非所有观测量均发生故障时具有明显的 优势。能够在有效隔离故障信息的同时,充分利 用导航子系统正确导航信息,提升了系统鲁棒性, 具有较高的全局估计精度。

表 2	400~550 s 时段内两种算法导航数据误差对比
Comparisor) of navigation data errors between two algorithms in $400 \sim 550$ s

		1	Ũ		6		
统计量	故障隔离方法	L/(°)	$\lambda/(\circ)$	h∕m	$v_{\rm e}/({\rm m/s})$	$v_{\rm n}/({\rm m/s})$	$v_{\rm u}/({\rm m/s})$
最大值	方法1	8.422×10^{-7}	11.25×10^{-7}	6.517	0.118	0.151	0.183
	方法 2	2.686×10^{-7}	2.940×10^{-7}	2.557	0.080	0.098	0.076
均方差值	方法1	2.238×10^{-7}	2.850×10^{-7}	1.509	0.043	0.048	0.061
	方法 2	1.159×10^{-7}	0.968×10^{-7}	0.636	0.022	0.033	0.024

5 结论

本文从组合导航系统精确性和鲁棒性两方面 出发,设计了一种基于矢量分配的容错联邦滤波 算法,可得到以下结论:

1)基于矢量形式的故障检测方法,克服了常 规容错联邦滤波算法中无法诊断导航子系统每个 观测量是否异常的缺陷,提高了组合导航的精 确性。

2)通过量测噪声系数实时调整量测噪声矩阵,避免了隔离故障观测量对正确观测量状态估计的影响,有效地提升了导航子系统的鲁棒性。

3)主滤波器信息反馈采用矢量形式的信息 分配方法,最大程度地发挥每个子系统的优势,充 分利用了各子系统的状态估计信息,提高了组合 导航系统的精度。

该算法能够应用于多种组合导航系统,且保 持了传统联邦滤波结构计算量小、实时性高的优 点,具有较好的应用前景。

参考文献(References)

- Gao B B, Hu G G, Gao S S, et al. Multi-sensor optimal data fusion for INS/GNSS/CNS integration based on unscented Kalman filter [J]. International Journal of Control, Automation and Systems, 2018, 16(1): 129 – 140.
- [2] Gao S S, Zhong Y M, Zhang X Y, et al. Multi-sensor optimal data fusion for INS/GPS/SAR integrated navigation system[J]. Aerospace Science and Technology, 2009, 13(4/5): 232-237.
- [3] Iyas M, Park S, Baeg S H. Improving unmanned ground vehicle navigation by exploiting virtual sensors and multisensor fusion [J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2014, 28(11): 4369-4379.
- [4] Ning X L, Gui M Z, Xu Y Z, et al. INS/VNS/CNS integrated navigation method for planetary rovers [J]. Aerospace Science and Technology, 2016, 48: 102 – 114.
- [5] Maier A, Kiesel S, Trommer G F. Performance analysis of federated filter for SAR/TRN/GPS/INS integration [J].
 Gyroscopy and Navigation, 2011, 2(4): 293 - 300.
- [6] 李增科, 王坚, 高井祥, 等. 自适应联邦滤波器在 GPS-INS-Odometer 组合导航的应用[J]. 测绘学报, 2016, 45(2): 157-163.

LI Zengke, WANG Jian, GAO Jingxiang, et al. The

application of adaptive federated filter in GPS-INS-Odometer integrated navigation [J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2016, 45(2): 157 – 163. (in Chinese)

 [7] 张科,刘海鹏,李恒年,等. SINS/GPS/CNS 组合导航联 邦滤波算法[J]. 中国惯性技术学报, 2013, 21(2): 226-230.

ZHANG Ke, LIU Haipeng, LI Hengnian, et al. SINS/GPS/ CNS integrated navigation federal filtering algorithm [J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2013, 21(2): 226 – 230. (in Chinese)

[8] 段睿,张小红,朱锋.多源信息融合的组合导航自适应联邦滤波算法[J].系统工程与电子技术,2018,40(2): 267-272.

DUAN Rui, ZHANG Xiaohong, ZHU Feng. Adaptive federated filter for multi-sources information fusion in integrated navigation system [J]. Systems Engineering and Electronics, 2018, 40(2): 267 – 272. (in Chinese)

- [9] 余伶俐. 基于联邦滤波的多传感器主动容错估计方法[J]. 中国科技论文, 2014, 9(10): 1124 1130.
 YU Lingli. Multi-sensor active fault-tolerant method based on federated filter [J]. China Sciencepaper, 2014, 9(10): 1124 1130. (in Chinese)
- [10] 熊智,邵慧,华冰,等.改进故障隔离的容错联邦滤波[J].航空学报,2015,36(3):929-938.
 XIONG Zhi, SHAO Hui, HUA Bing, et al. An improved fault tolerant federated filter with fault isolation [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2015, 36(3):929 938. (in Chinese)
- [11] 吴训忠,周军,邱恺. 基于故障因子函数的鲁棒联邦滤波 算法研究[J]. 宇航学报,2006,27(1):57-60.
 WU Xunzhong, ZHOU Jun, QIU Kai. Study of a robust federated filtering algorithm based on fault factor function[J].

Journal of Astronautics, 2006, 27(1): 57 - 60. (in Chinese)

- [12] 闵艳玲,熊智,邢丽,等. 基于对偶四元数的惯性/卫星/ 天文组合导航系统改进联邦滤波方法[J]. 兵工学报, 2018,39(2):315-324.
 MIN Yanling, XIONG Zhi, XING Li, et al. An improved SINS/GNSS/CNS federal filter based on dual quaternions[J]. Acta Armamentarii, 2018, 39(2):315-324. (in Chinese)
- [13] 高运广,王仕成,刘志国,等. 一种基于 LS-SVM 的联邦 滤波故障检测方法[J]. 控制与决策, 2011, 26(9): 1433-1435, 1440.
 GAO Yunguang, WANG Shicheng, LIU Zhiguo, et al. Fault detection method based on LS-SVM for federated Kalman filter[J]. Control and Decision, 2011, 26(9): 1433 -1435, 1440. (in Chinese)
- [14] 李金梁,吴训忠,张宗麟. 基于矩阵摄动理论的联邦滤波 信息分配方法[J].系统工程与电子技术,2007,29(11): 1940-1944.
 LI Jinliang, WU Xunzhong, ZHANG Zonglin. Information-

sharing approach to federated filtering based on matrix perturbation theory [J]. Systems Engineering and Electronics, 2007, 29(11): 1940 – 1944. (in Chinese)

- [15] 杨镜,华冰,熊智. 多源导航系统软、硬故障检测新方法研究[J]. 压电与声光,2013,35(5):647-652.
 YANG Jing, HUA Bing, XIONG Zhi. New method for soft and hard fault detection in multi-source navigation system[J]. Piezoelectrics & Acoustooptics, 2013, 35(5): 647-652.(in Chinese)
- Xiong Z, Chen J H, Wang R, et al. A new dynamic vector formed information sharing algorithm in federated filter [J].
 Aerospace Science and Technology, 2013, 29(1): 37 - 46.