

# 高超声速滑翔飞行器滑翔段初始状态的唯一性和最优性分析\*

孟繁卿<sup>1</sup>, 田康生<sup>2</sup>

(1. 空军预警学院 研究生大队, 湖北 武汉 430019; 2. 空军预警学院 预警情报系, 湖北 武汉 430019)

**摘要:** 临近空间高超声速滑翔飞行器的弹道特性主要受滑翔段初始状态和飞行器控制律影响。在飞行器控制律确定的情况下, 研究了滑翔段初始状态对高超声速滑翔飞行器弹道特性的影响规律。按照滑翔弹道的不同形式, 在纵向平衡滑翔条件下, 通过理论推导得出飞行器状态变量的解析式, 结合平衡滑翔条件分析平衡滑翔弹道滑翔段初始状态的唯一性; 在纵向跳跃滑翔条件下, 构建弹道性能评价指标, 利用群智能算法, 寻找弹道性能最优时的滑翔段初始状态。利用单因素敏感性分析方法, 分别对两种滑翔弹道的滑翔段初始状态进行敏感性分析, 初始状态中初始速度对弹道特性的影响最大。对高超声速滑翔飞行器初始状态唯一性与最优性的分析, 可为高超声速滑翔飞行器的弹道设计、弹道跟踪、轨迹预测和轨迹优化提供借鉴。

**关键词:** 高超声速; 纵向滑翔; 初始状态; 唯一; 最优; 敏感性

中图分类号: V412.4 文献标志码: A 文章编号: 1001-2486(2020)05-115-11

## Analysis of uniqueness and optimality of glide segment initial state for hypersonic glide vehicle

MENG Fanqing<sup>1</sup>, TIAN Kangsheng<sup>2</sup>

(1. Department of Graduates, Air Force Early Warning Academy, Wuhan 430019, China;

2. Early Warning Intelligence Department, Air Force Early Warning Academy, Wuhan 430019, China)

**Abstract:** The trajectory characteristics of the near-space hypersonic glide vehicle are mainly under the influence of the initial state of glide segment and control law of the vehicle. Therefore, the influence of glide segment initial state on trajectory characteristics of hypersonic glide vehicle was studied under the condition that the control law of vehicle is determined. According to the different forms of glide trajectory, under the condition of longitudinal equilibrium glide, the analytical formula of the vehicle state variable was derived theoretically, and the uniqueness of initial state of the equilibrium glide trajectory was analyzed in combination with the equilibrium glide condition. Under the condition of longitudinal skip glide, the evaluation indices of trajectory performance were constructed, and the initial state of glide segment with optimal trajectory performance was found by using the group intelligence algorithm. Through the single factor sensitivity analysis, the sensitivity analysis of the initial states of two forms of glide trajectory was carried out, and the initial velocity of initial state has the greatest influence on the trajectory characteristics. The analysis of the uniqueness and optimality of initial state can be used for reference in the trajectory design, trajectory tracking, trajectory prediction and trajectory optimization of hypersonic glide vehicle.

**Keywords:** hypersonic; longitudinal glide; initial state; unique; optimal; sensitivity

临近空间高超声速滑翔飞行器通常是指飞行马赫数大于5、在距地面20~100 km的高度依靠空气动力滑翔的一种飞行器。临近空间高超声速滑翔飞行器的显著特点是飞行高度比弹道导弹低, 飞行速度远高于普通航空飞行器。因此高超声速滑翔飞行器兼具弹道导弹的高速、航空飞行器的灵活机动的特点, 被视为改变战争规则的“撒手锏”武器。高超声速滑翔飞行器可多次变轨, 其弹道大部分为滑翔段, 而滑翔段的弹道特性除受控制律控制外, 主要受滑翔段初始状态影响。

文献[1]针对平衡滑翔弹道对初始状态精度要求高的特点, 设计了基于预测校正的制导律, 增强了平衡滑翔弹道对初始状态的鲁棒性。文献[2]利用正则摄动的方法得出了高超声速滑翔飞行器平稳滑翔的解析解, 分析了平稳滑翔弹道的动态特性。文献[3-5]以射程最大、能量最省、总气动加热最小等为优化目标, 分析了不同飞行器初始状态以及飞行器升阻比等气动参数对弹道的影响, 指出飞行器弹道特性主要受飞行器初始状态影响。文献[6-7]利用高斯伪谱法, 分别

\* 收稿日期: 2019-04-02

作者简介: 孟繁卿(1994—), 男, 河北南宫人, 博士研究生, E-mail: maoximengnuizhi@126.com;

田康生(通信作者), 男, 教授, 博士, 博士生导师, E-mail: tiankangsheng@tom.com

从燃料最省和航路规划的角度对高超声速飞行器的轨迹进行了优化。文献[8]利用物理规划和遗传算法,求解了射程最大、约束变量最小、弹道最稳定的优化弹道。文献[9]利用模式搜索算法对高超声速飞行器轨迹进行优化,分析约束条件对飞行器轨迹和弹道的影响,为确定飞行器的初始状态提供了参考。文献[10-11]指出跳跃滑翔弹道的初始状态决定了飞行器的飞行能力,用分段高斯伪谱法对多约束条件下的滑翔弹道进行了优化。文献[12]从雷达跟踪精度的角度对跳跃滑翔弹道的突防性能进行了分析,得出了弹道的机动性能越强、飞行器的突防性能越优的结论。文献[13]利用正交试验分析了初始状态对跳跃滑翔弹道机动性能的影响,通过回归分析估计了机动性能最优时的滑翔段初始状态。

以上文献的研究主要集中于平衡滑翔弹道的弹道特性分析以及跳跃滑翔弹道的控制律优化设计,尚缺乏滑翔段初始状态对弹道特性影响规律的研究。因为高超声速滑翔飞行器是一种无动力飞行器,滑翔段初始状态对飞行器滑翔段的飞行能力和弹道特性至关重要,所以有必要研究滑翔段初始状态对高超声速滑翔飞行器弹道特性的影响规律。

## 1 高超声速滑翔飞行器滑翔段运动模型

### 1.1 飞行器滑翔段运动方程

根据高超声速滑翔飞行器在滑翔段的受力情况,建立速度和位置的四自由度运动方程,如式(1)所示。式中, $V$ 是飞行器飞行速度, $\gamma$ 是速度倾角, $(x, z)$ 是飞行器在纵向平面内的位置坐标, $m$ 是飞行器质量, $g_0$ 是重力加速度常数, $L$ 是飞行器所受升力, $D$ 是飞行器所受阻力。

$$\begin{cases} \dot{V} = -\frac{D}{m} - g_0 \sin\gamma \\ \dot{\gamma} = \frac{L}{mV} - \frac{g_0 \cos\gamma}{V} \\ \dot{x} = V \cos\gamma \\ \dot{z} = -V \sin\gamma \end{cases} \quad (1)$$

其中升力、阻力的计算可由式(2)求得。 $\rho$ 为大气密度,如式(3)所示,在此采用指数模型计算飞行器所在飞行高度的大气密度, $\rho_0 = 1.225 \text{ kg/m}^3$ 为海平面大气密度常数, $\xi = 8434 \text{ m}$ 为高度常数; $S$ 是飞行器的参考面积; $C_L$ 和 $C_D$ 为飞行器升力系数、阻力系数<sup>[14]</sup>。

$$\begin{cases} L = \frac{1}{2} \rho V^2 C_L S \\ D = \frac{1}{2} \rho V^2 C_D S \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} \rho(z) = \rho_0 e^{-z/\xi} \\ C_L = -0.126 + 2.9425\alpha \\ C_D = 0.0834 - 0.1876\alpha + 2.7484\alpha^2 \end{cases} \quad (3)$$

### 1.2 滑翔段弹道控制参数模型

#### 1.2.1 纵向平衡滑翔弹道控制参数模型

飞行器纵向平衡滑翔时,在纵向平面内受力平衡,速度倾角变化率为零(如式(4)所示),又因为飞行器在纵向平面内的主要控制参数是攻角 $\alpha$ ,所以令飞行器攻角保持不变、同时满足速度倾角变化率为零的限制条件<sup>[8]</sup>,即可实现临近空间高超声速滑翔飞行器的纵向平衡滑翔。

$$\frac{L}{mV} - \frac{g_0 \cos\gamma}{V} = 0 \quad (4)$$

#### 1.2.2 纵向跳跃滑翔弹道控制参数模型

控制临近空间高超声速滑翔飞行器在纵向平面内跳跃运动的主要参数是攻角 $\alpha$ ,纵向跳跃滑翔弹道控制参数模型即攻角 $\alpha$ 参数模型<sup>[15]</sup>,如式(5)所示。

$$\alpha(V) = \begin{cases} \alpha_{\max} & V_1 < V \\ \frac{\alpha_{\max} - \alpha_{K_{\max}}}{V_1 - V_2} (V - V_2) + \alpha_{K_{\max}} & V_2 \leq V \leq V_1 \\ \alpha_{K_{\max}} & V < V_2 \end{cases} \quad (5)$$

式中, $\alpha_{\max}$ 为最大飞行攻角, $\alpha_{K_{\max}}$ 为最大升阻比攻角, $V_1$ 和 $V_2$ 分别为攻角参数变化的两个临界速度。

## 2 纵向平衡滑翔初始状态唯一性分析

### 2.1 飞行器状态解析解

由平衡滑翔条件,将式(2)代入式(4)整理可得:

$$\frac{1}{2} \rho V^2 C_L S = m g_0 \cos\gamma \quad (6)$$

所以可推导出飞行器速度表达式为:

$$V = \sqrt{\frac{2m g_0 \cos\gamma}{\rho C_L S}} \quad (7)$$

将式(3)代入式(7)整理可得:

$$V = \sqrt{\frac{2m g_0 \cos\gamma}{\rho_0 C_L S}} e^{-\frac{z}{2\xi}} \quad (8)$$

式(8)对 $z$ 求微分可得:

$$\frac{dV}{dz} = \frac{1}{-2\xi} \sqrt{\frac{2m g_0 \cos\gamma}{\rho_0 C_L S}} e^{-\frac{z}{2\xi}} \quad (9)$$

将式(8)代入式(9)可得:

$$\frac{dV}{dz} = \frac{1}{-2\xi}V \quad (10)$$

将式(1)代入式(10)可得:

$$\frac{dV}{dz} = \frac{-\frac{D}{m} - g_0 \sin\gamma}{-V \sin\gamma} \quad (11)$$

由式(10)和式(11)可得:

$$\frac{1}{-2\xi}V = \frac{\frac{D}{m} + g_0 \sin\gamma}{V \sin\gamma} \quad (12)$$

将式(2)、式(7)代入式(12)整理可得:

$$V^2 = -2\xi g_0 \left(1 + \frac{C_D}{C_L} \cot\gamma\right) \quad (13)$$

由式(13)可得飞行器速度  $V$  的解析式:

$$V = \sqrt{-2\xi g_0 \left(1 + \frac{C_D}{C_L} \cot\gamma\right)} \quad (14)$$

由式(7)和式(14)可得:

$$\rho = \frac{-m \cos\gamma}{\xi S (C_L + C_D \cot\gamma)} \quad (15)$$

由式(3)和式(15)可得:

$$z = \xi \ln \left[ \frac{-m \cos\gamma}{\rho_0 \xi S (C_L + C_D \cot\gamma)} \right] \quad (16)$$

## 2.2 初始状态唯一性分析

令  $V = f(\gamma)$ , 对式(14)求导可得:

$$f'(\gamma) = \frac{\xi g_0 C_D \csc^2 \gamma}{C_L \sqrt{-2\xi g_0 \left(1 + \frac{C_D}{C_L} \cot\gamma\right)}} \quad (17)$$

由式(17)可知  $f'(\gamma) > 0$ , 所以  $f(\gamma)$  为  $\gamma$  上的单调递增函数。因为  $f(\gamma)$  为单调递增函数, 所以  $f^{-1}(V)$  一定存在, 且和  $f(\gamma)$  单调性一致。

又因为  $\frac{C_L}{C_D}$  为飞行器的升阻比  $K$ , 由式(14)可得  $f(\gamma)$  的反函数  $f^{-1}(V)$  为:

$$f^{-1}(V) = \operatorname{arccot} \left[ -K \left( 1 + \frac{V^2}{2\xi g_0} \right) \right] - \pi \quad (18)$$

由  $f^{-1}(V)$  与  $f(\gamma)$  单调性一致可得,  $\gamma > f^{-1}(V_{\min})$ , 当取  $V_{\min} = 1700 \text{ m/s}$  时, 可得  $f^{-1}(V_{\min}) = -2.084^\circ$ , 又因为文献[15]已经证明  $\gamma$  为负的小量, 所以可将  $\gamma$  的取值范围缩小为  $\gamma \in (-2.084^\circ, 0^\circ)$ 。

令  $z = g(\gamma)$ ,  $C_1 = \rho_0 \xi S C_L$ ,  $C_2 = \rho_0 \xi S C_D$ , 对式(16)求导并整理可得:

$$g'(\gamma) = \frac{2\xi(C_2 \cos^3 \gamma - C_1 \sin^3 \gamma)}{\sin 2\gamma (C_1 \sin\gamma + C_2 \cos\gamma)} \quad (19)$$

令  $h(\gamma) = C_1 \sin\gamma + C_2 \cos\gamma$  可得:

$$\begin{cases} h(\gamma) = \sqrt{C_1^2 + C_2^2} \sin(\gamma + \theta) \\ \theta = \arctan \frac{C_2}{C_1} \end{cases} \quad (20)$$

将  $C_1$ 、 $C_2$  代入式(20)可得:

$$\theta = \arctan \frac{1}{K} \quad (21)$$

由文献[15]可知  $5^\circ \leq \alpha \leq 25^\circ$ , 所以可得:

$$\theta > \arctan \frac{1}{K_{\max}} \approx 18.6^\circ \quad (22)$$

因为  $\gamma \in (-2.084^\circ, 0^\circ)$ , 所以可得  $h(\gamma) > 0$ 。将式(20)代入式(19)可得:

$$g'(\gamma) = \frac{2\xi(C_2 \cos^3 \gamma - C_1 \sin^3 \gamma)}{(\sin 2\gamma) h(\gamma)} \quad (23)$$

由式(23)可知  $g'(\gamma) < 0$ , 所以  $g(\gamma)$  为  $\gamma$  上的单调递减函数。又因为  $f(\gamma)$  为  $\gamma$  上的单调递增函数, 所以对初始状态  $(V_0, \gamma_0, z_0)$ , 只要确定三个初始量中的一个量, 其余两个也唯一确定。当飞行器滑翔段初始状态  $(V_0, \gamma_0, z_0)$  满足解析式(14)和式(16)时, 飞行器才会以平衡滑翔弹道滑翔, 否则只能以近似平衡滑翔弹道滑翔, 或产生大幅度震荡以跳跃滑翔弹道滑翔。

## 2.3 仿真校验与分析

### 2.3.1 仿真设置

以美国洛克希德·马丁公司开发的高超声速通用气动飞行器 CAV-H 为例, 对平衡滑翔弹道滑翔段初始状态分析进行验证。CAV-H 飞行器质量为  $907.2 \text{ kg}$ , 参考面积为  $0.4839 \text{ m}^2$ 。取目标点位置  $(2 \times 10^6 \text{ m}, -100 \text{ m})$ ,  $\alpha_{k_{\max}} = 12^\circ$ ,  $x_0 = 0 \text{ m}$ 。由式(14)和式(16)确定飞行器在  $45 \text{ km}$  高度的平衡滑翔初始状态  $V_0 = 3563 \text{ m/s}$ ,  $\gamma_0 = -0.2472^\circ$ ,  $z_0 = -45000 \text{ m}$ 。

为分析纵向平衡滑翔时滑翔段初始状态中各变量对弹道特性的影响, 利用单因素敏感性分析方法对平衡滑翔弹道滑翔段的初始状态进行敏感性分析。如表1所示, 设计了三组仿真实验进行对比: ①保持  $(V_0, \gamma_0)$  不变, 改变初始高度  $z_0$ ; ②保持  $(\gamma_0, z_0)$  不变, 改变初始速度  $V_0$ ; ③保持  $(V_0, z_0)$  不变, 改变初始速度倾角  $\gamma_0$ 。

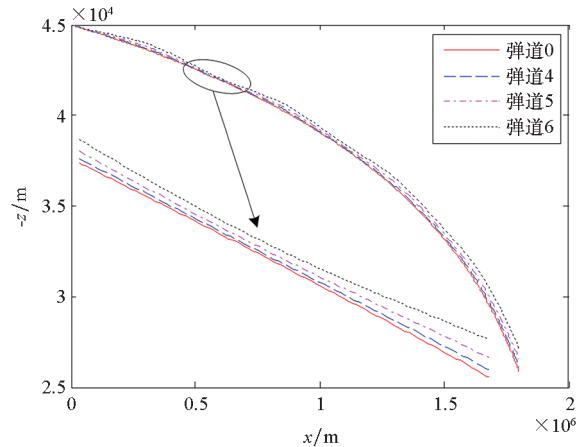
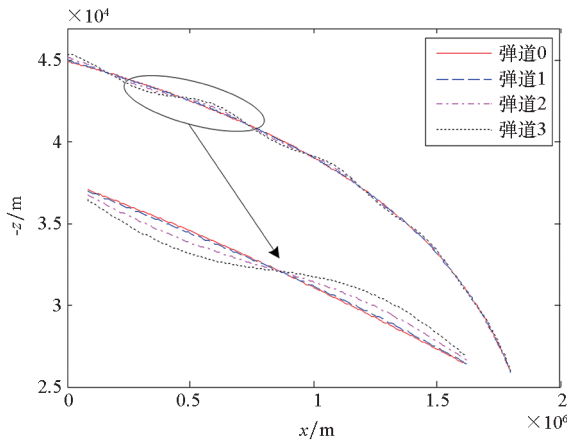
表 1 弹道 0 和三组对比弹道的滑翔段初始状态

Tab. 1 Initial state of the glide segment of trajectory 0 and three groups of contrastive trajectory

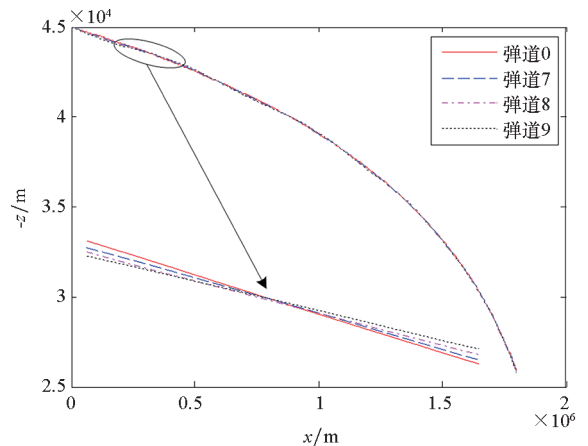
| 分组编号 | 弹道编号 | 初始状态   | 变量                           | 绝对误差                               | 相对误差 |
|------|------|--|------------------------------|------------------------------------|------|
|      | 0    | $V_0 = 3563 \text{ m/s}, \gamma_0 = -0.247 2^\circ$<br>$z_0 = -45 000 \text{ m}$ |                              |                                    |      |
| 一    | 1    | $V_0 = 3563 \text{ m/s}$<br>$\gamma_0 = -0.247 2^\circ$                          | $z_0 = -45 045 \text{ m}$    | $\Delta z_0 = 45 \text{ m}$        | 0.1% |
|      | 2    |  | $z_0 = -45 225 \text{ m}$    | $\Delta z_0 = 225 \text{ m}$       | 0.5% |
|      | 3    |  | $z_0 = -45 450 \text{ m}$    | $\Delta z_0 = 450 \text{ m}$       | 1%   |
| 二    | 4    | $\gamma_0 = -0.247 2^\circ$<br>$z_0 = -45 000 \text{ m}$                         | $V_0 = 3569.563 \text{ m/s}$ | $\Delta V_0 = 6.563 \text{ m/s}$   | 0.2% |
|      | 5    |  | $V_0 = 3580.815 \text{ m/s}$ | $\Delta V_0 = 17.815 \text{ m/s}$  | 0.5% |
|      | 6    |  | $V_0 = 3598.63 \text{ m/s}$  | $\Delta V_0 = 35.63 \text{ m/s}$   | 1%   |
| 三    | 7    | $V_0 = 3563 \text{ m/s}$<br>$z_0 = -45 000 \text{ m}$                            | $\gamma_0 = -0.271 92^\circ$ | $\Delta \gamma_0 = 0.024 72^\circ$ | 10%  |
|      | 8    |  | $\gamma_0 = -0.296 64^\circ$ | $\Delta \gamma_0 = 0.049 44^\circ$ | 20%  |
|      | 9    |  | $\gamma_0 = -0.321 36^\circ$ | $\Delta \gamma_0 = 0.074 16^\circ$ | 30%  |

2.3.2 弹道轨迹分析

图 1 是弹道 0 和三组对比弹道的弹道轨迹仿真。对比图 1(a)、图 1(b)、图 1(c)可知,当初始高度、初始速度倾角偏离初始状态真值时,相应弹道都会围绕平衡滑翔弹道上下小幅度跳跃,跳跃幅度越来越小、逐渐收敛于平衡滑翔弹道,且图 1(c)中三个弹道的波动幅度小于图 1(a)中三个弹道的波动幅度。当初始速度偏离平衡滑翔初始速度真值时,第二组三个弹道在平衡滑翔弹道上方跳跃,且与平衡滑翔弹道的偏差越来越大。从三组对比仿真可知,初始速度偏离平衡滑翔初始速度真值对平衡滑翔弹道轨迹影响最大,初始速度倾角偏离平衡滑翔初始速度倾角真值对平衡滑翔弹道轨迹影响最小。



(b) 弹道 0 和第二组弹道的弹道轨迹仿真图  
(b) Trajectory simulation diagram of trajectory 0 and the second group of trajectories



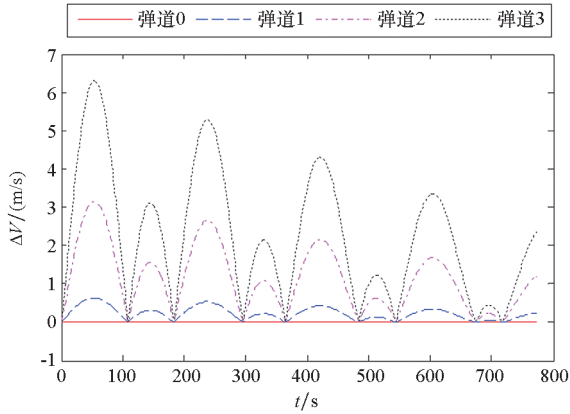
(c) 弹道 0 和第三组弹道的弹道轨迹仿真图  
(c) Trajectory simulation diagram of trajectory 0 and the third group of trajectories

(a) 弹道 0 和第一组弹道的弹道轨迹仿真图  
(a) Trajectory simulation diagram of trajectory 0 and the first group of trajectories

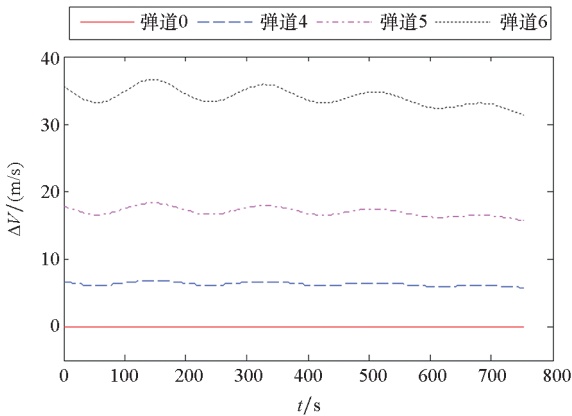
图 1 弹道 0 和三组对比弹道的弹道轨迹仿真图  
Fig. 1 Trajectory simulation diagram of trajectory 0 and three groups of contrastive trajectory

### 2.3.3 飞行速度误差分析

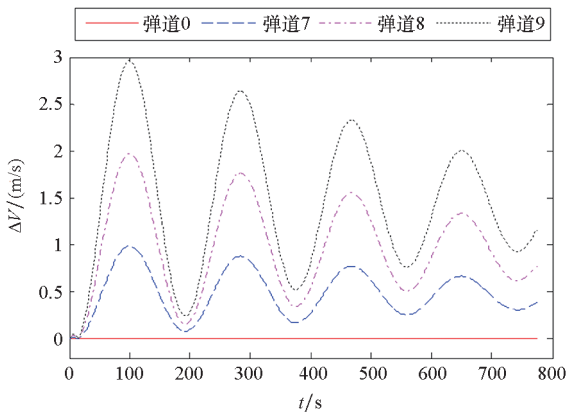
图2是三组对比仿真弹道的飞行速度与弹道0飞行速度的误差曲线图。对比图2(a)、图2(b)、图2(c)可知,第二组三个弹道的初始速



(a) 弹道0和第一组弹道的飞行速度误差  
(a) Flight speed error of trajectory 0 and the first group of trajectories



(b) 弹道0和第二组弹道的飞行速度误差  
(b) Flight speed error of trajectory 0 and the second group of trajectories



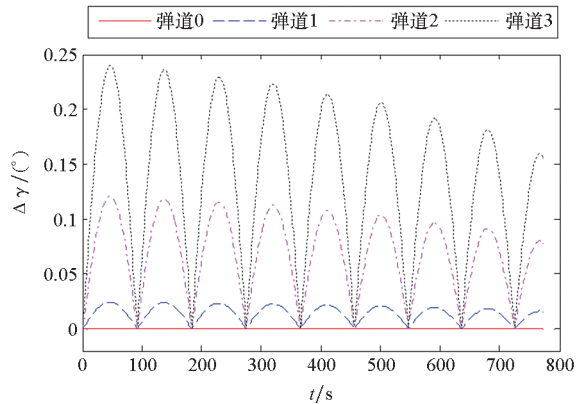
(c) 弹道0和第三组弹道的飞行速度误差  
(c) Flight speed error of trajectory 0 and the third group of trajectories

图2 弹道0和三组对比弹道的飞行速度误差曲线图  
Fig.2 Flight speed error curve of trajectory 0 and three groups of contrastive trajectory

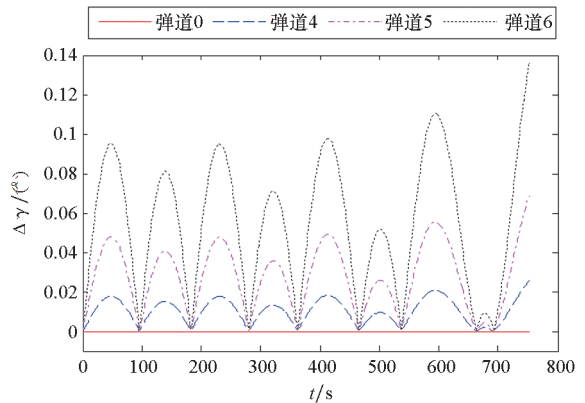
度偏离平衡滑翔初始速度真值时,相应弹道的速度误差最大,同时飞行过程中,速度误差曲线降低的趋势并不明显。第三组三个弹道的初始速度倾角偏离平衡滑翔初始速度倾角真值时,对弹道的速度误差影响最小,虽然第三组的速度误差曲线呈现收敛于非零值的趋势,但其速度误差数值在三组对比仿真中最小。

### 2.3.4 速度倾角误差分析

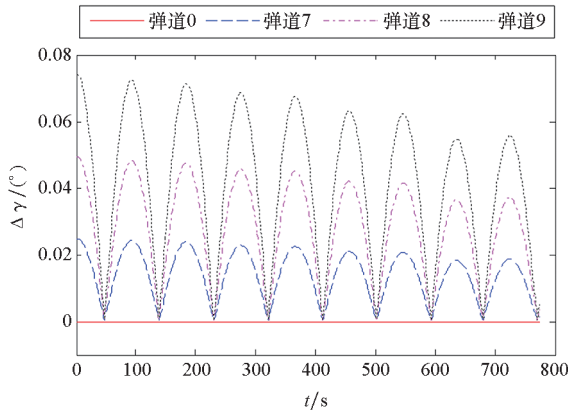
图3是三组对比仿真弹道的速度倾角与弹道0速度倾角的误差曲线图。对比图3(a)、图3(b)、图3(c)可知,第二组三个弹道的初始速度偏离平衡滑翔初始速度真值时,相应弹道的速度倾角误差介于第一组和第三组之间,但第二组三个弹道的速度倾角误差曲线呈现发散、不断变大的趋势。第三组三个弹道的初始速度倾角偏离平衡滑翔初始速度倾角真值时,对弹道的速度倾角误差影响最小,其速度倾角误差曲线呈现不断下降的趋势,且速度倾角误差数值最小。



(a) 弹道0和第一组弹道的速度倾角误差  
(a) Flight path angle error of trajectory 0 and the first group of trajectories



(b) 弹道0和第二组弹道的速度倾角误差  
(b) Flight path angle error of trajectory 0 and the second group of trajectories



(c) 弹道 0 和第三组弹道的速度倾角误差  
 (c) Flight path angle error of trajectory 0 and the third group of trajectories

图 3 弹道 0 和三组对比弹道的速度倾角误差曲线图  
 Fig. 3 Flight path angle error curve of trajectory 0 and three groups of contrastive trajectory

### 2.3.5 飞行高度误差分析

图 4 是三组对比仿真弹道的飞行高度与弹道 0 飞行高度的误差曲线图。对比图 4(a)、图 4(b)、图 4(c) 可知,第二组三个弹道的初始速度偏离平衡滑翔初始速度真值时,相应弹道的高度误差与第一组大致相当,均高于第三组,但第二组三个弹道的高度误差曲线振荡发散、误差数值不断变大。第三组三个弹道的初始速度倾角偏离平衡滑翔初始速度倾角真值时,其高度误差曲线振荡收敛,弹道高度误差数值在三组对比仿真中最小,对弹道高度误差影响最小。

## 3 纵向跳跃滑翔初始状态最优性分析

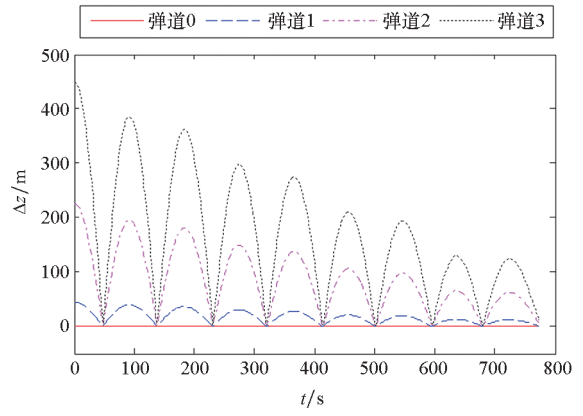
### 3.1 最优性问题描述

由前文分析可知,飞行器滑翔弹道产生跳跃的原因是初始状态不满足平衡滑翔条件,即跳跃滑翔弹道滑翔段的初始状态不唯一。正是因为跳跃滑翔弹道滑翔段初始状态不能唯一确定,所以有必要对其初始状态的最优性进行研究,即寻找跳跃滑翔弹道滑翔段的最优初始状态。在此以飞行弹道的弹道性能最优为目标,初始状态最优性的数学模型如下:

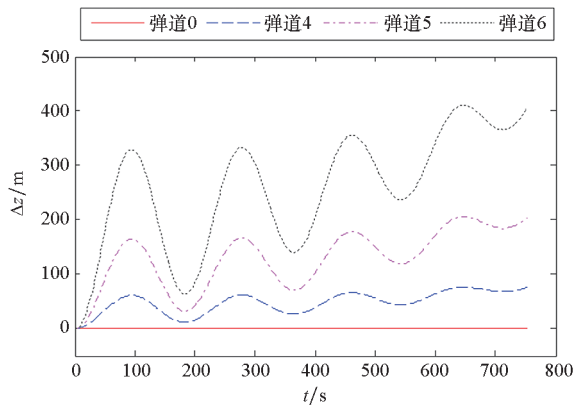
$$\text{弹道性能: } f(V_0, \gamma_0, z_0)$$

约束条件:

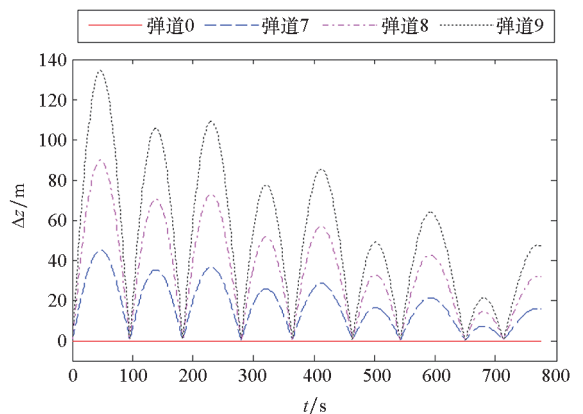
$$\begin{cases} \dot{Q} = \frac{C}{\sqrt{R_d}} \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^{0.5} \left( \frac{V}{\sqrt{g_0 R_0}} \right)^{3.15} \leq \dot{Q}_{\max} \\ q = \frac{1}{2} \rho V^2 \leq q_{\max} \\ n = \sqrt{L^2 + D^2} / mg_0 \leq n_{\max} \\ \Omega = \{ (x_f, z_f) \mid \text{abs}(z_f) \geq h_f, d(t_f) \leq d_f \} \end{cases}$$



(a) 弹道 0 和第一组弹道的飞行高度误差  
 (a) Flight altitude error of trajectory 0 and the first group of trajectories



(b) 弹道 0 和第二组弹道的飞行高度误差  
 (b) Flight altitude error of trajectory 0 and the second group of trajectories



(c) 弹道 0 和第三组弹道的飞行高度误差  
 (c) Flight altitude error of trajectory 0 and the third group of trajectories

图 4 弹道 0 和三组对比弹道的飞行高度误差曲线图  
 Fig. 4 Flight altitude error curve of trajectory 0 and three groups of contrastive trajectory

$f(V_0, \gamma_0, z_0)$  为弹道性能关于初始状态  $(V_0, \gamma_0, z_0)$  的函数,状态变量的定义域为  $V_0 \in (V_{\min}, V_{\max}), \gamma_0 \in (\gamma_{\min}, \gamma_{\max}), z_0 \in (z_{\min}, z_{\max})$ 。  $\dot{Q}, q, n$

分别是驻点热流密度约束、动压约束、过载约束,  $\dot{Q}_{\max}$ 、 $q_{\max}$ 、 $n_{\max}$  为相应约束变量的最大值。其中,  $C$  为常数, 取为 11 030;  $R_d$  为飞行器驻点处的曲率半径, 在此取 0.1 m;  $R_0$  为地球平均半径, 取为 6371 km。  $\Omega$  是满足终端约束的滑翔段终点位置集合,  $(x_f, z_f)$  是滑翔段结束时飞行器的位置,  $h_f$  是滑翔段终点高度约束,  $d_f$  是滑翔段终点与目标点的距离约束。

由初始状态最优性的数学模型可知, 求解最优的初始状态为多约束条件下的优化问题。为便于问题求解, 引入惩罚函数, 将有约束优化问题转化为无约束优化问题, 如式(24)所示, 为弹道性能函数  $f(V_0, \gamma_0, z_0)$  引入惩罚因子  $p_i (i = 1, 2, \dots, 5)$ 。当滑翔弹道不满足约束条件时, 需要在相应弹道的性能函数上叠加惩罚因子。

$$\begin{cases}
 p_1 = \begin{cases} \frac{\max(\dot{Q})}{\dot{Q}_{\max}} - 1 & \max(\dot{Q}) > \dot{Q}_{\max} \\ 0 & \max(\dot{Q}) \leq \dot{Q}_{\max} \end{cases} \\
 p_2 = \begin{cases} \frac{\max(q)}{q_{\max}} - 1 & \max(q) > q_{\max} \\ 0 & \max(q) \leq q_{\max} \end{cases} \\
 p_3 = \begin{cases} \frac{\max(n)}{n_{\max}} - 1 & \max(n) > n_{\max} \\ 0 & \max(n) \leq n_{\max} \end{cases} \\
 p_4 = \begin{cases} \frac{d(t_f)}{d_f} - 1 & d(t_f) > d_f \\ 0 & d(t_f) \leq d_f \end{cases} \\
 p_5 = \begin{cases} 1 - \frac{\text{abs}(z_f)}{h_f} & \text{abs}(z_f) < h_f \\ 0 & \text{abs}(z_f) \geq h_f \end{cases}
 \end{cases} \quad (24)$$

### 3.2 评价指标

为了评价以不同初始状态进行跳跃滑翔时的弹道特性, 特选择以下几个评价指标。

1) 机动变轨次数: 机动变轨次数  $N_m$  定义为飞行器纵向加速度符号发生变化的次数。高超声速滑翔飞行器的弹道上下跳跃, 所以无法像弹道导弹一样反推导弹的发射点和预测导弹的落点。机动变轨次数是高超声速滑翔飞行器机动性能的重要体现, 机动变轨次数越多, 飞行器弹道越灵活多变。

2) 首跳高度: 首跳高度  $\Delta H$  是指飞行器第一次跳跃时的高度大小, 其数值等于滑翔段初始位置与弹道轨迹曲线第一个极值点(极大值或极小

值)之间的高度差。因为无法准确定义跳跃滑翔弹道的平衡位置, 且随着飞行速度的下降, 飞行器的跳跃幅度越来越小, 所以采用首跳高度来衡量高超声速滑翔飞行器弹道的跳跃强度。

3) 飞行时间: 飞行时间  $\Delta T$  是指飞行器滑翔段初始时刻与滑翔段结束时刻的差值。飞行时间越短, 飞行器暴露在雷达、卫星等探测装备探测区的时间越短, 越不容易被发现。即便被探测装备发现, 因为飞行时间短, 留给拦截武器的时间将被大大压缩, 也将极大提高飞行器的生存能力。

4) 剩余机械能: 剩余机械能  $E_f$  是指滑翔段结束时刻高超声速滑翔飞行器总的机械能。高超声速滑翔飞行器在滑翔段做无动力滑翔, 所以飞行过程中其机械能是不断减小的。滑翔段剩余机械能即飞行器末段的最大机械能。飞行器的剩余机械能越大, 则为末段弹道提供的可利用能量空间越大。

综合以上评价指标以及约束条件, 可确定求解最优初始状态时的目标函数, 如式(25)所示。其中  $\omega_1$ 、 $\omega_2$ 、 $\omega_3$ 、 $\omega_4$  分别为四个评价指标的指标权重, 可通过本征向量法确定各评价指标的指标权重值为(0.472 9, 0.169 9, 0.284 4, 0.072 8)。

$$f(V_0, \gamma_0, z_0) = \max(\omega_1 N_m + \omega_2 \Delta H + \omega_3 \Delta T + \omega_4 E_f - \sum_{i=1}^5 p_i) \quad (25)$$

### 3.3 粒子群算法

粒子群算法是一种全局迭代搜索算法, 该算法将优化问题的解看作是搜索空间中的粒子。算法起始时, 随机产生种群大小为  $N_{\text{psso}}$  的初始粒子群, 即初始解集。在每次迭代中, 利用目标函数计算粒子的适应度值, 并更新粒子个体最优解和粒子群全局最优解。两个最优解更新完毕后, 按照式(26)更新各粒子的速度和位置, 实现粒子在解空间的局部搜索和全局搜索。当算法达到终止条件时, 迭代结束并输出搜索结果。

$$\begin{cases}
 v_j(t+1) = w_{\text{psso}} v_j(t) + C_{1\text{psso}} r_1(t) [p_j(t) - z_j(t)] + \\
 \quad C_{2\text{psso}} r_2(t) [g(t) - z_j(t)] \\
 z_j(t+1) = z_j(t) + v_j(t+1)
 \end{cases} \quad (26)$$

式中,  $v_j(t)$  为第  $t$  次迭代后粒子的速度,  $w_{\text{psso}}$  为搜索惯性权重,  $C_{1\text{psso}}$  和  $C_{2\text{psso}}$  为学习因子,  $r_1(t)$ 、 $r_2(t)$  为介于 0 和 1 之间的随机数,  $p_j(t)$  为第  $t$  次迭代后粒子的个体最优解,  $g(t)$  为第  $t$  次迭代后粒子群的全局最优解,  $z_j(t)$  为第  $t$  次迭代后粒子的

位置。

### 3.4 仿真校验与分析

#### 3.4.1 仿真校验

以通用气动飞行器 CAV-H 为例<sup>[14-16]</sup>,取目标点位置 $(3 \times 10^6 \text{ m}, -100 \text{ m})$ ,最大攻角 $\alpha_{\max} = 25^\circ$ ,最大升阻比攻角 $\alpha_{K_{\max}} = 12^\circ$ ,最大驻点热流密度 $\dot{Q}_{\max} = 6000 \text{ kW/m}^2$ ,最大动压 $q_{\max} = 100 \text{ kPa}$ ,最大过载 $n_{\max} = 10$ ,滑翔段终点高度约束 $h_f = 20 \text{ km}$ ,滑翔段终点飞行器与目标距离约束 $d_f = 200 \text{ km}$ ,初始速度定义域 $V_0 \in (1.7 \text{ km/s}, 7.9 \text{ km/s})$ ,初始速度倾角定义域 $\gamma_0 \in (-20^\circ, 20^\circ)$ ,初始高度定义域 $z_0 \in (-100 \text{ km}, -20 \text{ km})$ 。采用 3.3 节中的粒子群算法进行最优初始状态 $(V_0, \gamma_0, z_0)$ 的求解,设定粒子数 $N_{\text{pso}} = 100$ ,迭代次数 $M_{\text{pso}} = 200$ ,惯性权重 $w_{\text{pso}} = 0.8$ ,学习因子 $C_{1\text{pso}} = 1.5, C_{2\text{pso}} = 1.5$ 。

通过粒子群算法可求得最优的初始状态 $(V_0, \gamma_0, z_0)$ 为 $(4864.718 \text{ m/s}, -4.7278^\circ, -93691.965 \text{ m})$ ,机动变轨次数 $N_m = 12$ ,首跳高度 $\Delta H = 53.181 \text{ km}$ ,飞行时间 $\Delta T = 1085 \text{ s}$ ,剩余机械能 $E_f = 4.711 \times 10^8 \text{ J}$ ,目标函数值 $f(V_0, \gamma_0, z_0) = 0.5683$ 。

为分析纵向跳跃滑翔弹道滑翔段最优初始状态中各变量对弹道特性的影响,利用单因素敏感性分析方法对跳跃滑翔弹道滑翔段的最优初始状态进行敏感性分析。如表 2 所示,设计以下三组对比实验:①在最优的初始速度和速度倾角 $(V_0, \gamma_0)$ 条件下,改变初始高度 $z_0$ ;②在最优的初始速度倾角和高度 $(\gamma_0, z_0)$ 条件下,改变初始速度 $V_0$ ;③在最优的初始速度和高度 $(V_0, z_0)$ 条件下,改变初始速度倾角 $\gamma_0$ 。

三组对比实验以及最优初始状态对应弹道的性能指标值和目标函数值如表 3 所示。由表 3 可

表 2 弹道 10 和三组对比弹道的滑翔段初始状态

Tab. 2 Initial state of the glide segment of trajectory 10 and three groups of contrastive trajectory

| 分组编号 | 弹道编号 | 初始状态   | 变量                            | 绝对误差                                | 相对误差 |
|------|------|--|-------------------------------|-------------------------------------|------|
|      | 10   | $V_0 = 4864.718 \text{ m/s}, \gamma_0 = -4.7278^\circ$<br>$z_0 = -93691.965 \text{ m}$ |                               |                                     |      |
| 四    | 11   | $V_0 = 4864.718 \text{ m/s}$   | $z_0 = -93598.273 \text{ m}$  | $\Delta z_0 = 93.692 \text{ m}$     | 0.1% |
|      | 12   | $\gamma_0 = -4.7278^\circ$   | $z_0 = -93223.505 \text{ m}$  | $\Delta z_0 = 468.46 \text{ m}$     | 0.5% |
|      | 13   |  | $z_0 = -92755.045 \text{ m}$  | $\Delta z_0 = 936.92 \text{ m}$     | 1%   |
| 五    | 14   | $\gamma_0 = -4.7278^\circ$   | $V_0 = 4859.853 \text{ m/s}$  | $\Delta V_0 = 4.865 \text{ m/s}$    | 0.1% |
|      | 15   | $z_0 = -93691.965 \text{ m}$   | $V_0 = 4840.394 \text{ m/s}$  | $\Delta V_0 = 24.324 \text{ m/s}$   | 0.5% |
|      | 16   |  | $V_0 = 4816.071 \text{ m/s}$  | $\Delta V_0 = 48.647 \text{ m/s}$   | 1%   |
| 六    | 17   |  | $\gamma_0 = -4.7230722^\circ$ | $\Delta \gamma_0 = 0.0047278^\circ$ | 0.1% |
|      | 18   | $V_0 = 4864.718 \text{ m/s}$   | $\gamma_0 = -4.704161^\circ$  | $\Delta \gamma_0 = 0.023639^\circ$  | 0.5% |
|      | 19   | $z_0 = -93691.965 \text{ m}$   | $\gamma_0 = -4.680522^\circ$  | $\Delta \gamma_0 = 0.047278^\circ$  | 1%   |

表 3 弹道 10 和三组对比弹道的评价指标值和目标函数值

Tab. 3 Evaluation indices values and objective function values of trajectory 10 and three groups of contrastive trajectory

| 分组编号 | 弹道编号 | 机动变轨次数 | 首跳高度/km | 飞行时间/s | 剩余机械能/J  | 目标函数值  |
|------|------|--------|---------|--------|----------|--------|
|      | 10   | 12     | 53.181  | 1085   | 4.711E+8 | 0.5683 |
| 四    | 11   | 12     | 53.073  | 1085   | 4.710E+8 | 0.5681 |
|      | 12   | 12     | 52.640  | 1085   | 4.707E+8 | 0.5672 |
|      | 13   | 12     | 52.098  | 1086   | 4.681E+8 | 0.5659 |
| 五    | 14   | 11     | 53.197  | 1067   | 5.159E+8 | 0.4475 |
|      | 15   | 11     | 53.260  | 1057   | 5.338E+8 | 0.3176 |
|      | 16   | 11     | 53.342  | 1050   | 5.400E+8 | 0.1790 |
| 六    | 17   | 11     | 53.178  | 1084   | 4.736E+8 | 0.5389 |
|      | 18   | 11     | 53.166  | 1083   | 4.764E+8 | 0.5389 |
|      | 19   | 11     | 53.150  | 1082   | 4.794E+8 | 0.5390 |

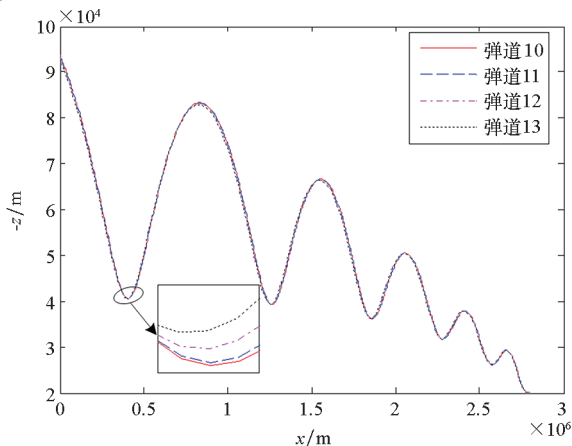


知,最优初始状态的目标函数值最大,第五组三个弹道的目标函数值最小。下面从弹道轨迹和纵向加速度两个方面对三组弹道和最优初始状态对应弹道的弹道特性进行分析。

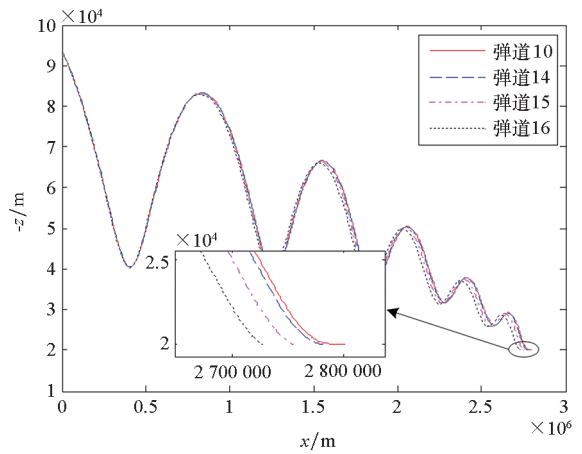
### 3.4.2 弹道轨迹分析

图5是三组对比弹道和弹道10的弹道轨迹仿真图。从图5(a)中可以看出,当初始高度偏离最优初始高度时,弹道的首跳高度会相应降低,且偏离程度越大,首跳高度越小。从图5(b)中可以看出第五组的三个弹道,滑翔段终点距离目标点的终端距离大于200 km,不满足终端约束。虽然第五组三个弹道的性能指标,除机动变轨次数外均优于弹道10的性能指标,但因为第五组的三个弹道不满足终端约束条件,所以第五组三个弹道初始状态的目标函数值明显低于其他两组弹道和弹道10初始状态的目标函数值。从图5(c)中可以看出,当初始速度倾角偏离最优初始速度倾角时,弹道的首跳高度会相应降低,且偏离程度越大,首跳高度越小。

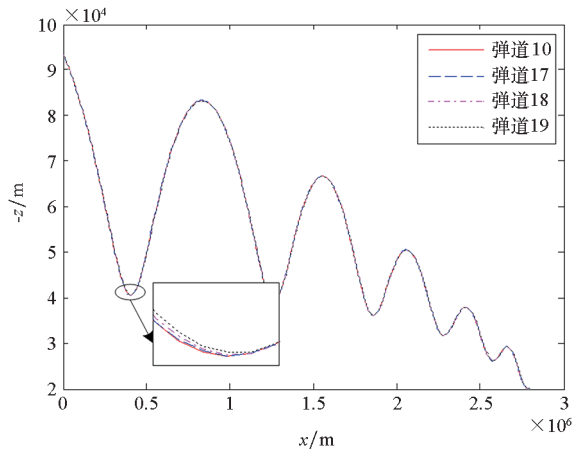
对比图5(a)、图5(b)、图5(c)可知,当弹道的初始状态偏离最优初始状态时,弹道轨迹均会偏离最优弹道轨迹,相应初始状态的目标函数值都低于最优初始状态的目标函数值。当初始速度偏离最优初始速度时,相应弹道轨迹偏离最优弹道的程度越来越大,且不能满足终端约束条件,对弹道性能影响最大。当初始速度倾角偏离最优初始速度倾角时,弹道轨迹偏离最优弹道的程度最低,首跳高度下降在几十米的量级。当初始高度偏离最优初始高度时,弹道轨迹偏离最优弹道的程度介于第六组和第五组之间,其首跳高度下降在几百米的量级。



(a) 弹道10和第四组弹道的弹道轨迹仿真图  
(a) Trajectory simulation diagram of trajectory 10 and the fourth group of trajectories



(b) 弹道10和第五组弹道的弹道轨迹仿真图  
(b) Trajectory simulation diagram of trajectory 10 and the fifth group of trajectories



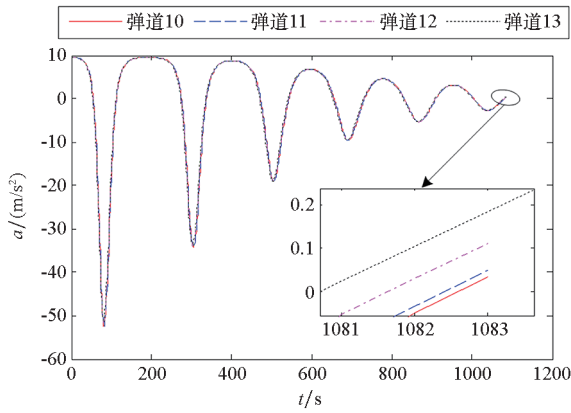
(c) 弹道10和第六组弹道的弹道轨迹仿真图  
(c) Trajectory simulation diagram of trajectory 10 and the sixth group of trajectories

图5 弹道10和三组对比弹道的弹道轨迹仿真图  
Fig.5 Trajectory simulation diagram of trajectory 10 and three groups of contrastive trajectory

### 3.4.3 纵向加速度分析

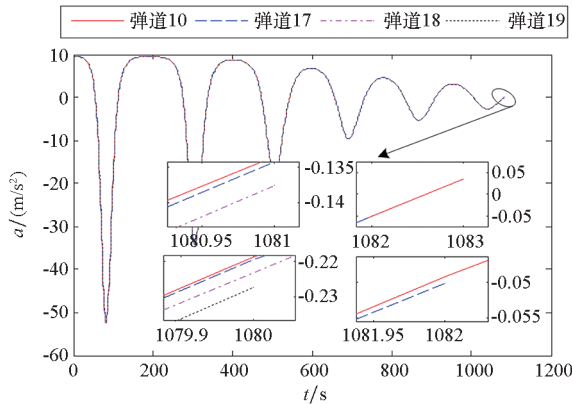
图6是两组对比弹道和弹道10的纵向加速度曲线,因为第五组的三个弹道不满足终端约束条件,所以主要对第四组和第六组弹道的纵向加速度进行分析。从图6(a)中可以看出,当初始高度偏离最优初始高度时,纵向加速度曲线会偏离最优初始状态对应弹道的纵向加速度曲线。在飞行结束之前,弹道11、弹道12、弹道13均能完成最后一次纵向加速度符号翻转,所以弹道11、弹道12和弹道13的纵向机动变轨次数与弹道10相同。从图6(b)中可以看出,当初始速度倾角偏离最优初始速度倾角时,纵向加速度曲线会偏离最优初始状态对应弹道的纵向加速度曲线。在飞行结束之前,弹道17、弹道18、弹道19均未能完

成最后一次纵向加速度符号翻转,所以弹道 17、弹道 18 和弹道 19 的纵向机动变轨次数少于弹道 10 的纵向机动变轨次数。



(a) 弹道 10 和第四组弹道的纵向加速度

(a) Trajectory longitudinal acceleration of trajectory 10 and the fourth group of trajectories



(b) 弹道 10 和第六组弹道的纵向加速度

(b) Trajectory longitudinal acceleration of trajectory 10 and the sixth group of trajectories

图 6 弹道 10 和两组对比弹道的纵向加速度曲线图

Fig. 6 Trajectory longitudinal acceleration curve of trajectory 10 and two groups of contrastive trajectory

### 4 结论

针对临近空间高超声速滑翔飞行器滑翔段初始状态影响其弹道特性的规律问题,在平衡滑翔条件下,从理论上证明了纵向平衡滑翔弹道滑翔段初始状态的唯一性。由敏感性分析可知,当初始速度偏离平衡滑翔初始速度真值时,随着飞行过程的进行,其弹道逐渐发散,对弹道特性的影响最大;当初始速度倾角偏离平衡滑翔初始速度倾角真值时,其弹道轨迹、状态变量均趋向于收敛到平衡滑翔的弹道轨迹和状态变量,对弹道特性的影响最小。在跳跃滑翔条件下,利用粒子群算法求解了弹道性能最优时的滑翔段初始状态。由敏

感性分析可知,当初始速度偏离跳跃滑翔最优初始速度时,其弹道不满足约束条件,相应弹道初始状态的目标函数值最低;当初始速度倾角偏离最优初始速度倾角时,从弹道轨迹的角度分析,其弹道轨迹最接近最优的弹道轨迹。

### 参考文献 (References)

[1] 李惠峰, 谢陵. 基于预测校正方法的 RLV 再入制导律设计 [J]. 北京航空航天大学学报, 2009, 35 (11): 1344 - 1348.  
LI Huifeng, XIE Ling. Reentry guidance law design for RLV based on predictor-corrector method [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2009, 35 (11): 1344 - 1348. (in Chinese)

[2] 胡锦川, 陈万春. 高超声速飞行器平稳滑翔弹道设计方法 [J]. 北京航空航天大学学报, 2015, 41 (8): 1464 - 1475.  
HU Jinchuan, CHEN Wanchun. Steady glide trajectory planning method for hypersonic reentry vehicle [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2015, 41 (8): 1464 - 1475. (in Chinese)

[3] 王洁瑶, 江涌, 钟世勇, 等. 高超声速远程导弹弹道解析估算与特性分析 [J]. 宇航学报, 2016, 37 (4): 404 - 410.  
WANG Jieyao, JIANG Yong, ZHONG Shiyong, et al. Analytical estimation and analysis of trajectory performance for hypersonic long-range missiles [J]. Journal of Astronautics, 2016, 37 (4): 404 - 410. (in Chinese)

[4] 雍恩米, 唐国金, 陈磊. 助推-滑翔式导弹中段弹道方案的初步分析 [J]. 国防科技大学学报, 2006, 28 (6): 6 - 10.  
YONG Enmi, TANG Guojin, CHEN Lei. Schematic study of mid-course trajectories for the boost-glide missiles [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2006, 28 (6): 6 - 10. (in Chinese)

[5] 胡正东, 曹渊, 张士峰, 等. 高超声速跳跃式飞行器弹道特性分析与优化设计 [J]. 宇航学报, 2008, 29 (3): 821 - 825.  
HU Zhengdong, CAO Yuan, ZHANG Shifeng, et al. Trajectory performance analysis and optimization design for hypersonic skip vehicle [J]. Journal of Astronautics, 2008, 29 (3): 821 - 825. (in Chinese)

[6] Shi W, Jing Z L, Yang Y S. Ascent trajectory optimisation for hypersonic vehicles via Gauss pseudospectral method [J]. International Journal of Space Science and Engineering, 2013, 1(1): 64 - 81.

[7] Zhao J, Zhou R. Reentry trajectory optimization for hypersonic vehicle satisfying complex constraints [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2013, 26(6): 1544 - 1553.

[8] 雍恩米, 陈磊, 唐国金. 基于物理规划的高超声速飞行器滑翔式再入轨迹优化 [J]. 航空学报, 2008, 29 (5): 1092 - 1097.  
YONG Enmi, CHEN Lei, TANG Guojin. Trajectory optimization of hypersonic gliding reentry vehicle based on the physical programming [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2008, 29(5): 1092 - 1097. (in Chinese)

[9] Kumar G N, Ikram M, Sarkar A K, et al. Hypersonic flight vehicle trajectory optimization using pattern search

- algorithm[J]. Optimization and Engineering, 2018 (19): 125 - 161.
- [10] 谢愈,刘鲁华,汤国建,等. 多约束条件下高超声速滑翔飞行器轨迹优化 [J]. 宇航学报, 2011, 32 (12): 2499 - 2504.
- XIE Yu, LIU Luhua, TANG Guojian, et al. Trajectory optimization for hypersonic glide vehicle with multi-constraints[J]. Journal of Astronautics, 2011, 32(12): 2499 - 2504. (in Chinese)
- [11] 谢愈,潘亮,谷学强,等. 高超声速飞行器多目标复杂约束滑翔弹道优化[J]. 国防科技大学学报, 2017, 39(2): 9 - 17.
- XIE Yu, PAN Liang, GU Xueqiang, et al. Gliding trajectory optimization with multiple objectives and complicated constraints for hypersonic vehicles [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2017, 39(2): 9 - 17. (in Chinese)
- [12] 雍恩米,钱炜祺,何开锋. 基于雷达跟踪仿真的滑翔式再入弹道突防性能分析 [J]. 宇航学报, 2012, 33 (10): 1370 - 1376.
- YONG Enmi, QIAN Weiqi, HE Kaifeng. Penetration ability analysis for glide reentry trajectory based on radar tracking[J]. Journal of Astronautics, 2012, 33 (10): 1370 - 1376. (in Chinese)
- [13] Yan X D, Lyu S, Tang S. Analysis of optimal initial glide conditions for hypersonic glide vehicles[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2014, 27(2): 217 - 225.
- [14] 韩春耀. 临近空间高超声速滑翔飞行器轨迹预测研究[D]. 武汉:空军预警学院, 2018.
- HAN Chunyao. Study on trajectory prediction for near space hypersonic gliding vehicle [D]. Wuhan: Air Force Early Warning Academy, 2018. (in Chinese)
- [15] 李广华. 高超声速滑翔飞行器运动特性分析及弹道跟踪预报方法研究[D]. 长沙:国防科技大学, 2016.
- LI Guanghua. Motion characteristics analysis and trajectory prediction for hypersonic glide vehicles [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2016. (in Chinese)
- [16] 雍恩米. 高超声速滑翔式再入飞行器轨迹优化与制导方法研究 [D]. 长沙:国防科技大学, 2008.
- YONG Enmi. Study on trajectory optimization and guidance approach for hypersonic glide reentry vehicle [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2008. (in Chinese)