

## 立方星陀螺/双星敏感器组合定姿方法\*

马海宁, 陆正亮, 张翔, 廖文和

(南京理工大学机械工程学院, 江苏南京 210094)

**摘要:**针对单星敏感器绕视轴方向旋转角测量精度相对较差的问题,提出了一种利用微机电系统陀螺和同时工作的双星敏感器的测量来获得精确的立方星姿态信息的方法。该方法基于平均双四元数的思想,基于乘性扩展卡尔曼滤波算法制定了集中式和分散式两种姿态确定方案。仿真分析结果表明,所提出的陀螺/双星敏感器姿态确定方法,在采用低成本、低精度的姿态敏感器以及传统滤波算法的情况下,仍能有效提高立方星的定姿性能,具有较高的精度和较快的收敛性。为立方星低成本、高精度姿态确定提供了一种可行的参考,并且具备一定的工程应用价值。

**关键词:**立方星;姿态确定;双星敏感器;平均四元数

**中图分类号:**V448.2 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2020)06-031-11

## Gyro/double star sensors integrated attitude determination for CubeSat

MA Haining, LU Zhengliang, ZHANG Xiang, LIAO Wenhe

(College of Mechanical Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

**Abstract:** For the problem that the measurement precision of the rotation angle about line-of-sight vector of single star sensor is relatively low, a method of utilizing measurement from MEMS (micro-electro-mechanical system) gyro and two simultaneously operating star sensors to obtain accurate attitude knowledge of CubeSat was proposed. Based on the idea of averaging two quaternions, two attitude determination schemes called centralized filter and decentralized filter were drawn up by using MEKF (multiplicative extended Kalman filter). Simulation results indicate that attitude determination performance is improved effectively by the presented method and it has higher precision and quicker convergence, under the circumstance of utilizing low-cost and low-accuracy attitude sensors and traditional attitude filtering algorithm. It provides a feasible reference for low-cost and high-precision attitude determination of CubeSat, and has certain engineering application value.

**Keywords:** CubeSat; attitude determination; double star sensors; averaging quaternions

立方星具有质量轻、体积小、制造周期短、功能密度高等特点,在军用和民用领域具有广阔的应用前景<sup>[1-2]</sup>。姿态确定系统提供实时的姿态信息,其精度直接影响立方星姿态控制精度,从而影响卫星的工作性能<sup>[3]</sup>。陀螺/星敏感器组合的姿态确定系统是现代高精度卫星的主要定姿方式,随着低成本、小型化的微机电系统(Micro-Electro-Mechanical System, MEMS)陀螺和纳型星敏感器的不断发展,其在立方星上的应用正逐步普及<sup>[4-5]</sup>。

近年来,国内外很多学者基于陀螺/星敏感器的配置,采用不同的定姿方法对卫星的姿态确定进行了深入研究。文献[6-8]基于陀螺和星敏感器,利用扩展卡尔曼滤波(Extended Kalman

Filter, EKF)算法估计卫星的姿态并对陀螺偏置进行补偿。文献[9]基于陀螺和星敏感器,采用实时的滚动时域估计方法获取卫星姿态和陀螺校准参数,该方法对于较大的初始姿态误差具有更快的收敛速度。文献[10]基于陀螺和星敏感器,提出利用容积卡尔曼滤波(Cubature Kalman Filter, CKF)算法估计卫星姿态,结果表明该方法在处理姿态确定系统的强非线性问题时比EKF算法和无迹卡尔曼滤波(Unscented Kalman Filter, UKF)算法拥有更高的精度和稳定性。文献[11]针对陀螺和星敏感器噪声频率特性不同的特点,提出利用互补滤波算法获得姿态融合数据,将其引入UKF算法的测量更新过程,最终获得卫星姿态的最优估计。

\* 收稿日期:2019-05-29

**基金项目:**国家自然科学基金资助项目(61803204);江苏省自然科学基金资助项目(BK20180465);国家建设高水平大学公派研究生资助项目(CSC201906840005)

**作者简介:**马海宁(1993—),男,山东威海人,博士研究生,E-mail:15952000677@163.com;

陆正亮(通信作者),男,讲师,博士,E-mail:112010115@njtu.edu.cn

上述研究均是针对单星传感器配置的情况,然而由于星传感器视场角较小,导致姿态解算时滚转轴的精度低于俯仰轴和偏航轴精度 1~2 个数量级<sup>[12]</sup>。因此,有关学者开展了多星传感器姿态测量的研究:文献[13]提出利用基于 UKF 的联邦滤波算法融合双星传感器的测量数据以实现卫星的姿态估计,并采用故障检测和隔离算法规避传感器测量故障,但实际上仍是主要利用主星传感器的测量数据,副星传感器只是作为备份;文献[14]提出了基于星传感器观测姿态角的误差建模,研究了多星传感器组合的最优安装构型,利用陀螺加星传感器组合的 EKF 算法对卫星姿态和陀螺漂移进行估计,但姿态估计精度不高;文献[15]提出利用基于 EKF 的联邦滤波算法融合三星传感器的测量数据以实现卫星的姿态估计,该方法提高了定姿精度和系统鲁棒性,保证了定姿任务的持续性,但其采用的星传感器是应用于传统大卫星的高精度、昂贵的大型星传感器,不适用于低成本、低功耗要求的立方星平台。

鉴于此,本文结合某型号立方星研制任务的需要,提出了陀螺/双星传感器的组合定姿方法。该方法在硬件层面,采用两个同时工作的低成本、低精度的皮型星传感器以及三轴 MEMS 陀螺作为姿态传感器;在算法层面,基于平均四元数的思想,构建了两种姿态估计方案:一种是先对双星传感器输出的姿态四元数进行平均,再结合陀螺的测量,利用传统的 MEKF 算法实现卫星姿态和陀螺漂移的最优估计,即集中式定姿;另一种是先利用传统的 MEKF 算法分别融合陀螺/星传感器 1 和陀螺/星传感器 2 的测量,再对两者获得姿态四元数和陀螺漂移进行平均,得到卫星姿态和陀螺漂移的最优估计,即分散式定姿。最后通过数值仿真实验对所提出的定姿方法进行了验证。

## 1 姿态运动学和传感器模型

### 1.1 姿态运动学模型

由于四元数具有非奇异性,因此采用四元数来描述卫星的姿态,定义姿态四元数为:

$$\mathbf{q} = [q_0 \quad \mathbf{q}_v^T]^T \quad (1)$$

式中,  $q_0$  为姿态四元数的标量部分,  $\mathbf{q}_v = [q_1 \quad q_2 \quad q_3]^T$  是姿态四元数的矢量部分。

用姿态四元数表示的卫星姿态运动学方程为:

$$\dot{\mathbf{q}}_{bo} = \frac{1}{2} \boldsymbol{\Omega}(\boldsymbol{\omega}_{bo}) \mathbf{q}_{bo} \quad (2)$$

式中,  $\mathbf{q}_{bo}$  为轨道系相对于卫星本体系的姿态四元

数,  $\boldsymbol{\omega}_{bo}$  为卫星本体相对于轨道系的旋转角速度在卫星本体系中的表达,  $\boldsymbol{\Omega}(\boldsymbol{\omega}_{bo})$  为四元数右乘矩阵,即

$$\boldsymbol{\Omega}(\boldsymbol{\omega}_{bo}) = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{bo1} & -\omega_{bo2} & -\omega_{bo3} \\ \omega_{bo1} & 0 & \omega_{bo3} & -\omega_{bo2} \\ \omega_{bo2} & -\omega_{bo3} & 0 & \omega_{bo1} \\ \omega_{bo3} & \omega_{bo2} & -\omega_{bo1} & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

### 1.2 MEMS 陀螺测量模型

MEMS 陀螺三个测量轴分别对准卫星本体系的惯量主轴三个方向安装,它能提供卫星本体相对于惯性系的角速度信息。考虑陀螺漂移、随机误差和测量噪声等因素的存在,构建离散测量模型为:

$$\begin{cases} \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{bi,k} = \bar{\boldsymbol{\omega}}_{bi,k} + \frac{1}{2}(\mathbf{b}_k + \mathbf{b}_{k-1}) + \mathbf{W}_{om} \\ \mathbf{b}_k = \mathbf{b}_{k-1} + \mathbf{W}_b \end{cases} \quad (4)$$

式中:  $\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{bi,k}$  为  $k$  时刻陀螺实际测量到的角速度输出值;  $\bar{\boldsymbol{\omega}}_{bi,k}$  为  $k$  时刻卫星本体相对于惯性系的角速度在卫星本体系中的表达;  $\mathbf{b}_k$  为  $k$  时刻陀螺偏置;  $\mathbf{b}_{k-1}$  为  $k-1$  时刻陀螺常值漂移;  $\mathbf{W}_{om} = \left(\frac{N^2}{T_s} + \frac{1}{12}K^2T_s\right)^{\frac{1}{2}} \boldsymbol{\eta}_a$  为测量噪声;  $\mathbf{W}_b = KT_s^{\frac{1}{2}} \boldsymbol{\eta}_b$  为陀螺偏置驱动噪声;  $N$  为角度随机游走误差;  $K$  为速率随机游走误差;  $T_s$  为陀螺数据采样周期;  $\boldsymbol{\eta}_a$  和  $\boldsymbol{\eta}_b$  为独立的高斯白噪声,  $\boldsymbol{\eta}_a, \boldsymbol{\eta}_b \sim N(0, 1)$ 。

### 1.3 星传感器

#### 1.3.1 安装方位分析

本研究选用的星传感器为国内某公司生产的型号为 PST-3 的皮型星传感器,其杂光抑制角  $\theta_l < 35^\circ$ 。对于双星传感器配置,为了获得较高的测量精度以及完整的可观测性,通常呈垂直关系安装<sup>[16]</sup>。立方星本体共有 6 个体装面,分别为对天面、对地面、迎风面、背风面、向阳面和背阴面。星传感器在轨运行时主要受到太阳光和地气光的干扰,其中太阳光主要照射面为对天面、对地面、迎风面、背风面和向阳面,次要照射面为背阴面;地气光照射面为对地面。因此,考虑将双星传感器垂直安装于卫星本体的背阴面,并通过系统工具包 (Systems Tool Kits, STK) 的建模仿真验证此种安装方式能够有效避免太阳光对星传感器视场的干扰。图 1 为在 STK 中建立的卫星在轨飞行模型。

卫星进入太阳阴影区后,星传感器不受太阳光的照射,故视场分析不必考虑该区间。根据卫星的轨道参数和初始历元时间 2018 年 1 月 19 日

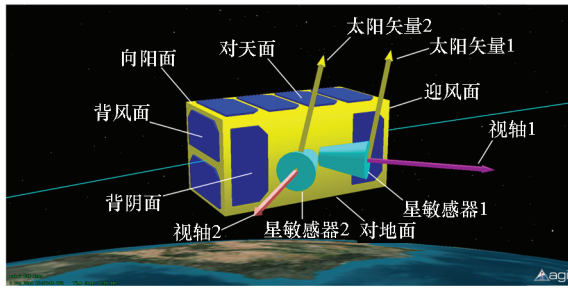


图1 卫星在轨飞行模型

Fig. 1 Flight model of satellite in orbit

12:13:39.790 UTCG, 利用 STK 获取其在轨运行一年内地日连线与轨道平面的夹角(即太阳入射角)的变化情况,如图2所示。

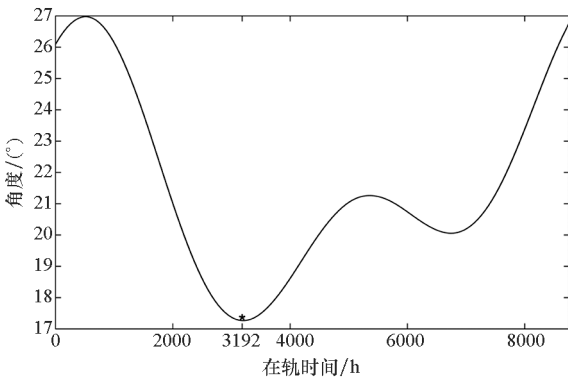


图2 卫星在轨一年内太阳入射角

Fig. 2 Solar incident angles of satellite within one year in orbit

由图2可见,太阳入射角在第3192 h达到最小,对应的日期约为2018年6月1日12时15分。此时星传感器视轴和太阳矢量的夹角最小,太阳光对星传感器的影响最大。因此,本文在分析太阳光对星传感器视场的影响时仅考虑光照区最为恶劣的情况,仿真时间设置为2018年6月1日12:13:52.862 UTCG至2018年6月1日13:14:17.117 UTCG。图3所示为上述光照区内,星传感器视轴与太阳矢量夹角的变化情况。

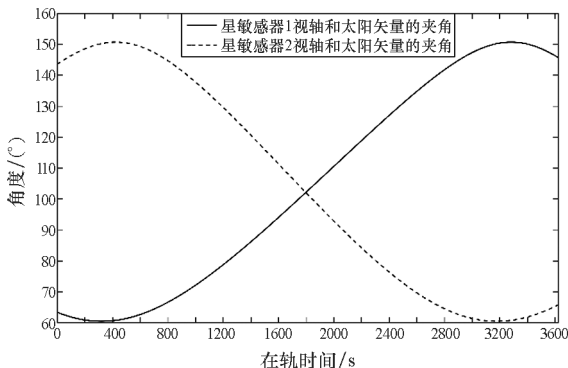


图3 星传感器视轴与太阳矢量夹角

Fig. 3 Angles between star sensors and sun vector

由图3可见,2个星传感器与太阳矢量的最小夹角均大于杂光抑制角  $\theta_l$ ,这说明本文双星传感器的安装方式使得卫星整个在轨寿命期间能有效地避免太阳光对星传感器视场的干扰。

### 1.3.2 测量模型

双星传感器的安装示意如图4所示。

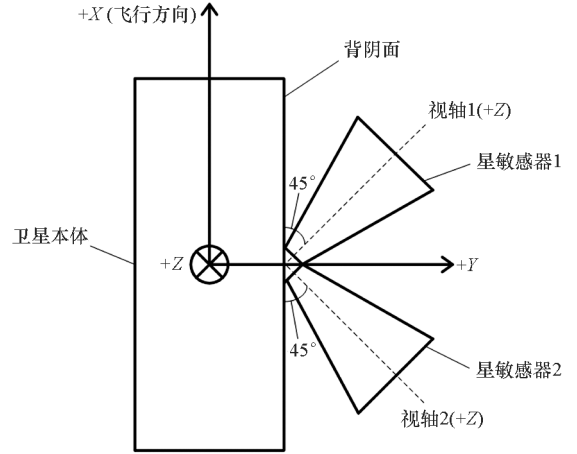


图4 双星传感器安装示意图

Fig. 4 Double star sensors installation diagram

单星传感器能测量出惯性系相对于星敏本体系的姿态四元数,其测量模型为:

$$\bar{q}_{bi} = \bar{q}_{bi} \otimes \Delta \bar{q}_{bi} \quad (5)$$

式中,  $\bar{q}_{bi}$  为星传感器实际测量到的姿态四元数输出值,  $\bar{q}_{bi}$  为惯性系相对于卫星本体系的姿态四元数,  $\Delta \bar{q}_{bi}$  为姿态测量误差:

$$\Delta \bar{q}_{bi} = q_{bs}^{-1} \otimes (\Delta \bar{q}_{si} \otimes q_{bs}) \quad (6)$$

式中:  $\Delta \bar{q}_{si}$  为星传感器测量误差,小角度姿态变化时,  $\Delta \bar{q}_{si} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\Delta va}{2} & \frac{\Delta fp}{2} & \frac{\Delta fp}{2} \end{bmatrix}^T$ ,  $\Delta va$  为星传感器视轴方向角度测量误差,  $\Delta fp$  为视平面方向角度测量误差,  $\eta_c$  为高斯白噪声,  $\eta_c \sim N(0, 1)$ ;  $q_{bs}$  为星敏本体系相对于卫星本体系的四元数,即

$$\begin{cases} q_{bs0} = \cos \frac{\theta_{bs}}{2} \cos \frac{\varphi_{bs}}{2} \cos \frac{\psi_{bs}}{2} - \sin \frac{\theta_{bs}}{2} \sin \frac{\varphi_{bs}}{2} \sin \frac{\psi_{bs}}{2} \\ q_{bs1} = \cos \frac{\theta_{bs}}{2} \sin \frac{\varphi_{bs}}{2} \cos \frac{\psi_{bs}}{2} - \sin \frac{\theta_{bs}}{2} \cos \frac{\varphi_{bs}}{2} \sin \frac{\psi_{bs}}{2} \\ q_{bs2} = \sin \frac{\theta_{bs}}{2} \cos \frac{\varphi_{bs}}{2} \cos \frac{\psi_{bs}}{2} + \cos \frac{\theta_{bs}}{2} \sin \frac{\varphi_{bs}}{2} \sin \frac{\psi_{bs}}{2} \\ q_{bs3} = \sin \frac{\theta_{bs}}{2} \sin \frac{\varphi_{bs}}{2} \cos \frac{\psi_{bs}}{2} + \cos \frac{\theta_{bs}}{2} \cos \frac{\varphi_{bs}}{2} \sin \frac{\psi_{bs}}{2} \end{cases} \quad (7)$$

式中,  $\psi_{bs}$ 、 $\varphi_{bs}$ 、 $\theta_{bs}$  为星传感器在卫星本体中的安装角度。

## 2 非线性滤波算法

考虑到稳定状态下立方星姿态运动学和动

力学方程非线性较弱,且星载计算机运算能力有限,因此选用迭代速度快且估计精度较高的 MEKF 算法作为定姿滤波器。MEKF 的基本思想是估计无约束的三分量姿态误差参数并利用四元数乘法为航天器提供全局非奇异姿态描述<sup>[17]</sup>。

## 2.1 滤波状态方程

定义姿态四元数真实值  $\bar{q}_{bo}$  和姿态四元数估计值  $\hat{q}_{bo}$  之差为误差四元数  $\Delta q_{bo}$ :

$$\Delta q_{bo} = \hat{q}_{bo}^{-1} \otimes \bar{q}_{bo} = [\Delta q_{bo0} \quad \Delta q_{bo1}^T]^T \quad (8)$$

选取陀螺偏置估计误差  $\Delta b$  和误差四元数矢量  $\Delta q_{bo}$  作为滤波状态偏差量,即  $\Delta X = [\Delta b_1 \quad \Delta b_2 \quad \Delta b_3 \quad \Delta q_{bo1} \quad \Delta q_{bo2} \quad \Delta q_{bo3}]^T$ 。构建非线性连续滤波状态方程:

$$\Delta \dot{X} = \begin{bmatrix} \Delta \dot{b} \\ \Delta \dot{q}_{bo} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_b \\ -[\hat{\omega}_{bi} \times] \Delta q_{bo} - \frac{1}{2} \Delta b - \frac{1}{2} W_{om} \end{bmatrix} \quad (9)$$

式中,  $\hat{\omega}_{bi}$  为  $\omega_{bi}$  的最优估计。

对式(9)作线性化处理,得线性连续滤波状态方程为:

$$\Delta \dot{X}(t) = F(t) \Delta X(t) + G W(t) \quad (10)$$

式中,  $F(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ -\frac{1}{2} \mathbf{I}_{3 \times 3} & -[\hat{\omega}_{bi}(t) \times] \end{bmatrix}$  为系统

状态矩阵,  $G = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & -\frac{1}{2} \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix}$  为系统噪声矩

阵,  $W(t) = \begin{bmatrix} W_b(t) \\ W_{om}(t) \end{bmatrix}$  为系统噪声。

对式(10)作离散化处理,得线性离散滤波状态方程为:

$$\Delta X_{k/(k-1)} = \Phi_{k/(k-1)} \Delta X_k^{-1} + \Gamma_{k/(k-1)} W_{k-1} \quad (11)$$

式中:  $\Phi_{k/(k-1)} = \Phi(\Delta t) = e^{F(t_{k-1})\Delta t} \approx \mathbf{I}_{6 \times 6} + F(t_{k-1})\Delta t + F(t_{k-1})^2 \frac{\Delta t^2}{2!} + F(t_{k-1})^3 \frac{\Delta t^3}{3!}$  为  $k-1$  到  $k$  时刻系统状态一步转移矩阵;  $\Gamma_{k/(k-1)} = \int_{t_{k-1}}^{t_k} \Phi(t_k - \tau) G d\tau = [\mathbf{I}_{6 \times 6} \Delta t + F(t_{k-1}) \frac{1}{2} \Delta t^2 + F(t_{k-1})^2 \frac{1}{6} \Delta t^3 + F(t_{k-1})^3 \frac{1}{24} \Delta t^4] G$  为  $k-1$  到  $k$  时刻系统噪声一步

转移矩阵;  $W_{k-1} = \begin{bmatrix} W_{b,k-1} \\ W_{om,k-1} \end{bmatrix}$  为  $k-1$  时刻系统噪声,  $W_{k-1} \sim N(0, Q_{k-1})$ 。

## 2.2 滤波观测方程

利用星敏感器实际测量到的姿态四元数  $\bar{q}_{bi}$  和其估计  $\hat{q}_{bi}$  构建测量残差  $\delta \bar{q}_{bi}$  的方程为:

$$\begin{aligned} \delta \bar{q}_{bi} &= \hat{q}_{bi}^{-1} \otimes \bar{q}_{bi} \\ &= \hat{q}_{bi}^{-1} \otimes (\bar{q}_{bi} \otimes \Delta \bar{q}_{bi}) \\ &= (\hat{q}_{bi}^{-1} \otimes \bar{q}_{bi}) \otimes \Delta \bar{q}_{bi} \\ &= (\bar{q}_{oi} \otimes \hat{q}_{bo})^{-1} \otimes (\bar{q}_{oi} \otimes \bar{q}_{bo}) \otimes \Delta \bar{q}_{bi} \\ &= (\hat{q}_{bo}^{-1} \otimes \bar{q}_{oi}^{-1}) \otimes (\bar{q}_{oi} \otimes \bar{q}_{bo}) \otimes \Delta \bar{q}_{bi} \\ &= [(\hat{q}_{bo}^{-1} \otimes \bar{q}_{oi}^{-1}) \otimes \bar{q}_{oi}] \otimes \bar{q}_{bo} \otimes \Delta \bar{q}_{bi} \\ &= [\hat{q}_{bo}^{-1} \otimes (\bar{q}_{oi}^{-1} \otimes \bar{q}_{oi})] \otimes \bar{q}_{bo} \otimes \Delta \bar{q}_{bi} \\ &= \hat{q}_{bo}^{-1} \otimes \bar{q}_{bo} \otimes \Delta \bar{q}_{bi} \\ &= \Delta \hat{q}_{bo} \otimes \Delta \bar{q}_{bi} \end{aligned} \quad (12)$$

式中,  $\hat{q}_{bi}$  为惯性系相对于卫星本体系统的姿态四元数估计,  $\bar{q}_{oi}$  为惯性系相对于轨道系姿态四元数,  $\bar{q}_{bo}$  和  $\hat{q}_{bo}$  分别为轨道系相对于卫星本体系统的姿态四元数和其估计。

取出式(12)两端的矢量部分:

$$\delta \bar{q}_{biv} = \Delta \hat{q}_{bo} + \Delta \bar{q}_{biv} \quad (13)$$

由式(13)构建线性离散滤波观测方程:

$$\delta Z_k = H_k \Delta X_{k/(k-1)} + V_k \quad (14)$$

式中:  $\delta Z_k = \delta \bar{q}_{biv}$  为测量残差;  $H_k = [\mathbf{0}_{3 \times 3} \quad \mathbf{I}_{3 \times 3}]$  为状态变量观测矩阵;  $V_k = \Delta \bar{q}_{biv}$  为姿态测量误差,  $V_k \sim N(0, R_k)$ 。

## 2.3 姿态估计流程

### 2.3.1 状态量预估

$k-1$  时刻,利用姿态运动学方程和陀螺测量值,计算姿态四元数的预测值和陀螺漂移的预测值:

$$\begin{cases} \hat{q}_{bo,k/(k-1)} = \hat{q}_{bo,(k-1)/(k-1)} + \\ \quad \left[ \frac{1}{2} \Omega(\hat{\omega}_{bo,(k-1)/(k-1)}) \hat{q}_{bo,(k-1)/(k-1)} \right] \Delta t \\ \hat{b}_{k/(k-1)} = \hat{b}_{(k-1)/(k-1)} \end{cases} \quad (15)$$

式中:  $\hat{q}_{bo,(k-1)/(k-1)}$  为  $k-1$  时刻  $q_{bo}$  的最优估计;  $\hat{q}_{bo,k/(k-1)}$  为  $k-1$  到  $k$  时刻  $q_{bo}$  的一步预测;  $\hat{b}_{(k-1)/(k-1)}$  为  $k-1$  时刻  $b$  的最优估计;  $\hat{b}_{k/(k-1)}$  为  $k-1$  到  $k$  时刻  $b$  的一步预测;  $\hat{\omega}_{bo,(k-1)/(k-1)} = \omega_{b,(k-1)} - \hat{b}_{(k-1)/(k-1)} - T_{bo}(\hat{q}_{bo,(k-1)/(k-1)}) \omega_{oi,k}$  为  $k-1$  时刻  $\omega_{bo}$  的最优估计,  $\omega_{b,k-1}$  为  $k-1$  时刻陀螺测量值,  $\omega_{oi,k} = [0 \quad -\omega_{o,k} \quad 0]^T$  为  $k$  时刻卫星本体系统相对惯性系的旋转角速度,  $T_{bo}(q_{bo})$  为四元数描述的轨道系到卫星本体系统的转换矩阵,其表达式如下所示。

$$\mathbf{T}_{bo}(\mathbf{q}_{bo}) = \begin{bmatrix} 2(q_{bo0}^2 + q_{bo1}^2) - 1 & 2(q_{bo1}q_{bo2} + q_{bo0}q_{bo3}) & 2(q_{bo1}q_{bo3} - q_{bo0}q_{bo2}) \\ 2(q_{bo1}q_{bo2} - q_{bo0}q_{bo3}) & 2(q_{bo0}^2 + q_{bo2}^2) - 1 & 2(q_{bo2}q_{bo3} + q_{bo0}q_{bo1}) \\ 2(q_{bo1}q_{bo3} + q_{bo0}q_{bo2}) & 2(q_{bo2}q_{bo3} - q_{bo0}q_{bo1}) & 2(q_{bo0}^2 + q_{bo3}^2) - 1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

2.3.2 状态偏差量更新

由于每次递推计算下一时刻的状态量最优估计  $\hat{\mathbf{X}}_{k/k}$  和一步状态预测  $\hat{\mathbf{X}}_{k/(k-1)}$  时,其初始值均采用状态量最优估计的初始值,因此初始时刻的状态偏差量最优估计  $\Delta\hat{\mathbf{X}}_{(k-1)/(k-1)} = \mathbf{0}$ 。故 MEKF 滤波公式简化如下。

一步预测均方误差方程:

$$\mathbf{P}_{k/(k-1)} = \Phi_{k/(k-1)} \mathbf{P}_{(k-1)/(k-1)} \Phi_{k/(k-1)}^T + \Gamma_{k/(k-1)} \mathbf{Q}_{k-1} \Gamma_{k/(k-1)}^T \quad (17)$$

滤波增益方程:

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k/(k-1)} \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k/(k-1)} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1} \quad (18)$$

状态估值方程:

$$\Delta\hat{\mathbf{X}}_{k/k} = \mathbf{K}_k \delta \mathbf{Z}_k \quad (19)$$

最优估计均方误差方程:

$$\mathbf{P}_{k/k} = (\mathbf{I}_{6 \times 6} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_{k/(k-1)} (\mathbf{I}_{6 \times 6} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k)^T + \mathbf{K}_k \mathbf{R}_k \mathbf{K}_k^T \quad (20)$$

2.3.3 状态量修正

利用式(19)得到的  $\Delta\hat{\mathbf{X}}_{k/k}$  对式(15)中的  $\hat{\mathbf{q}}_{bo,k/(k-1)}$  和  $\hat{\mathbf{b}}_{k/(k-1)}$  进行修正,输出卫星姿态和陀螺常值漂移估计:

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{q}}_{bo,k/k} = \hat{\mathbf{q}}_{bo,k/(k-1)} \otimes \Delta\hat{\mathbf{q}}_{bo,k/k} = \hat{\mathbf{q}}_{bo,k/(k-1)} \otimes \begin{bmatrix} \sqrt{1 - |\Delta\hat{\mathbf{q}}_{bo,k/k}|^2} \\ \Delta\hat{\mathbf{q}}_{bo,k/k} \end{bmatrix} \\ \hat{\mathbf{b}}_{k/k} = \hat{\mathbf{b}}_{k/(k-1)} + \Delta\hat{\mathbf{b}}_{k/k} \end{cases} \quad (21)$$

3 陀螺/双星传感器定姿

针对双星传感器的配置,需要考虑对两者的输出四元数进行融合,以获得最终的测量数据并传入 MEKF 滤波器的观测方程中。由于四元数的非加性特点,常见的线性加权方法由于无法保证四元数归一化约束以及非唯一性特性,并不能直接处理多个四元数的平均。针对此问题,文献[18]给出了一种加权四元数方法;文献[19]给出了一种优良的四元数平均方法,可以直接用于平均两个四元数:

$$\mathbf{q}_{avg} = \sqrt{\frac{w_1(w_1 - w_2 + z)}{z(w_1 + w_2 + z)}} \mathbf{q}_1 + \text{sign}(\mathbf{q}_1^T \mathbf{q}_2) \sqrt{\frac{w_2(w_2 - w_1 + z)}{z(w_1 + w_2 + z)}} \mathbf{q}_2 \quad (22)$$

式中,  $z = \sqrt{(w_1 - w_2)^2 + 4w_1w_2(\mathbf{q}_1^T \mathbf{q}_2)^2}$ ,  $w_1$  和  $w_2$

分别为星传感器 1 和 2 的测量权重。

基于文献[19]的研究结果以及非线性加权平均的思想,融合双星传感器的输出四元数,同时可延伸到对多个姿态四元数估计值的融合。由此提出两种陀螺/双星传感器组合定姿方法,即集中式和分散式。

1)集中式:如图 5 所示,先利用式(22)对双星传感器的姿态四元数测量值进行平均处理,再结合 MEMS 陀螺的测量,利用 MEKF 算法实现卫星姿态和陀螺漂移的最优估计。

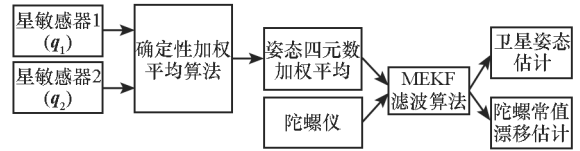


图 5 集中式定姿方法

Fig. 5 Centralized attitude determination method

2)分散式:如图 6 所示,先利用 MEKF 算法分别融合 MEMS 陀螺和星传感器 1 以及 MEMS 陀螺和星传感器 2 的测量数据,获得各自的姿态四元数估计和陀螺偏置估计,再利用式(22)进行四元数加权平均处理,获得姿态最优估计,同时利用线性加权平均方法获得陀螺偏置的最优估计。

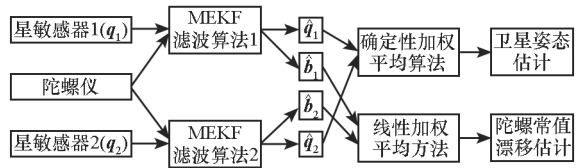


图 6 分散式定姿方法

Fig. 6 Decentralized attitude determination method

4 数值仿真及结果分析

利用数值仿真对本文提出的陀螺/双星传感器组合定姿方法进行验证。

4.1 仿真参数设定

- 1) 轨道高度为 500 km,轨道倾角为 97.5°,轨道偏心率 0.001,轨道角速度  $\omega_0$  为 0.001 1 rad/s。
- 2) 陀螺偏置初始真值  $b$  为 [12 (°)/h 12 (°)/h 12 (°)/h],角度随机游走  $N$  为 0.56 (°)/h<sup>1/2</sup>,速率随机游走  $K$  为 123.75 (°)/h<sup>3/2</sup>,采样频率为 300 Hz。
- 3) 星传感器视轴方向测量误差  $\Delta va$  为 50",视平面方向测量误差  $\Delta fp$  为 5";星传感器 1 安装

角度为  $\psi_{bs1} = -90^\circ, \varphi_{bs1} = 45^\circ, \theta_{bs1} = -90^\circ$ , 星敏感器 2 安装角度  $\psi_{bs2} = 90^\circ, \varphi_{bs2} = 45^\circ, \theta_{bs2} = 90^\circ$ ; 星敏感器 1 测量权重  $w_1 = 0.5$ , 星敏感器 2 测量权重  $w_2 = 0.5$ , 采样频率为 10 Hz。

4) 三轴姿态角初始真值为  $[2^\circ \ -2^\circ \ 2^\circ]$ , 三轴角速度初始真值为  $[-0.5 \ (\text{°})/\text{s} \ 0.5 \ (\text{°})/\text{s} \ 0.5 \ (\text{°})/\text{s}]$ 。

5) 三轴姿态角初始估计值为  $[0^\circ \ 0^\circ \ 0^\circ]$ , 三轴角速度初始估计值为  $[0 \ (\text{°})/\text{s} \ 0 \ (\text{°})/\text{s} \ 0 \ (\text{°})/\text{s}]$ , 陀螺偏置初始估计值:  $[0 \ (\text{°})/\text{h} \ 0 \ (\text{°})/\text{h} \ 0 \ (\text{°})/\text{h}]$ 。

6) 数值仿真步长为 1 s, 仿真时长为 5000 s。

7) 仿真计算机配置: Intel Core i5 - 4590

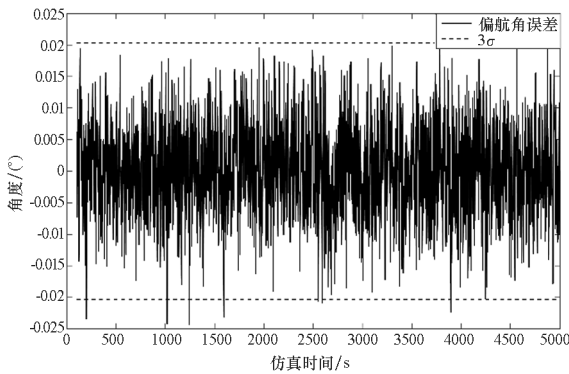
3.3 GHz, 四核; RAM 8 GB; MATLAB R2015a。

### 4.2 仿真结果及分析

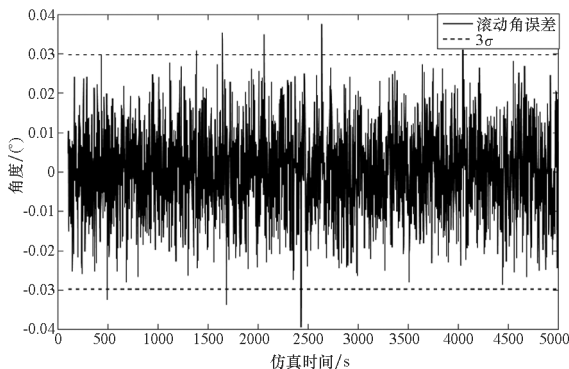
根据上述参数设定, 分别对陀螺/星敏感器 1、集中式陀螺/双星敏感器和分散式陀螺/双星敏感器组合定姿方式进行数值仿真分析。

#### 4.2.1 定姿精度分析

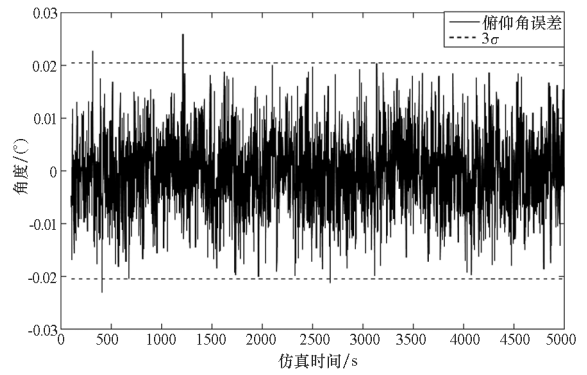
陀螺/星敏感器 1 组合定姿得到的稳定阶段姿态参数误差变化曲线如图 7 所示, 三个方向的姿态角误差的变化范围分别为  $\pm 0.020 \ 4^\circ (3\sigma)$ 、 $\pm 0.029 \ 7^\circ (3\sigma)$ 、 $\pm 0.020 \ 4^\circ (3\sigma)$ ; 三个方向的陀螺偏置误差的变化范围分别为  $\pm 0.008 \ 1 \ (\text{°})/\text{s} (3\sigma)$ 、 $\pm 0.007 \ 5 \ (\text{°})/\text{s} (3\sigma)$ 、 $\pm 0.007 \ 5 \ (\text{°})/\text{s} (3\sigma)$ 。



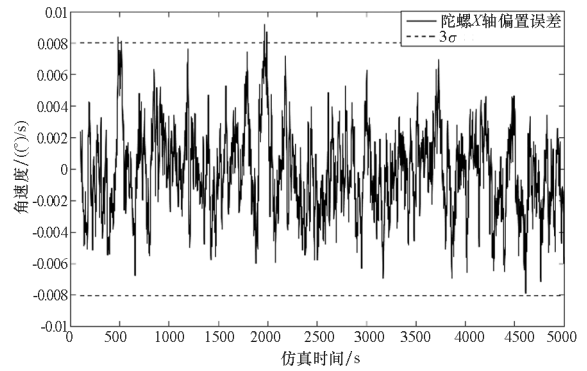
(a) 偏航角误差  
(a) Error of yaw angle



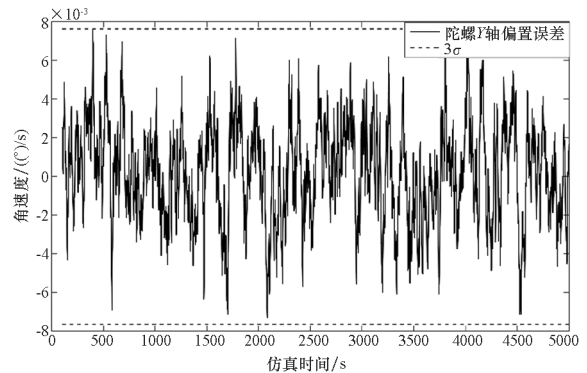
(b) 滚动角误差  
(b) Error of roll angle



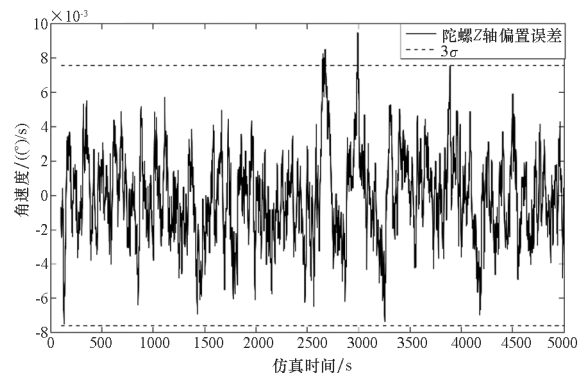
(c) 俯仰角误差  
(c) Error of pitch angle



(d) 陀螺 X 轴偏置误差  
(d) Error of gyro bias in X axis



(e) 陀螺 Y 轴偏置误差  
(e) Error of gyro bias in Y axis

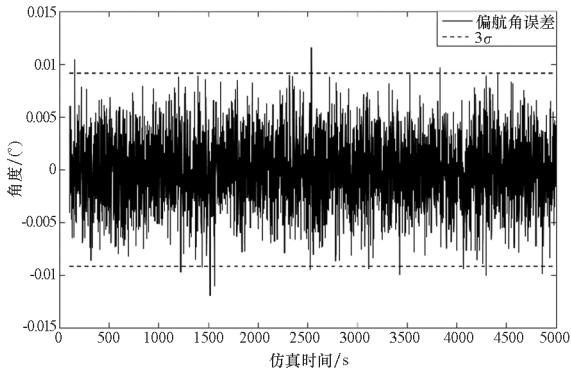


(f) 陀螺 Z 轴偏置误差  
(f) Error of gyro bias in Z axis

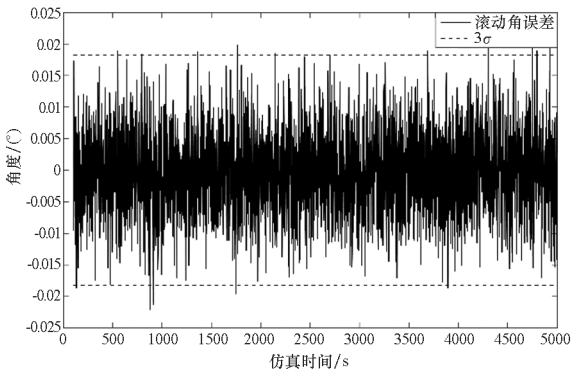
图 7 陀螺/星敏感器 1 定姿结果(稳定阶段)  
Fig. 7 Attitude determination results based on MEMS gyro and star sensor 1 (stable stage)

集中式陀螺/双星传感器组合定姿得到的稳定阶段姿态参数误差变化曲线如图 8 所示,三个方向的姿态角误差的变化范围分别为  $\pm 0.009 0^\circ(3\sigma)$ 、 $\pm 0.018 3^\circ(3\sigma)$ 、 $\pm 0.018 0^\circ(3\sigma)$ ;三个方向的陀螺偏置误差的变化范围分别为  $\pm 0.007 5^\circ/s(3\sigma)$ 、 $\pm 0.006 9^\circ/s(3\sigma)$ 、 $\pm 0.007 2^\circ/s(3\sigma)$ 。

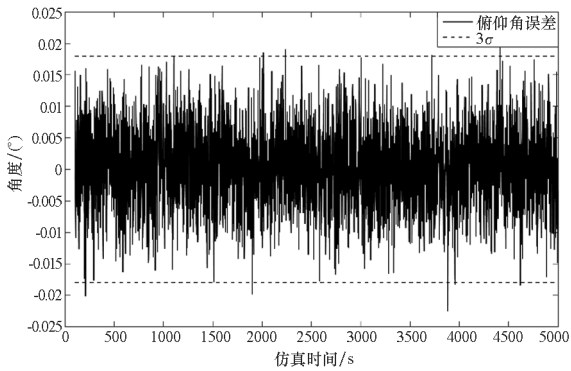
分散式陀螺/双星传感器组合定姿得到的稳定阶段姿态参数误差变化曲线如图 9 所示,三个方向的姿态角误差的变化范围分别为  $\pm 0.012 0^\circ(3\sigma)$ 、 $\pm 0.018 9^\circ(3\sigma)$ 、 $\pm 0.018 6^\circ(3\sigma)$ ;三个方向的陀螺偏置误差的变化范围分别为  $\pm 0.007 5^\circ/s(3\sigma)$ 、 $\pm 0.007 2^\circ/s(3\sigma)$ 、 $\pm 0.007 2^\circ/s(3\sigma)$ 。



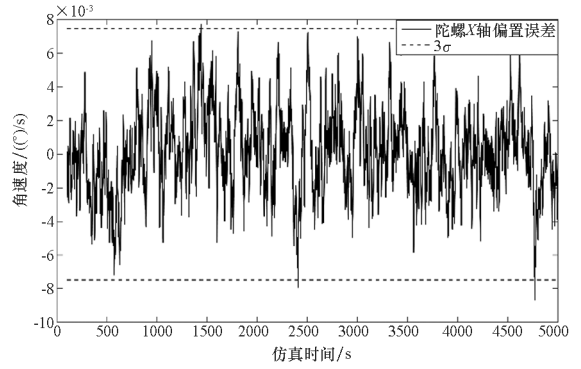
(a) 偏航角误差  
(a) Error of yaw angle



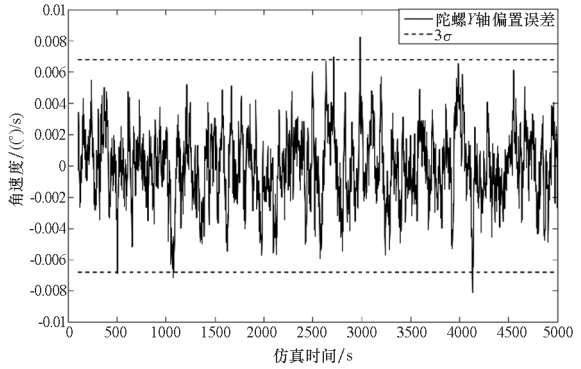
(b) 滚动角误差  
(b) Error of roll angle



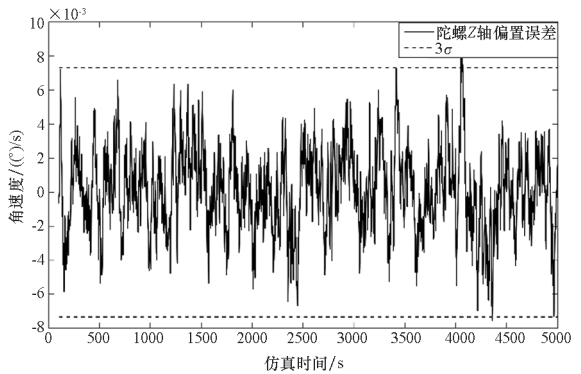
(c) 俯仰角误差  
(c) Error of pitch angle



(d) 陀螺 X 轴偏置误差  
(d) Error of gyro bias in X axis



(e) 陀螺 Y 轴偏置误差  
(e) Error of gyro bias in Y axis

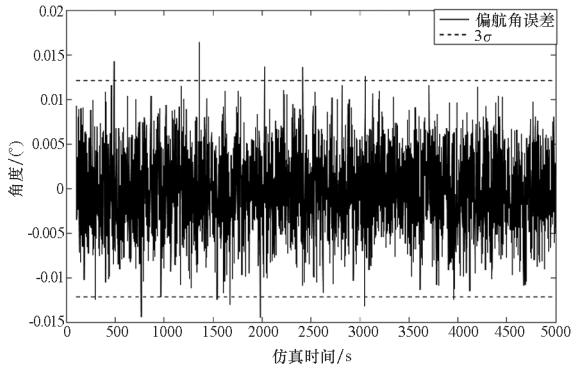


(f) 陀螺 Z 轴偏置误差  
(f) Error of gyro bias in Z axis

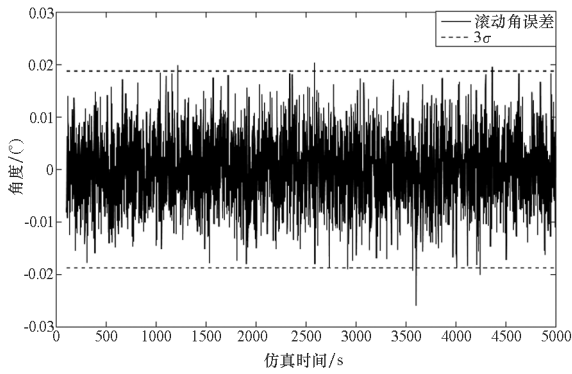
图 8 陀螺/双星传感器集中式滤波定姿结果 (稳定阶段)

Fig. 8 Attitude determination results of centralized filter based on MEMS gyro and double star sensors (stable stage)

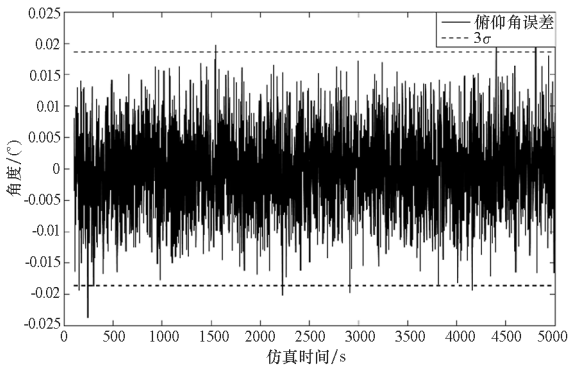
表 1 列出了三种组合定姿方式得到的姿态角均方根误差 (Root Mean Square Error, RMSE) 和平均绝对误差 (Mean Absolute Error, MAE) 的统计结果。由表 1 可见,在定姿精度方面,陀螺/双星传感器集中式定姿得到的三个方向的姿态角 RMSE 值和 MAE 值均比分散式定姿得到的对应结果小,这表明集中式定姿的精度高于分散式定



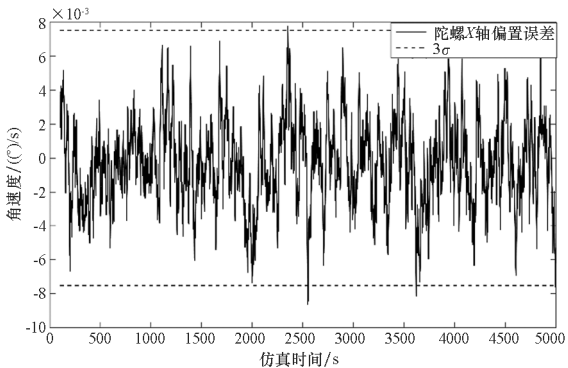
(a) 偏航角误差  
(a) Error of yaw angle



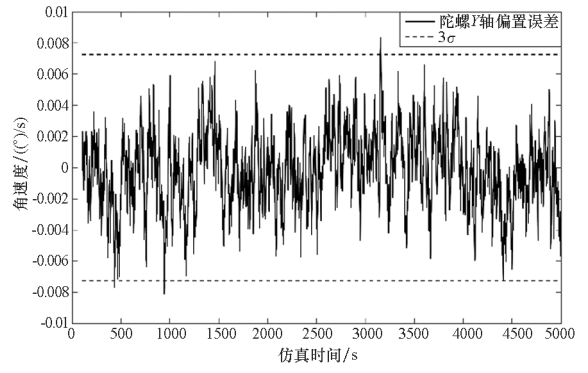
(b) 滚动角误差  
(b) Error of roll angle



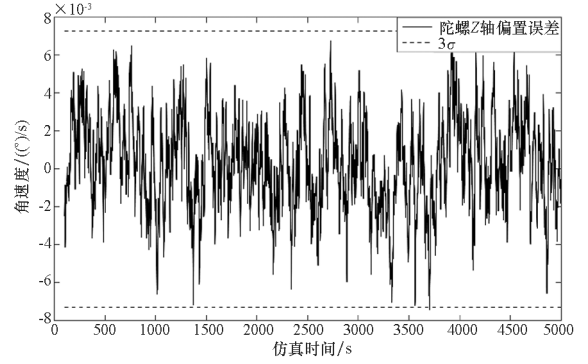
(c) 俯仰角误差  
(c) Error of pitch angle



(d) 陀螺 X 轴偏置误差  
(d) Error of gyro bias in X axis



(e) 陀螺 Y 轴偏置误差  
(e) Error of gyro bias in Y axis



(f) 陀螺 Z 轴偏置误差  
(f) Error of gyro bias in Z axis

图 9 陀螺/双星敏感器分散式滤波定姿结果(稳定阶段)

Fig. 9 Attitude determination results of decentralized filter based on MEMS gyro and double star sensors (stable stage)

姿;集中式定姿和分散式定姿得到的三个方向的姿态角 RMSE 值和 MAE 值均比陀螺/星敏感器 1 定姿得到的对应结果小,这表明双星敏感器定姿精度优于单星敏感器。

表 1 姿态角 RMSE 和 MAE 的统计结果比较

Tab. 1 Statistical results comparison of the RMSE and MAE of attitude angle

定姿方法		陀螺/	陀螺/双星	陀螺/双星
		星敏感器 1	敏感器集中式	敏感器分散式
偏航角	RMSE/(°)	0.006 8	0.003 0	0.004 0
	误差 MAE/(°)	0.005 4	0.002 4	0.003 2
滚动角	RMSE/(°)	0.009 9	0.006 1	0.006 3
	误差 MAE/(°)	0.007 9	0.004 8	0.005 0
俯仰角	RMSE/(°)	0.006 8	0.006 0	0.006 2
	误差 MAE/(°)	0.005 4	0.004 8	0.005 0



表2列出了三种组合定姿方式得到的陀螺偏置RMSE和MAE的统计结果。由表2可见,在陀螺偏置估计精度方面,陀螺/双星传感器集中式定姿得到的三个方向的陀螺偏置RMSE值和MAE值与分散式定姿得到的对应结果基本一致,这表明两者对陀螺偏置的估计精度相当;集中式定姿和分散式定姿得到的三个方向的陀螺偏置RMSE值和MAE值均比陀螺/星传感器1定姿得到的对应结果略小,这表明双星传感器对陀螺偏置的估计精度略优于单星传感器。

表2 陀螺偏置RMSE和MAE的统计结果比较

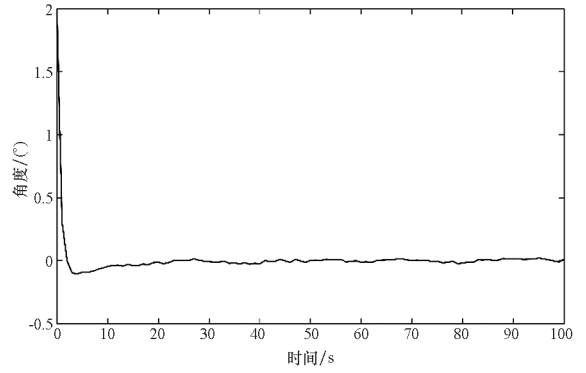
Tab.2 Statistical results comparison of the RMSE and MAE of gyro bias

定姿方法	陀螺/星传感器1	陀螺/双星传感器集中式	陀螺/双星传感器分散式
X轴偏置误差 RMSE/((°)/s)	0.002 7	0.002 5	0.002 5
MAE/((°)/s)	0.002 1	0.002 0	0.002 0
Y轴偏置误差 RMSE/((°)/s)	0.002 5	0.002 3	0.002 4
MAE/((°)/s)	0.002 1	0.001 9	0.001 9
Z轴偏置误差 RMSE/((°)/s)	0.002 5	0.002 4	0.002 4
MAE/((°)/s)	0.002 0	0.001 9	0.001 9

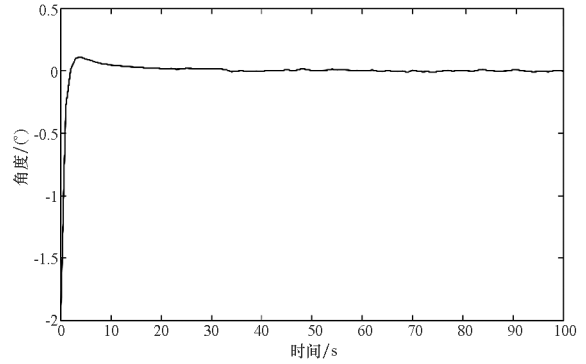
4.2.2 滤波收敛性分析

陀螺/星传感器1组合定姿得到的初始阶段姿态角误差变化曲线如图10所示,从图中可以看出,滤波收敛时间约为23s。

集中式陀螺/双星传感器组合定姿得到的初始阶段姿态角误差变化曲线如图11所示,从图中可以看出,滤波收敛时间约为20s。

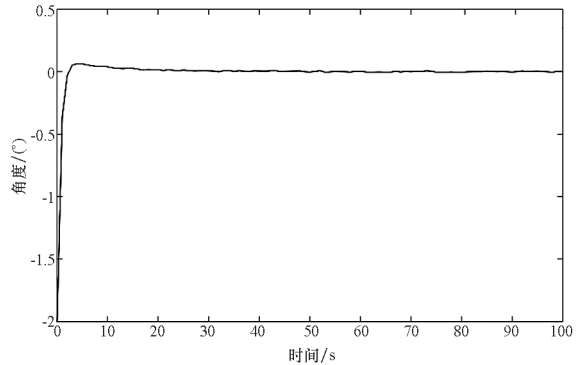


(b) 滚动角误差  
(b) Error of roll angle

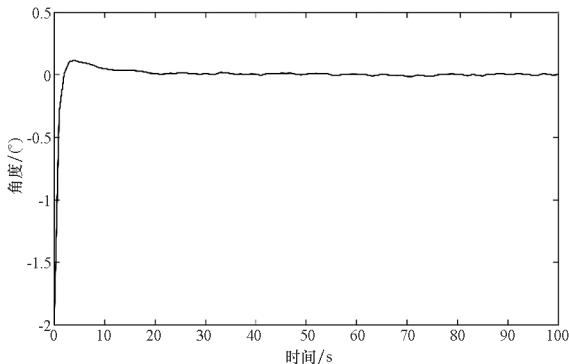


(c) 俯仰角误差  
(c) Error of pitch angle

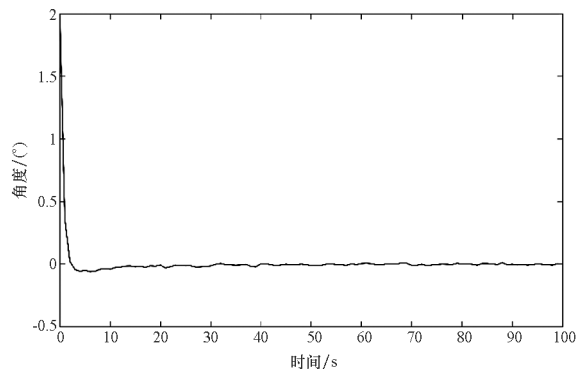
图10 陀螺/星传感器1定姿结果(初始阶段)  
Fig.10 Attitude determination results based on MEMS gyro and star sensor 1 (initial stage)



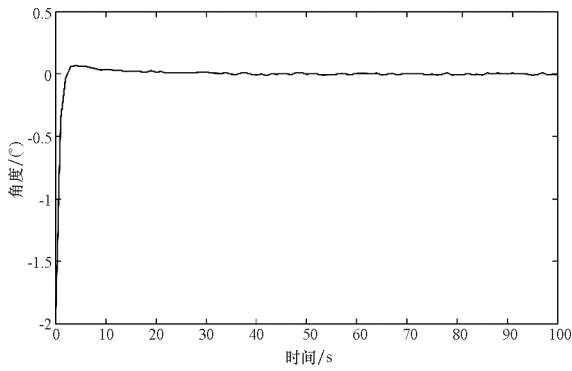
(a) 偏航角误差  
(a) Error of yaw angle



(a) 偏航角误差  
(a) Error of yaw angle



(b) 滚动角误差  
(b) Error of roll angle



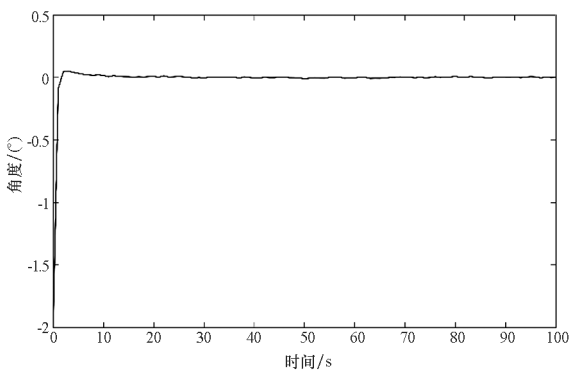
(c) 俯仰角误差  
(c) Error of pitch angle

图 11 陀螺/双星传感器集中式滤波定姿结果  
(初始阶段)

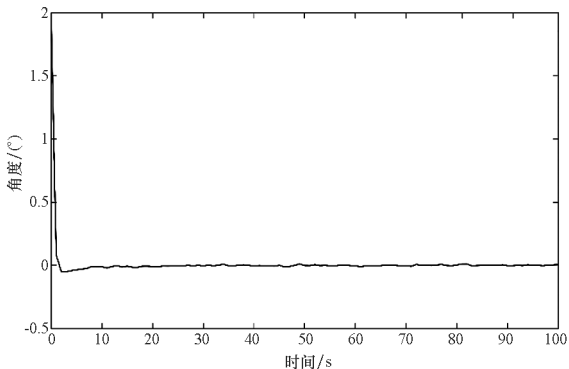
Fig. 11 Attitude determination results of centralized filter based on MEMS gyro and double star sensors(initial stage)

分散式陀螺/双星传感器组合定姿得到的稳定阶段姿态角误差变化曲线如图 12 所示,从图中可以看出,滤波收敛时间约为 15 s。

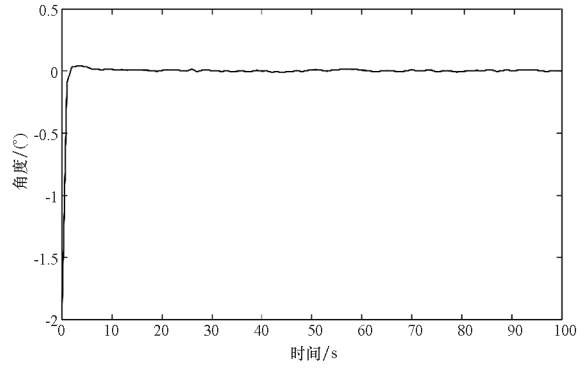
由以上仿真数据可以看出,陀螺/双星传感器集中式定姿的收敛速度与陀螺/星传感器 1 定姿相当,而分散式定姿的收敛速度优于二者。



(a) 偏航角误差  
(a) Error of yaw angle



(b) 滚动角误差  
(b) Error of roll angle



(c) 俯仰角误差  
(c) Error of pitch angle

图 12 陀螺/双星传感器分散式滤波定姿结果(初始阶段)  
Fig. 12 Attitude determination results of decentralized

filter based on MEMS gyro and double star sensors(initial stage)

### 5 结论

本文提出了一种陀螺/双星传感器组合的立方星姿态确定方法,采用低成本、低精度器件作为姿态传感器,并基于平均四元数的思想,构建了两种定姿方案:一是先对双星传感器输出的姿态四元数进行平均,再结合陀螺的测量,利用 MEKF 算法实现姿态最优估计;二是先利用 MEKF 算法分别获取陀螺/星传感器 1 和陀螺/星传感器 2 的姿态估计,再对得到的姿态四元数进行平均,实现姿态最优估计。数学仿真结果表明,两种定姿方案能够提高立方星的定姿性能,其中集中式定姿获得的姿态确定精度最高,而分散式定姿的收敛速度最快。因此,本文提出的定姿方法能够为立方星实现低成本、高精度、高可靠性的姿态确定提供一种可行的工程应用参考方案。

### 参考文献 (References)

[1] Carrara V, Januzi R B, Makita D H, et al. The ITASAT CubeSat development and design [J]. Journal of Aerospace Technology and Management, 2017, 9(2): 147-156.

[2] Selva D, Krejci D. A survey and assessment of the capabilities of CubeSats for Earth observation [J]. Acta Astronautica, 2012, 74: 50-68.

[3] 吴锦杰, 刘昆, 石实, 等. 基于磁强计和光纤陀螺的小卫星姿态确定非线性滤波算法 [J]. 国防科技大学学报, 2013, 35(1): 1-6.  
WU Jinjie, LIU Kun, SHI Shi, et al. Nonlinear filter algorithm for micro satellite attitude determination via magnetometer and fiber optic gyroscope [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2013, 35(1): 1-6. (in Chinese)

[4] Bowen J, Tsuda A, Abel J, et al. CubeSat proximity operations demonstration (CPOD) mission update [C]//

- Proceedings of IEEE Aerospace Conference, 2015: 1-8.
- [5] Dallmann N A, Delapp J G, Enemark D C, et al. An agile space paradigm and the prometheus CubeSat system [C]// Proceedings of 29th Annual AIAA/USU Conference on Small Satellites, 2015: 1-19.
- [6] Adnane A, Bellar A, Mohammed M A S, et al. Spacecraft attitude estimation based on star tracker and gyroscope sensors [C]// Proceedings of International Conference on Automatic control, Telecommunications and Signals, 2015: 1-6.
- [7] 边志强,程卫强,薛孝补,等.基于陀螺和星传感器的卫星姿态确定算法[J].航天器工程,2011,20(2):29-34.  
BIAN Zhiqiang, CHENG Weiqiang, XUE Xiaobu, et al. Satellite attitude determination algorithm based on gyro and star-sensor[J]. Spacecraft Engineering, 2011, 20(2): 29-34. (in Chinese)
- [8] Franquiz F J, Edwards P, Udrea B, et al. Attitude determination and control system design for a 6U CubeSat for proximity operations and rendezvous [C]//Proceedings of AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference, 2014: 1-19.
- [9] Vandersteen J, Diehl M, Aerts C, et al. Spacecraft attitude estimation and sensor calibration using moving horizon estimation[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2013, 36(3): 734-742.
- [10] Yuan X B, Zhang C, Shi C L. The cubature Kalman filter and its application in the satellite star-sensor/gyro attitude determination system [C]//Proceedings of China Satellite Navigation Conference, 2017: 307-316.
- [11] Guo C, Tong X, Liu S, et al. High-precision attitude estimation method of star sensors and gyro based on complementary filter and unscented Kalman filter [C]// Proceedings of International Symposium on Planetary Remote Sensing and Mapping, International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences, 2017: 49-53.
- [12] 张力军.基于多视场星传感器的航天器姿态确定方法研究[D].长沙:国防科技大学,2011.  
ZHANG Lijun. Spacecraft attitude determination for multiple fields of view star sensors[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2011. (in Chinese)
- [13] Bae J, Kim Y, Kim H S. Satellite attitude determination and estimation using two star trackers [C]//Proceedings of AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, 2010: 1-9.
- [14] 马红亮,陈统,徐世杰.多星传感器测量最优姿态估计算法[J].北京航空航天大学学报,2013,39(7):869-874.  
MA Hongliang, CHEN Tong, XU Shijie. Optimal attitude estimation algorithm based on multiple star-sensor observations [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2013, 39(7): 869-874. (in Chinese)
- [15] Chen B L, Geng Y H, Yang X. High precision attitude estimation algorithm using three star trackers [C]// Proceedings of the 10th World Congress on Intelligent Control and Automation, 2012: 4168-4173.
- [16] Markley F L, Crassidis J L. Fundamentals of spacecraft attitude determination and control [M]. Berlin: Space Technology Library, Springer, 2014: 125-133.
- [17] 张力军,张士峰,杨华波,等.基于MEKF的航天器姿态确定算法[J].国防科技大学学报,2013,35(6):46-52.  
ZHANG Lijun, ZHANG Shifeng, YANG Huabo, et al. Multiplicative filtering for spacecraft attitude determination [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2013, 35(6): 46-52. (in Chinese)
- [18] Crassidis J L, Cheng Y, Nebelecky C K, et al. Decentralized attitude estimation using a quaternion covariance intersection approach [J]. Journal of the Astronautical Sciences, 2009, 57(1/2): 113-128.
- [19] Markley F L, Cheng Y, Crassidis J, et al. Averaging quaternions [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2007, 30(4): 1193-1196.