doi:10.11887/j.cn.202101002

http://journal. nudt. edu. cn

微型导弹纵向扰动抑制控制系统设计*

李 形¹, 孟志鹏¹, 吕 良¹, 张士峰² (1. 军事科学院国防科技创新研究院, 北京 100071; 2. 国防科技大学 空天科学学院, 湖南长沙 410073)

摘 要:为解决微型导弹所面临的扰动影响,同时充分继承工程经典线性频域设计方法,提出基于 H_{*}综 合和等效输入扰动的扰动估计与抑制控制方法,应用于微型导弹纵向控制系统设计。该方法通过建立等效 输入扰动系统解决非匹配扰动问题,采用 H_{*}优化将频域分析应用于扰动滤波器和复合控制器设计,以实现 扰动估计与补偿,同时保证系统全局稳定性。通过时域及频域数值仿真,以及同扩张状态观测器控制方法和 扰动观测器控制方法的拉偏对比分析充分验证了该方法的可行性和有效性。

关键词:微型导弹;H_。综合;等效输入扰动;扰动抑制控制;拉偏对比仿真

中图分类号:TN95 文献标志码:A 文章编号:1001-2486(2021)01-007-09

Mini-missile longitudinal control system design with disturbance rejection

LI Tong¹, MENG Zhipeng¹, LYU Liang¹, ZHANG Shifeng²

(1. National Innovation Institute of Defense Technology, Academy of Military Sciences, Beijing 100071, China;

2. College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Aiming at solving the disturbance problem faced by the mini-missile as well as following practical classic linear frequency-domain design methods, a promoted disturbance estimation and rejection control method based on H_{∞} synthesis and equivalent-input-disturbance was proposed to apply to the missile longitudinal control system design. The mismatched disturbance problem was resolved by the establishment of equivalent-input-disturbance system. A disturbance filter and a composite controller were designed through H_{∞} optimization to realize the disturbance estimation and compensation and simultaneously to guarantee the overall stability of the system. The feasibility and effectiveness of the method was validated by numerical simulation and bias comparison with extended state observer based control and disturbance observer based control methods.

Keywords: mini-missile; H_{∞} synthesis; equivalent-input-disturbance; disturbance rejection control; bias comparison simulation

微型战术精确制导武器是现代军事兵器发展 的重点方向之一,也是未来军事智能无人作战体 系的重要组成部分。在现代战争中和反恐战场 上,为满足单兵高精度小附带损伤的灵活战术打 击需求,保护士兵自身不受突发威胁影响,同时结 合无人机和无人车等无人作战系统形成察打一体 功能,便携式微型精确制导导弹得到了各国军方 的广泛关注^[1]。然而由于单兵手持发射及无人 机载发射的扰动较大,其控制系统设计存在一定 挑战。

近年来,扰动估计与抑制控制因其高精度和 低成本特点受到广泛关注,许多学者从不同方面 对该类方法进行了综述^[2-5],介绍了包括扰动观 测器(Disturbance OBserver, DOB)控制、扩张状态 观测器(Extended State Observer, ESO)控制、等效 输入扰动(Equivalent-Input-Disturbance, EID)控 制、未知输入观测器(Unknown Input Observer, UIO)控制、扰动估计器(Uncertainty and Disturbance Estimator, UDE)控制等多种控制方 法。该类方法核心在于将控制系统性能和鲁棒性 之间的设计矛盾分离成两个独立问题:控制器设 计仅基于标称模型;观测器用于估计"集总扰 动",即实际模型与标称模型间的偏差和扰动。

然而,扰动估计与抑制控制方法在工程实践 中仍存在诸多不足:①经典线性设计方法和频域 分析因其简洁可靠在工程领域不可替代,且具有 丰富设计经验,而现有的扰动估计与抑制控制方 法研究大多集中于非线性方法和时域设计^[6-8]; ②很多扰动估计与抑制控制方法,如扩张状态观测器控制,无法充分利用系统建模信息,而是将系统转换为积分链形式,并将建模误差视为"集总扰动"一部分,因此难以满足扰动有界条件^[4]; ③实际系统扰动绝大多数是非匹配的,即不直接存在于输入通道,虽然较多研究致力于解决该问题,但均会使控制系统设计更为复杂和非线性^[5,9];④在非线性设计条件下,分离原理将不再适用,控制器和观测器的单独设计将无法保证系统稳定性。

针对以上问题,本文结合 H_{*}综合和等效输入扰动理论,对扰动抑制估计与控制方法进行改进,从而应用于微型导弹纵向控制系统设计。H_{*} 优化与综合在故障诊断识别与容错控制中应用广 泛^[10-12],通过权函数设计将频域分析应用于故障 和扰动的识别与估计,同时 H_{*}鲁棒控制理论可 以保证控制系统设计的稳定性。等效输入扰动理 论则可以很好解决非匹配干扰问题,充分利用系 统建模信息,且不依赖系统模型变换、全状态可用 性或扰动先验信息^[13-15]。两者的结合能够充分 继承传统经典频域设计方法,同时,将扰动估计与 抑制控制方法应用于微型导弹纵向控制系统设 计,保证微型导弹飞行性能。

1 微型导弹纵向模型建立与变换

1.1 导弹纵向动力学建模

微型导弹飞行高度在近地面 200 m 以内,飞 行马赫数为 0.6 左右,根据导弹动力学建模的 刚化原理、小扰动假设、冻结系数及大地平面等 基本 假设^[16-17],导弹纵向动力学模型通过 式(1)^[18-19]进行描述。

$$\begin{cases} \dot{M} = -\frac{0.7P_0S}{mV_{\rm S}} [M^2 (C_{D0} - C_n \sin\alpha)] - \frac{g}{V_{\rm S}} \sin\theta \\ \dot{\alpha} = \frac{0.7P_0S}{mV_{\rm S}} MC_n \cos\alpha + q + \frac{g}{V_{\rm S}M} \cos\theta \\ \dot{q} = \frac{0.7P_0SD}{I_Z} M^2 C_m \\ \dot{\theta} = -\frac{0.7P_0S}{mV_{\rm S}} MC_n \cos\alpha - \frac{g}{V_{\rm S}M} \cos\theta \end{cases}$$
(1)

式中:M 代表马赫数; α 代表攻角,单位为 rad;q代表俯仰角速率,单位为 rad/s; θ 代表速度倾角, 单位为 rad; m 代表导弹质量; I_z 代表俯仰方向转 动惯量;S 代表弹体特征面积;D 代表弹体特征长 度; P_0 代表大气压力; V_s 代表声速;g 代表重力加

$$\begin{cases} C_n = a_n \alpha^3 + b_n \alpha \mid \alpha \mid + c_n \left(2 - \frac{M}{3}\right) \alpha + d_n \delta \\ C_m = a_m \alpha^3 + b_m \alpha \mid \alpha \mid + c_m \left(-7 + \frac{8M}{3}\right) \alpha + \\ d_m \delta + e_m q \end{cases}$$
(2)

其中: a_i, b_i, c_i, d_i (i = m, n)和 e_m 为常系数; δ 为 控制舵偏,单位为 rad。

舵机执行机构视为一阶惯性系统。

$$\delta = -\omega_{a}\delta + \omega_{a}\delta_{c} \tag{3}$$

式中, ω_a 为舵机带宽, δ_c 为舵机控制指令。舵机 舵偏及转速需满足如下非线性饱和约束:

$$\begin{cases} |\delta| \leq 20^{\circ} \\ |\dot{\delta}| \leq 200 \ (^{\circ})/s \end{cases}$$
(4)

表1给出了微型导弹相关参数取值。

表1 微型导弹相关参数

Tab. 1 Parameters of the mini-missile

| 符号 | 取值 | 符号 | 取值 |
|------------------------------------|--|------------------------------|--|
| m | 1.198 kg | a_n | 19.373 rad ⁻³ |
| I_Z | $0.020 \ 3 \ \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2$ | b_n | -31.023 rad ⁻² |
| S | $0.005 \ 03 \ m^2$ | c_n | -9.717 rad^{-1} |
| D | 0.45 m | d_n | -1.948 rad $^{-3}$ |
| P_0 | 101 325 Pa | $a_{_m}$ | 40.440 rad ⁻³ |
| $V_{\rm S}$ | 340 m⁄s | b_m | -64.015 rad^{-2} |
| g | 9.8 m/s ² | <i>c</i> _{<i>m</i>} | 2.922 rad $^{-1}$ |
| $\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{a}}$ | 50 rad/s | $d_{\scriptscriptstyle m}$ | -11.083 rad $^{-1}$ |
| C_{D0} | 0.3 | e_m | $-1.719 \text{ rad}^{-1} \cdot \text{s}$ |

将攻角作为系统输出和唯一观测量,将舵偏 控制指令作为系统输入,即 $y = \alpha, u = \delta_c$,由此保 证系统输入输出的零动态稳定性^[19]。在工程实 践中,攻角值通过导航解算伪攻角获取。控制系 统设计目标是令系统能够快速准确地跟踪攻角指 令 α_c ,同时具有较好的抗扰能力。

1.2 等效输入扰动系统建立

)

标准的单输入单输出非线性系统如下:

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{u} + \boldsymbol{h}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u}) \\ \boldsymbol{y} = \boldsymbol{C}\boldsymbol{x} \end{cases}$$
(5)

其中,h(x,u)表示系统内外扰动和不确定性。

假设该系统表示为特征点上的线性化形式 如下:

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}} = A\boldsymbol{x} + B\boldsymbol{u} + \Delta \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) + \Delta \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{u} + \boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}) \\ y = C\boldsymbol{x} \end{cases}$$
(6)

其中,
$$f(x) = Ax + \Delta f(x)$$
, $g(x) = B + \Delta g(x)$ 。
则定义一个相对系统如下:

$$\begin{cases} \mathbf{x}' = \mathbf{A}\mathbf{x}' + \mathbf{B}(u+d) \\ \mathbf{y}' = \mathbf{C}\mathbf{x}' \end{cases}$$
(7)

这里需对以上两个系统状态空间做如下 假设:

假设1 系统矩阵(*A*, *B*)能控,(*A*, *C*) 能观。

假设2 系统矩阵(**A**, **B**, **C**)在虚轴上没有 零点。

假设1是控制系统设计的基本要求,即所研 究对象为常规系统;假设2则是确保系统稳定的 必要条件。若对于所有t > 0,系统输出均满足 $y(t) \equiv y'(t),则称 d(t)$ 为等效输入扰动,系 统(7)则称为系统(5)的等效输入扰动系统。为 做进一步补充说明,这里需给出引理1^[13]。

引理1 令

 $\boldsymbol{\Phi} = \{ p_i(t) \sin(\boldsymbol{\omega}_i t + \boldsymbol{\phi}_i) \} \ i = 0, 1, \cdots, n; \ n < \infty$ (8)

式中, $\omega_i(\omega_i > 0)$ 和 ϕ_i 为常数, $p_i(t)$ 代表关于时间的任意多项式。在假设1和假设2成立的条件下,如果系统(6)输出轨迹在 $\Delta f(x) + \Delta g(x)u + h(x,u)$ 作用下属于 Φ ,则在系统控制输入通道上一定存在一个匹配的等效输入扰动,使得系统(7)产生相同的输出轨迹。

根据傅里叶分析可知,绝大部分实际系统的 输出信号满足狄利克雷条件,即连续有界条件,均 能通过傅里叶变换而属于 Φ ,因此,引理1保证了 实际应用中等效输入扰动的存在性。从而建立等 效输入扰动系统,并根据系统输入输出对扰动进 行估计。值得注意的是,等效输入扰动系统与原 系统是不同的,仅针对系统输入输出,即除了 $y'(t) \equiv y(t)$,其余状态与原系统状态均不相同, 也没有任何物理意义。

对于式(1)~(3),选定系统状态为 $x = [\alpha, q, \delta]^{T}$,从而将系统线性化,并转换为如式(9)所示的包含等效输入扰动的状态空间模型。

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}(\delta_c + d) \\ \boldsymbol{y} = \boldsymbol{C}\boldsymbol{x} \end{cases}$$
(9)

其中,d 为等效输入扰动, $\boldsymbol{B} = [0, 0, \omega_a]^T, \boldsymbol{C} = [1, 0, 0], K_\alpha = \frac{0.7P_0S}{mV_s}, K_q = \frac{0.7P_0SD}{I_Y},$

| | $K_{\alpha}Mc_n(2-M/3)$ | 1 | $K_{\alpha}Md_n$] |
|-----|---------------------------|---------------|-------------------------|
| 4 = | $K_q M^2 c_m (-7 + 8M/3)$ | $K_q M^2 e_m$ | $K_q M^2 d_m _{\circ}$ |
| | 0 | 0 | $-\omega_a$ |

显然,系统状态空间矩阵(*A*, *B*, *C*)满足假 设条件。由此,完成微型导弹纵向等效输入扰动 系统建模。

2 微型导弹鲁棒纵向控制系统设计

为将经典频域设计方法应用于微型导弹纵向 扰动抑制控制设计中,引入 H₂ 鲁棒控制,并结合 等效输入扰动理论,以提高经典控制系统设计 性能。

2.1 H。扰动滤波器设计

根据上文所建立的微型导弹等效输入扰动系统,可得系统传递函数为:

$$G(s) = \boldsymbol{C}(s\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A})^{-1}\boldsymbol{B}$$
(10)

基于此设计扰动滤波器对等效输入扰动进行 估计和补偿。扰动滤波器 H_x 回路结构如图 1 所 示,H(s)即为所设计扰动滤波器, $W_u(s)$ 为施加在 系统输入上的权重,通常代表执行机构模型。扰 动滤波器的 H_x 综合主要通过 $W_d(s)$ 和 $W_{ed}(s)$ 两 个权函数对系统频域性能进行规划。权函数利用 频域设计经验和信息进行设计,分别对等效输入 扰动及其观测误差加权约束,以实现鲁棒快速准 确的扰动估计性能。 $W_{act}(s)$ 代表执行机构对输 入信号的限制约束,且 $W_{act}(s)$ =[$W_{act_s}(s)$, $W_{act_r}(s)$]^T, $W_{act_s}(s)$ 和 $W_{act_r}(s)$ 分别为执行机构幅 值约束和速率约束权函数,体现了扰动补偿在输 入通道内的限制。由此,扰动滤波器求解问题转 化为若干性能指标以进行优化综合。



图 1 扰动滤波器 H_x 回路结构

Fig. 1 H_{∞} interconnection of disturbance filter

扰动滤波器的回路结构关系描述为:

$$\begin{bmatrix} z_{d_s} \\ z_{d_r} \\ \vdots \\ e_d \\ \vdots \\ \delta_c \end{bmatrix} = \boldsymbol{P} \begin{bmatrix} d \\ \delta_c \\ \vdots \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11} \\ \vdots \\ P_{21} \\ \vdots \\ P_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d \\ \delta_c \\ \vdots \\ d \end{bmatrix}$$
(11)

其中,

· 10 ·

$$\boldsymbol{P} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & W_{act_s} \\ 0 & 0 & W_{act_r} \\ W_{e_d} W_d & 0 & -W_{e_d} \\ \hline GW_d & GW_u & -G \\ 0 & W_u & -1 \end{bmatrix}$$
(12)

扰动估计值表示为:

$$\hat{d} = \boldsymbol{H} \begin{bmatrix} \alpha \\ \delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_y & H_u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \delta \end{bmatrix}$$
(13)

通过对增广系统 **P**(s)进行线性分式变换 (Linear Fractional Transformation, LFT) F₁(**P**, **H**), 可得:

$$M(s) = F_{1}(P, H)$$

= $P_{11}(s) + P_{12}(s) [I - H(s)P_{22}(s)]^{-1}H(s)P_{21}(s)$
= $\begin{bmatrix} W_{act_{s}}H_{y}GW_{d} & W_{act_{s}}(H_{y}G + H_{u})W_{u} \\ W_{act_{r}}H_{y}GW_{d} & W_{act_{r}}(H_{y}G + H_{u})W_{u} \\ - W_{e_{d}}H_{y}GW_{d} + W_{e_{d}}W_{d} & - W_{e_{d}}(H_{y}G + H_{u})W_{u} \end{bmatrix}$
= $\frac{1}{1 + H_{y}G + H_{u}}$

(14)

从而可得扰动观测误差为:

$$\begin{bmatrix} z_{d_{s}} \\ z_{d_{r}} \\ e_{d} \end{bmatrix} = \boldsymbol{M} \begin{bmatrix} d \\ \delta_{c} \end{bmatrix}$$
(15)

对于系统输入约束的权函数 $W_u(s)$ 和 $W_{act}(s), 在舵机模型基础上进行设计。其中,$ $<math>W_u(s)$ 由于代表执行机构对输入的作用,直接选 取舵机模型;而 $W_{act}(s)$ 反映了舵机对舵偏和转速 的非线性约束,通过幅值限制方式对其进行设计。 因此,系统输入相关权函数设计如下:

$$\begin{cases} W_{u}(s) = G_{act}(s) \\ W_{act_{s}}(s) = G_{act}(s)/\delta_{m} \\ W_{uct}(s) = sG_{uct}(s)/\dot{\delta}_{m} \end{cases}$$
(16)

其中, $G_{act}(s)$ 舵偏可达到的最大幅值和最大转速。 对于扰动估计相关权函数 $W_d(s)$ 和 $W_{ed}(s)$,采用 如式(17)所示权函数设计形式。

$$W(s) = \frac{1}{K_2} \cdot \frac{s/K_1 + \omega_{\rm R}}{s + \omega_{\rm R}/K_1}$$
(17)

其中, $\omega_{\rm R}$ 为权函数带宽, K_1 为权函数在频域上的 增益, K_2 为权函数在低频和高频等不同频域上的 增益调整系数。显然;在频率 s = 0 时, $W(0) = \frac{K_1}{K_2}$;在频率 $s = \infty$ 时, $W(\infty) = \frac{1}{K_1K_2}$ 。根据设计经 验,设计 $W_d(s)$ 带宽与舵机带宽一致,即 $\omega_{\rm R}$ 为 50 rad/s(约8 Hz), K_1 和 K_2 取值分别为10和5, 从而对低频带加权较大,对高频带加权较小,主要 针对控制带宽内的扰动进行估计。对于扰动估计 误差权函数 $W_{e_d}(s)$,为保证扰动滤波器估计性 能,带宽通常取扰动权函数 $W_d(s)$ 带宽的4/5(为 4 Hz),即 ω_R 为40 rad/s(约6 Hz),同时 K_1 和 K_2 均取值为10,以保证对低频带的加权。因而可得 两个扰动估计相关权函数为:

$$\begin{cases} W_d(s) = \frac{1}{5} \cdot \frac{s/10 + 50}{s + 50/10} \\ W_{e_d}(s) = \frac{1}{10} \cdot \frac{s/10 + 40}{s + 40/10} \end{cases}$$
(18)

而后通过对式(19)进行 H_∞综合优化求解, 可得扰动滤波器 H(s)。

 $\|\boldsymbol{M}(s)\|_{\infty} \triangleq \sup \sigma_{\max}(\boldsymbol{M}(j\omega)) < \gamma_{M} \quad (19)$

由此可知,不同于其他扰动估计方法,以上设 计方式直接将频域分析与设计方法通过权函数设 计应用于扰动观测和估计,并获得预期性能,同 时,H_x优化也保证了滤波器稳定性。

2.2 H_∞复合控制器设计

为实现稳定的跟踪性能,复合控制器设计需 考虑包含扰动滤波器在内的全系统,从而形成闭 环反馈跟踪控制。 H_s 复合控制器回路结构如 图 2所示,其中 K(s)为需要设计的复合控制器, 而H(s)则代表已知的完成设计的扰动滤波器,可 见复合控制器设计是在包含扰动滤波器的整体系 统基础上,通过设计跟踪误差权函数 $W_e(s)$ 而实 现对复合控制器的 H_s 综合优化。由 $W_e(s)$ 对跟 踪误差进行性能规划约束是 H_s 控制器设计的典 型特征,但与常规鲁棒控制不同的是, H_s 回路结 构中并没有考虑不确定性,这是由于扰动滤波器 所估计的等效输入扰动已包含系统不确定性,并 且会通过输入通道进行补偿。



图 2 复合控制器 H_a 回路结构



复合控制器的回路结构关系描述为:

$$\begin{bmatrix} z_{u_s} \\ z_{u_r} \\ e_w \\ e \end{bmatrix} = \mathbf{\mathcal{Q}}\begin{bmatrix} \alpha_c \\ d \\ \delta_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{\mathcal{Q}}_{11} & \mathbf{\mathcal{Q}}_{12} \\ \mathbf{\mathcal{Q}}_{21} & \mathbf{\mathcal{Q}}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_c \\ d \\ \delta_c \end{bmatrix} \quad (20)$$

其中,

$$\boldsymbol{Q} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & W_{act_s} \\ 0 & 0 & W_{act_r} \\ W_e & -\frac{W_e G(1 + H_u G_{act}) W_d}{1 + H_u G_{act} + G G_{act} H_y} & -\frac{W_e G G_{act}}{1 + H_u G_{act} + G G_{act} H_y} \\ \hline 1 & -\frac{G(1 + H_u G_{act}) W_d}{1 + H_u G_{act} + G G_{act} H_y} & -\frac{G G_{act}}{1 + H_u G_{act} + G G_{act} H_y} \end{bmatrix}$$
(21)

类似于扰动滤波器设计,通过对增广系统 **Q**(s)进行下 LFT,即 F₁(**Q**,K),可得: N(s) = F₁(**Q**,K)

$$= \mathbf{Q}_{11}(s) + \mathbf{Q}_{12}(s) [\mathbf{I} - K(s)\mathbf{Q}_{22}(s)]^{-1}K(s)\mathbf{Q}_{21}(s) = \begin{bmatrix} (1 + H_u G_{act} + G G_{act} H_y) K W_{act_s} - G(1 + H_u G_{act}) W_d K W_{act_s} \\ (1 + H_u G_{act} + G G_{act} H_y) K W_{act_r} - G(1 + H_u G_{act}) W_d K W_{act_r} \\ (1 + H_u G_{act} + G G_{act} H_y) W_e - W_e G(1 + H_u G_{act}) W_d \end{bmatrix}$$

$$= \frac{(1 + H_u G_{act} + G G_{act} H_y) W_e}{1 + H_u G_{act} + G G_{act} H_y + K G G_{act}}$$
(22)

从而可得跟踪误差及输入信号关系:

$$\begin{bmatrix} z_{u_s} \\ z_{u_r} \\ e_w \end{bmatrix} = N \begin{bmatrix} \alpha_c \\ d \end{bmatrix}$$
(23)

复合控制器闭环带宽通常取为扰动估计误差 权函数 $W_{e_d}(s)$ 带宽的 1/10,即跟踪误差权函数 $W_e(s)$ 带宽 ω_R 取 5 rad/s,为保证足够的跟踪性 能, K_1 和 K_2 取值分别为 100 和 10,以实现对控制 带宽内的低频带较大加权,对高频带较小加权。 因而可得跟踪误差权函数为:

$$W_e(s) = \frac{1}{10} \cdot \frac{s/100 + 4}{s + 4/100}$$
(24)

通过对式(25)进行 H_x综合优化求解,可得 复合控制器。

 $\|N(s)\|_{s} \triangleq \sup_{\omega} \sigma_{\max}(N(j\omega)) < \gamma_{N}$ (25) 考虑到工程要求,在优化求解后, H_{s} 扰动滤 波器和复合控制器均按照实际应用进行降阶处 理,以实现简化目的。

综上,微型导弹鲁棒纵向控制系统设计完成,相关设计权函数的频域响应如图3所示。 值得注意的是,在H_{*}综合优化中,会从所有可容 许控制器中选出H_{*}范数最小的控制器,因此,全 系统稳定性得到保证。另外,不同于其他扰动抑 制控制器设计,由于需保证全局稳定性,扰动滤波 器和复合控制器没有采用分离原理设计,而是在 设计上有明显的先后关系,复合控制器设计是在 包含扰动滤波器的全系统基础上进行的。同时, 结合等效输入扰动补偿能够避免系统输出微分、 非最小相位以及逆动态等问题。因此,H_{*}综合优 化不仅保证了系统的稳定性,也通过权函数的形 式将传统频域设计分析应用于扰动抑制控制系统 设计。但是,H_{*}综合优化仍需要系统满足标准条

件:对于所有
$$\omega \in \mathbb{R}$$
,矩阵 $\begin{bmatrix} A - j\omega I & B_2 \\ C_1 & D_{12} \end{bmatrix}$ 为满列



图 3 设计权函数频域响应



3 数值仿真验证

3.1 标称系统仿真分析

3.1.1 标称系统频域仿真

根据所设计的微型导弹纵向控制系统,首先 针对线性标称系统的频域响应进行仿真分析。在 H_x扰动滤波器和复合控制器作用下,系统闭环频 域特性曲线如图4所示。





Fig. 4 Frequency responses of closed-loop system

由图4可知,扰动滤波器和复合控制器设计 均位于权函数设计约束内,频域响应幅值均在 权函数之下,且设计裕度较大,同时扰动 d 至扰 动估计误差 e_a 和参考指令 α_c 至跟踪误差 e 的带宽也满足相应权函数设计需求, 扰动滤波器带宽大于复合控制器。参考指令 α_c 至扰动估计误差 e_a 和扰动 d 至跟踪误差 e 的幅值均小于 0,满足了扰动估计与闭环控制交叉影响较小的要求。

3.1.2 标称非线性系统时域仿真

系统标称非线性模型仿真基于 MATLAB/ Simulink 进行,积分计算方法采用定步长 Runge-Kutta 法,步长为 1 ms。仿真起始条件为: $M_0 =$ 0.7, $\alpha_0 = 0, q_0 = 0, \theta_0 = 0, \delta_0 = 0$ 。攻角跟踪指 令设计为:

$$\alpha_{\rm c} = \begin{cases} 10^{\circ} & 0 \ {\rm s} < t \le 2 \ {\rm s} \\ -10^{\circ} & 2 \ {\rm s} < t \le 4 \ {\rm s} \\ 0^{\circ} & t > 4 \ {\rm s} \end{cases}$$
(26)

微型导弹纵向控制系统标称非线性系统仿 真结果如图 5 所示。在图 5 (a)中,攻角跟踪较 为快速和精确,稳定时间约为 0.7 s 无超调,验 证了控制系统设计的有效性。由马赫数、俯仰 角速率和速度倾角曲线可知,跟踪过渡过程稳 定,所设计的控制系统性能成功克服了系统非 线性动力学和执行机构非线性约束。此外, 图 5 (f)中的等效输入扰动估计也反映出系统非 线性动力学参数变化。值得注意的是,为实现





较高跟踪精度,等效输入扰动补偿对控制面偏 转有较大影响。综上,仿真结果在理论上充分 论证了控制系统设计方法在标称系统非线性动 力学影响下的有效性。

3.2 性能对比分析

为进一步验证所设计的控制系统的性能,本 节将选取扰动估计方法中经典的扩张状态观测器 控制方法和扰动观测器控制方法进行对比分析。 在文献[19]中,扩张状态观测器方法已通过与反 馈线性化、预测控制和滑模控制的对比表现出更 好的性能优势。因此,选取上述两种设计方法进 行对比具有说服力和可行性。下面将对两种方法 进行简要介绍。

3.2.1 扩张状态观测器控制方法

扩张状态观测器控制方法主要基于文献[19]。 系统纵向模型以攻角微分形式进行反馈线性化,并 根据小扰动假设,将系统动力学表示为:

 $\ddot{\alpha} = a_1 \alpha + a_2 \dot{\alpha} + a_3 \ddot{\alpha} + b \delta_c + d_{ESO}$ (27) 式中, d_{ESO} 为系统扩张状态,代表系统的"集总扰动",扩张状态系统采用积分链形式。

$$\boldsymbol{x}_{\rm ESO} = \begin{bmatrix} \alpha \ \dot{\alpha} \ \ddot{\alpha} \ d_{\rm ESO} \end{bmatrix}^{\rm T}$$
(28)

从而设计扩张状态器对系统状态进行估计以 获取观测状态值 *\$*_{FSO}。定义系统跟踪误差为:

$$e = \alpha_c - \alpha \tag{29}$$

设计系统闭环跟踪动态特性为:

$$\frac{d^3 e}{dt^3} + m_3 \frac{d^2 e}{dt^2} + m_2 \frac{d e}{dt} + m_1 e = 0$$
 (30)

式中, m_1 , m_2 和 m_3 为闭环反馈增益,通过将系统 闭环动态特性极点设计为 $3/\tau_e$ 获得($\tau_e = 0.2$)。 将扩张状态观测器极点设计为 $4/\tau_o$ ($\tau_o = \tau_e/60$)。最终可得扩张状态观测器控制方法的控制 律为:

$$\delta_{c_{ESO}} = \frac{m_1}{b} \alpha_c - \frac{1}{b} [m_1 + a_1 \quad m_2 + a_2 \quad m_3 + a_3 \quad 1] \hat{\mathbf{x}}_{ESO}$$
(31)

3.2.2 扰动观测器控制方法

扰动观测器控制方法主要采用文献[20]的 传统线性设计方法。该方法的扰动估计主要通过 系统输出做系统逆变换后的计算输入与系统实际 输入的差值获取。一般应用滤波器将扰动估计限 制于适当频段内,同时保证扰动估计传递函数的 有理性。对于所建立的等效输入扰动系统,将扰 动滤波器和低通滤波器等效为降阶扩张状态观测 器,系统观测状态为:

$$\bar{\boldsymbol{x}}_{\text{DOB}} = [\boldsymbol{q} \ \delta \ \boldsymbol{d}_{\text{DOB}}]^{\mathrm{T}}$$
(32)

类似地,观测器极点配置为 $4/\tau'_{o}(\tau'_{o} = \tau_{c}/5)$ 。 控制器设计独立于观测器设计,采用经典单位反 馈和常值前馈增益。假设单位反馈 C(s)和系统 G(s)表示为如式(33)所示的传递函数形式。

$$\begin{cases} C(s) = \frac{B_c(s)}{A_c(s)} \\ G(s) = \frac{N_c(s)}{D_c(s)} \end{cases}$$
(33)

其中, $N_c(s)$ 和 $D_c(s)$ 为互质的。极点配置问题 即转换为求解特征多项式F(s)。因此,总的闭环 传递函数为:

$$G_{\rm CL}(s) = \frac{pC(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)} = \frac{pB_{\rm C}(s)N_{\rm G}(s)}{F(s)}$$
(34)

式中,p为前馈增益。系统闭环极点设计为 $5/\tau_c$ 。 前馈增益设计需满足 $G_{CL}(s)_{s=0} = 1$ 。

最终可得扰动观测器控制方法的控制律为:

$$\delta_{c_{\text{DOB}}} = C(s)(p\alpha_c - \alpha) - \hat{d}_{\text{DOB}}$$
(35)
3.2.3 频域对比分析

图6给出了3种控制器设计的频域响应特性对 比。由图6(a)可以看出,除了超低频(<0.1 Hz) 外,3种控制器均在主频带内拥有类似的闭环频 域响应。相对于其他两个控制器,H_{*}等效输入扰 动控制器在低频带具有常值幅值特性是由权函数 设计引起,对闭环系统动态特性没有明显影响。 另外,在图6(b)中的控制器扰动估计频率响应 中,幅值特性在达到高频带时略有不同。通过频 域响应对比,3个控制器带宽相对一致,说明了3 种方法在设计上的可行性。然而,应注意到图6 中H_{*}等效输入扰动控制器从低频域到高频域的 过渡过程比其他两个控制器更快,这是因为通过 权函数设计优化能够精确地将扰动估计与高频干 扰分开,这种细微差异将在下一步时域仿真对比 中表现出更加显著的性能区别。







(b) 扰动估计频域响应曲线($d \le e_d$)

(b) Frequency responses of disturbance estimation $(d \text{ to } e_d)$

图6 频域响应对比

Fig. 6 Frequency responses for comparison

3.2.4 时域对比分析

时域对比分析采用拉偏数值仿真的形式,同时考虑扰动和不确定性,主要设计以下4种情形:

1) 仅涉及气动不确定性, 考虑 + $30\% c_n$ 和 + $30\% c_n$;

2)考虑气动不确定性 + 30% c_n 和 – 30% c_m, 同时,在输入通道中引入风干扰作为外部扰动,将 其建模为幅度为 8° 且频率为 0.25 Hz 的正弦 信号;

3)考虑气动不确定性 $-30\% c_n$ 、 $+30\% c_m$ 和 风干扰, 且考虑舵机非线性特性和不确定性, 除饱 和及限速特性外, 将引入 10 ms 舵机响应延时、0 均值 1°标准差 1 ms 采样频率舵偏噪声以及 -30%舵机带宽 ω_a ;

4)考虑气动不确定性 - 30% c_n、 - 30% c_m、风 干扰和舵机特性,同时考虑传感器噪声,引入0均 值 0.1°标准差 1 ms 采样频率攻角观测噪声。

时域拉偏对比仿真结果如图 7 所示。在 图 7(a)中,3 种控制器均具有较好跟踪性能,在 正向气动偏差下,鲁棒性较好,其中扰动观测器控 制器上升时间比其他控制器短,但也存在一定超 调,说明控制能力存在冗余。在图 7(b)中,由于 负向力矩系数偏差和风干扰,各控制器过渡过程 均存在较小振荡,扩张状态观测器控制器受影响 最小,因为其在设计中具有较大控制力矩冗余,而 另外两个控制器控制效率则略有下降。在图 7(c) 中,负向气动力偏差执行机构特性对扩张状态观 测器控制器产生显著影响,存在较大振荡,而其他 两个控制器几乎不受影响,说明时域设计虽保证 了较好的跟踪性能,但在执行机构非线性尤其舵 机带宽下降条件下,鲁棒性较差,无法实现预期的 控制性能。在图7(d)中,扩张状态观测器控制器 已经发散,其积分链结构放大了传感器噪声对扰 动估计的影响,而扰动观测器控制器跟踪过程也 存在较大振荡,在负向气动作用偏差下对噪声较 为敏感,因此,两种方式在实际工程应用中仍存在 一定局限性。然而,H_x等效输入扰动控制器却表





图 7 时域拉偏对比仿真

Fig. 7 Time domain bias simulation for comparison 现出较强的扰动抑制能力,通过权函数设计的扰动估计能够精确地分离高频干扰,使其能够在工程实践中拥有较高应用价值。

尽管 H_{*}等效输入扰动方法在对比分析中得 到验证且具有一定优势,但目前线性扰动抑制控 制方法中稳定性分析所依赖的扰动边界假设,在 工程实践中仍需进一步拓展。另外,该设计方法 在 H_{*}综合中需满足系统矩阵要求的局限性,将 在下一步工作中针对更为复杂的应用情形进行 讨论。

4 结论

本文研究了一种基于 H_{*}综合和等效输入扰 动的微型导弹纵向控制系统设计方法。该方法在 继承传统频域设计经验的同时,引入了扰动抑制 提高控制系统鲁棒性,并通过频域和时域分析以 及拉偏对比仿真,充分验证了该方法在非线性、扰 动及不确定性等条件下的有效性以及较好的跟踪 性能。扰动边界条件以及 H_{*}系统矩阵局限性要 求将在下一步工作中进行讨论。对于复杂时变系 统的工程应用和飞行试验,将结合增益调度和线 性时变参数系统技术,在未来进行更为深入的 研究。

参考文献(References)

[1] 丛敏,刘佳. 美国研发微型导弹[J]. 飞航导弹, 2011(1): 6-7.
CONG Min, LIU Jia. Development of mini-missiles in US[J]. Winged Missiles Journal, 2011(1): 6-7. (in Chinese)

- [2] GAO Z Q. On the centrality of disturbance rejection in automatic control [J]. ISA Transactions, 2014, 53 (4): 850-857.
- [3] GUO L, CAO S. Anti-disturbance control theory for systems with multiple disturbances: a survey [J]. ISA Transactions, 2014, 53(4): 846-849.
- [4] HUANG Y, XUE W C. Active disturbance rejection control: methodology and theoretical analysis [J]. ISA Transactions, 2014, 53(4): 963 - 976.
- [5] CHEN W H, YANG J, GUO L, et al. Disturbance observerbased control and related methods—an overview [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2015, 63(2): 1083 – 1095.
- [6] XUE W C, HUANG Y. On frequency-domain analysis of ADRC for uncertain system [C]//Proceedings of American Control Conference, 2013: 6637 - 6642.
- [7] ZHENG Q, GAO Z Q. Active disturbance rejection control: between the formulation in time and the understanding in frequency [J]. Control Theory and Technology, 2016, 14(3): 250-259.
- [8] SU J, CHEN W H, YANG J. On relationship between timedomain and frequency-domain disturbance observers and its applications [J]. Journal of Dynamic Systems Measurement and Control, 2016, 138(9): 091013.
- [9] LI S, SUN H, YANG J, et al. Continuous finite-time output regulation for disturbed systems under mismatching condition[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2014, 60(1): 277 – 282.
- [10] FRANK P M, DING X. Survey of robust residual generation and evaluation methods in observer-based fault detection systems[J]. Journal of Process Control, 1997, 7(6): 403 – 424.
- [11] CHEN J, PATTON R J. H_∞ formulation and solution for robust fault diagnosis[J]. IFAC Proceedings Volumes, 1999, 32(2): 7808 - 7813.
- [12] MARCOS A, GANGULI S, BALAS G J. An application of

 H_{∞} fault detection and isolation to a transport aircraft [J]. Control Engineering Practice, 2005, 13(1): 105 – 119.

- [13] SHE J H, FANG M, OHYAMA Y, et al. Improving disturbance-rejection performance based on an equivalentinput-disturbance approach [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2008, 55(1): 380 – 389.
- [14] SHE J H, XIN X, PAN Y D. Equivalent-input-disturbance approach—analysis and application to disturbance rejection in dual-stage feed drive control system [J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2011, 16(2): 330-340.
- [15] WU M, LOU K, XIAO F, et al. Design of equivalent-inputdisturbance estimator using a generalized state observer [J]. Journal of Control Theory and Applications, 2013, 11(1): 74-79.
- [16] 贾沛然,陈克俊,何力.远程火箭弹道学[M].长沙:国防科技大学出版社,1993.
 JIA Peiran, CHEN Kejun, HE Li. Long-range rocket ballistics[M]. Changsha: National University of Defense Technology Press, 1993. (in Chinese)
- [17] 钱杏芳,林瑞雄,赵亚男.导弹飞行力学[M].北京:北京理工大学出版社,2008.
 QIAN Xingfang, LIN Ruixiong, ZHAO Yanan. Missile flight dynamics [M]. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 2008. (in Chinese)
- [18] TALOLE S, UPRETI V, PHADKE S. Predictive estimation and control based missile autopilot design [C]//AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, 2004.
- [19] GODBOLE A A, LIBIN T R, TALOLE S E. Extended state observer-based robust pitch autopilot design for tactical missiles [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering, 2012, 226(G12): 1482 – 1501.
- [20] OHNISHI K, SHIBATA M, MURAKAMI T. Motion control for advanced mechatronics[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 1996, 1(1): 56-67.