

考虑刚度影响的双输入转矩分流式齿轮系统均载特性*

魏 维^{1,2}, 郭文勇¹, 韩江桂¹, 余平波³

(1. 海军工程大学 动力工程学院, 湖北 武汉 430033; 2. 武警海警学院 机电管理系, 浙江 宁波 315800;
3. 中国人民解放军 61068 部队, 陕西 西安 710100)

摘要: 为了对转矩分流齿轮系统均载特性进行更加深入的研究, 建立系统非线性动力学模型, 采用数值仿真方法计算系统的均载系数, 分析联动轴扭转刚度、输出轴支撑刚度、输入转速以及轴位角对均载系数的影响规律, 并对齿轮系统进行实验研究。研究表明: 输出端的均载系数大于输入端的均载系数, 高压输入端的均载系数大于低压输入端的均载系数; 均载系数随联动轴扭转刚度的增加而增加, 随支撑刚度的增加先减小后平缓; 在不同转速下均载系数呈现波动变化, 在 4 100 ~ 4 400 r/min 输入转速区间出现了谐振峰; 轴位角 a_2 的值会影响均载系数随 a_1 变化的规律, 尽可能减小轴位角可以提高系统的均载性能。通过实验测试验证了本文分析模型的正确性。

关键词: 转矩分流轮系; 时变齿侧间隙; 时变啮合刚度; 均载特性

中图分类号: TH133.31 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-2486(2021)02-132-09

Load sharing characteristics of dual-input torque-split gear system considering stiffness

WEI Wei^{1,2}, GUO Wenyong¹, HAN Jianggui¹, YU Pingbo³

(1. College of Power Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China;

2. Department of Mechanical and Electrical Management, China Coast Guard Academy, Ningbo 315800, China;

3. The PLA Unit 61068, Xi'an 710100, China)

Abstract: In order to carry out a more in-depth study on the load sharing characteristics of the torque-split gear system, a nonlinear dynamic model was established. The numerical simulation method was used to calculate the load sharing coefficient of the system. The influences of the torsional stiffness of the linkage shaft, the output shaft support stiffness, the input speed and the axial angle on the load sharing coefficient were studied. Experiment of gear system was carried out, and the research results show that: the load sharing coefficient of the output end is larger than the one of the input end, and the load sharing coefficient of the high pressure input end is larger than the one of the low pressure input end; the load sharing coefficient grows with the increase of the torsional stiffness of the linkage axis; with the increase of the support stiffness, the load sharing coefficient increases first and then reduces; the load sharing coefficient shows fluctuations with the growth of input speed, and the resonance peak appears in the range from 4 100 r/min to 4 400 r/min; the value of shaft position angle a_2 can affect the change law of the load sharing coefficient with a_1 , and minimizing the shaft position angle can improve the load sharing performance of the system. Experimental results verify the correctness of the model of marine gear system.

Keywords: torque-split gear system; time-varying backlash; time-varying meshing stiffness; load sharing characteristics

转矩分流齿轮系统具有重量轻、传递载荷大以及能够降低传动噪声等优点, 最早在直升机中得到应用。Rashidi^[1]和 White^[2-3]分别对直升机转矩分流传动系统的动力学特性进行了研究; Krantz^[4-5]等对直升机齿轮箱的均载特性以及振动特性进行了研究; White^[3]对模型直升机力矩分流传动系统进行了设计分析; Bechhoefer 等^[6]通过利用多种齿轮分析算法, 对转矩分流齿轮箱的

性能状态量化方法进行了研究。现代船舶科技的发展对传动系统功率密度提出了更高的要求, 由此推动了转矩分流齿轮系统在船舶动力系统中的研究与应用。张婷^[7]、董皓^[8]以及李楠^[9]等分别对转矩分流系统的固有特性和动载系数进行了求解。常乐浩等^[10]以船用转矩双分流二级齿轮系统为研究对象, 对系统的动态特性进行了求解。现有文献虽然对转矩分流轮系均载特性进行了较

* 收稿日期: 2019-09-29

基金项目: 国家部委基金资助项目(3020401040102); 国家自然科学基金资助项目(51705529)

作者简介: 魏维(1990—), 男, 内蒙古呼和浩特人, 讲师, 博士, E-mail: weiwei152626@163.com

多研究,但在联动轴扭转刚度、齿轮支撑刚度等因素对均载特性影响方面研究不足,且尚无文献研究轴位角对系统均载特性的影响,不能为船用转矩分流轮系的设计与应用提供充分的理论支撑。

本文以船用双输入转矩分流齿轮传动系统(以下简称转矩分流轮系)为研究对象,建立考虑时变啮合刚度、时变齿侧间隙等非线性因素的动力学模型,开展联动轴扭转刚度、支撑刚度、输入转速以及轴位角对系统均载特性影响的研究,为船用转矩分流轮系的分析和设计提供理论依据。

1 系统动力学模型

转矩分流轮系三维模型结构如图 1 所示,其输入端分别与主机的高压输出端和低压输出端相连,系统的动力传递路线自然分为高压侧和低压侧。为了提升传递效率、提高传递功率,高、低压侧分别采用转矩分流形式的二级齿轮传动,来自主机的功率最后通过 II 级小齿轮与 II 级大齿轮的啮合传递到输出轴。

图 1 中用 Z 表示各齿轮, Z_1^H 表示高压侧 I 级小齿轮; Z_2^H 、 Z_3^H 分别表示高压侧 I 级大齿轮; Z_4^H 、 Z_5^H 分别表示高压侧 II 级小齿轮; Z_6 表示 II 级输出大齿轮; Z_1^L 、 Z_2^L 、 Z_3^L 、 Z_4^L 以及 Z_5^L 表示与高压侧相对应的低压侧齿轮。I 级大齿轮与 II 级小齿轮通过联动轴相连。

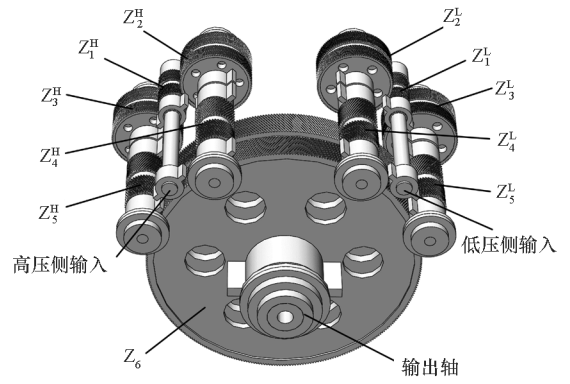


图 1 转矩分流轮系模型结构

Fig. 1 Model structure of torque-spilt gear system

转矩分流轮系动力学模型如图 2 所示,在建模时假设:轮毂为刚体,轮齿为弹性体;齿轮轴两端的轴承具有相同的参数和动力学特性;组成人字齿轮的两个斜齿轮具有相同的啮合刚度、啮合阻尼以及静态传动误差;考虑传动轴侧扭转变形。本模型中不考虑齿面摩擦以及偏心对系统的影响,同时忽略人字齿轮轴向振动。

图 2 中, T_{in}^n 为输入转矩(上标 $n = H$ 代表高压端, $n = L$ 代表低压端,下同),负载转矩为 T_{out} ; θ_i^n ($i = 1, 2, \dots, 5$, 下同)和 θ_6 为各齿轮扭转角, I_i^n 和 I_6 为各齿轮组件的转动惯量; M_i^n 和 M_6 为各齿轮组件的集中质量; k_{ij}^n 为齿轮啮合刚度; c_{ij}^n 为啮合阻尼; b_{ij}^n 为啮合齿侧间隙; $e_{ij}^n(t)$ 表示静态传动误差。

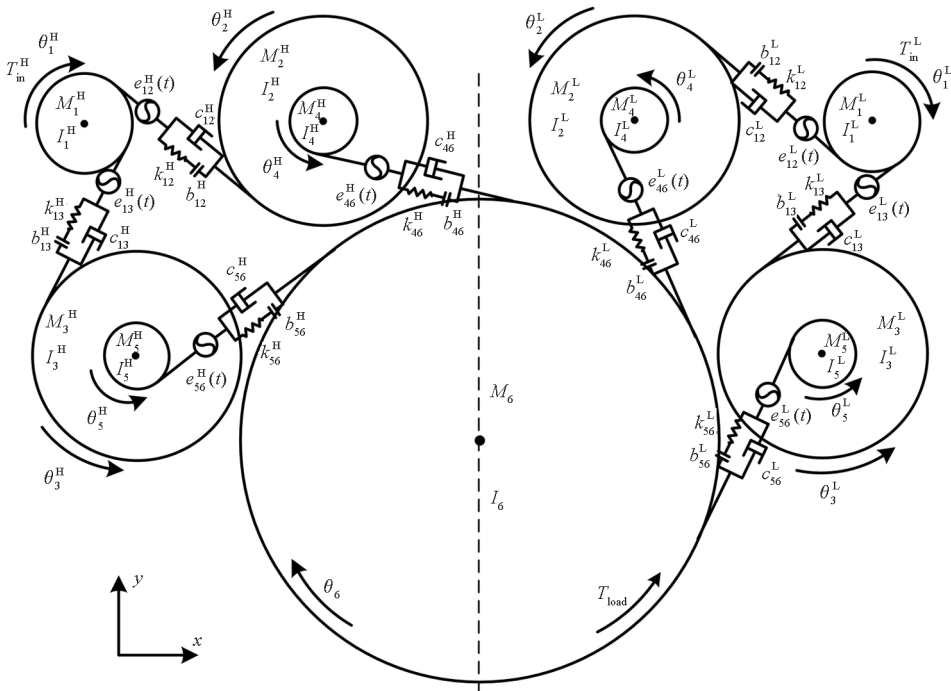


图 2 转矩分流轮系动力学模型

Fig. 2 Dynamic model of torque-spilt gear system

综合以上分析,系统的广义位移向量可表示为

$$U = \{ \underbrace{x_1^H, y_1^H, \theta_1^H, \dots, x_1^L, y_1^L, \theta_1^L, \dots}_{\text{高压侧}}, \underbrace{x_6, y_6, \theta_6}_{\text{低压侧}} \} \quad (1)$$

2 系统动力学微分方程

2.1 动态啮合力

随着齿轮的转动以及轴承间隙的变化,齿轮的中心坐标随着时间发生变化进而引起啮合中心距以及啮合角的变化,使得齿侧间隙也处于动态变化中,动态齿侧间隙可表示为

$$b(t) = 2b_0 + 2a_0(\text{inv}\alpha'(t) - \text{inv}\alpha_0)\cos\alpha_0 \quad (2)$$

式中, $\alpha'(t) = \arccos(a_0\cos\alpha_0/a'(t))$, b_0 为初始齿侧间隙, $\text{inv}\alpha = \tan\alpha - \alpha$, a_0, α_0 为初始安装中心距和压力角, a', α' 为齿轮运行过程中的中心距和压力角。其中动态中心距可表示为

$$a'(t) = \sqrt{(a_0\cos\alpha_0 + x_2(t) - x_1(t))^2 + (a_0\sin\alpha_0 + y_2(t) - y_1(t))^2} \quad (3)$$

根据齿侧间隙的分段特性,动态间隙的非线性函数可表示为

$$f(\delta(t), b(t)) = \begin{cases} \delta(t) - b(t)/2, & \delta(t) > b(t)/2 \\ 0, & -b(t)/2 \leq \delta(t) \leq b(t)/2 \\ \delta(t) + b(t)/2, & \delta(t) < -b(t)/2 \end{cases} \quad (4)$$

式中, $\delta(t)$ 为齿轮啮合动态传递误差函数。

齿轮系统受到激励力的作用,在平衡位置做微小振动,将振动状态的 x 方向的相对位移以及 y 方向的相对位移转换到啮合线上,如图 3 所示。

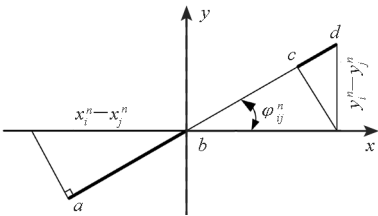


图 3 齿轮啮合线相对位移

Fig. 3 Relative displacement of gear mesh line

图 3 中, φ_{ij}^n 为齿轮副啮合线与 x 轴正向的夹角, x 方向到啮合线的转换关系为 $(x_i^n - x_j^n)\cos\varphi_{ij}^n$, 用线段 ab 表示; y 方向到啮合线的转换关系为 $(y_i^n - y_j^n)\sin\varphi_{ij}^n$, 用线段 cd 表示。综合考虑齿轮扭转方向转换到啮合线上的线位移,以及齿轮的静态传动误差 $e_{ij}^n(t)$, 则由动态激励引起的齿轮动态传动误差可表示为

$$\begin{cases} \delta_{12}^n(t) = r_{b1}^n\theta_1^n - r_{b2}^n\theta_2^n + (x_1^n - x_2^n)\cos\varphi_{12}^n + (y_1^n - y_2^n)\sin\varphi_{12}^n - e_{12}^n(t) \\ \delta_{13}^n(t) = r_{b1}^n\theta_1^n - r_{b3}^n\theta_3^n + (x_1^n - x_3^n)\cos\varphi_{13}^n + (y_1^n - y_3^n)\sin\varphi_{13}^n - e_{13}^n(t) \\ \delta_{46}^n(t) = r_{b4}^n\theta_4^n - r_{b6}^n\theta_6^n + (x_4^n - x_6^n)\cos\varphi_{46}^n + (y_4^n - y_6^n)\sin\varphi_{46}^n - e_{46}^n(t) \\ \delta_{56}^n(t) = r_{b5}^n\theta_5^n - r_{b6}^n\theta_6^n + (x_5^n - x_6^n)\cos\varphi_{56}^n + (y_5^n - y_6^n)\sin\varphi_{56}^n - e_{56}^n(t) \end{cases} \quad (5)$$

式中: $\varphi_{12}^n, \varphi_{13}^n, \varphi_{46}^n, \varphi_{56}^n$ 分别表示 I 级小齿轮与 I 级大齿轮、II 级小齿轮与 II 级大齿轮之间的端面啮合线与 x 正方向的夹角; r_{bi}^n 表示各齿轮分度圆半径。

考虑传动系统的齿侧间隙,各齿轮间动态啮合力可表示为

$$\begin{cases} F_{m12}^n(t) = [k_{12}^n(t)f_{12}^n(\delta_{12}^n(t), b_{12}^n(t)) + c_{12}^n\dot{\delta}_{12}^n(t)]\cos\beta_1 \\ F_{m13}^n(t) = [k_{13}^n(t)f_{13}^n(\delta_{13}^n(t), b_{13}^n(t)) + c_{13}^n\dot{\delta}_{13}^n(t)]\cos\beta_1 \\ F_{m46}^n(t) = [k_{46}^n(t)f_{46}^n(\delta_{46}^n(t), b_{46}^n(t)) + c_{46}^n\dot{\delta}_{46}^n(t)]\cos\beta_2 \\ F_{m56}^n(t) = [k_{56}^n(t)f_{56}^n(\delta_{56}^n(t), b_{56}^n(t)) + c_{56}^n\dot{\delta}_{56}^n(t)]\cos\beta_2 \end{cases} \quad (6)$$

式中: $F_{m12}^n, F_{m13}^n, F_{m46}^n, F_{m56}^n$ 分别表示 I 级小齿轮与 I 级大齿轮、II 级小齿轮与 II 级大齿轮之间的端面齿轮啮合力; β_1, β_2 分别为 I 级啮合齿轮副和 II 级啮合齿轮副的齿轮螺旋角。

由于齿轮啮合刚度随着齿轮的转动具有明显的周期性,为了后续计算的方便,斜齿轮法向综合啮合刚度可表示为 Fourier 级数的形式

$$k_m(t) = k_0 + \sum_{n=1}^3 k_n \cos(n\omega_m t + \phi_n) \quad (7)$$

式中, k_0 为平均啮合刚度, $k_0 = (0.75\varepsilon_\alpha + 0.25)k_p$, 且有

$$k_n = \frac{\sqrt{2 - 2\cos[2n\pi(\varepsilon_\alpha - m)]}}{\pi} \quad (8)$$

$$\phi_n = \arctan \frac{1 - \cos[2n\pi(\varepsilon_\alpha - m)]}{\sin[2n\pi(\varepsilon_\alpha - m)]} \quad (9)$$

其中: ε_α 为端面重合度; ω_m 为啮合频率; $k_p = 1/q$ 为单对齿啮合刚度, q 的计算公式为

$$q = 0.04723 + \frac{0.15551}{z_{v1}} + \frac{0.25791}{z_{v2}} \quad (10)$$

式中: z_{v1}, z_{v2} 分别为大、小齿轮的当量齿数; $z_v = z/\cos^3\beta$, 其中 β 为齿轮螺旋角。

2.2 系统微分方程

考虑到传动系统中高压侧与低压侧结构形式相对称,因此微分方程相同,本文只对单侧传动系统的微分方程进行推导。根据对每个齿轮受力状态进行的分析,再运用拉格朗日方程,得到各齿轮副的运动微分方程为

$$\begin{cases}
 M_1^n \ddot{y}_1^n + c_{by1}^n \dot{y}_1^n + k_{by1}^n y_1^n = -M_1^n g + F_{m12}^n \sin\varphi_{12}^n + F_{m13}^n \sin\varphi_{13}^n \\
 M_1^n \ddot{x}_1^n + c_{bx1}^n \dot{x}_1^n + k_{bx1}^n x_1^n = +F_{m12}^n \cos\varphi_{12}^n + F_{m13}^n \cos\varphi_{13}^n \\
 I_1^n \ddot{\theta}_1 = T_{in}^n - (F_{m12}^n + F_{m13}^n) r_{b1}^n \\
 M_2^n \ddot{y}_2^n + c_{by2}^n \dot{y}_2^n + k_{by2}^n y_2^n = -M_2^n g - F_{m12}^n \sin\varphi_{12}^n \\
 M_2^n \ddot{x}_2^n + c_{bx2}^n \dot{x}_2^n + k_{bx2}^n x_2^n = -F_{m12}^n \cos\varphi_{12}^n \\
 I_2^n \ddot{\theta}_2 = -T_{24}^n + F_{m12}^n r_{b2}^n \\
 M_3^n \ddot{y}_3^n + c_{by3}^n \dot{y}_3^n + k_{by3}^n y_3^n = -M_3^n g - F_{m13}^n \sin\varphi_{13}^n \\
 M_3^n \ddot{x}_3^n + c_{bx3}^n \dot{x}_3^n + k_{bx3}^n x_3^n = -F_{m13}^n \cos\varphi_{13}^n \\
 I_3^n \ddot{\theta}_3 = -T_{35}^n + F_{m13}^n r_{b3}^n \\
 M_4^n \ddot{y}_4^n + c_{by4}^n \dot{y}_4^n + k_{by4}^n y_4^n = -M_4^n g + F_{m46}^n \sin\varphi_{46}^n \\
 M_4^n \ddot{x}_4^n + c_{bx4}^n \dot{x}_4^n + k_{bx4}^n x_4^n = F_{m46}^n \cos\varphi_{46}^n \\
 I_4^n \ddot{\theta}_4 = T_{24}^n - F_{m46}^n r_{b4}^n \\
 M_5^n \ddot{y}_5^n + c_{by5}^n \dot{y}_5^n + k_{by5}^n y_5^n = -M_5^n g + F_{m56}^n \sin\varphi_{56}^n \\
 M_5^n \ddot{x}_5^n + c_{bx5}^n \dot{x}_5^n + k_{bx5}^n x_5^n = F_{m56}^n \cos\varphi_{56}^n \\
 I_5^n \ddot{\theta}_5 = T_{35}^n - F_{m56}^n r_{b5}^n \\
 M_6^H \ddot{y}_6^H + c_{by6}^H \dot{y}_6^H + k_{by6}^H y_6^H = -F_{m56}^H \sin\varphi_{56}^H - F_{m46}^H \sin\varphi_{46}^H - \\
 \quad F_{m56}^L \sin\varphi_{56}^L - F_{m46}^L \sin\varphi_{46}^L - M_6 g \\
 M_6^H \ddot{x}_6^H + c_{bx6}^H \dot{x}_6^H + k_{bx6}^H x_6^H = -F_{m56}^H \cos\varphi_{56}^H - F_{m46}^H \cos\varphi_{46}^H - \\
 \quad F_{m56}^L \cos\varphi_{56}^L - F_{m46}^L \cos\varphi_{46}^L \\
 I_6^H \ddot{\theta}_6 = -T_{load} + F_{m56}^H r_{b5}^H + F_{m46}^H r_{b4}^H + F_{m56}^L r_{b5}^L + F_{m46}^L r_{b4}^L
 \end{cases} \quad (11)$$

其中: $k_{byi}^n, c_{byi}^n, k_{bxi}^n, c_{bxi}^n$ 分别表示各齿轮 y 方向和 x 方向上的轴承刚度和阻尼,根据文献[11]的内容,求解滑动轴承的 Reynolds 方程,可以得到随齿轮轴心变化的时变轴承支撑刚度和阻尼; T_{24}^n, T_{35}^n 分别表示联动轴传递的扭转力矩; g 为重力加速度。

2.3 联动轴扭转刚度及阻尼计算

将联动轴简化为理想轴来处理,考虑其扭转变形以及弯曲变形,不计联动轴的质量。联动轴的刚度计算模型如图 4 所示。

图 4 中, D_s 和 d_s 分别为联动轴的外径和内径, l 为联动轴长度,联动轴两端的自由度分别为 $\{x_1, y_1, \theta_1\}$ 和 $\{x_2, y_2, \theta_2\}$ 。根据材料力学的相关知识,联动轴的扭转刚度、弯曲刚度的计算公式为

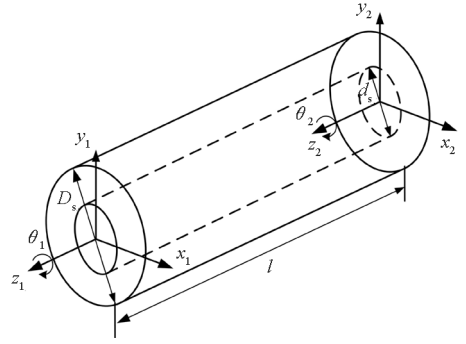


图 4 联动轴刚度计算模型

Fig. 4 Calculation model of linkage shaft

$$\begin{cases}
 k_x = 12EI_x/l^3 \\
 k_y = 12EI_y/l^3 \\
 k_s = GJ/l
 \end{cases} \quad (12)$$

式中: E 和 G 分别是联动轴材料的杨氏弹性模量以及剪切弹性模量; I_x, I_y 和 J 分别是轴截面关于 x, y 轴的惯性矩以及截面的极惯性矩,计算公式为

$$\begin{cases}
 I_x = I_y = \pi(D_s^4 - d_s^4)/64 \\
 J = \pi(D_s^4 - d_s^4)/32
 \end{cases} \quad (13)$$

根据轴端扭转位移可计算出联动轴所传递扭转力矩的大小,其计算公式为 $T = k_s(\theta_1 - \theta_2) + c_s(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2)$,其中 k_s 表示联动轴扭转刚度, c_s 为联动轴扭转阻尼。扭转阻尼可通过以下经验公式计算得到:

$$c_s = 2\xi_s \sqrt{\frac{k_s I_1 I_2}{I_1 + I_2}} \quad (14)$$

式中, ξ_s 为相对阻尼比系数, I_1, I_2 分别为联动轴两端截面相对于中心的极惯性矩。

2.4 齿轮啮合线夹角计算

齿轮啮合线夹角计算模型如图 5 所示。图中用 a_1 表示高压侧两转矩分流轮与 II 级大齿轮中心连线的夹角,即线段 $O_{35}O_6$ 与 $O_{24}O_6$ 之间的夹角;用 a_2 表示高压侧 I 级小齿轮、II 级大齿轮中心连线与竖直方向的夹角,即线段 O_1O_6 与 y 方向的夹角;用 a_3 表示高压侧两转矩分流轮与 I 级小齿轮中心连线的夹角,即线段 O_1O_{24} 和 O_1O_{35} 之间的夹角。考虑到高、低压侧齿轮传动组各齿轮位置沿中轴线对称,所以上述位置角低压侧与高压侧相同,此处不再论述。根据几何关系,经过推导可以得到各齿轮啮合线与 x 轴正向的夹角为

$$\begin{cases}
 \varphi_{12}^H = \alpha_{11} + a_3/2 + a_2 \\
 \varphi_{13}^H = \alpha_{11} - a_3/2 + a_2 \\
 \varphi_{46}^H = \pi - \alpha_{12} - a_1/2 + a_2 \\
 \varphi_{56}^H = \pi - \alpha_{12} + a_1/2 + a_2
 \end{cases} \quad (15)$$

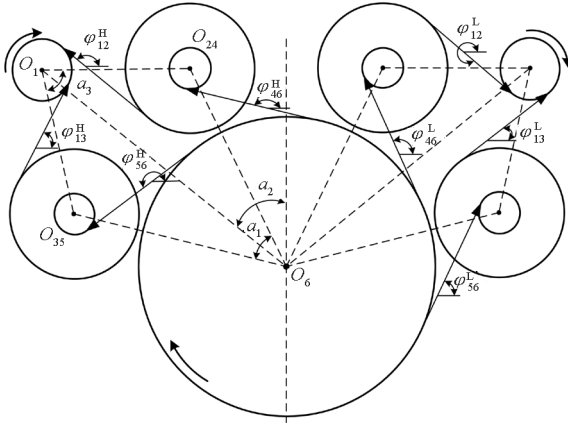


图 5 齿轮啮合线夹角计算模型

Fig. 5 Calculation model of gear meshing angle

$$\begin{cases} \varphi_{12}^L = \alpha_{11} + a_3/2 - a_2 \\ \varphi_{13}^L = \alpha_{11} - a_3/2 - a_2 \\ \varphi_{46}^L = \pi - \alpha_{12} - a_1/2 - a_2 \\ \varphi_{56}^L = \pi - \alpha_{12} + a_1/2 - a_2 \end{cases} \quad (16)$$

其中： α_{i1} 为齿轮的端面压力角； a_1 、 a_2 如图5中所标注，其大小决定了高、低压侧齿轮组的位置。根据几何关系可知由 a_1 能够得到 a_3 ，其计算公式为

$$a_3 = 2\arcsin\left(\frac{r_{b4} + r_{b6}\cos\alpha_{11}\sin\frac{a_1}{2}}{r_{b1} + r_{b3}\cos\alpha_{12}}\right) \quad (17)$$

2.5 系统均载系数计算

利用 2.1 节中计算得到的各级齿轮动态啮合力对均载系数进行定义，设 $\Omega_{12}^n(t)$ 、 $\Omega_{13}^n(t)$ 为输入 I 级小齿轮与两 I 级大齿轮啮合的动态均载系数， $\Omega_{46}^n(t)$ 、 $\Omega_{56}^n(t)$ 为两 II 级小齿轮与 II 级大齿轮啮合的动态均载系数，其计算公式为

$$\begin{cases} \Omega_{12}^n(t) = \frac{2F_{m12}^n(t)}{F_{m12}^n(t) + F_{m13}^n(t)} \\ \Omega_{13}^n(t) = \frac{2F_{m13}^n(t)}{F_{m12}^n(t) + F_{m13}^n(t)} \\ \Omega_{46}^n(t) = \frac{4F_{m46}^n(t)}{F_{m46}^H(t) + F_{m56}^H(t) + F_{m46}^L(t) + F_{m56}^L(t)} \\ \Omega_{56}^n(t) = \frac{4F_{m56}^n(t)}{F_{m46}^H(t) + F_{m56}^H(t) + F_{m46}^L(t) + F_{m56}^L(t)} \end{cases} \quad (18)$$

设 $\Omega_{input}^H(t)$ 、 $\Omega_{input}^L(t)$ 分别为高、低压侧输入级动态均载系数， $\Omega_{output}(t)$ 为输出级动态均载系数，则有

$$\begin{cases} \Omega_{input}^H(t) = \max(\Omega_{12}^H(t), \Omega_{13}^H(t)) \\ \Omega_{input}^L(t) = \max(\Omega_{12}^L(t), \Omega_{13}^L(t)) \\ \Omega_{output}(t) = \max(\Omega_{46}^H(t), \Omega_{56}^H(t), \Omega_{46}^L(t), \Omega_{56}^L(t)) \end{cases} \quad (19)$$

3 系统均载特性分析

转矩分流轮系均载特性的好坏直接决定了船舶动力系统的工作性能，因此本文在集中质量数学模型的基础上对其进行数值仿真，以研究联动轴扭转刚度、支撑刚度、输入转速以及轴位角对系统均载特性的影响。本文采用 4 阶定步长 Runge-Kutta 算法对系统微分方程进行求解。系统参数如表 1 所示，设高压侧输入转速为 3 000 r/min。

表 1 齿轮结构参数

Tab. 1 Parameters of gears

尺寸参数	高/低压 I 级小齿轮	高/低压 I 级大齿轮	II 级小齿轮	II 级大齿轮
齿数	32/40	138/130	30	278
法向模数/mm	5	5	8	8
压力角/(°)	20	20	20	20
螺旋角/(°)	25	25	20	20

将联动轴的扭转刚度从 10^5 N·m/rad 增加至 10^7 N·m/rad，分析扭转刚度对转矩分流系统均载系数的影响规律，计算结果如图 6 所示。由图中曲线可以看出，在所取扭转刚度范围内，系统输入端、输出端均载系数都随着扭转刚度的增加而增加。当扭转刚度小于 10^6 N·m/rad 时，均载系数对扭转刚度的变化较为敏感；当扭转刚度大于 10^6 N·m/rad 时，均载系数的变化趋于平缓。由曲线变化规律可知，通过减小联动轴的扭转刚度，可以降低均载系数进而提升系统的均载特性。这是因为当扭转刚度较小时，联动轴可通过较大的扭转变形吸收部分齿轮啮合引发的冲击，进而使得传递的力矩趋于平稳。

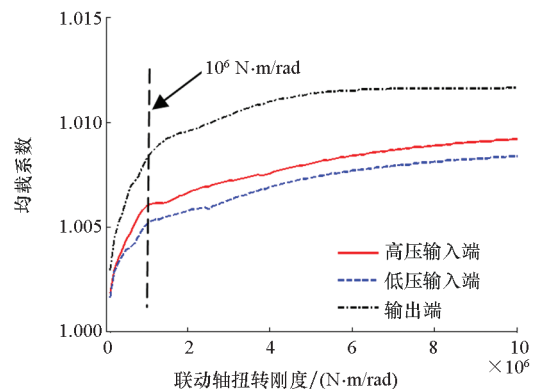


图 6 系统随联动轴扭转刚度变化的振动响应
Fig. 6 Influence on load sharing coefficients with the changes of torsional stiffness of the linkage shaft

令转矩分流系统输出轴 y 向支撑刚度从 10^7 N/m 增加至 10^9 N/m, 对其进行数值计算, 分析支撑刚度对系统均载特性的影响, 计算结果如图 7 所示。由图中曲线可以看出, 随着支撑刚度的增加, 系统输入端、输出端均载系数呈现先快速下降后平缓的变化趋势。当支撑刚度小于 10^8 N/m 时, 支撑刚度对均载系数的影响较大; 当支撑刚度大于 10^8 N/m 时, 增加支撑刚度对系统均载系数影响不大。由上可知, 在一定范围内增加输出端支撑刚度有助于改善系统的均载特性。

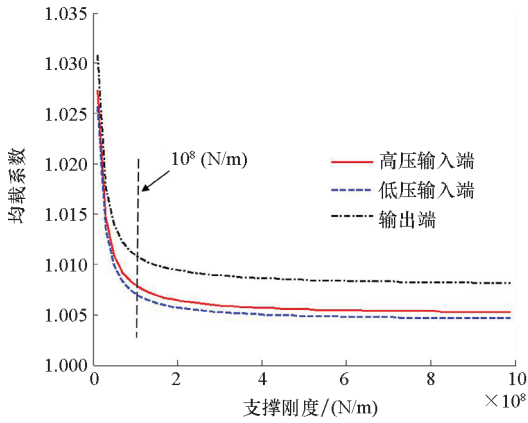


图 7 系统输出轴支撑刚度对均载系数的影响
Fig. 7 Influence on load sharing coefficients with the changes of support stiffness of the output shaft

令系统输入转速从 1 000 r/min 增加至 6 000 r/min, 对系统模型进行数值计算, 研究在不同转速下转矩分流系统的均载系数变化规律, 计算结果如图 8 所示。由图中曲线可以看出, 系统均载系数在不同转速下波动变化, 输出端均载系数大于输入端均载系数, 在 4 100 ~ 4 400 r/min 的输入转速区间出现了均载系数峰值, 说明此时系统的啮合频率与固有频率相近从而引发了谐振, 其中高、低压输入端均载曲线出现了两个谐振峰值, 说明输入端在此处有相邻的两阶局部模态频率。

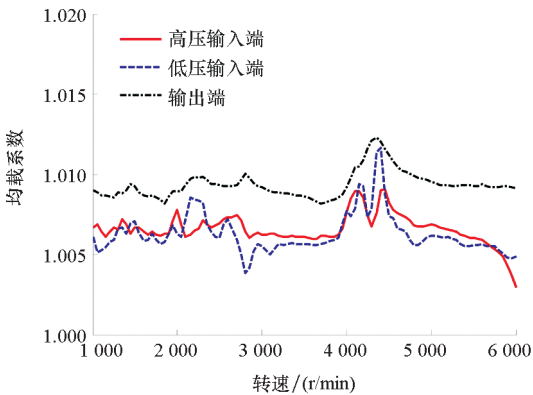
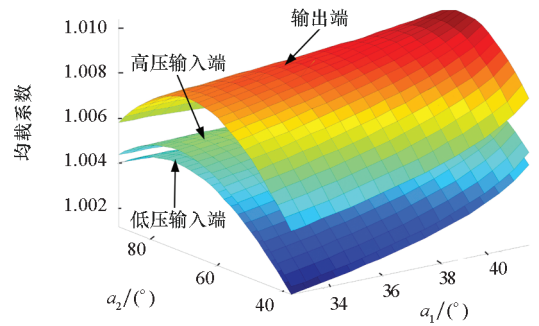


图 8 系统输入转速变化对均载系数的影响
Fig. 8 Influence on load sharing coefficients with the changes of input speed

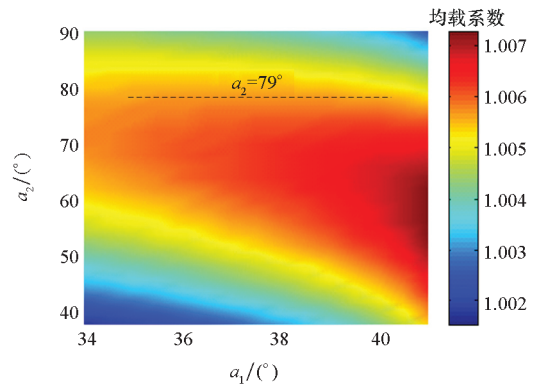
轴位角 a_1 、 a_2 是决定转矩分流轮系结构布局的两个重要的参数, 在一定范围内改变轴位角的数值, 分析其变化对系统均载系数的影响。以齿轮间发生干涉为边界条件, 可计算得到 a_1 的取值区间为 $[33.5^\circ, 41.2^\circ]$, 在实际中 a_1 的取值范围应小于上述极限区间, 同时对 a_1 的边界值取整, 可得 a_1 的计算取值区间为 $[34^\circ, 41^\circ]$ 。同理可得 a_2 可取的最小值为 37.9° , 设其计算取值区间为 $[38^\circ, 90^\circ]$ 。计算所得均载系数结果如图 9 所示。

由图 9(a) 中均载系数分布曲面可以看出, 轴位角一定时, 均载系数输出端大于高压输入端, 高压输入端大于低压输入端, 这与前述分析结果相



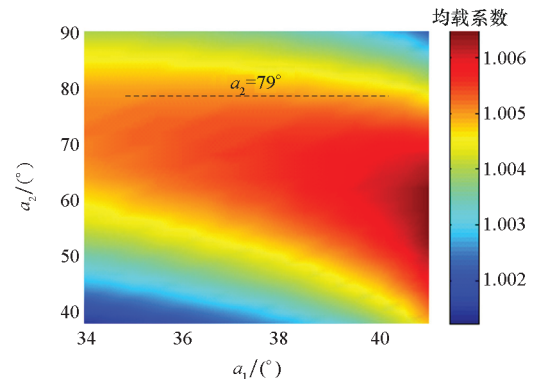
(a) 均载系数三维云图

(a) Three-dimensional diagram of load sharing coefficient



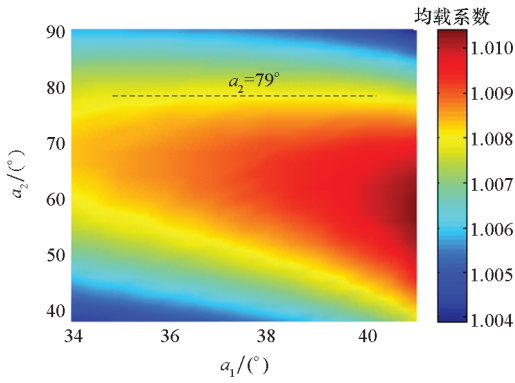
(b) 高压输入端均载系数

(b) Load sharing coefficient of high pressure input end



(c) 低压输入端均载系数

(c) Load sharing coefficient of low pressure input end



(d) 输出端均载系数

(d) Load sharing coefficient of output end

图 9 轴位角变化对均载系数的影响

Fig. 9 Influence on load sharing coefficients with the changes of position angle

一致。图 9(b) ~ (d) 为均载系数随轴位角变化的二维云图,由图可直观地看出不同轴位角组合时系统均载系数的分布情况。输入、输出端均载系数的变化规律相同;当 $a_1 = 34^\circ$ 、 $a_2 = 38^\circ$ 时均载系数最小,当 $a_1 = 41^\circ$ 、 a_2 为 60° 左右时均载系数最大。均载系数随 a_1 变化的规律与 a_2 的值有关,分界值出现在 a_2 为 79° 左右,此时均载系数几乎不受 a_1 变化的影响;当 a_2 小于此分界值时,均载系数随 a_1 的增加而增加;反之均载系数随 a_1 的增加而减小。 a_1 一定时,均载系数随 a_2 的增加呈现先增加后减小的趋势。由上述分析可知,在保证齿轮不发生干涉的前提下尽可能减小轴位角可以提高系统的均载性能。

4 实验验证

对某型船用功率分支齿轮系统进行实验,测试不同工况下齿轮系统的振动响应,将实验结果与理论计算结果进行对比,以验证本文齿轮系统动力学建模的正确性。

4.1 实验装置

齿轮系统实验装置如图 10 所示,图中 1 为电动机,2 为齿轮增速箱,由电动机、增速箱以及中间的联轴器共同组成了试验系统的输入单元;3 为船用双输入功率分支试验齿轮箱;4 为支持轴承,5 是齿轮增速箱,6 是测功器,这 3 个装置及其中间的联轴器共同组成了试验系统的负载单元。

4.2 测试原理及实验工况

在实验前对整个测试系统进行校准,包括各个加速度传感器、信号放大器以及数据自动采集处理系统。将各个测点打磨平整并做好标记,传

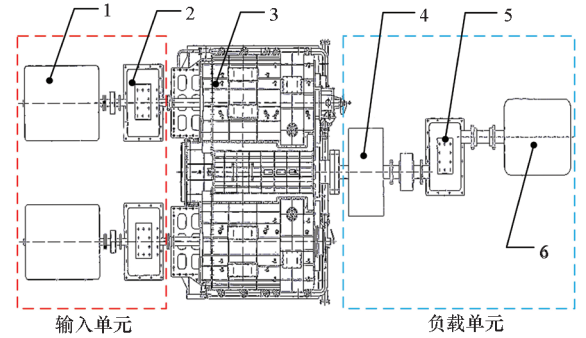


图 10 功率分支齿轮系统实验装置布置

Fig. 10 Arrangement diagram of power-split gear system

感器磁性底座放于各测点上。测试时,将由 BK4384 压电加速度传感器测得的振动信号经 DLF-8 电荷电压滤波积分放大器放大,并积分变为振动信号后进入 INV306U-5260 智能信号采集处理分析仪进行采集,最终数据进入信号分析系统进行分析。图 11 为齿轮实验系统测试框图。

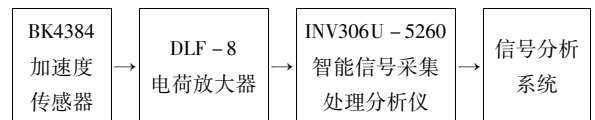


图 11 齿轮振动分析系统框图

Fig. 11 Structure of vibration test system

齿轮系统测试运行工况如表 2 所示。输入转速分别为 2 860 r/min、4 090 r/min 以及 6 650 r/min,对应的负荷分别为 350 kW、1 100 kW 以及 3 000 kW。

表 2 系统测试运行工况

Tab. 2 Operation conditions of test system

驱动方式	工况		
高压端输入 转速/(r/min)	2 860	4 090	6 650
低压端输入 转速/(r/min)	2 358	3 372	5 483
输出转速/(r/min)	约 86	约 123	约 200
时间/min	30	30	60
高低压输入功率比	1 : 0.37	1 : 0.5	1 : 0.88
负荷/kW	350	1 100	3 000

4.3 实验结果及分析

对系统高压端输入转速进行设置,令 n_m 分别为 2 860 r/min 和 4 090 r/min,对应的负载功率 P_{load} 分别为 350 kW 和 1 100 kW,取输出齿轮轴承处测点竖直方向振动加速度数据,经 FFT 变换为

频域信号后与理论计算结果进行对比,如图 12 所示。

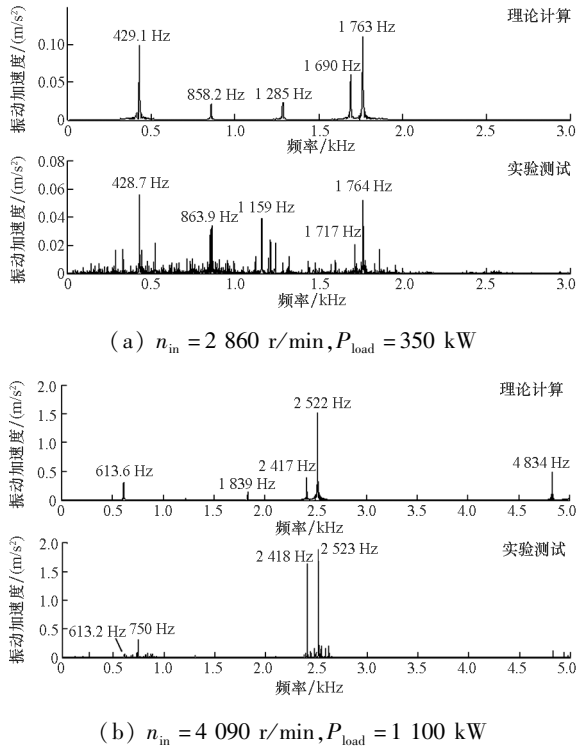


图 12 不同工况下理论计算结果与实验测试结果对比
Fig. 12 Comparison between theoretical calculation and experimental test under different condition

由图 12(a)可知,当输入转速为 2 860 r/min 时,实验测试频谱的主要成分为二级啮合频率 428.7 Hz 及其二倍频 863.9 Hz、高压一级啮合频率 1 764 Hz 以及低压一级啮合频率 1 717 Hz,上述频谱理论计算的结果为 429.1 Hz、858.2 Hz、1 763 Hz 以及 1 690 Hz,理论计算结果与实验测试结果基本相同。在图 12(b)中,当输入转速为 4 090 r/min 时,高、低压一级啮合频率的理论值分别为 2 522 Hz 和 2 417 Hz,对应的幅值为 1.6 m/s^2 和 0.45 m/s^2 ;实验结果的频率为 2 523 Hz 和 2 418 Hz,对应的幅值分别为 1.88 m/s^2 和 1.72 m/s^2 。理论计算的二级啮合频率及其幅值为 613.6 Hz 和 0.42 m/s^2 ,实验结果与理论计算结果吻合得较好。

综上所述,理论计算结果与实验测试结果在频率和幅值上基本保持一致,可以说明本文所建齿轮系统动力学模型的正确性和分析方法的合理性。在部分频率上的幅值存在一定的偏差,其原因有以下几个方面:理论计算时没有考虑齿轮箱体及其辅助装置的影响;在建模时没有考虑齿轮的制造、安装、偏心等因素对系统的影响;在进行测量时也会带来一定的误差。

5 结论

本文建立了双输入转矩分流齿轮系统的非线性动力学模型,以系统输入、输出端的均载特性为研究目标,分别计算了系统随联动轴扭转刚度、输出轴支撑刚度、输入转速以及轴位角变化的均载系数,通过对结果的分析可得以下结论:

1) 输出端的均载系数大于输入端的均载系数,高压输入端的均载系数大于低压输入端的均载系数。

2) 系统输入端、输出端均载系数都随着联动轴扭转刚度的增加而增加,当扭转刚度大于 $10^6 \text{ N} \cdot \text{m/rad}$ 时,其变化对均载系数的影响较小。

3) 系统输入端、输出端均载系数随着支撑刚度的增加呈现先下降后平缓的变化趋势。当支撑刚度小于 10^8 N/m 时,支撑刚度对均载系数的影响较大;当支撑刚度大于 10^8 N/m 时,支撑刚度对系统均载系数影响不大。

4) 系统均载系数在不同转速下呈现波动变化,在 4 100 ~ 4 400 r/min 输入转速区间出现了均载系数的峰值,说明此时系统发生了谐振,实际系统中应避免此工作转速区间。

5) 轴位角 a_2 的值会影响均载系数随 a_1 变化的规律,在 a_2 为 79° 左右时会出现临界状态,此时均载系数几乎不受 a_1 变化的影响;当 a_2 小于此分界值时,均载系数随 a_1 的增加而增加;反之均载系数随 a_1 的增加而减小。 a_1 一定时,均载系数随 a_2 的增加呈现先增加后减小的趋势。

6) 通过实验结果与理论计算的对比,两者结果相吻合,验证了本文所建模型的正确性和分析方法的合理性。

参考文献 (References)

- [1] RASHIDI M, KRANTZ T. Dynamics of a split torque helicopter transmission [C]//Proceedings of the International Power Transmission and Gearing Conference, Scottsdale, AZ, 1992: 347-358.
- [2] WHITE G. Split torque helicopter transmissions with widely separated engines [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering, 1989, 203(1): 53-65.
- [3] WHITE G. Design study of a split-torque helicopter transmission [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering, 1998, 212(2): 117-123.
- [4] KRANTZ T L, RASHIDI M, KISH J G. Split torque transmission load sharing [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering, 1992, 208(2): 137-148.
- [5] KRANTZ T L, RASHIDI M. Vibration analysis of a split path

- gearbox [C]// Proceedings of 31st Joint Propulsion Conference, San Diego, 1995.
- [6] BECHHOEFER E, LI R Y, HE D. Quantification of condition indicator performance on a split torque gearbox[J]. Journal of Intelligent Manufacturing, 2012, 23 (2): 213 - 220.
- [7] 张婷, 李育锡, 王三民. 功率二分支齿轮传动系统静态均载特性研究[J]. 机械传动, 2012, 36(3): 14 - 17.
ZHANG Ting, LI Yuxi, WANG Sanmin. Research on static load sharing of the dual power path gear transmission [J]. Journal of Mechanical Transmission, 2012, 36(3): 14 - 17. (in Chinese)
- [8] 董皓, 方宗德, 王宝宾, 等. 基于变形协调的双重功率分流轮系均载特性[J]. 华南理工大学学报(自然科学版), 2012, 40(5): 18 - 23.
DONG Hao, FANG Zongde, WANG Baobin, et al. Load-sharing characteristics of gear train with dual power split based on deflection compatibility [J]. Journal of South China University of Technology (Natural Science Edition), 2012, 40(5): 18 - 23. (in Chinese)
- [9] 李楠, 王三民, 杜佳佳. 功率四分支齿轮传动系统的固有特性与动载系数[J]. 航空动力学报, 2013, 28(2): 445 - 451.
LI Nan, WANG Sanmin, DU Jiajia. Natural characteristics and dynamic load coefficient of power four embranchments gear transmission [J]. Journal of Aerospace Power, 2013, 28(2): 445 - 451. (in Chinese)
- [10] 常乐浩, 刘更, 周建星. 功率双分支齿轮系统动力学特性研究[J]. 船舶力学, 2013, 17(10): 1176 - 1184.
CHANG Lehao, LIU Geng, ZHOU Jianxin. Research on dynamic characteristics of dual-branching gear system [J]. Journal of Ship Mechanics, 2013, 17(10): 1176 - 1184. (in Chinese)
- [11] 魏维, 郭文勇, 吴新跃, 等. 考虑滑动轴承时变动力学参数的齿轮系统建模与分析[J]. 振动与冲击, 2019, 38(23): 260 - 266.
WEI Wei, GUO Wenyong, WU Xinyue, et al. Gear system modeling considering sliding bearing' time-varying dynamic parameters [J]. Journal of Vibration and Shock, 2019, 38(23): 260 - 266. (in Chinese)