

反对称铺层碳纤维复合材料圆柱壳的双稳态应力特性*

张淑杰¹, 李国泽¹, 周阳², 沈海军¹

(1. 同济大学 航空航天与力学学院, 上海 200092; 2. 上海跃盛信息技术有限公司, 上海 200240)

摘要:双稳态复合材料可广泛应用于各类可变结构的设计。针对反对称铺层的圆柱壳,利用有限元软件 ABAQUS 的 Standard 准静态分析,模拟其双稳态跳变过程和跳回过程,探讨在整个连续过程中圆柱壳上的应力分布情况,以及应力随时间和载荷变化的趋势,从而对该类可变结构的设计起到指导作用。结果表明:该类复合材料圆柱壳跳变过程中最大应力出现在载荷施加点与约束点附近,第二稳态下应力关于板中心呈中心对称分布,最大应力沿板壳对角线出现在四个角内侧附近,而跳回过程中应力由第二稳态下的分布慢慢变为集中在约束点附近。而且整个圆柱壳上的最大应力时刻与最大载荷施加的时刻不重叠,具有滞后性。

关键词:碳纤维复合材料;有限元法;双稳态;von Mises 应力;跳变;跳回

中图分类号:TN95 文献标志码:A 文章编号:1001-2486(2021)03-032-06

Stress characteristics of bi-stable cylindrical shells with anti-symmetric laminated carbon fiber composite

ZHANG Shujie¹, LI Guoze¹, ZHOU Yang², SHEN Haijun¹

(1. School of Aerospace Engineering and Applied Mechanics, Tongji University, Shanghai 200092, China;

2. Shanghai YS Information Technology Co. Ltd., Shanghai 200240, China)

Abstract: The bi-stable composite materials can be widely used in the design of variable structures. Using ABAQUS/Standard (version 2018), a finite element analysis of the shell's snapping process was conducted to simulate the snap-through process and snap-back process of the bi-stable cylindrical shells with anti-symmetric laminated carbon fiber composites. The distribution and trend of the stress on the cylindrical shell during the whole continuous process were discussed to give advice to the design of this type of variable structure. The results show that the stress distribution of the composite cylindrical shells is very different during the snap-through process, the snap-back process and the second stable state. Moreover, the maximum stress moment on the entire cylindrical shell does not overlap with the moment when the maximum load is applied, and has hysteresis.

Keywords: carbon fiber composite; finite element method; bi-stable; von Mises stress; snap-through; snap-back

双稳态结构是指该结构能在无外力作用的情况下,存在两个不同的稳定形态。并且这两种形态均可在没有外部载荷加载的情况下保持自身稳定,并能在很小的外界能量作用下,实现两种稳态之间的变换。双稳态结构因为这一特性,广泛应用于可变机翼飞机^[1]、多形态薄膜天线^[2]、可变形铰链与弹簧^[3]等领域。

一般来说,各向同性材料不存在双稳态特性,但在引入某些预应力的情况下也会表现出双稳态特性^[4]。对双稳态结构的现有研究集中于复合材料结构的双稳态,采用反对称铺层时,可以避免层合板受到弯曲和扭转的耦合作用,得到标准的圆柱面壳,且两个稳态下圆柱壳的曲率方向相同。Sousa 等^[5]利用特殊的铺层角和弯曲的碳纤维,

设计非传统稳态形状的双稳态壳,并对其形态与应力分布进行模拟。Zhang 等^[6]模拟不同铺层角度、铺层层数和几何形状对圆柱壳稳态跳变的驱动力的影响。Mattioni 等^[7]同样利用特殊的铺层结构,设计了一种连续变化的多稳态翼型。上述研究主要集中在跳变 (snap-through) 过程中不同铺层设计对驱动载荷以及第二稳态曲率半径等宏观参数的影响,但并未研究包括跳回过程的整个变形过程中应力分布情况等可能造成材料被损伤破坏的因素。

本文在模拟反对称铺层设计的圆柱壳从第一稳态到第二稳态跳变 (snap-through) 过程的基础上,模拟其从第二稳态到第一稳态的跳回 (snap-back) 过程,得到了圆柱壳在整个过程中

* 收稿日期:2019-11-01

基金项目:国家自然科学基金资助项目(11202149)

作者简介:张淑杰(1972—),女,山东昌邑人,副教授,博士,硕士生导师, E-mail: zhang_shujie@tongji.edu.cn

应力分布及变化的情况,以及整个结构中应力较大的危险点的应力变化曲线。对圆柱壳上不同特征点的应力变化情况以及整个圆柱壳最大应力变化情况进行分析,得到圆柱壳应力变化的特性。同时,获得跳变、跳回过程以及第二稳态下应力较大的区域,以便于对其进行特殊设计,防止材料被损伤破坏,进而指导相关结构的设计以及应用。

1 反对称双稳态结构的应力应变关系

将复合材料层合板横截面上的内力定义为:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} dz \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} z dz \quad (2)$$

其中, t 为板厚。

对于由 n 层复合材料单层板构成的复合材料层合板,其应力沿层合板厚度方向在各层之间间断,故应将式(1)、式(2) 改写为:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^n \int_{z_{i-1}}^{z_i} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} dz \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^n \int_{z_{i-1}}^{z_i} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} z dz \quad (4)$$

其中, z_i 为第 i 层至层合板中面的 z 坐标。

层合板的几何方程为:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中: $\varepsilon_x^0, \varepsilon_y^0, \gamma_{xy}^0$ 为中面应变; k_x, k_y 为中面弯曲挠曲率; k_{xy} 为中面扭曲率。

将式(5) 与单层板应力应变关系代入式(2), 得:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^n \int_{z_{i-1}}^{z_i} \bar{Q}_i \left(\begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + z_i \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \right) dz =$$

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \quad (6)$$

同理,有:

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^n \int_{z_{i-1}}^{z_i} \bar{Q}_i \left(\begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + z_i \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \right) z dz =$$

$$\begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \quad (7)$$

将式(6)、式(7) 合并,可以得到复合材料层合板的应力 - 应变关系,即

$$\begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{B} & \mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}^0 \\ \mathbf{K} \end{bmatrix} \quad (8)$$

式中:

$$\mathbf{A} = \sum_{i=1}^n \bar{Q}_i (z_i - z_{i-1}) \quad (9)$$

$$\mathbf{B} = \sum_{i=1}^n \bar{Q}_i \left(\frac{z_i^2 - z_{i-1}^2}{2} \right) \quad (10)$$

$$\mathbf{D} = \sum_{i=1}^n \bar{Q}_i \left(\frac{z_i^3 - z_{i-1}^3}{3} \right) \quad (11)$$

其中, $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{D}$ 分别是复合材料板的刚度矩阵、耦合矩阵和弯曲矩阵。

对反对称铺层层合板(如 $[\alpha / -\alpha]_n$), 由式(9) ~ (11) 知: $A_{16} = A_{26} = 0, B_{11} = B_{12} = B_{22} = 0, D_{16} = D_{26} = 0$ 。

故其广义应力应变关系为:

$$\begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & 0 & 0 & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & 0 & 0 & 0 & B_{26} \\ 0 & 0 & A_{66} & B_{16} & B_{26} & 0 \\ 0 & 0 & B_{16} & D_{11} & D_{12} & 0 \\ 0 & 0 & B_{26} & D_{12} & D_{22} & 0 \\ B_{16} & B_{26} & 0 & 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{B} & \mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}^0 \\ \mathbf{K} \end{bmatrix} \quad (12)$$

由式(12) 可知,反对称层合板不存在弯扭耦合效应。虽然 $\mathbf{B} \neq \mathbf{0}$, 但是其导致的拉弯耦合效应较弱,对圆柱壳双稳态的性能影响很小,一般不考

考虑其对双稳态特性的影响^[8-9]。

2 跳变与跳回过程的有限元模拟

为了研究圆柱壳整个变形过程中应力分布及变化情况,采用 ABAQUS 有限元软件来模拟双稳态层合圆柱壳的稳态跳变过程。考虑到反对称铺层的圆柱壳在两个稳态跳变的过程中发生了非线性变形的特点,模拟过程中打开几何非线性选项,并取衰减因子为 0.000 2,从而使计算结果更容易收敛。材料选用 T700-3234 碳纤维环氧树脂复合材料, $[45^\circ/-45^\circ/45^\circ/-45^\circ]$ 反对称铺层。单元类型采用 S4R 减缩积分壳单元,可在保证结果精度的条件下降低计算成本。材料参数如表 1 所示, n 为铺层层数, t 为单层板厚度。

表 1 T700-3234 复合材料单层板材料参数

Tab. 1 Material properties of T700-3234 composite unidirectional lamina

$E_{11}/$ GPa	$E_{12}/$ GPa	$G_{12}/$ GPa	$G_{13}/$ GPa	$G_{23}/$ GPa	ν_{12}	t/mm	n
123	8.4	4.0	4.0	3.0	0.32	0.12	4

借鉴现有的双稳态层合板实验加载方法^[10],在 ABAQUS 软件中建立简化模型,如图 1 所示。取半圆柱壳为研究对象,如图 2 所示,曲边半径 $R=25\text{ mm}$,直边长 $L=100\text{ mm}$ 。在圆柱壳的两条圆弧壳边使用光滑支撑,并在两条直线壳边上利用刚性压头施加向下的位移载荷,实现圆柱壳从第一稳态到第二稳态的跳变(snap-through)过程。在圆柱壳到达第二个稳定状态后,抬起刚性压头,将试样顺时针旋转 90° 。之后再利用压头施加向下的位移载荷,直至圆柱壳完成从第二稳态变回第一稳态的跳回(snap-back)过程。整个加载和跳变过程如图 3 所示。

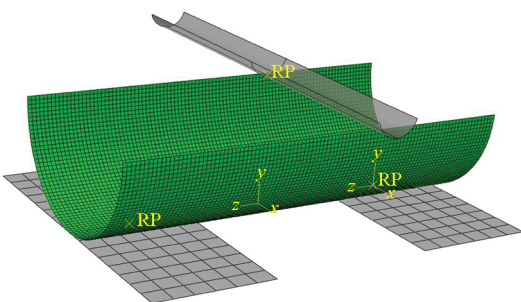
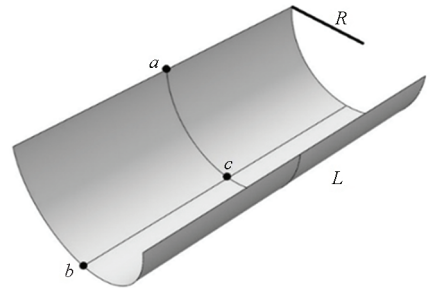
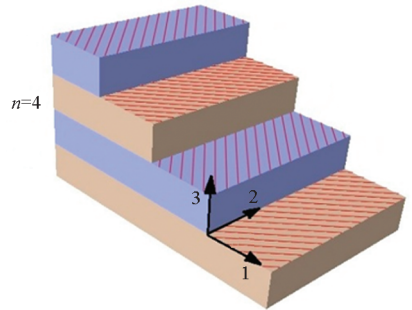


图 1 双稳态圆柱壳有限元分析模型
Fig. 1 Finite element analysis model of bistable cylindrical shell



(a) 几何参数
(a) Geometric sizes



(b) 铺层
(b) Lay-up

图 2 圆柱壳几何参数与铺层

Fig. 2 Geometric sizes and lay-up of the cylindrical shells

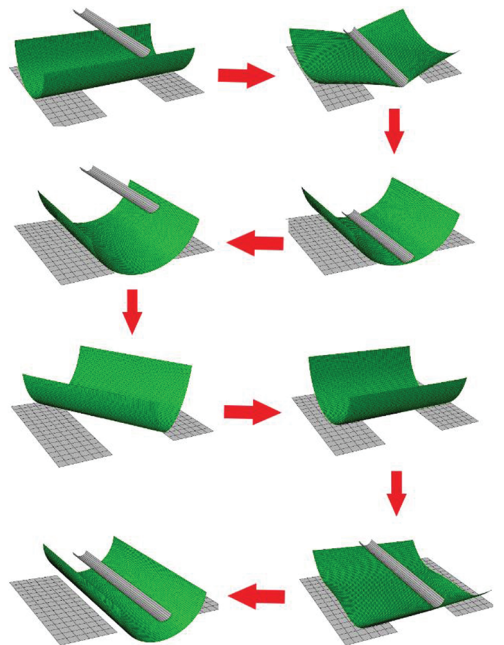


图 3 双稳态圆柱壳变形过程示意图

Fig. 3 Snap-through and snap-back process of the shell

3 结果与分析

3.1 不同结构特征点应力变化情况分析

对于几何与材料参数已确定的双稳态圆柱壳,稳态跳变过程中对应力情况有影响的主要因素是变形载荷的加载方式与位置。由于使用压杆

施加位移载荷,故取压杆加载位置,即第一稳态的直边中点 a 、第一稳态的圆弧边中点 b 和圆柱壳中心点 c 为特征点,如图 2 所示。

这些点在跳变过程中, von Mises 应力情况随压杆加载位移变化的曲线如图 4 所示。可以看到,在跳变过程中, a 点的 von Mises 等效应力整体上大于 c 点,而 b 点的最小。 a 、 c 两点应力在整个跳变过程中随着压杆下压而增大,而在形态变换的变形之后有一定减小,到达稳定值。而 b 点则是首先在变形时到达应力极小值,接近于零,在跳变变形之后增大至稳定值。

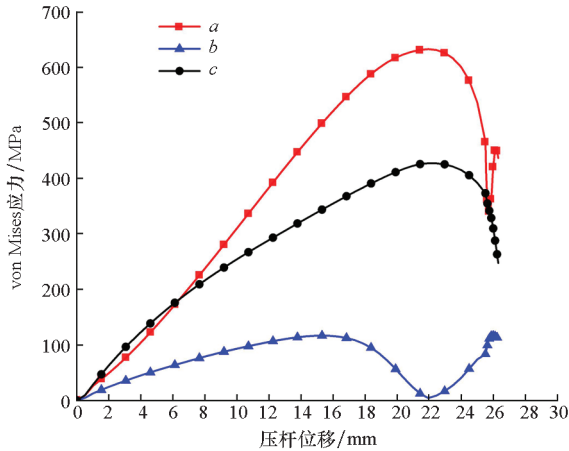


图 4 跳变过程中 a 、 b 、 c 点的应力变化曲线
Fig. 4 Stress curve at points a , b and c during snap-through process

在跳回过程中 a 、 b 、 c 点的应力变化情况如图 5 所示,载荷加载点 b 的 Mises 等效应力在变形之前略小于 a 点,两者除了在形态变换瞬间的屈曲状态下有应力突然变大的情况,其余均呈下降趋势。但是在跳回变形过程中 c 点的应力先增大,在发生跳回变形的形态变换之后迅速减小。

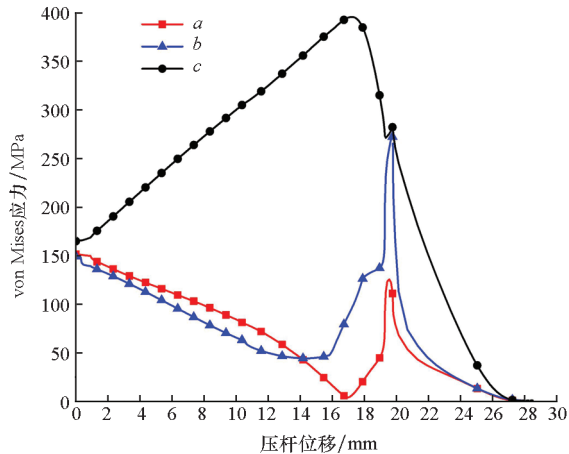


图 5 跳回过程中 a 、 b 、 c 点的应力变化曲线
Fig. 5 Stress curve at points a , b and c during snap-back process

3.2 圆柱壳上最大应力与载荷间的关系分析

圆柱壳跳变与跳回变形均依靠压杆施加的压力载荷,通过读取压杆受到的支撑反力就可以获得每个时刻下圆柱壳受到的驱动力载荷大小。以压杆位移为横坐标,将对应时刻下驱动力与圆柱壳上最大 von Mises 应力进行绘制,可得到跳变过程与跳回过程中驱动力与最大 von Mises 应力的变化趋势。

在跳变过程中,开始时驱动力与圆柱壳上的最大 von Mises 应力均随着压杆位移的增大而增大。在跳变过程中形态切换开始前的瞬间,驱动力到达最大点,之后开始下降,直至减小到零。而整个圆柱壳上的最大 von Mises 应力,则在驱动力到达最大点之后,即在形态切换的过程中产生,在形态切换的变形过程结束后下降至稳定点,如图 6 所示。

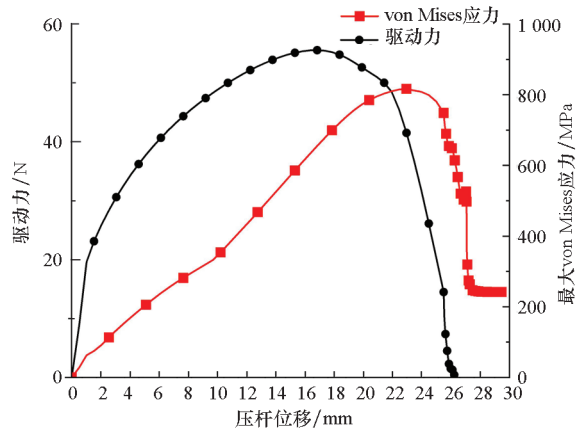


图 6 跳变过程中驱动力与最大 von Mises 应力的变化情况对比

Fig. 6 Change comparison between driving force and maximum von Mises stress during snap-through process

同理,在跳回过程中,开始时驱动力与圆柱壳上的最大 von Mises 应力也随着压杆位移的增大而增大,但最大 von Mises 应力变化的幅度相对较小。且驱动力也先于最大 von Mises 应力到达最大点。和跳变过程一样,驱动力与最大 von Mises 应力的变化趋势并不同步,如图 7 所示。

这是因为压杆下压至该稳态与另一个稳态的临界状态时,驱动力先到达最大值,此时结构自动开始两种稳态间的切换过程,即跳变或跳回过程开始,驱动力减小。而在跳变或者跳回的过程中,圆柱壳慢慢到达最严重的非线性屈曲状态,此时应力到达最大值,故应力晚于驱动力到达最大值。

3.3 整个跳变与跳回过程中圆柱壳上最大应力的变化情况分析

圆柱壳在整个跳变跳回过程中,即从第一稳

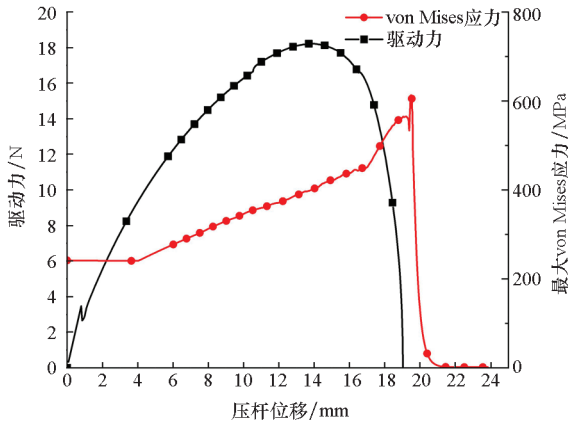


图 7 跳回过程中驱动力与最大 von Mises 应力的变化情况对比

Fig. 7 Change comparison between driving force and maximum von Mises stress during snap-through process

态跳变到第二稳态,再从第二稳态跳回到第一稳态的两个过程中,应力分布情况有明显的不同。

在跳变过程中,最大应力发生在载荷施加点与约束点附近。即压杆与圆柱壳接触位置以及圆柱壳支撑点位置附近处的应力最大。这些位置受到外界施加的载荷,是整个结构在跳变过程中应力分布最集中的区域,如图 8 所示。

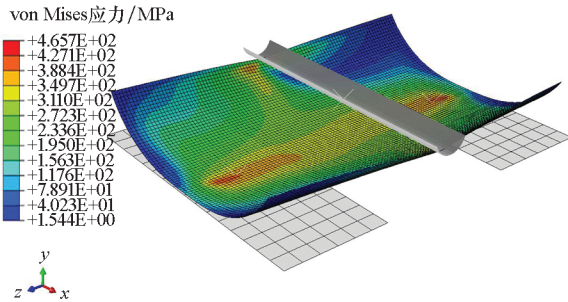


图 8 跳变过程中应力较大区域分布情况

Fig. 8 Distribution of larger stress areas during snap-through process

圆柱壳经过跳变过程,从第一稳态变换到第二稳态之后,应力分布情况如图 9 所示。可以看到,由于圆柱壳采用反对称铺层设计,应力关于双稳态复合材料壳的中心对称。并且应力较大的区域主要集中在沿对角线方向的 4 个角内侧附近,即沿碳纤维方向的纤维末端附近,von Mises 应力最大达 217.4 MPa。

圆柱壳在跳回变形过程开始时处于第二稳态,而第二稳态下圆柱壳上本来就已经有应力分布,故而在跳回过程中,圆柱壳上的应力分布情况又与跳变过程不同,如图 10、图 11 所示。在跳回过程中,应力最大的区域有所变化。首先是圆柱壳与支撑面的接触点附近区域和第二稳态下圆柱

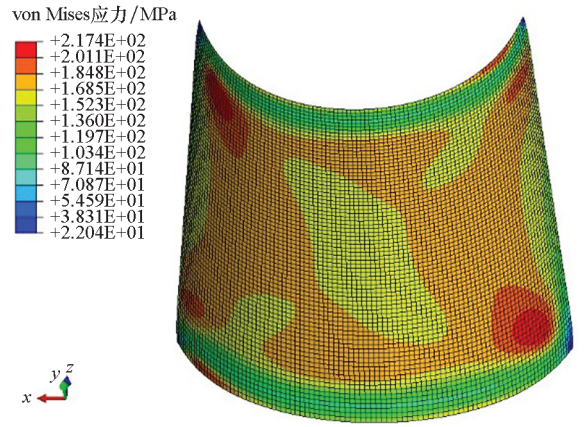


图 9 第二稳态下圆柱壳应力分布情况

Fig. 9 Stress distribution of cylindrical shell at the second stable state

壳的应力最大点区域,如图 10 所示。随着压杆继续下压,应力最大的区域集中到了圆柱壳和支撑面的接触面区域,如图 11 所示。而圆柱壳与压杆接触点附近的应力,在整个跳回过程中均较小,低于圆柱壳上应力的平均值。

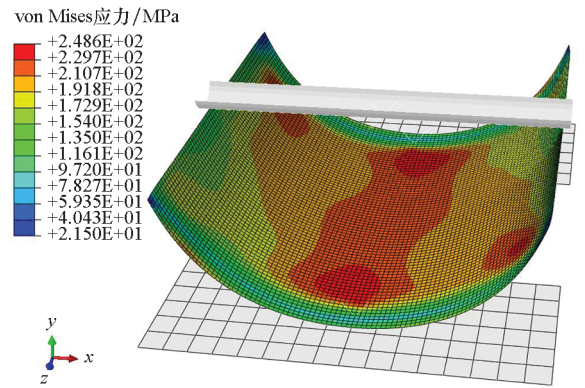


图 10 跳回过程初期应力较大区域的分布情况

Fig. 10 Distribution of larger stress areas at initial stage during snap-back process

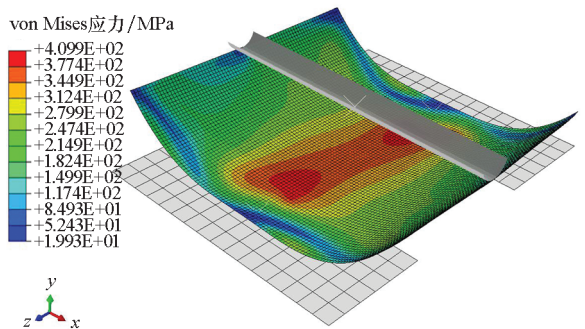


图 11 跳回过程后期应力较大区域的分布情况

Fig. 11 Distribution of stress areas at late stage during snap-back process

取有限元分析过程的分析步时间为横坐标,绘制整个圆柱壳上对应时刻的最大应力,如图 12

所示。由图 12 可见,在整个变形过程中,跳变过程中圆柱壳上的最大应力大于跳回过程,而跳回过程中圆柱壳上的最大应力变化更快,而且应力分布情况更复杂。

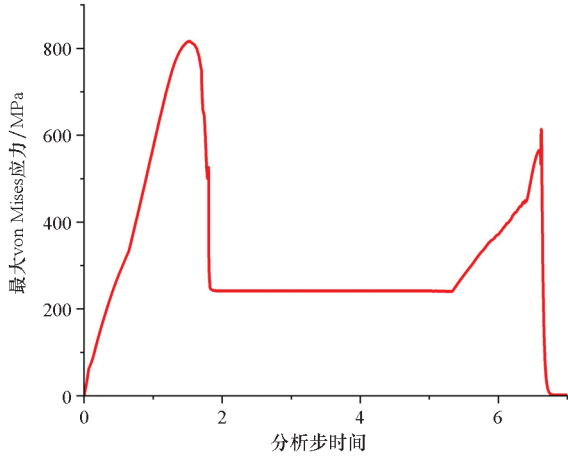


图 12 整个跳变跳回过程中圆柱壳模型积分点上最大 Mises 应力的变化情况

Fig. 12 The variation of the maximum Mises stress on the cylindrical shell during the entire process

4 结论

依据复合材料单层板应力应变关系与经典层合板理论,建立了反对称铺层碳纤维复合材料圆柱壳有限元分析模型,并分析了跳变与跳回全过程。

1)在跳变过程中,应力主要集中在载荷施加位置以及约束施加的位置,即压杆和支撑面分别与圆柱壳的接触位置。因为这两个位置是外部载荷的施加位置,受到外部载荷作用。尤其是压杆与圆柱壳接触位置,在跳变过程形态切换瞬间的应力达到整个变形过程中的应力最大值。相比于支撑面与圆柱壳的接触位置,压杆与圆柱壳的接触面更小,故而应力集中现象更明显。

2)在第二稳态下,由于圆柱壳采用反对称铺层,材料铺层设计本身关于圆柱壳的中心呈中心对称分布,所以应力关于圆柱壳的中心对称分布。铺设角为 $\pm 45^\circ$,即碳纤维方向为圆柱壳的对角线方向,故沿对角线处的应力较大,最大应力位于圆柱壳的四角内侧附近。

3)在跳回过程中,圆柱壳上应力较大的区域主要是第二稳态下的应力较大的区域以及圆柱壳与支撑面的接触位置,同样是因为该位置是外部载荷的施加位置。而圆柱壳与压杆的接触位置受到外部载荷的作用,产生的应力恰好抵消了材料因变形而产生的应力,总的应力较小,低于整个结构的平均值。

4)载荷即压杆驱动力和圆柱壳上最大应力的变化趋势相同,但是并不同步。驱动力先于应

力到达最大值,之后结构的稳态开始自动切换,驱动力减小。而在稳态切换的过程中,圆柱壳在非线形屈曲最严重的状态下应力到达最大值。

通过分析圆柱壳上应力的变化情况,可以对双稳态结构、变形驱动装置以及约束装置等进行优化设计,如增大外载荷与圆柱壳的接触面积,减小变形过程中双稳态结构的应力,减小结构和材料的损伤,降低破坏风险。

参考文献 (References)

- [1] 张征, 吴和龙, 吴化平, 等. 双稳态结构驱动的可变形机翼模型研究[J]. 轻工机械, 2012, 30(1): 39-42, 47. ZHANG zheng, WU Helong, WU Huaping, et al. Research on the morphing airfoil's model driven by the bistable composite structure [J]. Light Industry Machinery, 2012, 30(1): 39-42, 47. (in Chinese)
- [2] 胡建强, 潘殿坤, 戴福洪. 混杂薄膜天线层的双稳态复合材料层板电性能[J]. 复合材料学报, 2018, 35(4): 857-865. HU Jianqiang, PAN Diankun, DAI Fuhong. Mechanical and electric performance of bistable composite laminates with membrane antenna [J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2018, 35(4): 857-865. (in Chinese)
- [3] COSTANTINE J, TAWK Y, CHRISTODOULOU C G, et al. CubeSat deployable antenna using bistable composite tape-springs [J]. IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, 2012, 11: 285-288.
- [4] 高仁璟, 李明丽, 赵剑, 等. 基于预应力和局部加强结构的特定性能双稳态结构设计[J]. 机械工程学报, 2019, 55(3): 162-168. GAO Renjing, LI Mingli, ZHAO Jian, et al. Design of specific properties for bistable structures based on pre-stress and localization reinforcement [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2019, 55(3): 162-168. (in Chinese)
- [5] SOUSA C S, CAMANHO P P, SULEMAN A. Analysis of multistable variable stiffness composite plates[J]. Composite Structures, 2013, 98: 34-46.
- [6] ZHANG Z, WU H, YE G, et al. Systematic experimental and numerical study of bistable snap processes for anti-symmetric cylindrical shells[J]. Composite Structures, 2014, 112: 368-377.
- [7] MATTIONI F, WEAVER P M, POTTER K D, et al. The application of thermally induced multistable composites to morphing aircraft structures [C]// Proceedings of Industrial and Commercial Applications of Smart Structures Technologies, 2008, 6930: 693012.
- [8] TAWFIK S A, DANCILA D S, ARMANIOS E. Planform effects upon the bistable response of cross-ply composite shells[J]. Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, 2011, 42(7): 825-833.
- [9] IQBAL K, PELLEGRINO S, DATON-LOVETT A. Bi-stable composite slit tubes [C]// Proceedings of IUTAMIAS Symposium on Deployable Structures: Theory and Applications, 2000: 153-162.
- [10] GUEST S D, PELLEGRINO S. Analytical models for bistable cylindrical shells [J]. Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 2006, 462(2067): 839-854.