

重力扰动对 SINS 水平姿态的影响*

安文¹, 许江宁¹, 吴苗¹, 李峰²

(1. 海军工程大学 电气工程学院, 湖北 武汉 430033; 2. 海军研究院, 北京 100161)

摘要:为研究动基座下捷联惯导系统(Strapdown Inertial Navigation System, SINS)水平姿态误差角与水平重力扰动间的关系,推导了南北方向、东西方向匀速直线运动时,SINS 纯惯性解算的水平姿态误差与水平重力扰动间的传递函数,并分析了传递函数的零极点分布;推导了组合导航模式下,水平姿态误差角与水平重力扰动间的传递函数;通过仿真分析了纯惯性解算和组合导航模式下传递函数的幅频特性。组合导航相对于纯惯性解算模式,截止频率更大,SINS 姿态误差角受更多高频重力扰动信号的影响,因此,组合导航模式需要更高分辨率的重力扰动数据来进行重力扰动补偿。此外,在对高精度 SINS 进行重力扰动补偿时,对于重力扰动分辨率的需求是有限度的,过于精细的重力扰动数据只会带来测量和存储压力,不能提高 SINS 的姿态精度。

关键词:捷联惯导系统;姿态误差;重力扰动;传递函数

中图分类号:U666.1 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2021)03-135-07

Influence of gravity disturbance for SINS horizontal attitude

AN Wen¹, XU Jiangning¹, WU Miao¹, LI Feng²

(1. College of Electrical Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China;

2. Naval Research Academy, Beijing 100161, China)

Abstract: In order to study the relationship between horizontal attitude error angle and horizontal gravity disturbance of SINS (strapdown inertial navigation system) on moving base, the transfer function between horizontal attitude error and horizontal gravity disturbance on SINS mechanization was deduced in uniform linear motion in North-South direction and East-West direction. The distribution of zero and pole of transfer function was analyzed. In addition, the transfer function between horizontal attitude error angle and horizontal gravity disturbance was analyzed in integrated navigation mode. The amplitude-frequency characteristics of transfer function on SINS mechanization and integrated navigation mode were analyzed by simulation. Compared with the SINS mechanization, the cut-off frequency of integrated navigation mode was higher, and the attitude error angle of inertial navigation was affected by high-frequency gravity disturbance signals more obviously. Therefore, the INS needs higher resolution gravity disturbance data to compensate the gravity disturbance in the integrated navigation mode. However, there is a limit for the resolution of gravity disturbance used to compensate for the high-precision inertial navigation system. Too fine gravity disturbance data will only bring cost for measurement and storage instead of improving the attitude accuracy of the inertial navigation system.

Keywords: strapdown inertial navigation system; attitude error; gravity disturbance; transfer function

惯性导航系统(INS, Inertial Navigation System)是目前水下大型航行器最常用的导航方式,随着惯性测量单元(Inertial Measurement Unit, IMU)精度的提升,以及对导航精度要求的提高,重力扰动对 INS 的影响愈发凸显^[1-3],同时,重力扰动也成为限制惯性导航精度的重要因素^[4]。尤其是水平重力扰动,1 mGal 水平重力扰动约引起 0.2"的水平姿态误差^[5],而水平重力扰动常常为几十到一百毫伽,个别地区可达到几百毫

伽^[6]。因此,有必要对重力扰动引起的 INS 导航误差的机理进行研究。

文献[7]将垂线偏差视为平台倾角误差,利用简化的垂线偏差统计模型推导了导航系统位置误差的均方差。文献[8]建立了包含重力扰动的捷联惯导系统(Strapdown INS, SINS)误差模型,仿真结果表明重力扰动垂直方向异常分量对惯性姿态测量系统的影响可以忽略,垂线偏差是影响系统精度的主要因素。文献[9]研究了扰动引力

* 收稿日期:2019-10-16

基金项目:国家重点研发计划资助项目(2016YFB0501701,2016YFB0501700);国家自然科学基金资助项目(41804076)

作者简介:安文(1991—),女,河南许昌人,博士研究生,E-mail:anwen91@sina.com;

许江宁(通信作者),男,教授,博士,博士生导师,E-mail:xujianning2005@163.com

对弹道导弹命中精度的影响,为补偿地球扰动引力对导弹运动的影响提供了理论基础。文献[10]分析了重力扰动在定位定向系统中的误差传递,并提出一种实时的重力补偿方法。文献[11]研究了静基座下垂线偏差对 INS 初始对准的影响。文献[12]从重力扰动对惯性导航误差的影响机理分析入手,指出重力扰动是影响高精度零速修正导航精度的最主要误差源之一。文献[13]建立了包含重力扰动的惯导误差模型,分三种情况讨论了单通道下重力扰动矢量对 INS 的影响。文献[14]分别阐述了初始对准和纯惯导解算时,水平加速度计零偏与水平重力扰动间的耦合效应,重力扰动对惯导系统的影响等效为加速度计零偏。文献[15]设计了一个 INS/GNSS 组合导航仿真轨迹发生器,但仿真中并未加入重力扰动。

水平重力扰动与位置相关,根据重力场的球谐函数模型,可以认为水平重力扰动是一系列与位置有关的正弦函数的叠加。当载体发生位移时,水平重力扰动不能视为常量作用于 INS,而应该视为一系列不同幅值和频率的正弦波,因此有必要研究 INS 姿态误差与水平重力扰动间的幅频特性。但目前关于重力扰动与 INS 姿态误差之间关系的研究,主要存在两方面不足:一是没有给出运动条件下水平重力扰动与 INS 水平姿态误差间的误差传递表达式;二是没有研究组合导航模式下,重力扰动对 INS 水平姿态误差的影响。

本文以 SINS 为研究对象,首先推导了南北方向、东西方向匀速直线运动时,纯惯性解算的水平姿态误差与水平重力扰动间的传递函数;然后绘制了常用速度和位置范围内传递函数的零极点分布图;之后根据组合导航模式下的误差传递结构图,推导了组合导航模式下水平姿态误差与水平重力扰动间的传递函数;最后分别给出 $V_N = 10 \text{ m/s}$, $L = 30^\circ$ 和 $V_E = 10 \text{ m/s}$, $L = 30^\circ$ 时传递函数的 Bode 图,分析了纯惯性解算模式和组合导航模式下,传递函数的幅频特性,并针对如何提高 SINS 解算精度问题给出建议。

1 纯惯性解算时的误差传递函数

由于 SINS 高度通道发散,实际中常常引入阻尼,因此只研究水平回路。由于重力测量作业时,要求载体尽可能沿直线匀速航行,水平方向的匀速直线运动可以分解为南北方向的匀速直线运动和东西方向的匀速直线运动,因此分别分析两种

方向匀速直线运动时水平重力扰动对 SINS 水平姿态误差的影响。定义当地地理坐标系(东-北-天)为导航坐标系(n系),SINS 误差方程为:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{x} = (\phi_E, \phi_N, \phi_U, \delta V_E, \delta V_N, \delta L, \delta \lambda)^T$ 为状态量, ϕ_E, ϕ_N, ϕ_U 为东向、北向和天向失准角, $\delta V_E, \delta V_N$ 为东向和北向速度误差, δL 为纬度误差, $\delta \lambda$ 为经度误差; $\mathbf{u} = (\varepsilon_E, \varepsilon_N, \varepsilon_U, \nabla_E - g_{dE}, \nabla_N - g_{dN})^T$ 为作用于系统的误差源,是输入量, $\varepsilon_E, \varepsilon_N, \varepsilon_U$ 为东向、北向、天向陀螺漂移, ∇_E, ∇_N 为东向和北向加速度计零偏, g_{dE}, g_{dN} 为东向和北向重力扰动; \mathbf{A} 和 \mathbf{B} 为 7×7 系统矩阵; \mathbf{B} 为 7×5 输入矩阵。 \mathbf{A} 和 \mathbf{B} 中的非零元素为: $A_{1,2} = \omega_{ie} \sin L + V_E (\tan L)/R$; $A_{1,3} = -\omega_{ie} \cos L - V_E/R$; $A_{1,5} = -1/R$; $A_{2,1} = -\omega_{ie} \sin L - V_E (\tan L)/R$; $A_{2,3} = -V_N/R$; $A_{2,4} = 1/R$; $A_{2,6} = -\omega_{ie} \sin L$; $A_{3,1} = \omega_{ie} \cos L + V_E/R$; $A_{3,2} = V_N/R$; $A_{3,4} = (\tan L)/R$; $A_{3,6} = \omega_{ie} \cos L + V_E (\sec^2 L)/R$; $A_{4,2} = -g$; $A_{4,4} = V_N (\tan L)/R$; $A_{4,5} = 2\omega_{ie} \sin L + V_E (\tan L)/R$; $A_{4,6} = 2V_N \omega_{ie} \cos L + V_E V_N (\sec^2 L)/R$; $A_{5,1} = g$; $A_{5,4} = -2\omega_{ie} \sin L - 2V_E \tan L/R$; $A_{5,6} = -2V_E \omega_{ie} \cos L - V_E^2 (\sec^2 L)/R$; $A_{6,5} = 1/R$; $A_{7,4} = (\sec L)/R$; $A_{7,6} = V_E \tan L (\sec L)/R$ 。

系统输出方程为:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{H}\mathbf{x} \quad (2)$$

式中: $\mathbf{Y} = (\phi_E, \phi_N)^T$ 为输出量; \mathbf{H} 为 2×7 输出矩阵, $H_{1,1} = 1, H_{2,2} = 1$ 。

根据式(1)和式(2),绘制系统输入、输出间的结构图,如图 1 所示。

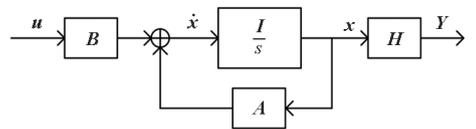


图 1 式(1)和式(2)对应的系统结构图

Fig. 1 Diagram of system described by Eq. (1) & Eq. (2)

系统输入输出间的传递函数为:

$$\frac{\mathbf{Y}(s)}{\mathbf{U}(s)} = \mathbf{H}(\mathbf{I}s - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B} \quad (3)$$

1.1 南北方向匀速直线运动

当载体沿南北方向匀速直线运动时,状态矩阵 \mathbf{A} 中东向速度 $V_E = 0$ 。根据式(1)~(3)和图 1,得到南北方向匀速直线运动时 SINS 水平姿态误差与水平重力扰动间的传递函数为:

$$\frac{\phi_E(s)}{g_{dN}(s)} = \frac{n_{14}s^4 + n_{13}s^3 + n_{12}s^2 + n_{11}s + n_{10}}{s^6 + d_5s^5 + d_4s^4 + d_3s^3 + d_2s^2 + d_1s + d_0} \quad (4)$$

$$\frac{\phi_N(s)}{g_{dE}(s)} = \frac{n_{24}s^4 + n_{23}s^3 + n_{22}s^2 + n_{21}s + n_{20}}{s^6 + d_5s^5 + d_4s^4 + d_3s^3 + d_2s^2 + d_1s + d_0} \quad (5)$$

其中: $n_{10} = \omega_{ie}^2(2V_N^2 + R^2\omega_s^2)/R^3$; $n_{11} = -V_N[V_N^2 + R^2(\omega_s^2 - \omega_{ie}^2)](\tan L)/R^4$; $n_{12} = [V_N^2 + R^2(\omega_{ie}^2 + \omega_s^2)]/R^3$; $n_{13} = -V_N^2(\tan L)/R^2$; $n_{14} = 1/R$; $d_0 = \omega_{ie}^2\omega_s^2(2V_N^2/R^2 + \omega_s^2)$; $d_1 = 2V_N\omega_{ie}^2(V_N^2 + R^2\omega_{ie}^2)(\sin 2L)/R^3 - V_N^3\omega_s^2(\tan L)/R^3 - V_N\omega_s^2(\omega_s^2 - \omega_{ie}^2)(\tan L)/R$; $d_2 = V_N^2(2\omega_{ie}^2 + \omega_s^2)/R^2 + 2\omega_{ie}^4 + 2\omega_{ie}^2\omega_s^2 + \omega_s^4 - 2\omega_{ie}^2(V_N^2 + R^2\omega_{ie}^2)(\cos 2L)/R^2$; $d_3 = [R^2V_N\omega_{ie}^2 \cdot \sec L(\sin 3L) - V_N(V_N^2 + 2R^2\omega_s^2)\tan L]/R^3$; $d_4 = 3\omega_{ie}^2 + 2\omega_s^2 - 2\omega_{ie}^2(\cos 2L) + V_N^2/R^2$; $d_5 = -V_N(\tan L)/R$; $n_{20} = -\omega_{ie}^2\omega_s^2/R$; $n_{21} = V_N\omega_s^2(\tan L)/R^2$; $n_{22} = -(\omega_{ie}^2 + \omega_s^2)/R$; $n_{23} = V_N(\tan L)/R^2$; $n_{24} = -1/R$; $\omega_s = \sqrt{g/R}$ 为舒拉频率。

记式(4)和式(5)的极点为 $p_i (i=1, 2, 3, \dots, 6)$, 式(4)的零点为 $z_{1i} (i=1, 2, 3, 4)$, 式(5)的零点为 $z_{2i} (i=1, 2, 3, 4)$, 其中极点 p_1 与 p_2, p_3 与 p_4, p_5 与 p_6 , 零点 z_{11} 与 z_{12}, z_{13} 与 z_{14}, z_{21} 与 z_{22}, z_{23} 与 z_{24} 分别互为共轭。

1.2 东西方向匀速直线运动

当载体沿东西方向匀速直线运动时, 状态矩阵 A 中北向速度 $V_N = 0$ 。根据式(1)~(3)和图1, 得到东西方向匀速直线运动时 SINS 水平姿态误差与水平重力扰动间的传递函数为:

$$\frac{\phi_E(s)}{g_{dN}(s)} = \frac{n_{12}s^2 + n_{10}}{d_4s^4 + d_2s^2 + d_0} \quad (6)$$

$$\frac{\phi_N(s)}{g_{dE}(s)} = \frac{n_{22}s^2 + n_{20}}{d_4s^4 + d_2s^2 + d_0} \quad (7)$$

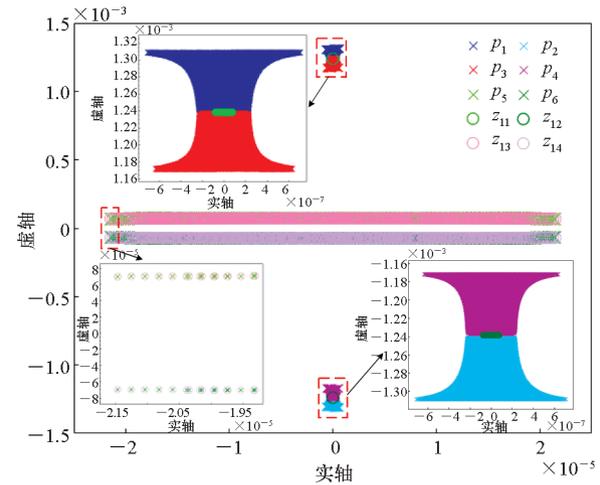
其中: $n_{10} = 2R^2\omega_s^2\cos^2L$; $n_{12} = 2R^2\cos^2L$; $d_0 = R^3\omega_s^4 + R\omega_s^2(2V_E^2 + R^2\omega_s^2 + 4RV_E\omega_{ie}\cos L)\cos(2L)$; $d_2 = 4RV_E^2 + R^3(\omega_{ie}^2 + 2\omega_s^2) + 6R^2V_E\omega_{ie}\cos L - 2R(V_E^2 - R^2\omega_s^2)\cos(2L) - R^3\omega_{ie}^2\cos(4L) - 2R^2V_E\omega_{ie}\cos(3L)$; $d_4 = 2R^3\cos^2L$; $n_{20} = -R^2\omega_s^2 - (2V_E^2 + R^2\omega_s^2 + 4RV_E\omega_{ie}\cos L)\cos(2L)$; $n_{22} = -2R^2\cos^2L$ 。

记式(6)和式(7)的极点为 $p_i (i=1, 2, 3, 4)$, 式(6)的零点为 z_{11} 和 z_{12} , 式(7)的零点为 z_{21} 和 z_{22} , 其中极点 p_1 与 p_2, p_3 与 p_4 , 零点 z_{11} 与 z_{12}, z_{21} 与 z_{22} 分别互为共轭。

2 传递函数零极点分布

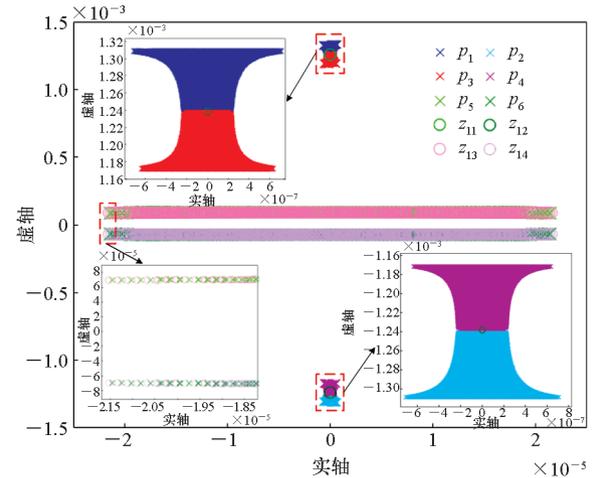
从式(4)~(7)可以看出, SINS 水平姿态误差与水平重力扰动间的传递函数与载体速度和位置有关。图2显示了常用速度 $V_N \in [-100 \text{ m/s},$

100 m/s] 和位置 $L \in [0^\circ, 70^\circ]$ 范围内, 传递函数式(4)和式(5)的零极点分布。从图2(a)可以看出, 在上述速度和位置范围内, 传递函数式(4)的零极点分布非常集中, 有一对零极点 p_5, p_6 与 z_{13}, z_{14} 的分布虽然相对不集中, 但这对零极点可以相消。从图2(b)可以看出, 传递函数式(5)的零极点除了可对消的零极点对 p_5, p_6 与 z_{23}, z_{24} 之外, 其他零极点的分布也非常集中。因此, 可以选择上述速度和位置范围内任意一组速度和位置对应的传递函数的特征来代表整类运动模式下 SINS 水平姿态误差与水平重力扰动间的误差传递特征。



(a) 式(4)的零极点分布

(a) Distribution of zeros and poles of Eq. (4)



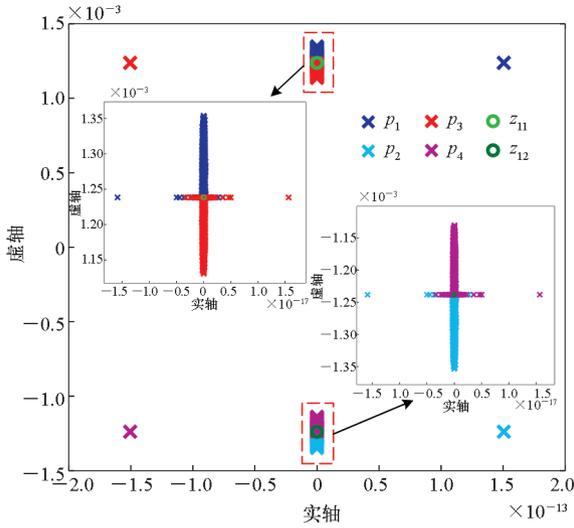
(b) 式(5)的零极点分布

(b) Distribution of zeros and poles of Eq. (5)

图2 南北方向运动的传递函数零极点分布
Fig. 2 Distribution of zeros and poles of transfer functions for north-south motion

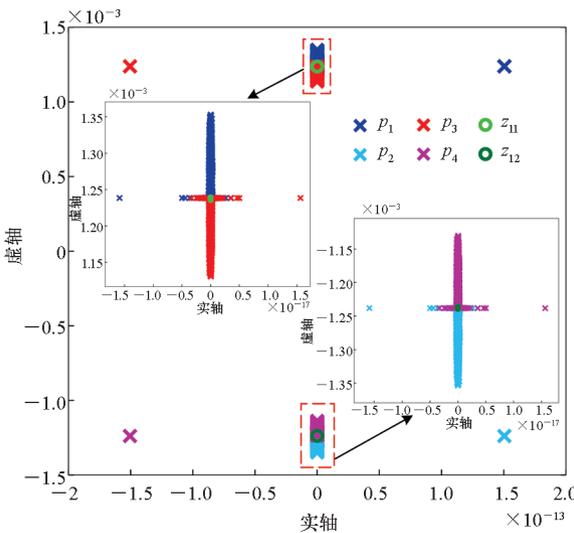
图3给出了 $V_E \in [-100 \text{ m/s}, 100 \text{ m/s}]$, $L \in [0^\circ, 70^\circ]$ 时, 传递函数式(6)和式(7)的零极点分布。从图3可以看出, 传递函数式(6)和式(7)

的零极点也分布在一个集中的范围,因此也可以选择任意一对东向速度和位置对应的传递函数的特征来代表整类运动模式下 SINS 水平姿态误差与水平重力扰动间的误差传递特征。



(a) 式(6)的零极点分布

(a) Distribution of zeros and poles of Eq. (6)



(b) 式(7)的零极点分布

(b) Distribution of zeros and poles of Eq. (7)

图 3 东西方向运动的传递函数零极点分布

Fig. 3 Distribution of zeros and poles of transfer functions for east-west motion

3 组合导航模式下的误差传递函数

当 SINS 工作在组合导航模式时,将陀螺漂移和加速度计零偏建模为常值项与随机项之和,用位置作为观测量,系统滤波模型为:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{w} \\ \mathbf{z} = \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{v} \end{cases} \quad (8)$$

其中: $\bar{\mathbf{A}}$ 为 12×12 状态矩阵; $\mathbf{x} = (\phi_E, \phi_N, \phi_U, \delta V_E, \delta V_N, \delta L, \delta \lambda, \varepsilon_E^c, \varepsilon_N^c, \varepsilon_U^c, \nabla_E^c, \nabla_N^c)^T$ 为状态量,

$\varepsilon_E^c, \varepsilon_N^c, \varepsilon_U^c$ 分别为东向、北向、天向的陀螺常值漂移, ∇_E^c, ∇_N^c 分别为东向和北向的加速度计常值零偏; \mathbf{B} 为 12×2 输入矩阵; $\mathbf{u} = (g_{dE}, g_{dN})^T$ 为系统输入; $\mathbf{z} = (\delta L, \delta \lambda)^T$ 为观测量; \mathbf{C} 为 2×12 观测矩阵; \mathbf{w} 为系统噪声, \mathbf{v} 为量测噪声。 $\bar{\mathbf{A}}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ 中的非零元为 $\bar{A}_{1:7,1:7} = \mathbf{A}; \bar{A}_{1,8} = -1; \bar{A}_{2,9} = -1; \bar{A}_{3,10} = -1; \bar{A}_{4,11} = 1; \bar{A}_{5,12} = 1; B_{4,1} = -1; B_{5,2} = -1; C_{1,6} = 1; C_{2,7} = 1$ 。

系统的输出方程为:

$$\mathbf{y} = \bar{\mathbf{H}}\mathbf{x} \quad (9)$$

式中: $\mathbf{y} = (\phi_E, \phi_N)^T$ 为输出量; $\bar{\mathbf{H}}$ 为 2×12 输出矩阵,非零元为 $\bar{H}_{1,1} = 1, \bar{H}_{2,2} = 1$ 。

Kalman 滤波模型能够得到 \mathbf{x} 中能观状态的最优估计,并给出最优增益矩阵 \mathbf{K} 。组合导航模式下,系统误差传递的结构如图 4 所示。

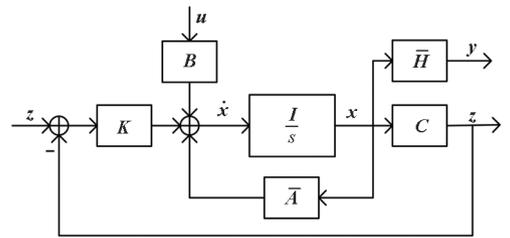


图 4 组合导航模式下系统结构图

Fig. 4 Diagram of system under integrated navigation mode

根据式(8)、式(9)和图 4,系统输入输出间的传递函数为:

$$\frac{\mathbf{Y}(s)}{\mathbf{U}(s)} = \bar{\mathbf{H}}(\mathbf{I}s - \bar{\mathbf{A}} + \mathbf{K}\mathbf{C}_1)^{-1}\mathbf{B} \quad (10)$$

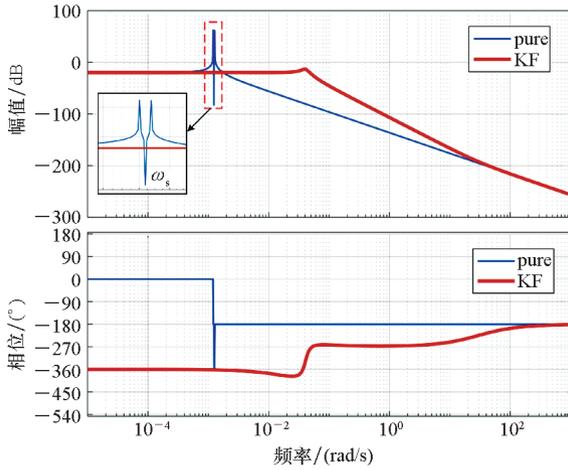
当没有 Kalman 滤波环节时, \mathbf{K} 为零矩阵,传递函数退化为纯惯性解算模式,如式(3)所示。比较式(10)和式(3),可以看出, Kalman 滤波器的引入改变了系统的基本模态,也会改变零极点分布。因此只分析纯惯性解算模式 SINS 水平姿态误差与水平重力扰动间的关系是不够的。

4 仿真及应用分析

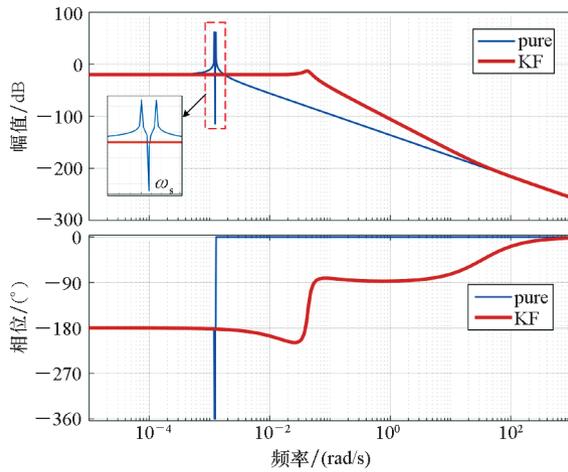
由第 2 节的分析可知,当载体沿南北方向或东西方向匀速直线运动时,可以选择常用位置和速度范围内任意一组位置和速度下传递函数的特征来代表整类运动。因此,不失一般性,选择 $L = 30^\circ, V_N = 10 \text{ m/s}$ 代表南北方向匀速直线运动,选择 $L = 30^\circ, V_E = 10 \text{ m/s}$ 代表东西方向匀速直线运动。

当载体沿南北方向匀速直线运动时,绘制 SINS 水平姿态误差与水平重力扰动间传递函数的 Bode 图,如图 5 所示。图 5 中:蓝色曲线代表

纯惯性解算模式 (pure), 即传递函数式 (4) 和式 (5); 红色曲线代表组合导航模式 (KF)。



(a) ϕ_E/g_{dN}



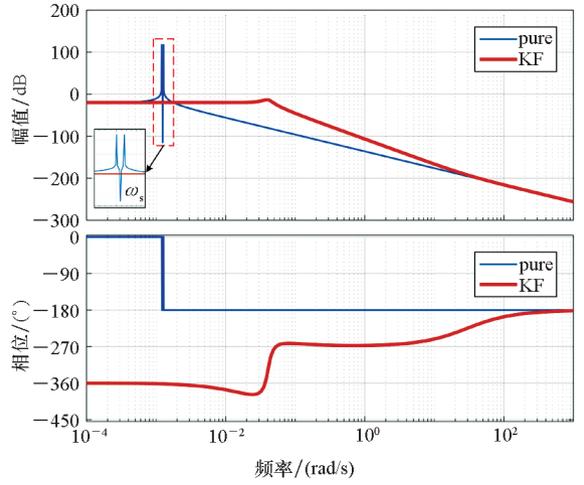
(b) ϕ_N/g_{dE}

图5 南北方向运动的传递函数 Bode 图

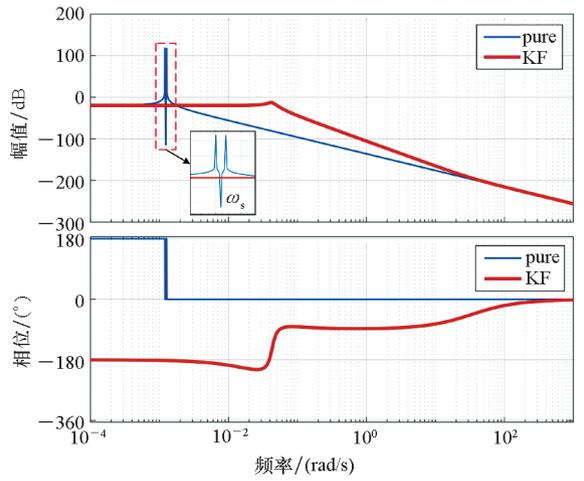
Fig. 5 Bode diagram of transfer functions for north-south motion

当载体沿东西方向匀速直线运动时, 绘制 SINS 水平姿态误差与水平重力扰动间传递函数的 Bode 图, 如图 6 所示。图 6 中: 蓝色曲线代表纯惯性解算模式, 即传递函数式 (6) 和式 (7); 红色曲线代表组合导航模式。

从图 5、图 6 可以看出, 在纯惯性解算模式下, 系统存在两个在 ω_s 附近的自然频率。当水平重力扰动为常值时 (如静基座情况下), SINS 水平姿态误差在重力扰动激励下表现为振荡运动, 振荡频率约为 ω_s ; 当水平重力扰动的频率等于自然频率时, SINS 水平姿态误差将在重力扰动的激励下振荡幅值达到最大。在组合导航模式下, Kalman 滤波器相当于在系统中加入阻尼, 同时增大了系统的截止频率, 这意味着组合导航模式下, SINS 姿态误差受更多高频重力扰动信号的影响。



(a) ϕ_E/g_{dN}



(b) ϕ_N/g_{dE}

图6 东西方向运动的传递函数 Bode 图

Fig. 6 Bode diagram of transfer functions for east-west motion

将频率范围分成三个区间: 当重力扰动信号的时间频率低于 7×10^{-4} rad/s 时, SINS 水平姿态误差与水平重力扰动间的传递函数近似为比例环节, 如式 (11) 和式 (12); 当重力扰动信号的时间频率高于 0.05 rad/s 时, 传递函数的幅值急剧衰减; 当重力扰动信号时间频率在 $7 \times 10^{-4} \sim 5 \times 10^{-2}$ rad/s 范围时, 纯惯性解算模式下传递函数幅值以 -40 dB/dec 的速度衰减, 组合导航模式下, 传递函数相位存在滞后。

$$\frac{\phi_E(s)}{g_{dN}(s)} \approx \frac{1}{10} \quad (11)$$

$$\frac{\phi_N(s)}{g_{dE}(s)} \approx -\frac{1}{10} \quad (12)$$

由于传递函数的自变量是时间频率, 而重力扰动信号是空间相关量, 通过载体运动, 转换为时间频率信号作用于系统, 转换关系如式 (13) 所示。

$$\lambda_g = 2\pi \frac{v}{\omega} \tag{13}$$

式中： ω 为时间频率， v 为载体运动速度， λ_g 为重力扰动信号波长。

不同重力扰动信号波长对应的传递函数特性见表 1。

表 1 不同重力扰动信号波长对应的传递函数特征

Tab. 1 Transfer function characteristic corresponding to gravity disturbance of different wavelengths

波长/(s/rad)	纯惯导解算	组合导航
$\lambda_g \geq \frac{2}{7} \times 10^4 \pi v$	振荡环节	比例环节，式(11)、式(12)
$40\pi v \leq \lambda_g < \frac{2}{7} \times 10^4 \pi v$	幅值衰减，-40 dB/dec	相位滞后
$\lambda_g < 40\pi v$	幅值衰减，-40 dB/dec	幅值衰减，-60 dB/dec

对纯惯性解算模式而言，当重力扰动信号波长 $\lambda_g < \frac{2}{7} \times 10^4 \pi v$ s/rad 时，SINS 水平姿态误差响应表现出剧烈的幅值衰减，意味着该波段的重力扰动信号对 SINS 水平姿态误差的影响很小。在 SINS 解算时，这部分重力扰动可以不考虑，也不用补偿。当重力扰动信号波长 $\lambda_g \geq \frac{2}{7} \times 10^4 \pi v$ s/rad 时，水平重力扰动会引起 SINS 水平姿态误差，在高精度 SINS 中尤其明显，对 SINS 的定位、定姿、导航而言是不利的，因此为了提高 SINS 的解算精度，这个波段的重力扰动必须考虑也应该被补偿。

对组合导航模式而言，当重力扰动信号波长 $\lambda_g < 40\pi v$ s/rad 时，不会对 SINS 姿态解算带来太大误差，可以不用补偿。当重力扰动信号波长 $\lambda_g \geq 40\pi v$ s/rad 时，为了提高 SINS 的解算精度，需要补偿该波段的重力扰动。

比较两种解算模式，发现组合导航模式下，SINS 姿态误差受更多高频重力扰动信号的影响，这意味着组合导航模式下的 SINS 需要更高分辨率的重力扰动数据来进行重力扰动补偿。由图 5 和图 6 看出，系统存在截止频率，这使得高于该频率的重力扰动信号不会作用于 SINS 的水平姿态。这就说明在对高精度 SINS 进行重力扰动补偿时，对于重力扰动分辨率的需求是有限度的，并不是越精细越好，因为过于精细的重力扰动数据一方面带来测量压力，另一方面带来存储压力，却并不会提高 SINS 的姿态精度。

5 结论

本文推导了载体匀速直线运动时，SINS 水平姿态误差与水平重力扰动间的传递函数，在常用速度和位置范围内，传递函数的零极点分布非常集中。然后推导了组合导航模式下，SINS 水平姿态误差与水平重力扰动间的传递函数，Kalman 滤波器的引入会改变系统的基本模态，也会改变零极点分布。仿真中，分别用 $L = 30^\circ, V_N = 10$ m/s 和 $L = 30^\circ, V_E = 10$ m/s 代表南北方向、东西方向匀速直线运动，分析了纯惯性解算模式和组合导航模式下传递函数的幅频特性。组合导航模式下，SINS 姿态误差受更多高频重力扰动信号的影响。组合导航模式下的 SINS 需要更高分辨率的重力扰动数据来进行重力扰动补偿。在对高精度 SINS 进行重力扰动补偿时，对于重力扰动分辨率的需求是有限度的，不是越精细越好，过于精细的重力扰动数据一方面带来测量压力，另一方面带来存储压力，却并不会提高 SINS 的姿态精度。

参考文献 (References)

- [1] 翁海娜, 李鹏飞, 高峰, 等. 高精度惯导系统重力扰动的阻尼抑制方法[J]. 中国惯性技术学报, 2017, 25(2): 141-145.
WENG Haina, LI Pengfei, GAO Feng, et al. Damping suppression method for gravity disturbance of high-precision inertial navigation system [J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2017, 25(2): 141-145. (in Chinese)
- [2] 常路宾, 覃方君, 查峰. 单轴旋转捷联惯导系统重力扰动补偿方法研究[J]. 导航定位与授时, 2018, 5(2): 12-16.
CHANG Lubin, QIN Fangjun, ZHA Feng. Gravity disturbance compensation for single-axis rotary-modulation strapdown inertial navigation system [J]. Navigation Positioning and Timing, 2018, 5(2): 12-16. (in Chinese)
- [3] KONG X L, LIU H, ZHOU J, et al. Research on the influence and compensation method of the gravity disturbance on the TT&C ship's INS [C]// Proceedings of the 5th International Conference on Machinery, Materials and Computing Technology, 2017: 496-500.
- [4] SCHWARZ K P, KERN M, NASSAR S M. Estimating the gravity disturbance vector from airborne gravimetry [C]// Proceedings of Vistas for Geodesy in the New Millennium, 2002.
- [5] JEKELI C. Airborne vector gravimetry using precise, position-aided inertial measurement units [J]. Bulletin Géodésique, 1994, 69(1): 1-11.
- [6] 李胜全, 欧阳永忠, 常国宾, 等. 惯性导航系统重力扰动矢量补偿技术[J]. 中国惯性技术学报, 2012, 20(4): 410-413.
LI Shengquan, OUYANG Yongzhong, CHANG Guobin, et al. Compensation technology of gravity disturbance vector in inertial navigation system [J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2012, 20(4): 410-413. (in Chinese)

- [7] 王晶, 杨功流, 李湘云, 等. 重力扰动矢量对惯导系统影响误差项指标分析[J]. 中国惯性技术学报, 2016, 24(3): 285-290.
WANG Jing, YANG Gongliu, LI Xiangyun, et al. Error indicator analysis for gravity disturbing vector's influence on inertial navigation system [J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2016, 24(3): 285-290. (in Chinese)
- [8] 钟明飞, 战德军, 徐荣, 等. 重力扰动对高精度激光陀螺测姿系统精度的影响[C]//第六届中国卫星导航学术年会, 2015.
ZHONG Mingfei, ZHAN Dejun, XU Rong, et al. Research on the effects of gravity disturbances on high-precision RLG attitude measurement system [C] // Proceedings of the 6th China Satellite Navigation Conference, 2015. (in Chinese)
- [9] 马宝林, 张洪波, 郑伟, 等. 地球扰动引力对弹道导弹命中精度影响的等效补偿理论[J]. 国防科技大学学报, 2016, 38(4): 153-158.
MA Baolin, ZHANG Hongbo, ZHENG Wei, et al. Equivalent compensation theory of the earth disturbance gravity on ballistic missile hit accuracy [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2016, 38(4): 153-158. (in Chinese)
- [10] ZHU Z S, ZHAO B, GUO Y Y, et al. Research on gravity vertical deflection on attitude of position and orientation system and compensation method [J]. Aerospace Science and Technology, 2019, 85: 495-504.
- [11] TIE J B, WU M P, CAO J L, et al. The impact of initial alignment on compensation for deflection of vertical in inertial navigation [C] // Proceedings of IEEE International Conference on Cybernetics and Intelligent Systems (CIS) and IEEE Conference on Robotics, Automation and Mechatronics (RAM), 2017: 381-386.
- [12] 翁浚, 卞肖云. 重力扰动对高精度激光陀螺惯导系统ZUPT的影响分析与补偿[J]. 系统工程与电子技术, 2020, 42(1): 179-183.
WENG Jun, BIAN Xiaoyun. Effect analysis and compensation of the high precision ring laser gyroscope inertial navigation system ZUPT caused by gravity disturbance [J]. Systems Engineering and Electronics, 2020, 42(1): 179-183. (in Chinese)
- [13] WANG H, XIAO X, DENG Z H, et al. The influence of gravity disturbance on high-precision long-time INS and its compensation method [C] // Proceedings of the Fourth International Conference on Instrumentation and Measurement, Computer, Communication and Control, 2014: 104-108.
- [14] CHANG L B, QIN F J, WU M P. Gravity disturbance compensation for inertial navigation system [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2019, 68(10): 3751-3765.
- [15] 刘科, 吴文启, 唐康华, 等. 利用实际飞行数据插值的INS/GNSS组合导航仿真轨迹发生器[J]. 国防科技大学学报, 2018, 40(1): 132-137.
LIU Ke, WU Wenqi, TANG Kanghua, et al. Trajectory generator for INS/GNSS integration simulation through real flight data interpolation [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2018, 40(1): 132-137. (in Chinese)