

## 随移动窗推进的带电粒子束团长程传输模拟分析\*

郝建红<sup>1</sup>, 王希<sup>1</sup>, 张芳<sup>2</sup>, 赵强<sup>2</sup>, 薛碧曦<sup>1</sup>, 范杰清<sup>1</sup>, 董志伟<sup>2</sup>

(1. 华北电力大学 电气与电子工程学院, 北京 102206; 2. 北京应用物理与计算数学研究所, 北京 100094)

**摘要:**直接采用粒子模拟方法较难实现带电粒子束团千米量级的长程传输模拟, 针对此问题以静电模型为基础, 引入移动窗技术, 使百米量级的粒子传输窗口与束团同步推进运动, 建立了带电粒子束团的长程传输模型。将模拟得到的带电粒子束团径向膨胀特性同包络方程的计算结果进行对比, 两者吻合较好, 证明了在带电粒子束团长程传输模拟研究中结合移动窗技术的可行性及所建模型的合理性。利用此模型分析了100 MeV 相对论电子束团的长程传输过程, 发现传输过程中束团的自生电场和磁场在径向上呈高度对称分布, 轴向上则呈轻微前冲分布; 同时, 束团内部粒子的轴向速度分布也会发生变化。利用此模型分析了100 MeV 电子束团的长程传输过程及其内部参数和自生场量的变化。

**关键词:**带电粒子束团; 长程传输; 移动窗技术; 粒子模拟

中图分类号: O46 文献标志码: A 开放科学(资源服务)标识码(OSID):

文章编号: 1001-2486(2021)05-168-07



与作者互动  
听语音  
聊科研

## Simulation analysis of long-range propagation of charged particle beams propelled by moving window

Hao Jianhong<sup>1</sup>, Wang Xi<sup>1</sup>, Zhang Fang<sup>2</sup>, Zhao Qiang<sup>2</sup>, Xue Bixi<sup>1</sup>, Fan Jieqing<sup>1</sup>, Dong Zhiwei<sup>2</sup>

(1. School of Electrical and Electronic Engineering, North China Electric Power University, Beijing 102206, China;

2. Institute of Applied Physics and Computational Mathematics, Beijing 100094, China)

**Abstract:** It is difficult to simulate the long-distance transport of charged particle clusters above kilometer level by using particle simulation methods directly. To solve this problem, based on the electrostatic model, the moving window technology was introduced to make the 100-meter particle transmission moving window advance with the movement of the cluster, and a long-distance transmission model of the charged particle cluster was established. Compared with the radial expansion characteristics of the charged particle cluster obtained by the simulation with the calculation results of the envelope equation, the two are in good agreement, which proves the feasibility of combining the moving window technology in the simulation study of the long-distance transport of the charged particle cluster and the rationality of the transmission model. This model was further used to analyze the long-range transmission process of the 100 MeV relativistic electron beam cluster and the changes of its internal parameters and self-generated field. It was found that the self-generated electric field and magnetic field of the beam are in a highly symmetrical distribution in the radial direction, and in a slightly forward distribution in the axial direction. At the same time, the axial velocity distribution of the particle inside the beam also changes.

**Keywords:** charged particle beam; long-range propagation; moving window technology; particle simulation

通过向太空发射相对论粒子束, 在地面站追踪其传输过程中的参数变化, 可用于追踪地球磁层磁力线, 获取用于天文物理研究的相关参数及资料等<sup>[1]</sup>。此外, 探空火箭亦是向太空发射高能粒子束进行长达上万千米的长距离传输来获取空间科学数据。因而, 在天体物理、太空主动空间探测等研究领域, 带电粒子束团的长程传输是一个基础研究问题。但以往相关研究大多关注粒

子加速器等设备内的带电粒子米量级及以下的短程传输, 这种条件下, 由于传输距离短且磁场的限制抑制了带电粒子束团的径向弥散, 故常忽略束团尺寸上的变化<sup>[2-3]</sup>。然而研究带电粒子束团长程传输时, 即便在距地 35 786 km 的地球静止轨道(Geostationary Earth Orbit, GEO)等准真空环境下, 由于传输周期长, 其自身初始发射度和自生空间电荷场导致的径向尺寸上的膨胀不可忽略。

\* 收稿日期: 2020-11-27

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(U1730247, 61372050)

作者简介: 郝建红(1960—), 女, 河北石家庄人, 教授, 博士, 博士生导师, E-mail: jianhonghao@ncepu.edu.cn

由于粒子束长程传输实验受限,其研究方法主要采用理论和粒子模拟。对于带电粒子束团传输的研究,Humphries 给出了较为完整的带电粒子束传输的包络方程模型,即  $K-V$  方程<sup>[4]</sup>,对片状和圆柱形带电粒子束团在外加电磁场、自生电磁场及初始发射度等影响下发生的径向弥散分别进行了说明。Kochikov 等在自由场漂移区中利用电子脉冲动力学,分别研究了低中高相对论效应的电子束团传输 4 ns(即 1.2 m)的短程传输过程,完成了与动力学模拟结果的拟合,但没有涉及更长距离的传输计算<sup>[5]</sup>。相比带电粒子束团的短程传输,带电粒子束团的长程传输模拟由于影响因素多、计算困难大等原因而更难进行。国内关于带电粒子束传输的文献相对较少,文献[6-8]对带电粒子束团在真空长程传输时自身空间电荷效应导致的径向扩散进行了理论研究,但未综合考虑发射度的影响。李等基于磁透镜的强流束传输,编写了适用于模拟计算强流束在磁透镜中传输的束流传输模拟程序,比较分析了不同束团流强条件下的模拟结果,结果表明:束流越强,自生空间电荷力越大,束流包络膨胀越明显<sup>[9]</sup>。因此,研究强流束团的长程传输问题时,必须同时考虑带电粒子束团自生空间电荷效应及初始发射度对束团径向尺寸膨胀的影响。

粒子云(Particle In Cell, PIC)模拟方法是研究带电粒子运动行为的重要工具之一<sup>[10]</sup>。在研究带电粒子束团的长程传输时,除初始发射度的弥散效应,其自身空间电荷效应的影响不可忽略。使用 PIC 方法可以模拟束团内部的自生电磁场,从而实现长程传输过程中束团自生空间电荷效应对其径向尺寸的影响。利用 PIC 方法进行粒子模拟时,必须对整个计算空间进行离散,为了考察厘米甚至毫米量级的束团径向膨胀,束团径向包络内至少需要 3~5 个网格分辨,而 PIC 方法本身要求离散空间网格的纵横比不能很大(一般小于 10),故空间网格步长一定在亚毫米量级,时间步长则由有限差分或有限体积方法中满足稳定性及收敛性的收敛条件限定。同时为了给束团长程传输的径向自由膨胀留下足够的空间,计算空间的径向尺度也不能很小,故计算千米量级的长程传输时,内存占用量与计算量非常巨大。而由于包含实际有效的束团运动的计算空间占比非常小,通常惯用的空间配分的并行计算效率非常低,从而导致带电粒子束团长程传输的 PIC 模拟难以进行。将移动窗技术和 PIC 模拟方法相结合可以有效解决这一问题,移动窗技术选用大小合理的计

算窗口与粒子束团同步运动,且仅离散剖分粒子束团现刻的传输区域,计算保留粒子束团现刻的传输结果,通过将无数个短程传输窗口连接起来实现千米量级的长程传输,大量节省计算资源及时间,提高计算效率。

本文考虑 GEO 准真空环境,忽略地磁场与稀薄等离子体的碰撞,以 PIC 静电模型为基础,结合移动窗技术建立了一种 2D3V(空间二维、速度三维)<sup>[11]</sup>的片状带电粒子束团的长程传输模型,有效缓解了制约带电粒子束团长程传输模拟的计算资源难题。通过将模拟结果与解析模型  $K-V$  方程的计算结果进行对比分析,验证所建模型的合理性,并利用所建模型实现了高能相对论电子束团长程传输(千米量级)过程的模拟与分析。

## 1 带电粒子束团长程传输模型

基于 PIC 模拟技术中时间与空间步长的匹配关系<sup>[12]</sup>,建立带电粒子束团长程传输模型时,移动窗前进速度、粒子速度、网格大小、时间步长之间需要相互满足匹配条件。

真空环境下,带电粒子束团长程传输过程中径向的自由弥散由自生静电场驱动,同时伴随感生磁场的径向箍缩效应。引入移动窗技术,设置计算窗口以接近光速沿传输方向前进时,诸多因素如电磁信号边界反射、宏粒子数涨落、空间电荷加载和发射效应等都会产生噪声以破坏电磁场环境,影响传输过程。为克服上述问题并降低噪声干扰,利用 PIC 静电模型中电、磁现象退耦的特点,将静电模型与外加磁场相结合来综合体现自生电磁场效应的影响,同时通过设置移动窗边界条件来净化计算空间的电磁场环境。

### 1.1 粒子束团建模

研究带电粒子束团的长程传输过程时,若采用三维带电粒子束团模型进行模拟,即使结合移动窗技术推进传输过程,仍对计算资源提出较高要求。为合理节省计算资源并提高计算效率,选用 2D3V(空间二维、速度三维)坐标系,将  $z$  方向默认为单位长度的周期性边界,建立空间二维片状带电粒子束团,如图 1 所示。采用二维片状束团模型,空间上简化了  $z$  向的网格剖分,显著提高了计算效率;且由于速度与场量均是三维分布,故仍可实现带电粒子束团长程传输过程中  $z$  向感生磁场的径向箍缩效应。

建立带电粒子束团长程传输模型时,空间网格剖分需综合考虑因果律的限制及移动窗前进速度与束团速度的匹配。传输过程中束团沿  $x$  轴向

传输,其轴向( $x$ )尺寸应远大于径向( $y$ )尺寸,带电粒子束团电荷在( $x, y$ )空间中呈均匀分布。

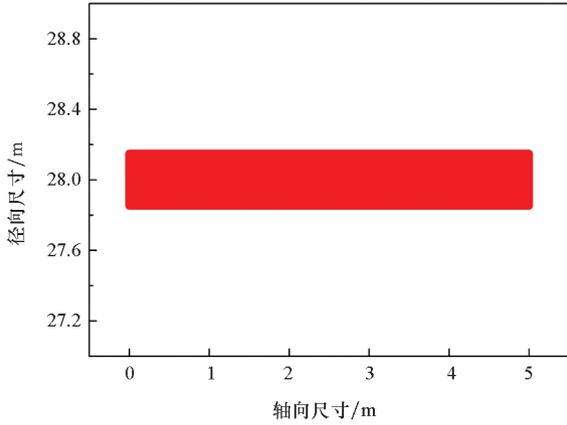


图 1 粒子束团模型

Fig. 1 Particle beam model

## 1.2 移动窗技术

移动窗技术通常应用在基于恒定速度传输的激光脉冲或粒子束的相关研究领域。其允许模拟窗口以最高接近光速的速度沿所选方向移动,此功能每时刻仅对包含激光脉冲或粒子束实际运动的有效计算空间进行计算和记录,最终通过连接无数分时刻来还原整体模拟,可以显著减小计算空间尺寸且不影响整体物理传输过程。应用于长程传输可以节省大量用于计算空白相空间的计算资源,显著提高计算效率,缩短计算所需时间。

设置移动窗与束团以相同速度沿轴向运动,故考虑粒子相对论效应时还需进行坐标和速度的洛伦兹变换<sup>[13]</sup>。移动窗计算空间的大小及边界条件的设置均需保证带电粒子束团长程传输的可实现性。真空环境下,模拟带电粒子束团的长程传输时,除初始发射度的影响外只需考虑自身空间电荷效应,但此环境下模拟计算易受边界条件的影响,为消除和降低模拟过程中的这个影响,将移动窗传输方向两边界设置为第一类边界条件,使其模拟环境更接近于无限大真空。同时在传输过程中,特别是长程传输后期,应尽可能使束团位于移动窗的中央位置,以保证上述边界条件成立。

## 1.3 束团初始发射度

粒子束团初始发射度反映粒子束的质量特征,用来表征粒子束团自身汇聚或发散的品性,较小的横向发射度对应于良好准直的小角度发散束。狭义上,发射度指带电粒子在相空间中所占的体积(三维)或面积(二维),如式(1)所示。

$$\varepsilon_{\perp} = \iint \frac{1}{\pi} dy dy' \quad (1)$$

在模拟中,将宏粒子在二维空间( $x, y$ )中按照边缘发射度的定义来抽样,即

$$\varepsilon_{\perp} = 4 \left\{ \overline{(y - \bar{y})^2 (y' - \bar{y}')^2} - [\overline{(y - \bar{y})(y' - \bar{y}')}]^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (2)$$

## 1.4 束团自生电磁场建模

带电粒子束团在传输过程中,自生电场的排斥力与感生磁场的箍缩力共同作用于束团,这会导致其径向尺寸的变化<sup>[14]</sup>。

PIC 静电模型将束团内部宏粒子携带的电荷离散至空间网格节点上求得各节点处的电荷密度  $\rho$ ,通过求解真空中的泊松方程,如式(3)所示,得到各顶点静电势  $\Phi$  与网格各边处的径向电场分量  $E_y$ 。

$$\nabla^2 \Phi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad (3)$$

带电粒子束团前进过程中形成的电流会在束团周围感生出上下( $y$  方向)对称的  $z$  向磁场  $B_z$ ,从而对束团径向产生箍缩作用。束团传输过程中自生电场与感生磁场的数值关系由式(4)给出<sup>[4]</sup>。

$$B_z = E_y \cdot \frac{\beta}{c} \quad (4)$$

模拟带电粒子束团的长程传输时,采用 PIC 静电模型求解出自生电场后利用式(4)计算出感生磁场的大小,以外加场的形式使其作用于束团传输模拟。此方法区别于电磁模型<sup>[15]</sup>,可以有效避免高频噪声、振荡的激励,节省此类高频反应所需的计算空间,提高计算效率。

## 2 模拟结果验证

K-V 方程是求解带电粒子束团传输的理论解析方法,本节通过将 PIC 模拟得到的带电粒子束团长程传输径向膨胀特性与 K-V 方程的解析计算结果相对比,以此验证静电粒子模拟与移动窗技术相结合的技术手段的可行性及所建模型的合理性。

### 2.1 K-V 方程

Humphries 在文献[4]中提供了旁轴近似情况下的包络方程,如式(5)所示,描述了片状带电粒子束团在传输过程中径向尺寸均方根的变化。

$$R'' = -\frac{\gamma' R'}{\gamma \beta^2} - \frac{\gamma''}{\gamma \beta^2} \cdot R - \left( \frac{q B_x}{\gamma m_0 \beta c} \right)^2 \cdot R + K_x + \frac{\varepsilon_{\perp}^2}{R^3} \quad (5)$$

$$K_x = \frac{qJ}{2\varepsilon_0 m_0 (\gamma \beta c)^3} \quad (6)$$

其中, $R$  为束团径向尺寸的均方根, $R''$  为  $R$  关于  $x$

坐标的二阶偏导数,  $q$  为粒子带电量,  $J$  为束团沿  $z$  方向的线电流密度,  $\epsilon_0$  为真空介电常数,  $m_0$  为粒子静止质量,  $\gamma$  和  $\beta$  为相对论因子。

式(5)等号右边第一项表示非弹性碰撞和韧致辐射所引起的能量损失导致的束团径向膨胀;第二、第三项表示外加电场和磁场所引起的径向膨胀或箍缩效应;第四项与第五项则分别表示自生空间电荷效应与束团初始发射度对径向尺寸的影响<sup>[2]</sup>。考虑 GEO 准真空环境下无外加电磁场、无粒子碰撞与能损的粒子束团传输问题,且认为束团整体始终沿  $x$  轴以恒定速度传输,故均无须考虑式(5)等号右边第一、第二、第三项。本模型对应的 K-V 方程最终形式为:

$$R'' = K_x + \frac{\epsilon_{\perp}^2}{R^3} \quad (7)$$

### 2.2 模拟结果与解析结果对比分析

如 1.1 节所述,采用电荷均匀分布的空间二维片状束团模型进行长程传输模拟。下面利用结合移动窗技术的 PIC 方法和 K-V 方程分别模拟和计算质子与电子两种典型带电粒子束团在真空环境下的长程传输过程,对比了两种方法得到的束团径向自由膨胀特性。

带电粒子的相对论效应与其质量与能量均相关,如表 1 所示,质子质量较大,中高能情况下其相对论因子  $\gamma$  近似为 1,属于非相对论束团;但电子质量较小,故其相对论效应不可忽略。电子的长程传输模拟中,移动窗以接近光速前进,故结合移动窗技术研究电子束团传输特性时,需进行洛伦兹变换。

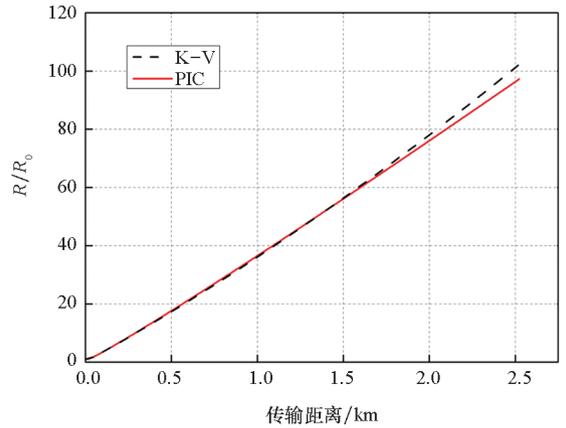
表 1 典型带电粒子参数对比

Tab.1 Comparison of typical charged particle parameters

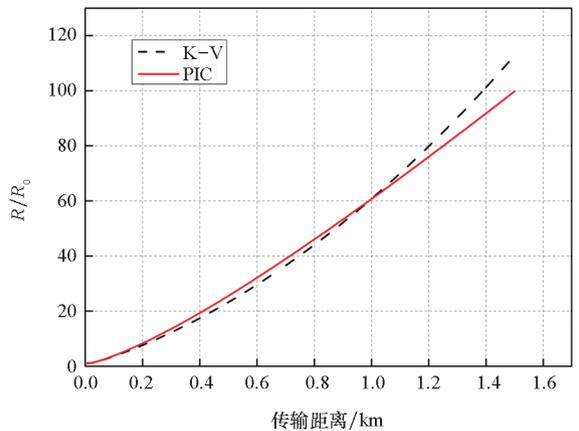
粒子	$\gamma$		$\beta$	
	1 MeV	10 MeV	1 MeV	10 MeV
质子	1.001 0	1.011 0	0.046 0	0.144 8
电子	2.957 0	20.569 0	0.940 0	0.998 8

图 2 是初始能量为 1 MeV,电流分别为 1 mA 和 10 mA 的质子束团长程传输的计算结果。图 2 纵坐标  $R/R_0$  为束团径向尺寸相对初始尺寸的膨胀倍数。结果表明,不同电流强度下,质子束团的 PIC 模拟结果与 K-V 方程的计算结果都吻合得较好。图 2(a)中,由于电流强度较小,PIC 模拟中,电荷均匀分布的质子束团在传输至约 1.7 km 时,自身空间电荷力的作用使其径向膨胀至约初

始的 65 倍(对于束流边缘的粒子而言,这种相互作用本质上会逐渐发展为非线性),且 PIC 模拟结果与 K-V 方程(假设束团  $z$  方向线电流密度恒定)的计算结果在径向尺寸膨胀接近 65 倍之前几乎重合。但由于式(7)默认式(6)中的线电流密度  $J$  恒定,而 PIC 传输模拟过程中  $J$  会由于带电粒子束团各个尺寸上的膨胀而减小,故随传输距离增加,K-V 方程解析结果将比 PIC 模拟结果大。如图 2(b)所示,当束团其余参数均相同仅电流强度扩大 10 倍( $I = 10$  mA)时,束团传输至 1 km,径向尺寸膨胀至初始尺寸约 60 倍后 K-V 方程解析结果大于 PIC 模拟结果。对比图 2(a)、图 2(b)并结合文献[9]可知,相同能量下带电粒子束团的初始电流强度越大,其传输过程中的径向膨胀效应越明显,式(6)中  $J$  的变化速度越快,解析结果的偏大效应就会更早出现且更明显。



(a)  $E = 1$  MeV,  $I = 1$  mA



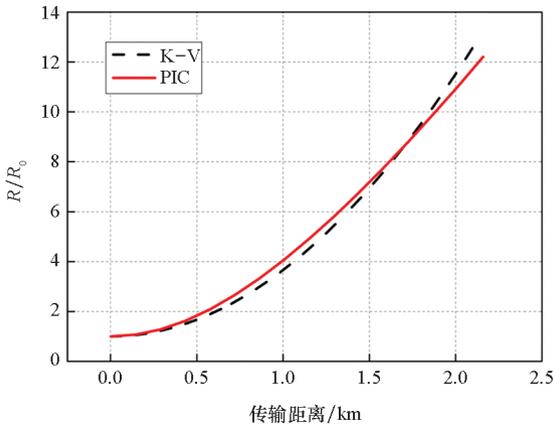
(b)  $E = 1$  MeV,  $I = 10$  mA

图 2 质子束团径向膨胀随传输距离的变化曲线  
Fig.2 Radial expansion of the proton beam varies with the distance

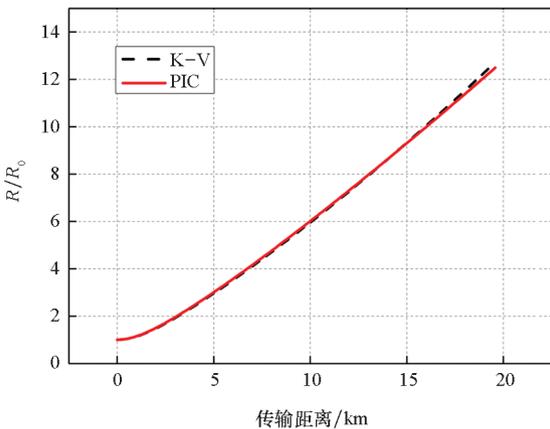
图 3(a)是  $E = 1$  MeV、 $I = 100$  mA 的电子束团在两种计算方法下的长程传输结果的对比,电子束团呈现与质子相似的演化规律。但传输过程

中由于电子束团的相对论效应不可忽略,需要进行洛伦兹变换。故在进行坐标和速度变换过程中的某些近似条件会导致电子束团的 PIC 模拟结果与解析结果略有偏差,但两计算结果的偏差相较于其整体弥散所占的比例非常小,仍可认为两计算结果具有较好的拟合度。

图 3(b)给出了  $E = 10 \text{ MeV}$ 、 $I = 100 \text{ mA}$  的中能电子束团在两种方法下的长程传输的计算结果对比,其膨胀特性的变化仍呈相似规律。对比图 3(a)、图 3(b)可知,相同电流强度时电子束团的初始能量越高,传输相同距离时其径向的膨胀程度越弱,因此传输至更远的距离才出现式(6)中线电流密度  $J$  恒定的假设所带来的误差,故此模型更适宜用于高能强相对论电子束团的长程传输过程模拟。



(a)  $E = 1 \text{ MeV}$ ,  $I = 100 \text{ mA}$



(b)  $E = 10 \text{ MeV}$ ,  $I = 100 \text{ mA}$

图 3 电子束团径向膨胀随传输距离的变化曲线

Fig. 3 Curve of radial expansion of the electron beam varies with the propagation distance

### 3 束团传输过程及结果

上文验证了移动窗技术与 PIC 模拟相结合的方法的可行性及合理性,并指出此模型更适宜用

于高能强相对论电子束团长程传输。故本节选取初始能量  $E = 100 \text{ MeV}$  的强相对论电子束团在真空环境下的长程传输过程进行分析。PIC 模拟中参数的选择主要由数值收敛条件限定,且随束团的  $\gamma$  增大,静止坐标系下经洛伦兹变换的收敛限制更加严格,故强相对论电子束团传输模型的参数选择需要综合更多因素,即要同时兼顾收敛条件与传输模拟的计算效率,以保证千米量级以上传输的可实现性。由式(6)和式(7)的分析可知,电子束团的初始能量越高,空间电荷效应的影响与发射度的影响相比就越小,为了更好地体现和分析两者共同作用下对传输过程的影响,模拟选用束团电流为  $50 \text{ A}$ 。

传输过程中由于内部各粒子之间的排斥力,带电粒子束团会在所有尺寸上变宽,图 4 为上述高能电子束团传输到  $5 \text{ km}$  处的移动窗口图。对比图 1 可以看出,束团径向存在明显的膨胀。其随传输距离的变化如图 5 所示,当传输距离在一定范围内时,束团径向尺寸的膨胀倍数与传输距离呈近似指数变化规律;随传输距离进一步增大,膨胀倍数则与传输距离呈近似线性变化规律,此结果与理论 K - V 方程的计算结果吻合。

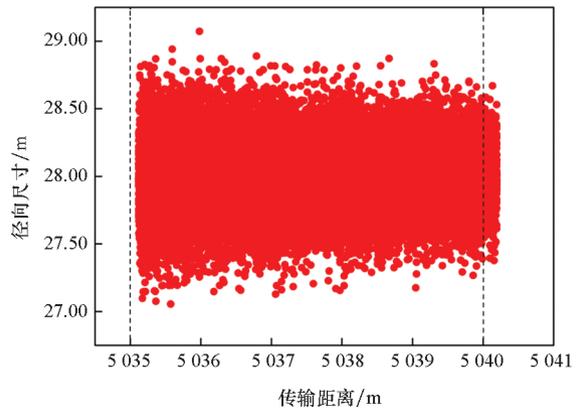


图 4 束团传输 5 km 处的弥散情况

Fig. 4 Dispersion at 5 km of cluster transmission

束团前进过程中,末端的电子被正向电子减速,而首端的电子被正向电子加速,导致内部的速度分布发生变化,引起束团轴向尺寸上的膨胀,如图 4 所示。图 6(a)给出了上述高能电子束团传输至  $1 \text{ km}$  时内部粒子轴向相对论速度  $\lambda u_x$  的分布情况。且随传输距离增加,这种速度变化逐渐累加,当束团传输至  $5 \text{ km}$  时,其轴向相对论速度分布的展宽明显增加,如图 6(b)所示。

关于传输过程中自生电荷场的研究,1.4 节中提到自生电场与磁场的大小存在固定线性关系,呈相同变化规律。由于真空环境下忽略外场

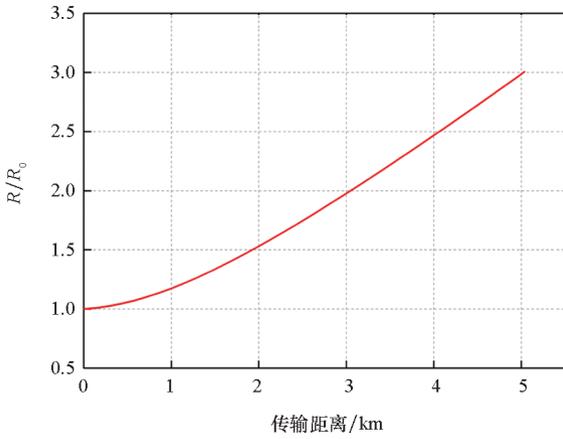
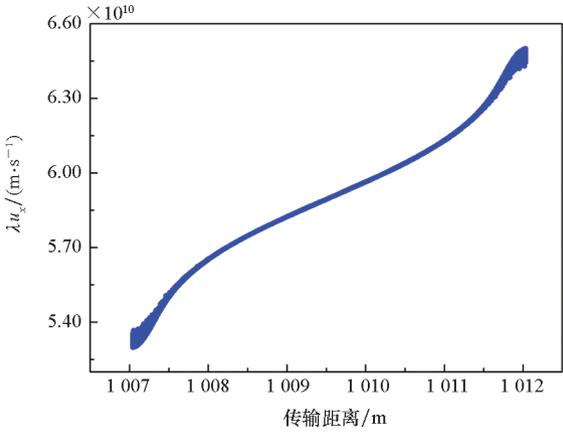
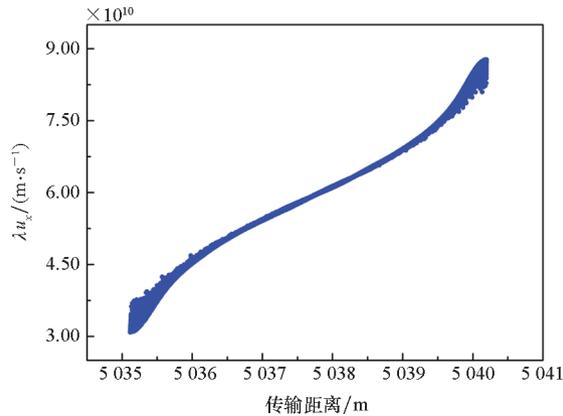


图 5 电子束团径向膨胀随传输距离的变化曲线  
Fig. 5 Curve of radial expansion of the electron beam varies with the propagation distance



(a)  $x = 1 \text{ km}$



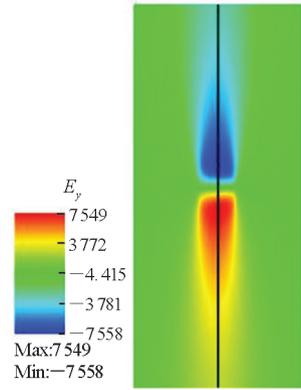
(b)  $x = 5 \text{ km}$

图 6 束团轴向速度分布

Fig. 6 Axial velocity distribution of beam

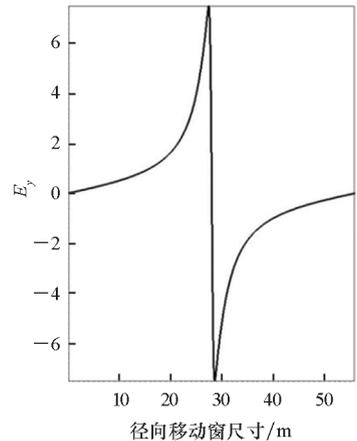
与粒子碰撞,故束团传输过程中,自生场在轴向与径向均高度对称。但由于强相对论粒子束团的传输涉及洛伦兹变换,故变换后静止坐标系下自生电场与磁场的大小在轴向呈轻微前冲分布,而径向仍然高度对称。图 7 给出了上述高能电子束团传输至 5 km 时自生电场的分布情况。其中,

图 7(a)是电场的分布云图,显示了轴向的轻微前冲趋势;图 7(b)选择束团轴向中心坐标处,即图 7(a)中黑线处做径向剖面(线)记录移动窗口内该线上各位置的自生电场值,表明了自生电场在径向的高度对称性。



(a) 电场分布云图

(a) The electric field distribution cloud



(b) 移动窗口内径向的电场分布

(b) Radial electric field distribution in the moving window

图 7 电场分布图

Fig. 7 Electric field distribution

### 4 结论

在准真空环境下带电粒子束团长程传输的过程中,束团由于受初始发射度和空间电荷效应的影响而发生各方向的膨胀。但受限于计算资源和计算能力、影响因素难以模拟等因素,带电粒子束团长程传输的模拟较难实现,其膨胀效应过程及变化规律也较难得到。本文将移动窗技术与 PIC 静电模型相结合,建立二维片状带电粒子束团模型实现了长程传输模拟。取质子和电子两种典型带电粒子分别对比了不同电流强度、不同初始能量下 PIC 方法与 K-V 方程计算得到的束团径向自由膨胀特性,两结果具有较好的拟合度,验证了本文模型的合理性与正确性。并结合 K-V 方程

进行误差分析,说明此模型更适宜用于模拟高能强相对论电子束团的长程传输。通过模拟初始能量为 100 MeV 的电子束团的长程传输过程,分析了其膨胀效应特性及传输过程中束流参数与场量的变化。为进一步研究真空带电粒子束团长程传输效应与电流强度、束团初始能量、初始包络半径等因素之间的规律及传输过程中的电磁场特性、束团内部特性等奠定了有力的基础。

## 参考文献 (References)

- [1] POWIS A T, PORAZIK P, GREKLEK-MCKEON M, et al. Evolution of a relativistic electron beam for tracing magnetospheric field lines [J]. *Frontiers in Astronomy and Space Sciences*, 2019, 6: 1 - 15.
- [2] XUE B X, HAO J H, ZHAO Q, et al. Influence of geomagnetic field on the long-range propagation of relativistic electron beam in the atmosphere [J]. *IEEE Transactions on Plasma Science*, 2020, 48(11): 3871 - 3876.
- [3] SANCHEZ E R, POWIS A T, KAGANOVICH I D, et al. Relativistic particle beams as a resource to solve outstanding problems in space physics [J]. *Frontiers in Astronomy and Space Sciences*, 2019, 6: 1 - 18.
- [4] HUMPHRIES S. *Charged particle beams* [M]. New York: Wiley, 1990: 396 - 400.
- [5] KOCHIKOV I V, DWAYNE MILLER R J, ISCHENKO A A. Relativistic modeling of ultra-short electron pulse propagation [J]. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 2019, 128(3): 333 - 340.
- [6] 戴宏毅, 王同权, 肖亚斌. 带电粒子束自生力对束流扩散的影响 [J]. *国防科技大学学报*, 2000, 22(4): 41 - 44.  
DAI Hongyi, WANG Tongquan, XIAO Yabin. Research of effect of self-generated space charge force of charged particle beams on its radical spread [J]. *Journal of National University of Defense Technology*, 2000, 22(4): 41 - 44. (in Chinese)
- [7] 张树发. 带电粒子束传输中发散范围的计算 [J]. *国防科技大学学报*, 1982, 4(2): 43 - 54.  
ZHANG Shufa. The calculation of diffusive region of charged particle beam in transmitting [J]. *Journal of National University of Defense Technology*, 1982, 4(2): 43 - 54. (in Chinese)
- [8] 戴宏毅, 肖亚斌, 王同权, 等. 带电粒子束在真空中传输时的扩散研究 [J]. *湖南大学学报 (自然科学版)*, 2001, 28(4): 6 - 10.  
DAI Hongyi, XIAO Yabin, WANG Tongquan, et al. Study of spread of propagation of charged particle beams in vacuum [J]. *Journal of Hunan University (Natural Science)*, 2001, 28(4): 6 - 10. (in Chinese)
- [9] 李超龙, 邱万英, 石海泉, 等. 强流束在磁透镜中的传输模拟 [J]. *河北师范大学学报 (自然科学版)*, 2013, 37(5): 475 - 479.  
LI Chaolong, QIU Wanying, SHI Haiquan, et al. Simulation analysis of intense beam transmission in magnetic lens [J]. *Journal of Hebei Normal University (Natural Science Edition)*, 2013, 37(5): 475 - 479. (in Chinese)
- [10] 王虹宇. Particle-In-Cell 模拟的发展: 物理考虑和计算技术 [R]. 大连: 大连理工大学, 2010.  
WANG Hongyu. The developments of particle-in-cell simulation: physical consideration and computational technology [R]. Dalian: Dalian University of Technology, 2010. (in Chinese)
- [11] 张玲玉. 带电粒子在等离子体中传输特性的模拟研究 [D]. 北京: 中国科学院大学, 2015.  
ZHANG Lingyu. Simulation of the charged particles propagating in plasmas [D]. Beijing: University of Chinese Academy of Sciences, 2015. (in Chinese)
- [12] BIRDSALL C K. Particle-in-cell charged-particle simulations, plus Monte Carlo collisions with neutral atoms, PIC-MCC [J]. *IEEE Transactions on Plasma Science*, 1991, 19(2): 65 - 85.
- [13] 郭硕鸿. 电动力学 [M]. 3 版. 北京: 高等教育出版社, 2008.  
GUO Shuhong. *Electrodynamics* [M]. 3rd ed. Beijing: Higher Education Press, 2008. (in Chinese)
- [14] 胡星. 高能强流带电粒子束在介质中的传输研究 [D]. 长沙: 国防科技大学, 2004.  
HU Xing. Research on propagation of high energy charged particle beams in media materials [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2004. (in Chinese)
- [15] ZHOU J, LIU D G, LIAO C, et al. CHIPIC: an efficient code for electromagnetic PIC modeling and simulation [J]. *IEEE Transactions on Plasma Science*, 2009, 37(10): 2002 - 2011.