doi:10.11887/j.cn.202203013

http://journal. nudt. edu. cn

# 混合不确定条件下的飞行器级间分离可靠性分析<sup>\*</sup>

聂兆伟<sup>1,2</sup>,王 浩<sup>1</sup>,秦 梦<sup>1</sup>,张海瑞<sup>1</sup>

(1. 中国运载火箭技术研究院,北京 100076; 2. 南京理工大学 机械学院,江苏南京 210094)

摘 要:为量化飞行器级间分离过程随机不确定性和认知不确定性的综合影响,结合概率和区间理论混 合模型特点,提出基于随机和区间理论混合模型的飞行器级间分离可靠性分析方法。面向高超声速飞行器 分离任务需求,建立分离动力学仿真模型,针对级间分离结构的几何特点,设计快速碰撞检测方法,进而构建 分离任务的可靠性分析混合模型。通过将该模型转化为随机可靠性分析的无约束优化问题,考虑分离过程 中复杂外力及力矩导致功能函数高度非线性的特点,利用高效全局优化和主动学习 Kriging 方法实现无约束 优化问题高效求解。结合实例表明,该方法能够准确描述混合不确定性因素对飞行器分离过程的影响,给出 了飞行器分离任务可靠性区间,可为飞行器分离方案的精细化设计提供决策支持。

关键词:混合可靠性分析;碰撞检测模型;高效全局优化;自主学习 Kriging 方法

中图分类号: V475.3; 0213.2 文献标志码: A 文章编号: 1001 - 2486(2022) 03 - 104 - 08

# Reliability analysis of flight vehicle stage separation under mixed uncertainties

NIE Zhaowei<sup>1,2</sup>, WANG Hao<sup>1</sup>, QIN Meng<sup>1</sup>, ZHANG Hairui<sup>1</sup>

(1. China Academy of Launch Vehicle Technology, Beijing 100076, China;

2. School of Mechanical Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

Abstract: To quantify the comprehensive influence of both random and epistemic uncertainties during the process of flight vehicle stage separation, combined with the characteristics of hybrid model based on random and interval theory, a new reliability assessment method of separation between flight vehicle stages based on the hybrid model of random and interval theory was proposed. According to the requirements of the hypersonic vehicle separation mission, the separation kinetic simulation model was constructed. According to the geometric characteristic of the separation structure between the stages, a new rapid collision detection method was proposed. And the hybrid reliability assessment model of flight vehicle separation mission was constructed. The hybrid reliability assessment model was converted to unconstrained optimization problem of random reliability assessment. Considering of the characteristic of highly nonlinearity of system performance function due to complex external force and moment during the process of flight vehicle stage separation, the unconstrained optimization problem was efficiently solved by efficient global optimization and active learning Kriging method. It is shown that the influence of mixed uncertainty factors on the flight vehicle separation process can be described exactly through this method and the interval of flight vehicle separation mission reliability can be given accurately, which can further support the detailed design of flight vehicle separation.

Keywords: mixed reliability analysis; collision detection model; efficient global optimization; active learning Kriging method

高马赫数飞行器级间分离过程是发射任务的 关键环节,通常包括热分离和冷分离两种方式,其 功能是完成飞行器飞行过程中的预定工作、且在 后续飞行中将子级分离,减小结构重量、发挥性能 优势、提升飞行速度<sup>[1]</sup>。高超声速飞行器在实施 级间分离时受到诸多不确定性因素影响<sup>[2]</sup>,如质 量特性偏差、初始条件偏差、气动特性偏差以及动 力特性偏差等,尤其是在大气层内实施分离时,受 大气密度和飞行速度影响,飞行器面临严酷的动 压环境,各类偏差影响显著,两体分离存在较大技 术风险,制约了飞行可靠性水平的进一步 提升<sup>[3-4]</sup>。

常规飞行器分离分析方法通常是基于参数极限偏差组合进行的,无法反映系统参数的内在可 变性以及对系统认知的不完整性,难以满足分离 方案精细化设计需求,甚至在某些情况下导致分

 <sup>\*</sup> 收稿日期:2020-12-13
 基金项目:国家部委基金资助项目(JSZI.2020203B001)
 作者简介:聂兆伟(1970—),男,北京人,博士研究生,E-mail:hoewong@126.com;
 张海瑞(通信作者),男,研究员,博士,博士生导师,E-mail:zhangcors@ sohu.com

离方案过于复杂,影响了飞行器总体性能的进一 步提升。

针对这一问题,目前的研究趋势是将不确 定性注入分离动力学仿真模型,实现分离方案 的精细化分析<sup>[5-6]</sup>。国内外学者将概率方法与 分离运动仿真相结合,系统研究了随机不确定 性对分离过程的影响<sup>[7-8]</sup>,Roshanian 等<sup>[9]</sup>将蒙 特卡洛方法与分离运动仿真相结合,给出了分 离运动参数的包络曲线。李慧通等<sup>[10]</sup>结合级间 冷分离和热分离的优点,设计了一种新型级间 分离方案,采用蒙特卡洛方法分析了分离体的 相对运动。

蒙特卡洛方法具有无偏性与非侵入性,适 用于求解隐式非线性问题,在级间分离精细化 分析中有着广泛的应用。然而高超声速飞行器 在大气层内实施分离过程中,对某些关键参数 依然存在认知的不完整性,如气动特性偏差,无 法采用概率理论对其精确描述,为准确量化飞 行器级间分离过程中系统参数的内在可变性以 及对系统认知的不完整性,需要进一步开展基 于概率-非概率混合模型的飞行器级间分离可 靠性分析方法,为飞行器分离方案的精细化设 计提供决策支持。随机不确定性通常采用概率 理论描述,发展相对成熟<sup>[11-13]</sup>。认知不确定性 通常采用非概率理论来描述,包括区间理 论<sup>[14-15]</sup>、证据理论<sup>[16-17]</sup>、模糊理论<sup>[18]</sup>等。工程 应用中,考虑天地不一致性,某些参数仅能给出 上下边界,无法给出边界内的相关分布信息,因 而,区间理论适用性更为广泛,本文选用区间理 论描述认知不确定性。

为准确量化飞行器级间分离过程随机不确定 性和认知不确定性的综合影响,采用概率 - 区间 混合模型描述分离过程中系统参数的内在可变性 及对系统认知的不完整性。以某轴对称式飞行器 级间冷分离方案为研究对象,根据轴对称级间分 离结构的几何特点,设计了一种快速碰撞检测模 型,为可靠性分析提供支撑。进而,将混合可靠性 分析模型转化为随机可靠性分析的无约束优化问 题,采用高效全局优化和自主学习 Kriging 方法实 现无约束优化问题的高效求解,给出飞行器分离 任务可靠性的区间范围。

#### 1 分离动力学建模

以高马赫数飞行器级间冷分离方案为研究对 象,建立分离动力学模型。两体级间分离过程中, 上面级受到自身重力、气动力及两体分插拔脱力 的影响,下面级受到自身重力、气动力、两体分插 拔脱力、发动机残余推力以及反推发动机推力等 因素影响。图1为飞行器级间冷分离示意图。





飞行器组合体、上面级和下面级的弹体系原 点与对应质心重合, x 轴与对应弹体轴线重合, y 轴在弹体纵向对称面内,且垂直于 x 轴;定义飞行 器分离系与分离开始时组合体的弹体系一致。级 间分离刚体动力学方程为:

$$\begin{cases} m \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = F_x, \ I_{x1} \frac{\mathrm{d}\omega_{x1}}{\mathrm{d}t} + (I_{z1} - I_{y1}) \omega_{z1} \omega_{y1} = M_{x1} \\ m \frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t} = F_y, \ I_{y1} \frac{\mathrm{d}\omega_{y1}}{\mathrm{d}t} + (I_{x1} - I_{z1}) \omega_{x1} \omega_{z1} = M_{y1} \\ m \frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t} = F_z, \ I_{z1} \frac{\mathrm{d}\omega_{z1}}{\mathrm{d}t} + (I_{y1} - I_{x1}) \omega_{y1} \omega_{x1} = M_{z1} \end{cases}$$
(1)

其中:分析对象可以是上面级、下面级或者两者的 组合体,m 是各分析对象对应的质量; $v_x$ , $v_y$ , $v_z$  是 各分析对象对应的速度矢量在分离系下的速度投 影; $F_x$ , $F_y$ , $F_z$  是各分析对象受到的合力在分离系 下的投影; $\omega_{x1}$ , $\omega_{y1}$ , $\omega_{z1}$ 为分析对象转动角速度在 弹体系中的分量; $I_{x1}$ , $I_{y1}$ , $I_{z1}$ 为分析对象相对其弹 体系的转动惯量。此外,补充建立角速度与欧拉 角、位置与速度之间的关系,如式(2)所示。

$$\begin{cases} \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = V_x, & \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t} = \frac{\sin\gamma}{\cos\psi}\omega_{y1} + \frac{\cos\gamma}{\cos\psi}\omega_{z1} \\ \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = V_y, & \frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t} = \cos\gamma\omega_{y1} - \sin\gamma\omega_{z1} \\ \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} = V_z, & \frac{\mathrm{d}\gamma}{\mathrm{d}t} = \omega_{x1} + (\sin\gamma\tan\psi)\omega_{y1} + (\cos\gamma\tan\psi)\omega_{z1} \end{cases}$$
(2)

进一步给出分析对象弹体坐标系到分离坐标系的转换矩阵。

 $\boldsymbol{G}_{\mathrm{B}} = \begin{bmatrix} \cos\varphi \cos\psi & -\sin\varphi \cos\gamma + \cos\varphi \sin\psi \sin\gamma \\ \sin\varphi \cos\psi & \cos\varphi \cos\gamma + \sin\varphi \sin\psi \sin\gamma \\ -\sin\psi & \cos\psi \sin\gamma \end{bmatrix}$ 

飞行器级间冷分离过程,上面级发动机喷管 需从下面级壳体内拔出,需重点关注两体运动关 系及相对距离,避免两体发生碰撞。碰撞检测是 分离仿真的难点之一,其关键在于计算空间两体 的最小间隙距离,结合干扰式轴对称级间分离结 构的几何特点,设计了一种快速碰撞检测方法,干 扰式分离过程中两体分离最小间隙距离一般有两 种可能形式<sup>[19]</sup>,如图2所示。



(a) The first form of minimum clearance distance  b)最小间隙距离形式二
 (b) The second form of minimum clearance distance

# 图 2 飞行器干扰式分离 Fig. 2 Vehicle interfering separation

结合串联干扰式分离的特点,危险体截面为 上面级发动机喷管的下底边和级间段的上底边, 故特征点应在危险体截面上平均选取。这里将上 面级发动机喷管和级间段简化为一个圆台体,重 点关注各个特征点到圆台体的最短距离,记圆台 体上表面圆心坐标为A,半径为r<sub>A</sub>;下表面圆心坐 标为B,半径为r<sub>B</sub>;特征点坐标为P,由于特征点 到圆台体的最短距离d一定在平面PAB内,此时 三维空间问题转化为二维平面问题,如图3所示。



图 3 不同区域最短距离

Fig. 3 Minimum distance in different regions

为保证特征点到圆台体最短距离的计算完备 性,根据圆台体的几何特点,将特征点所在区域划

$$\frac{\sin\varphi\sin\gamma + \cos\varphi\sin\psi\cos\gamma}{-\cos\varphi\sin\gamma + \sin\varphi\sin\psi\cos\gamma}$$
(3)  
$$\frac{\cos\psi\cos\gamma}{\cos\psi\cos\gamma}$$

分为10个不同的区域,其中3、4、8、9区的最短距 离为特征点到圆台体内外表面的最短距离,其他 区域最短距离为特征点到圆台体上下低边的最短 距离。特征点 P 到圆台体中轴线的距离 r<sub>P</sub>,圆台 体截面底边夹角 θ 及8、9、10 区分界点 C、D 可进 一步表示为:

$$\begin{cases} r_{P} = \frac{\|\boldsymbol{A}\boldsymbol{P} \times \boldsymbol{A}\boldsymbol{B}\|}{\|\boldsymbol{A}\boldsymbol{B}\|} \\ \theta = \arctan\left(\frac{\|\boldsymbol{A}\boldsymbol{B}\|}{r_{B} - r_{A}}\right) \\ C = \frac{r_{A}}{\tan\theta} \frac{\boldsymbol{A}\boldsymbol{B}}{\|\boldsymbol{A}\boldsymbol{B}\|} + A \\ D = \frac{r_{B}}{\tan\theta} \frac{\boldsymbol{A}\boldsymbol{B}}{\|\boldsymbol{A}\boldsymbol{B}\|} + B \end{cases}$$
(4)

结合所在区域的特点,给出特征点 P 到圆台体的最小距离 d<sub>s</sub>,如下节中 10 个情况下的 d<sub>s</sub> 公式所示。进而,选取危险截面所有特征点的最小 值为某一时刻两体分离的最小间隙距离 d<sub>smin</sub>

 $d_{smin} = \min\{d_{si}\}, i = 1, \dots, N$  (5) 其中, N 为危险截面特征点的数量。采用四阶龙 格库塔方法进行两体分离动力学仿真, 定义从分 离开始到上面级起控过程中, 两体最小间隙距离 最近的时刻为危险时刻, 在上面级发动机喷管从 级间段拔出过程中, 为避免时间步长过大导致漏 失危险时刻, 需要在危险区域附近缩短时间步长, 识别两体分离过程中的危险时刻, 取时间步长为 0.002 s。考虑数值误差和安全系数的影响, 给定 最小间隙阈值  $\varepsilon_d$ , 若从开始分离到上面级起控过 程中, 所有时刻最小间隙距离的最小值大于阈值  $\varepsilon_d$ ,则判定分离过程中未发生碰撞。

# 2 分离可靠性建模

飞行器分离过程存在多种故障模式,其中较 为典型的故障模式包括两体碰撞及上面级起控失 效。前者由于两体干涉碰撞,上面级部分功能失 效,采用上述碰撞检测方案快速给出两体分离过 程的最小间隙距离。后者可能由于上面级起控时 角速度过大,上面级不可控,分离任务失败。

1)若 $AP \cdot AB < 0, r_P \leq r_A, 则 P 在 1 区, 从而$ 

$$d_{s} = \sqrt{(r_{A} - r_{P})^{2} + \|\boldsymbol{AP}\|^{2} - r_{P}^{2}}$$
2) 若 AP · AB < 0,  $r_{P} > r_{A}$ ,  $\left(r_{P} - r_{A} + \frac{\sqrt{\|\boldsymbol{AP}\|^{2} - r_{P}^{2}}}{\tan\theta}\right) \cos\theta \sin\theta < \sqrt{\|\boldsymbol{AP}\|^{2} - r_{P}^{2}}$ , 则 P 在

2区,从而

$$d_{s} = \sqrt{(r_{P} - r_{A})^{2} + \|\boldsymbol{A}\boldsymbol{P}\|^{2} - r_{P}^{2}}$$
3) 若  $\boldsymbol{A}\boldsymbol{P} \cdot \boldsymbol{A}\boldsymbol{B} < 0, r_{P} > r_{A}, (r_{P} - r_{A} + r_{P})^{2}$ 

 $\frac{\sqrt{\|\boldsymbol{A}\boldsymbol{P}\|^2 - r_p^2}}{\tan\theta} \bigg) \cos\theta \sin\theta \ge \sqrt{\|\boldsymbol{A}\boldsymbol{P}\|^2 - r_p^2}, \, \boldsymbol{\mathcal{M}} \, \boldsymbol{P} \, \boldsymbol{\Xi} \, \boldsymbol{3}$ 

区,从而

$$\begin{aligned} d_{s} &= \left(r_{p} - r_{A} + \frac{\sqrt{\|\boldsymbol{AP}\|^{2} - r_{p}^{2}}}{\tan\theta}\right) \sin\theta \\ & 4) \stackrel{\text{d}}{=} \boldsymbol{AP} \cdot \boldsymbol{AB} > 0, \boldsymbol{BA} \cdot \boldsymbol{BP} > 0, r_{p} > r_{A} + (r_{B} - r_{A})) \\ & r_{A} \cdot \frac{\|\boldsymbol{AB}\| - \sqrt{\|\boldsymbol{BP}\|^{2} - r_{p}^{2}}}{\|\boldsymbol{AB}\|}, \quad \left[r_{p} - r_{A} - (r_{B} - r_{A})\right] \cdot \frac{\|\boldsymbol{AB}\| - \sqrt{\|\boldsymbol{BP}\|^{2} - r_{p}^{2}}}{\|\boldsymbol{AB}\|} \\ & \frac{\|\boldsymbol{AB}\| - \sqrt{\|\boldsymbol{BP}\|^{2} - r_{p}^{2}}}{\|\boldsymbol{AB}\|} \end{aligned}$$

P在4区,从而

 $d_{s} = \left[r_{p} - r_{A} - (r_{B} - r_{A})\frac{\|\boldsymbol{A}\boldsymbol{B}\| - \sqrt{\|\boldsymbol{B}\boldsymbol{P}\|^{2} - r_{p}^{2}}}{\|\boldsymbol{A}\boldsymbol{B}\|}\right]\sin\theta$ 5)若 $AP \cdot AB > 0, BA \cdot BP > 0, r_P > r_A + (r_R - P)$  $(r_A) \frac{\|AB\| - \sqrt{\|BP\|^2 - r_P^2}}{\|AB\|}, [r_P - r_A - (r_B - r_A)]$ 

$$\frac{\|\boldsymbol{A}\boldsymbol{B}\| - \sqrt{\|\boldsymbol{B}\boldsymbol{P}\|^2 - r_p^2}}{\|\boldsymbol{A}\boldsymbol{B}\|} ]\cos\theta\sin\theta \ge \sqrt{\|\boldsymbol{B}\boldsymbol{P}\|^2 - r_p^2},$$

P在5区,从而

$$d_{s} = \sqrt{(r_{P} - r_{B})^{2} + \|BP\|^{2} - r_{P}^{2}}$$
  
6) 若 BA · BP < 0,  $r_{P} > r_{B}$ , 則 P 在 6 区, 从而  
 $d_{s} = \sqrt{(r_{P} - r_{B})^{2} + \|BP\|^{2} - r_{P}^{2}}$   
7) 若 BA · BP < 0,  $r_{P} \leq r_{B}$ ,  
 $\arccos\left(\frac{DB \cdot DP}{\|DB\| \cdot \|DP\|}\right) > \theta$ , 則 P 在 7 区, 从而  
 $d_{s} = \sqrt{(r_{B} - r_{P})^{2} + \|BP\|^{2} - r_{P}^{2}}$   
8) 若 BA · BP < 0,  $r_{P} \leq r_{B}$ ,  
 $\arccos\left(\frac{DB \cdot DP}{\|DB\| \cdot \|DP\|}\right) < \theta$ , 則 P 在 8 区, 从而  
 $d_{s} = \left(r_{B} + \frac{\sqrt{\|BP\|^{2} - r_{P}^{2}}}{\tan \theta} - r_{P}\right)\sin\theta$   
9) 若 AP · AB > 0, BA · BP > 0,  $r_{P} \leq r_{A} + (r_{B} - r_{A})\frac{\|AB\| - \sqrt{\|BP\|^{2} - r_{P}^{2}}}{\|AB\|}$ ,  $\arccos\left(\frac{CA \cdot CP}{\|CA\| \cdot \|CP\|}\right) > \theta$ , 則 P 在 9 区, 从而  
 $d_{s} = \left[r_{A} + (r_{B} - r_{A})\frac{\|AB\| - \sqrt{\|BP\|^{2} - r_{P}^{2}}}{\|AB\|} - r_{P}\right]\sin\theta$   
10) 若 AP · AB > 0, BA · BP > 0,  $r_{P} \leq r_{A} + (r_{B} - r_{P})\sin\theta$ 

$$\frac{\tan \theta}{\Delta \mathbf{P} \cdot \mathbf{A} \mathbf{B}} > 0, \mathbf{B} \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} \mathbf{P} > 0, r_P \leq r_A + (r_B - \frac{1}{|\mathbf{P} \mathbf{P}||^2})$$

$$\frac{\|\boldsymbol{AB}\| - \sqrt{\|\boldsymbol{BP}\| - r_p}}{\|\boldsymbol{AB}\|}, \operatorname{arccos}\left(\frac{\boldsymbol{CA} \cdot \boldsymbol{CP}}{\|\boldsymbol{CA}\| \cdot \|\boldsymbol{CP}\|}\right) > 0, \quad \text{ m} P \neq 9 \text{ (I}, \quad \text{ m} \text{ m}$$

$$d_{s} = \left[ r_{A} + (r_{B} - r_{A}) \frac{\|\boldsymbol{A}\boldsymbol{B}\| - \sqrt{\|\boldsymbol{B}\boldsymbol{P}\|^{2} - r_{P}^{2}}}{\|\boldsymbol{A}\boldsymbol{B}\|} - r_{P} \right] \sin\theta$$

$$10) \stackrel{\text{d}}{\rightrightarrows} \boldsymbol{A}\boldsymbol{P} \cdot \boldsymbol{A}\boldsymbol{B} > 0, \boldsymbol{B}\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{B}\boldsymbol{P} > 0, r_{P} \leq r_{A} + (r_{B} - r_{A}) \frac{\|\boldsymbol{A}\boldsymbol{B}\| - \sqrt{\|\boldsymbol{B}\boldsymbol{P}\|^{2} - r_{P}^{2}}}{\|\boldsymbol{A}\boldsymbol{B}\|}, \operatorname{accos} \left( \frac{\boldsymbol{C}\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{C}\boldsymbol{P}}{\|\boldsymbol{C}\boldsymbol{A}\| \cdot \|\boldsymbol{C}\boldsymbol{P}\|} \right) \leq$$

 $\theta$ ,则 P 在 10 区,从而

$$d_{s} = \sqrt{(r_{A} - r_{P})^{2} + \|\boldsymbol{A}\boldsymbol{P}\|^{2} - r_{P}^{2}}$$

针对上述两种典型失效模式,分离过程中的 随机不确定性参数向量表示为X,认知不确定性 参数向量表示为 Y,则两体分离最短距离为  $d_{smin}(X,Y)$ ,上面级起控时的角速度为 $\omega(X,Y)$ , 且这两种失效模式构成串联系统,飞行器级间分 离的多故障联合失效域为:

 $D_{\rm f} = \{ d_{\rm smin}(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{Y}) < \varepsilon_d \cup \boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{Y}) > \varepsilon_{\boldsymbol{\omega}} \} \quad (6)$ 式中, $\varepsilon_a$ , $\varepsilon_a$ 分别为两体分离最小间隙距离阈值 和上面级起控时角速度阈值。进而,分离可靠 度为:

$$R = 1 - Pr(D_{f})$$
  
= 1 - Pr {  $d_{smin}(X, Y) < \varepsilon_{d} \cup \omega(X, Y) > \varepsilon_{\omega}$  } (7)

#### 飞行器概率 – 区间混合可靠性分析 3

#### 3.1 概率 - 区间混合可靠性模型

采用概率理论描述随机不确定性 X,采用区 间理论描述认知不确定性 Y,由于对系统认知的 不完整性,区间理论通过给出上下界描述其可能 分布的范围,进而概率-区间混合可靠性模型也 会给出飞行器分离可靠性的下界  $R_{\rm L}(\overline{D}_{\rm f})$  和分离 可靠性的上界  $R_{\rm II}(\overline{D}_{\rm f})$ 来描述式(7)精确概率的 可能取值区间。这一概念也符合工程需求,针对 复杂分离系统通过给定精确概率的可能取值区间 量化系统参数的内在可变性及对系统认知的不完 整性,识别潜在的技术风险。

考虑认知不确定性 Y 在某一区间[ $Y_L, Y_U$ ], 分离失效概率上界 Pu进一步转化为最大无约束 优化问题

max  $Pr\{X | Y \in [Y_{\mathrm{L}}, Y_{\mathrm{U}}], d_{\mathrm{smin}}(X, Y) <$ 

$$_{d} \cup \omega(X, Y) > \varepsilon_{\omega}$$
 (8)

同理,分离失效概率下界 P<sub>n</sub>转化为最小无约 束优化问题

min  $Pr\{X | Y \in [Y_L, Y_U], d_{smin}(X, Y) <$ 

 $\varepsilon_d \cup \omega(X, Y) > \varepsilon_{\omega}$ (9)

通过上述推导,将概率-区间可靠性模型转 化为随机可靠性分析的无约束优化问题。

### 3.2 多故障联合可靠性分析

考虑到飞行器分离的多故障联合失效域包含 若干功能函数,传统的一次可靠度法(first order reliability analysis method, FORM)等在功能函数 最大可能点(most probable point, MPP)进行泰勒 展开,在求解非线性多故障联合可靠度问题时会 产生较大误差<sup>[20]</sup>。针对这一问题, Echard 等提出

了 Kriging 与 Monte Carlo 相结合的主动学习可靠 性方法(active learning reliability method combining Kriging and Monte Carlo simulation, AK-MCS)的单 故障可靠度分析方法,具有很高的效率<sup>[21-22]</sup>,以 此为基础,进一步发展了适用于串联或者并联系 统的多故障系统可靠性的主动学习 Kriging 方法 (active learning Kriging method for system reliability, AK-SYS)<sup>[23-24]</sup>。

以认知不确定性 Y 在某一区间  $[Y_L, Y_U]$  为 例,结合飞行器级间分离的特点,利用 Kriging 代 理模型将功能函数表达为:

$$\hat{g}(X) = f^{T}(X)\beta + z(X)$$
 (10)  
式中,  $f(X)$ 为回归函数,  $\beta$ 为回归系数向量,  
 $z(X)$ 为高斯修正过程。Kriging 预测值 $\hat{g}(X)$ 服从  
Gaussian 分布:

$$\hat{\boldsymbol{g}}(\boldsymbol{X}) \sim \mathrm{N}[\boldsymbol{\mu}_{\hat{g}}(\boldsymbol{X}), \boldsymbol{\sigma}_{\hat{g}}(\boldsymbol{X})] \qquad (11)$$

$$\boldsymbol{\mathfrak{K}} \boldsymbol{\Phi}, \boldsymbol{\mathfrak{H}} \boldsymbol{\mathfrak{h}} \hat{\boldsymbol{g}}(\boldsymbol{X}) \boldsymbol{\mathfrak{H}} \boldsymbol{\mathfrak{f}} \boldsymbol{\mathfrak{E}} \boldsymbol{\sigma}_{\hat{g}}^{2}(\boldsymbol{X}) \boldsymbol{\mathfrak{H}};$$

$$\boldsymbol{\mu}_{\hat{g}}(\boldsymbol{X}) = \boldsymbol{f}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{X}) \hat{\boldsymbol{\beta}} + \boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{X}) \boldsymbol{R}^{-1}(\boldsymbol{g} - \boldsymbol{F} \hat{\boldsymbol{\beta}})$$

$$\boldsymbol{\sigma}_{\hat{g}}^{2}(\boldsymbol{X}) = \boldsymbol{\sigma}^{2} - [\boldsymbol{f}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{X}) \quad \boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{X})] \begin{bmatrix} \boldsymbol{0} & \boldsymbol{F}^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{F} & \boldsymbol{R} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \boldsymbol{f}(\boldsymbol{X}) \\ \boldsymbol{r}(\boldsymbol{X}) \end{bmatrix}$$

$$(12)$$

其中, $\mathbf{r}^{\mathrm{T}}(\mathbf{X}) = [\mathbf{R}(\mathbf{X}, \mathbf{X}_{1}), \cdots, \mathbf{R}(\mathbf{X}, \mathbf{X}_{N})]^{\mathrm{T}}$ 是预 测点 **X** 和训练样本点集  $\mathbf{X}_{\mathrm{T}} = [\mathbf{X}_{1}, \mathbf{X}_{2}, \cdots, \mathbf{X}_{N}]^{\mathrm{T}}$ 之间的相关函数向量。

结合随机不确定性分布类型及参数,在随机 空间中抽取样本点,样本点数量满足条件:

$$\sqrt{\frac{1 - P_{\rm f}}{N_{\rm c} P_{\rm f}}} \le 0.05$$
 (13)

式中,*P*<sub>f</sub>为多故障联合失效概率。结合 Kriging 模型能够直接给出预测点均值和标准差的特点,利用概率分类函数评估预测点 *X* 的不确定性,式(11)给出了 Kriging 预测值 Gaussian 分布特性,以此为基础, Kriging 模型的分类失效函数可表达为:

$$\pi(X) = \Phi\left(-\frac{|\mu_{\hat{g}}(X)|}{\sigma_{\hat{g}}(X)}\right)$$
(14)

式中, **Φ**(·) 为标准正态分布函数。

针对多故障联合可靠性分析的特点,进一步 给出飞行器级间分离多故障联合分类失效函 数为:

$$\pi_{\rm sys}(\mathbf{X}) = \Phi\left(-\frac{|\mu_{\hat{g}}^{\rm sys}(\mathbf{X})|}{\sigma_{\hat{g}}^{\rm sys}(\mathbf{X})}\right)$$
(15)

式中: $\mu_{\hat{s}}^{\text{sys}}(X) = \min[\mu_{\hat{d}}(X) - \varepsilon_{d}, \varepsilon_{\omega} - \mu_{\hat{\omega}}(X)], 为$ 两体分离预测最小间隙距离与给定阈值之差和上面级起控角速度阈值与预测角速度之差的最小

值;  $\sigma_g^{sys}(X)$  为其对应的标准差。进一步选取多故 障联合分类失效概率最大的点作为后续新增的训 练样本点以更新当前的 Kriging 代理模型。进而 多故障联合学习函数可以表达为:

$$U_{\rm sys}(\boldsymbol{X}) = \frac{\left|\boldsymbol{\mu}_{\hat{g}}^{\rm sys}(\boldsymbol{X})\right|}{\boldsymbol{\sigma}_{\hat{g}}^{\rm sys}(\boldsymbol{X})} \tag{16}$$

当 $U_{sys}$ 函数的最小值大于2时,样本点集的 分类失效概率最大值仅为 $\Phi(-2) \approx 0.0228$ ,满 足收敛要求。

#### 3.3 高效全局优化

通过主动学习系统可靠性分析方法给出认知 不确定性 Y 在某一实现 Ŷ 下的多故障联合可靠 度,多故障联合可靠度以可靠度指标的形式表 示为:

$$\beta_{b}(\tilde{Y}) = \Phi^{-1}(Pr|X|d_{smin}(X,\tilde{Y}) < \varepsilon_{d} \cup \omega(X,\tilde{Y}) > \varepsilon_{\omega})$$
(17)

进一步采用全局优化算法在认知不确定性内  $Y \in [Y_L, Y_U]$ 寻找多故障联合可靠度的最大值和 最小值。

针对这一无约束优化问题,由于多故障联合 可靠性分析嵌套在优化过程中,如何高效求解无 约束优化问题是混合可靠性分析的关键环节之 一。Jones 等<sup>[25]</sup>将全局优化算法与代理模型相结 合,进一步发展了高效全局优化(efficient global optimization, EGO)方法,其关键在于优化求解期 望改善函数(expected improvement function, EIF)。以求解分离失效概率下限为例,定义期望 改善函数为:

 $\Pi(\mathbf{Y}) \equiv E\{\max[\beta_{b}(\mathbf{Y}^{*}) - \hat{\beta}_{b}(\mathbf{Y}), 0]\} \quad (18)$ 式中, **Y**<sup>\*</sup> 为当前训练样本点集中的最优解,  $\hat{\beta}_{b}(\mathbf{Y})$ 为代理模型对预测点**Y**的预测值。针对  $\hat{\beta}_{b}(\mathbf{Y})$ 进行积分运算,期望改善函数<sup>[25-26]</sup>为:

$$\Pi(\boldsymbol{Y}) = \int_{-\infty}^{\beta_{\rm b}(\boldsymbol{Y}^*)} [\boldsymbol{\beta}_{\rm b}(\boldsymbol{Y}^*) - \boldsymbol{\beta}_{\rm b}(\boldsymbol{Y})] \hat{\boldsymbol{\beta}}_{\rm b}(\boldsymbol{Y}) d\boldsymbol{\beta}_{\rm b}$$
(19)

式中, $\beta_{\rm b}(\cdot)$ 是代理模型 $\beta_{\rm b}(Y)$ 的某一实现。利用 Kriging 预测值服从高斯分布的特性,期望改善函数可推导为:

$$\Pi(\mathbf{Y}) = \left[\beta_{\rm b}(\mathbf{Y}^*) - \mu_{\hat{\beta}_{\rm b}}(\mathbf{Y})\right] \Phi \left[\frac{\beta_{\rm b}(\mathbf{Y}^*) - \mu_{\hat{\beta}_{\rm b}}(\mathbf{Y})}{\sigma_{\hat{\beta}_{\rm b}}(\mathbf{Y})}\right] + \sigma_{\hat{\beta}_{\rm b}}(\mathbf{Y}) \phi \left[\frac{\beta_{\rm b}(\mathbf{Y}^*) - \mu_{\hat{\beta}_{\rm b}}(\mathbf{Y})}{\sigma_{\hat{\beta}_{\rm b}}(\mathbf{Y})}\right]$$
(20)

式中, $\boldsymbol{\Phi}(\cdot)$ 为标准正态分布函数, $\boldsymbol{\phi}(\cdot)$ 为标准 正态概率密度函数, $\boldsymbol{\beta}_{\mathrm{b}}(\boldsymbol{Y}^{*})$ 为训练样本点集中的 最小值,  $\mu_{\beta_b}(Y)$  为点 Y 的预测值。在 Kriging 代 理模型中寻优期望改善函数最大的样本点为新增 点,序贯加点,直至期望改善函数的最大值小于给 定阈值  $\varepsilon$  时,判定收敛。此时分离失效概率下 界为:

$$P_{\rm fL} = \Phi[\beta_{\rm b}(\boldsymbol{Y}^*)] \qquad (21)$$

同理,将分离失效概率上界的最大值优化问题转化为最小值优化问题,即可通过上述方法给出结果。

# 4 实例结果

以某低空高超声速轴对称式飞行器级间冷分 离方案为应用对象。考虑到分离过程中系统参数 的内在可变性及对系统认知的不完整性,给出如 表1所示的随机不确定性分布描述和认知不确定 性分布描述。

#### 表1 随机不确定性分布类型及其参数

Tab. 1 Distribution models and parameters of random uncertainties

名称	分布类型	分布参数
上面级质心位置 x <sub>u</sub> /m	正态	$N(2.5, 0.03^2)$
分离初始攻角 $\alpha_0/(°)$	正态	$N(2, 0.1^2)$
分离初始侧滑角 $\beta_0/(\circ)$	正态	$N(1, 0.1^2)$
残余推力偏斜角 $ heta_{ft}$ /(°)	正态	$N(0,1^2)$
残余推力偏移 $d_{\rm hx}/{ m m}$	正态	$N(0, 0.01^2)$

通过试验数据和工程经验确定随机不确定性 参数的分布,选取工程上重点关注的若干参数作 为随机不确定性参数,进而通过灵敏度分析可知, 初始俯仰角速率和气动特性偏差对两体分离最短 距离 d 和上面级起控时的角速度  $\omega$  有较大影响, 同时这两者在工程上难以采用概率理论精确描述,因而将其处理为认知不确定性。初始俯仰角 速率 d $\varphi_0 \in [-1((°)/s), 0]$ ,气动特性偏差  $W_{\text{od}} \in [-0.15, 0.15]$ 。

针对飞行器级间冷分离方案的特点, Kriging 模型选用二阶多项式回归模型作为回归函数。对 于多故障联合可靠性分析问题, 初选阶段选用常 用的拉丁超立方采样方法对随机不确定性空间进 行均匀采样, Kriging 模型选用二阶多项式回归模 型作为回归函数。为了验证上述方法的正确性, 在随机变量空间选用蒙特卡洛方法抽取 10<sup>6</sup> 个样 本点, 进一步在区间分布空间均匀抽取 2 000 个 认知不确定性变量样本, 以此获取认知不确定性 Y 在区间内变化影响下多故障联合可靠度响应的 变化范围<sup>[5]</sup>,分别给出分离高度为 36 km 条件下的分离可靠性的上下界,见表 2 所示。

### 表 2 混合不确定性下飞行器级间分离可靠性上下界

Tab. 2 Comparison of maximum and minimum of system reliability of vehicle stage separation under mixed uncertainties

项目	本文方法	蒙特卡洛方法
分离可靠性下界	0.974 6	0.976 6
分离可靠性上界	1.000 0	1.000 0
模型调用次数	1 562	$2 \times 10^{9}$

表2的计算结果表明,本文方法得到的分离 可靠性上、下界结果与采用蒙特卡洛方法的计算 结果相吻合,最大相对误差仅为0.2%,这说明了 本文方法的正确性。同时,模型调用次数远低于 蒙特卡洛方法的分析次数,说明了本文方法的高 效性和可行性。进一步,针对低空高速飞行器级 间分离的特点,考虑不同高度对分离可靠性的影 响,在认知不确定性相同设置条件下,采用本文方 法给出25~40 km 之间飞行器级间冷分离的系统 可靠性,如图4 所示。







图4结果表明,在某些分离高度下,分离可靠 性的可能分布区间较大,这表明在当前分离高度 进行级间分离时认知不确定性影响显著,需要进 一步考虑可能存在的技术风险。从总体趋势来 看,飞行器分离高度对分离可靠性的影响显著,由 于高超声速飞行器飞行马赫数较大,随着分离高 度的降低,承受动压较大,因而气动特性偏差影响 显著。以分离可靠性下限为参考,通过控制分离 高度可实现两体可靠分离,为飞行器分离方案的 精细化设计提供决策支持。

## 5 结论

 1)本文以某低空高超声速轴对称式飞行器 级间冷分离方案为应用对象,结合干扰式轴对称 级间冷分离结构的几何特点,设计了一种快速碰 撞检测方法,能够实时给出两体分离最小间隙 距离。

2)综合考虑分离过程中系统参数的内在可 变性及对系统认知的不完整性,构建了随机不确 定性和认知不确定性混合可靠性模型,提升了飞 行器分离任务可靠性评估的准确性。

3)针对混合可靠性分析模型,将其转化为随 机可靠性分析的无约束优化问题,利用高效全局 优化和多故障主动学习 Kriging 方法高效准确求 解该无约束优化问题,计算结果验证了本文方法 的正确性和可行性。

# 参考文献(References)

[1] 李东旭. 航天飞行器分离动力学[M]. 北京: 科学出版 社, 2013.

LI D X. Spacecraft separation dynamics [ M ]. Beijing: Science Press, 2013. (in Chinese)

- [2] 贾如岩, 江振宇, 张为华. 高超声速飞行器级间分离偏差 干扰仿真[J]. 固体火箭技术, 2012, 35(5): 578-582.
  JIA R Y, JIANG Z Y, ZHANG W H. Simulation of offnominal parameters disturbance of hypersonic vehicle stage separation[J]. Journal of Solid Rocket Technology, 2012, 35(5): 578-582. (in Chinese)
- [3] 吕艳, 钟杰华, 尹世明. 基于不确定性的级间分离建模与 仿真[J]. 飞行力学, 2019, 37(2): 72-76.
  LYU Y, ZHONG J H, YIN S M. Modeling and simulation of stage-separation based on uncertainty analysis [J]. Flight Dynamics, 2019, 37(2): 72-76. (in Chinese)
- [4] 闻讯,柳军,夏智勋.吸气式高超声速飞行器助推分离过 程数值仿真[J].国防科技大学学报,2019,41(1): 34-40.

WEN X, LIU J, XIA Z X. Numerical simulation of booster separation for an air-breathing hypersonic vehicle[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2019, 41(1): 34 - 40. (in Chinese)

- [5] 陈小前,姚雯,欧阳琦.飞行器不确定性多学科设计优化 理论与应用[M].北京:科学出版社,2013.
   CHEN X Q, YAO W, OUYANG Q. Theory and application of uncertainty-based multidisciplinary design optimization for flight vehicles [M]. Beijing: Science Press, 2013. (in
- [6] HU X Z, CHEN X Q, ZHAO Y, et al. Active subspace approach to reliability and safety assessments of small satellite separation [J]. Acta Astronautica, 2017, 131: 159-165.

Chinese)

[7] 孙平,刘昆.小型固体运载器一、二级分离动力学与仿真 研究[J].国防科技大学学报,2010,32(2):27-32. SUN P, LIU K. Axial stage separation with close-loop attitude control of a small solid launcher [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2010, 32(2): 27 - 32. (in Chinese)

 [8] 沙建科,徐敏,施雨阳.基于蒙特卡洛模拟的导弹级间分离干扰仿真[J].科学技术与工程,2014,14(23): 306-310.

SHA J K, XU M, SHI Y Y. Simulation of disturbance of missile stage separation based on Monte Carlo method [J].
Science Technology and Engineering, 2014, 14(23): 306 – 310. (in Chinese)

- [9] ROSHANIAN J, TALEBI M. Monte Carlo simulation of stage separation dynamics of a multistage launch vehicle [J]. Applied Mathematics and Mechanics (English Edition), 2008, 29(11): 1411-1426.
- [10] 李慧通,赵阳,黄意新,等.新型级间分离方案设计与仿 真[J].固体火箭技术,2016,39(4):580-587.
  LI H T, ZHAO Y, HUANG Y X, et al. Design and simulation of new stage separation scheme [J]. Journal of Solid Rocket Technology, 2016, 39(4):580 - 587. (in Chinese)
- [11] 张磊刚,吕震宙,陈军.基于失效概率的矩独立重要性测度的高效算法[J].航空学报,2014,35(8):2199-2206.

ZHANG L G, LYU Z Z, CHEN J. An efficient method for failure probability-based moment-independent importance measure[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2014, 35(8): 2199 – 2206. (in Chinese)

[12] 聂兆伟,王浩,秦梦,等.高维不确定性条件下飞行器级间分离可靠性评估[J]. 宇航学报,2021,42(12): 1525-1531.
NIE Z W, WANG H, QIN M, et al. Reliability assessment of flight vehicle stage separation considering high-dimensional

uncertainties[J]. Journal of Astronautics, 2021, 42(12): 1525-1531. (in Chinese)

 [13] 张海瑞,王浩,王尧,等.基于不确定性的末制导初始参数优化设计方法[J].国防科技大学学报,2019,41(6): 33-38.
 ZHANG H R, WANG H, WANG Y, et al. Uncertainty-based

design optimization of terminal guidance initial parameters [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2019, 41(6): 33 – 38. (in Chinese)

- [14] WANG X J, QIU Z P. Interval finite element analysis of wing flutter[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2008, 21(2): 134 - 140.
- [15] 赵录峰,吕震宙,阚丽娟.随机-区间混合不确定性单输 出模型确认指标[J].国防科技大学学报,2018,40(3): 168-175.
  ZHAOLF,LYUZZ,KANLJ. Validation metric for single output models with stochastic and interval mixed uncertainty[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2018,40(3):168-175.(in Chinese)
- [16] SHAFER G. A mathematical theory of evidence [M]. New Jersey: Princeton University Press, 1976.
- [17] 于俊涛,邓卫,王巨,等. 基于近似移动矢量的证据理论 可靠性设计优化方法[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2021,48(8):59-67.
  YUJT, DENGW, WANGJ, et al. An evidence-theorybased reliability design optimization method using approximate shifting vector [J]. Journal of Hunan University (Natural

Sciences), 2021, 48(8): 59-67. (in Chinese)

- [18] LU Z Z, SUN J. General response surface reliability analysis for fuzzy-random uncertainty both in basic variables and in state variables [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2005, 18(2): 116-121.
- [19] 李晶,张海瑞,廖选平,等.基于危险截面特征点的多体 分离碰撞检测方法[J].导弹与航天运载技术,2015(6): 55-59.

LI J, ZHANG H R, LIAO X P, et al. Collision detection method of multi-body separation based on feature points in the danger section[J]. Missiles and Space Vehicles, 2015(6): 55 - 59. (in Chinese)

- [20] TORII A J, LOPEZ R H, MIGUEL L F F. A general RBDO decoupling approach for different reliability analysis methods[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2016, 54: 317 – 332.
- [21] ECHARD B, GAYTON N, LEMAIRE M. AK-MCS: an active learning reliability method combining Kriging and Monte Carlo simulation [J]. Structural Safety, 2011, 33(2): 145 - 154.
- [22] 祝学军,卜奎晨,王浩,等.采用优化加点 Kriging 模型的

助推火箭残骸安全区预示方法[J]. 国防科技大学学报, 2020, 42(2): 121-126.

ZHU X J, BU K C, WANG H, et al. Prediction method for booster rocket's debris safety control zone based on infillsampling Kriging model. [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2020, 42 (2): 121 - 126. (in Chinese)

- [23] FAURIAT W, GAYTON N. AK-SYS: an adaptation of the AK-MCS method for system reliability [J]. Reliability Engineering & System Safety, 2014, 123: 137-144.
- [24] WANG Y, HONG D P, MA X D, et al. A radial-based centralized Kriging method for system reliability assessment[J]. Journal of Mechanical Design, 2018, 140(7):071403.
- [25] JONES D R, SCHONLAU M, WELCH W J. Efficient global optimization of expensive black-box functions [J]. Journal of Global Optimization, 1998, 13: 455 - 492.
- [26] BICHON B J, ELDRED M S, MAHADEVAN S, et al. Efficient global surrogate modeling for reliability-based design optimization [J]. Journal of Mechanical Design, 2013, 135(1):011009.