

电磁轨道发射装置动态电感梯度分析*

翟小飞, 李鑫航, 刘 华, 彭之然

(海军工程大学 舰船综合电力技术国防科技重点实验室, 湖北 武汉 430033)

摘要: 推导了导轨间磁场均匀分布和非均匀分布两种情况下电感梯度数学计算模型。引入了速度频率来模拟电枢发射过程速度趋肤效应, 对导轨二维模型以及三维电磁场模型进行时谐仿真, 并将获得的单位长度电感以及电感梯度, 分别用于电气仿真系统中电感和电枢推力的计算。电气仿真和试验结果表明, 电流和出口速度误差均在2%以内, 证明了动态电感梯度分析及参数提取方法的正确性和准确性。

关键词: 电磁轨道发射装置; 动态电感梯度; 电流密度分布; 趋肤效应; 系统仿真

中图分类号: TM153+.2 **文献标志码:** A **开放科学(资源服务)标识码(OSID):**

文章编号: 1001-2486(2022)03-156-08



听
语
音
聊
科
研
与
作
者
互
动

Analysis of dynamic inductance gradient of electromagnetic rail launcher

ZHAI Xiaofei, LI Xinhang, LIU Hua, PENG Zhiran

(National Key Laboratory of Science and Technology on Vessel Integrated Power System, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

Abstract: A mathematical calculation model of armature inductance gradient under the conditions of uniform and non-uniform magnetic field distribution between guide rails was deduced. The velocity frequency was introduced to simulate the velocity skin effect of armature emission process, and the time-harmonic simulation analysis was carried out on the 2D and the 3D electromagnetic field model. The inductance coefficient and the inductance gradient obtained from the simulation were used to calculate the dynamic inductance and the dynamic armature force in the simulation system. Electrical simulation and experiment results show that both the current and the velocity error are less than 2%, which proves the correctness and accuracy of dynamic inductance gradient analysis and parameter extraction method.

Keywords: electromagnetic rail launcher; dynamic inductance gradient; current density distribution; skin effect; system simulation

电磁轨道发射装置是利用电磁力推动电枢在膛内高速运动的新型发射装置, 由于没有传统火药武器的声滞制约, 可以突破传统火药武器的出口速度限制, 实现超高速^[1-2]。电感梯度是电磁轨道炮的重要参数之一, 其大小直接影响电枢电磁推力的大小, 并对电磁轨道发射装置的发射效率和出口动能有着直接影响^[3-5]。导轨中的电流分布以及导轨间的磁场分布是电感梯度直接决定因素, 除了发射装置的结构、导轨截面形状、几何尺寸、导轨间距和材料属性等因素会影响电流密度分布, 输入电流波形、导轨电流扩散过程以及速度趋肤效应等因素也会对导轨电流密度和空间磁场分布产生直接的影响, 进而影响电感梯度大小^[6]。

Kerrisk 提出的高频电感梯度计算方法, 以电流完全趋于表面为假设, 而 Grover 提出的低频电

感梯度计算方法, 假设电流均匀分布于整个导轨, 因此这两种方法计算出的电感梯度都不会随电枢发射过程而变化^[7-9]。但是, 电枢发射过程中导轨中的电流密度分布和空间磁场不断变化, 导致装置储能电感和电感梯度是时变的, 因此电枢发射过程中获得准确电感梯度变化值是获得推力变化过程的关键, 也是提高系统仿真精度的关键。通过有限元软件进行电磁场仿真从而获得电感梯度等电磁参数, 并将电感梯度等参数代入系统电气仿真模型与实际发射试验进行对比分析, 是当前常用的一种做法。文献[10]进行了二维模型仿真分析, 将获得的电感梯度用于电气系统仿真模型中, 电枢出口速度的仿真值高于试验值。文献[11]根据三维模型中电枢推力曲线获得的电感梯度用于系统仿真, 仿真结果与试验误差较大。

本文分别推导了导轨间磁场均匀分布和非均

* 收稿日期: 2021-07-03

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51777212)

作者简介: 翟小飞(1982—), 男, 陕西西安人, 副研究员, 博士, 硕士生导师, smartnavy@126.com;

刘华(通信作者), 男, 助理研究员, 博士, 627386936@qq.com

匀分布情况下电感梯度 L'_a 数学计算模型。引入速度频率 f_v ,能够在电枢静止的有限元仿真模型中,对电枢运动产生的趋肤效应进行仿真,从而获得动态电感梯度参数。建立了全系统仿真模型,将二维模型获得的单位长度电感 L_u 用于系统电感参数计算。将三维模型获得的电枢动态电感梯度 L'_a 用于电枢推力计算。仿真结果与试验结果吻合较好,提高了系统仿真精度,表明提出的电感梯度分析方法和参数提取方法的正确性。

1 工作原理

电磁轨道发射装置工作原理是通电电枢在磁场中产生电磁推力从而推动电枢直线运动,电枢和导轨受力情况如图1所示。通电导轨在导轨内侧空间中形成了垂直纸面向里的磁感应强度 B_1 ,在导轨外侧空间形成了垂直纸面向外的磁感应强度 B_2 。电枢在 B_1 磁场区域产生向前电磁推力 F_a ,导轨中电流水平分量产生导轨外扩力 F_o 。由于速度趋肤效应和邻近效应,电流向导轨内侧汇集,电流密度在导轨长度方向呈三角形分布,这种三角形分布所产生的垂直分量会在导轨上产生前向推力。与此同时,电流从导轨“拐弯”流向电枢处,除了产生外扩力也会产生向前的分力,上述两部分前向分力之和构成了导轨总前向力 F_r 。

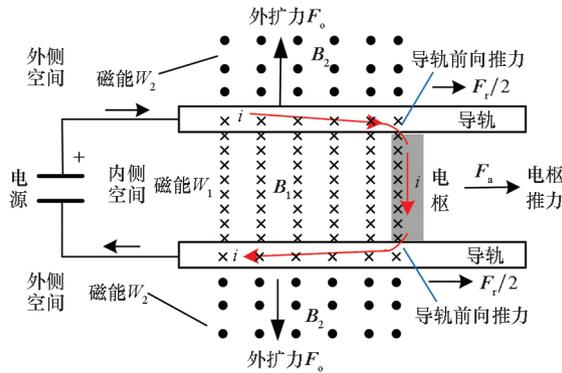


图1 电枢和导轨受力示意图

Fig.1 Force diagram of the armature and the rail

电枢电磁推力大小的计算公式为:

$$F_a = L'_a i^2 / 2 \tag{1}$$

根据式(1)给出的电枢推力与电流之间的关系,类似地设定导轨前向推力大小的计算公式为:

$$F_r = k_r i^2 / 2 \tag{2}$$

其中, $L'_a = dL_a/dx$ 定义为电感梯度, k_r 为导轨推力系数, i 为导轨电流。通电导轨和电枢均受到了向前的电磁力,且两个电磁力均与电流平方 i^2 成正比。

2 电感梯度理论分析

2.1 导轨间磁场均匀分布时电感梯度

电磁发射装置主要关心电枢推力大小,因此主要研究电枢推力对应的电感梯度的影响因素。

图2为两根矩形导轨构成的发射装置示意图。假设稳定电流 I 在导轨内均匀分布,电流密度为 J ,且导轨间的磁感应强度 B 均匀分布,导轨位于空气中。由于导轨沿 y 轴左右对称,导轨间中线处的磁感应强度 B 在 z 轴方向相互抵消,因此只有 y 轴分量 B_y 。根据毕奥-萨法定律,可以求解出坐标原点 O 处的磁感应强度为:

$$B_y = f_B(J, h, w, s) = \frac{\mu_0 J}{2\pi} \left[\frac{h}{2} \ln \frac{(2w+s)^2 + h^2}{s^2 + h^2} + w \cdot \arctan \frac{h}{2w+s} \right] \tag{3}$$

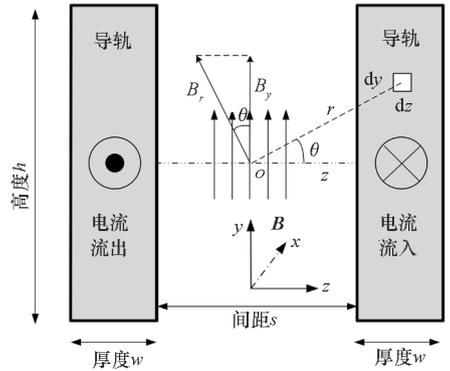


图2 矩形导轨结构形式

Fig.2 Rectangle rail structure state

电枢电流为 I ,其推力大小的计算公式为:

$$F_a = B_y I \cdot s = L'_a I^2 / 2 \tag{4}$$

推导出电感梯度表达式为:

$$L'_a = \frac{\mu_0 s}{\pi w h} \left[\frac{h}{2} \ln \frac{(2w+s)^2 + h^2}{s^2 + h^2} + w \cdot \arctan \frac{h}{2w+s} \right] \tag{5}$$

由式(5)可以看出,电感梯度除了受到磁导率 μ_0 影响外,只与导轨尺寸 w, h 以及导轨间距 s 相关。

式(5)表示了电流均匀分布条件下的电感梯度计算公式,这是一种电流扩散充分的“低频”电感梯度。导轨间磁感应强度实际情况是, z 轴方向呈中间小、两边大的分布规律,在 y 轴方向上呈中间大、两边小的分布规律,低频时这种空间分布差异并不大可近似认为均匀分布,因此可以近似采用式(3)~(5)表示。

电枢发射过程中,由于电流扩散、邻近效应以及速度趋肤效应,电流在矩形导轨截面近似呈回形分布,且电流更集中在导轨内表面,这种电流分

布效果与高频时电流分布效果类似。

根据上述特点,构建了电流回型分布模型,如图 3(a)所示,左右电流分布是相同的,而导轨内侧比外侧的电流密度集中区域厚度更大。根据电流密度回型分布特点,将导轨拆分为 4 组等效导轨^[12],每组导轨中的电流认为是均匀分布且相等的,其厚度由频率引起趋肤深度决定,如图 3(b)所示。

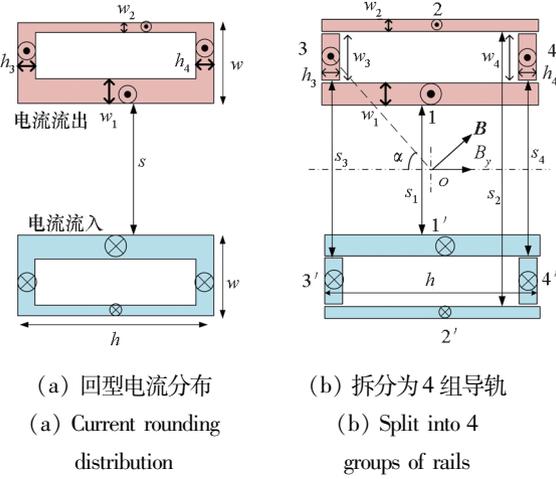


图 3 高频电流回型分布导轨模型

Fig. 3 Model of the high-frequency current rounding distribution

将 4 组导轨的几何尺寸 w, h 和间距 s 以及各组导轨电流密度 J_k 代入式(3),可以分别得到 4 组导轨在中心 O 点处产生的磁感应强度大小为 B_{yk} 。根据图 3(b)所示的几何关系,第 1 和第 2 组导轨可直接使用式(3),而第 3 和第 4 组导轨则用 α 对式(3)进行修正:

$$B_{yk} = \begin{cases} f_B(J_k, h_k, w_k, s_k) & k = 1, 2 \\ f_B(J_k, h_k, w_k, s_k/\sin\alpha) \cdot \sin\alpha & k = 3, 4 \end{cases} \quad (6)$$

其中, $\tan\alpha = (s + w)/h$ 。根据 4 组导轨电流密度相等的假设,且考虑到趋肤深度远小于 w, h 和 s ,原点 O 处的合成磁感应强度近似为:

$$B_y = \sum_{k=1}^4 B_{yk} \approx \frac{\mu_0 J_x}{2\pi} \left[w_1 \cdot \arctan \frac{h}{2w_1 + s_1} + w_2 \cdot \arctan \frac{h}{2w_2 + s_2} + 2h_3 \sin\alpha \ln \frac{2w_3 + s_3/\sin\alpha}{s_3/\sin\alpha} \right] = \frac{\mu_0 I}{2\pi A_x} K_\alpha \quad (7)$$

式中, A_x, J_x 分别为 4 组导轨总面积和对应的电流密度, K_α 为式(7)的中括号内容。按照轨道间磁场均匀分布的假设,根据式(4)可得高频电枢推力大小为 F_{ahf} 对应的电感梯度为:

$$L'_a = 2F_{\text{ahf}}/I^2 = 2 \left(\frac{\mu_0 K_\alpha}{2\pi A_x} I \right) I \cdot s/I^2 = \frac{\mu_0 K_\alpha s}{\pi A_x} \quad (8)$$

2.2 导轨间磁场非均匀分布时电感梯度

式(3)是导轨间磁感应强度 B 均匀分布条件下得到的近似公式,但电枢运动过程中导轨间磁感应强度随空间 $x - y - z$ 位置和时间 t 不断变化。为了获得更加精确的磁感应强度分布情况,需要引入磁扩散方程。

忽略位移电流,根据麦克斯韦方程组得:

$$\begin{cases} \nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} \\ \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \mathbf{J} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \end{cases} \quad (9)$$

在空气环境的线性系统中,可以得到导轨间磁扩散方程:

$$\frac{1}{\mu_0 \sigma} \nabla^2 \mathbf{B} - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (10)$$

参考图 2 所示的坐标轴,忽略 x, z 两个方向分量,即磁感应强度只有 y 轴分量 $\mathbf{B} = B_y \mathbf{j}$,在 $x - z$ 二维坐标系统中,导轨速度为零,电枢速度沿 x 轴方向大小为 v ,代入式(10)中得到磁感应强度的扩散方程式:

$$\begin{cases} \frac{1}{\mu_0 \sigma_r} \left(\frac{\partial^2 B_{ry}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 B_{ry}}{\partial z^2} \right) - \frac{\partial B_{ry}}{\partial t} = 0 \\ \frac{1}{\mu_0 \sigma_a} \left(\frac{\partial^2 B_{ay}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 B_{ay}}{\partial z^2} \right) - \frac{\partial B_{ay}}{\partial t} = -v \frac{\partial B_{ay}}{\partial x} \end{cases} \quad (11)$$

其中, σ_r 为导轨电导率, σ_a 为电枢电导率, B_{ry} 为导轨空间磁感应强度 y 轴分量, B_{ay} 为电枢磁感应强度 y 轴分量。根据式(11)以及相应的边界条件,可以计算出 B_{ry} 和 B_{ay} 。电枢推力沿 x 轴方向,其体积力密度计算式^[13]为:

$$f_a = -J_z B_y = -\frac{1}{2\mu_0} \frac{\partial B_y^2}{\partial x} \quad (12)$$

对电枢的体积力密度 f_a 进行体积分可以得到电枢推力和对应的电感梯度。

$$\begin{cases} F_a = \int_{\Omega} f_a dV = -\frac{1}{2\mu_0} \int_{\Omega} \frac{\partial B_{ay}^2}{\partial x} dV \\ L'_a = 2F_a/I^2 \end{cases} \quad (13)$$

电枢发射过程中,电流密度 \mathbf{J} 和磁感应强度 \mathbf{B} 均随时间和空间不断变化,因此要获得精准的磁感应强度分布和电磁推力数值,需要引入有限元模型进行数值仿真^[14-15]。

3 电感梯度仿真分析

3.1 二维模型有限元仿真

3.1.1 速度引起的趋肤效应分析

设定轨道厚度 $w = 10 \text{ mm}$,轨道高度 $h =$

30 mm,轨道间距 $s = 20$ mm,导轨二维有限元仿真模型如图4所示。

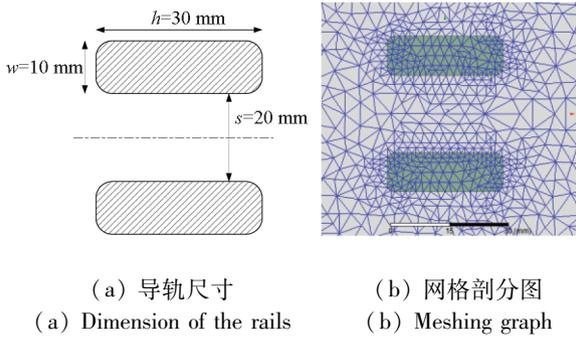


图4 二维轨道模型

Fig.4 Model of 2D rails model

根据文献[16]可知,电流频率和电枢速度所产生的趋肤效应可以在模型中采用扫频的方式进行涡流场分析,从而获得单位长度电感值。在ANSYS电磁场仿真软件系统中进行涡流场分析,首先需要确定电流频率范围。电枢在导轨高速运动过程中,不断将导轨新部分接入导电回路中,因此新接入的导轨就需要采用阶跃电流在导轨中扩散的模式进行分析,将阶跃扩散过程用稳态正弦电流所引起的频率趋肤效应来等效。式(14)给出了正弦电流趋肤深度 δ_{sin} 以及阶跃电流在导体中的扩散深度 δ_{step} 的表达式^[16-17]。

$$\begin{cases} \delta_{sin} = \sqrt{\frac{1}{\pi\mu\sigma f_e}} \\ \delta_{step} = \sqrt{\frac{\pi}{\mu\sigma} t} = \sqrt{\frac{\pi}{\mu\sigma} \frac{\lambda}{v}} \end{cases} \quad (14)$$

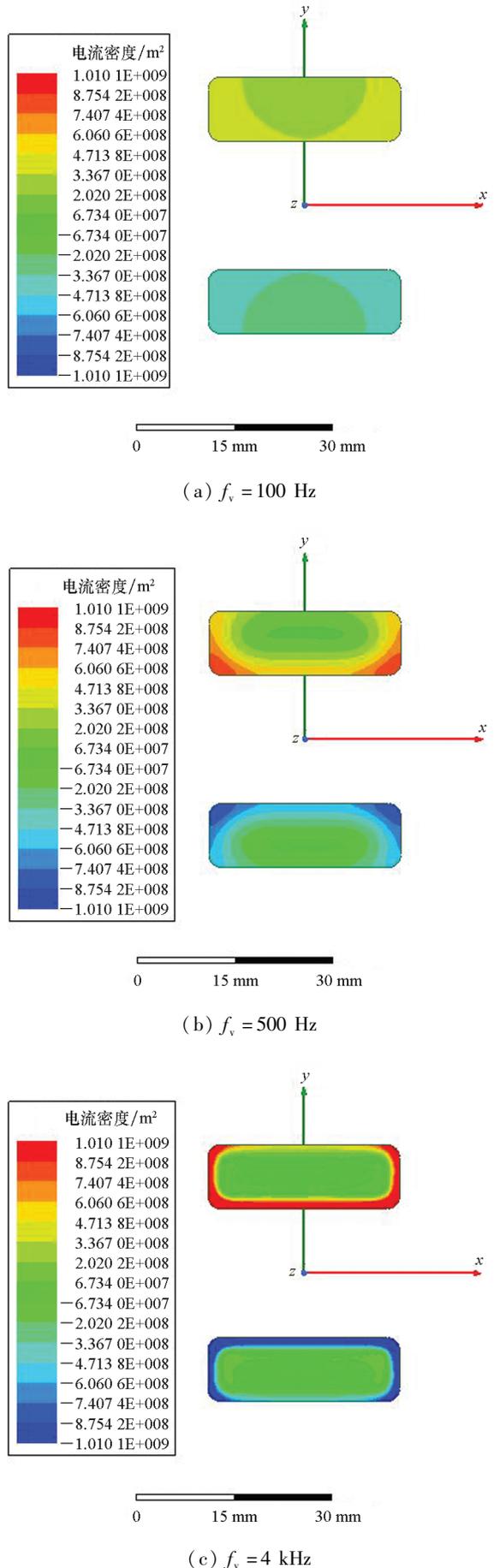
令 $\delta_{step} = \delta_{sin}$,可以得到电枢运动过程中速度趋肤效应所对应的频率 f_v (称为速度频率)的计算公式。

$$f_v = f_e = \frac{v}{\lambda\pi^2} \quad (15)$$

式中, v 为电枢速度, λ 为电枢与导轨接触的长度, f_e 为交流电流频率。当 $v = 2\,000$ m/s、 $\lambda = 20$ mm时,对应的速度频率 $f_v = 10.13$ kHz。

3.1.2 单位长度电感值

由于ANSYS电磁场仿真软件的二维涡流场采用模型空间磁场储能 W 来计算模型单位长度的电感值 $L_u = 2W/I^2$,简称电感系数。根据输入电流频率(电流基波频率约为200 Hz)和速度频率(2 000 m/s 对应速度频率为10 kHz),二维涡流场扫描频率范围定为100 Hz~10 kHz。导轨电流密度分布随频率 f_v 变化的二维电磁场仿真结果如图5所示。



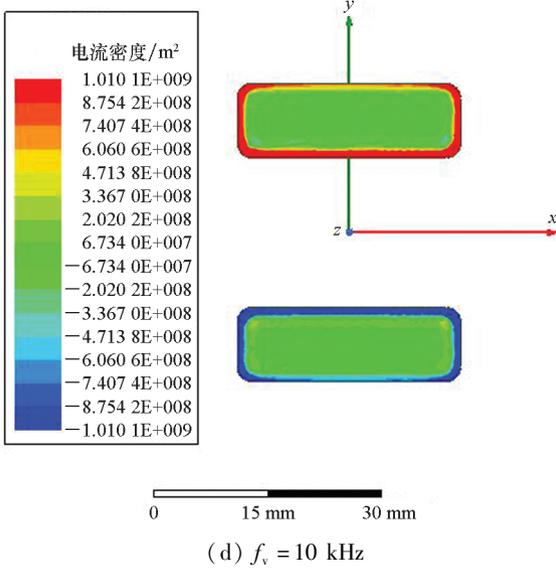
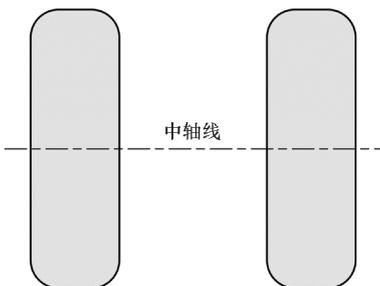


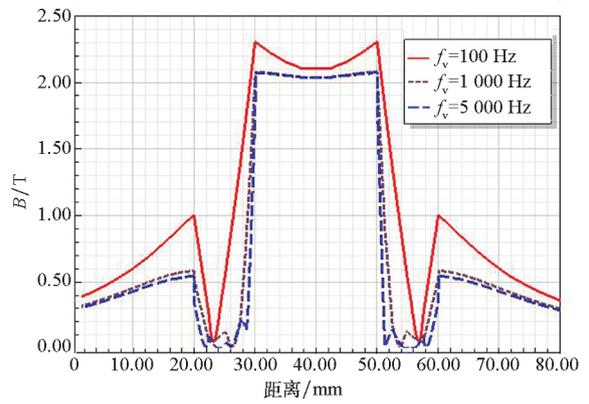
图 5 导轨的电流密度分布云图
Fig. 5 Cloud chart of the rail current

从图 5 可以看出,由于趋肤效应和邻近效应电流主要分布在导轨四个边且更集中在导轨内侧,频率越高电流越趋于导轨表面,也更集中在导轨内表面^[18-19]。电流密度在导轨中的空间分布直接影响了导轨间的磁感应强度 B 的大小和分布情况,从而影响了空间磁场储能以及对应的电感系数 L_u 。图 6 给出了不同频率导轨中轴线上的磁场变化曲线图,图 7 给出了电感系数随频率变化曲线。

从图 6 可以看出,导轨间磁感应强度远高于导轨外空间,且无论是在导轨之间的内侧空间还是外侧空间,100 Hz 条件下的磁感应强度大于 1 kHz 和 5 kHz 工况,同时 1 kHz 工况与 5 kHz 磁感应强度分布情况非常接近。可见 f_v 较小时,导轨中电流扩散充分,导轨间磁感应强度越高,相应的电感梯度越高,即低频电感梯度(扩散充分程度)要大于高频电感梯度(趋肤明显),这种规律和 Kerrisk 高频电感梯度以及 Grover 低频电感梯度的规律是一致的。从图 7 可以看出,电感系数随着频率(即电枢速度)增加而逐步减小并趋于稳



(a) 导轨中轴线
(a) Middle line between rails



(b) 磁感应强度曲线
(b) Curve of magnetic flux density

图 6 导轨中轴线磁感应强度随位置变化曲线
Fig. 6 The curve of B in rail middle line

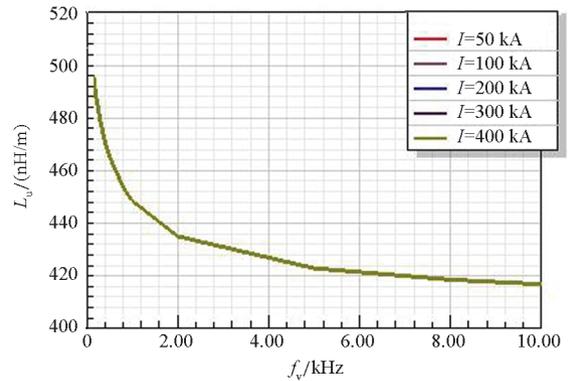


图 7 电感系数随频率变化曲线
Fig. 7 Inductance coefficient varied with frequency

定,从式(14)、式(15)可以看出, v 越高, f_v 越大, δ_{sin} 越小,表明发射过程中,电流越来越集中在导轨内表面且趋肤深度逐步稳定,所以电感系数 L_u 逐步趋于稳定。分析可知,二维模型获得的电感系数反映了装置储能大小,因此根据电感系数和电枢位移可以计算出系统动态电感数值。

3.2 三维模型有限元仿真

采用 ANSYS 电磁场仿真软件对三维模型进行涡流场(eddy field)仿真,并根据电枢和导轨的电磁推力反推出对应的电感梯度。装置三维模型结构如图 8 所示。

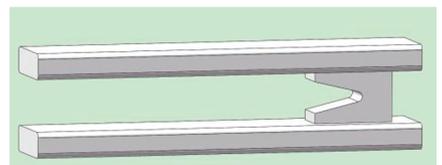
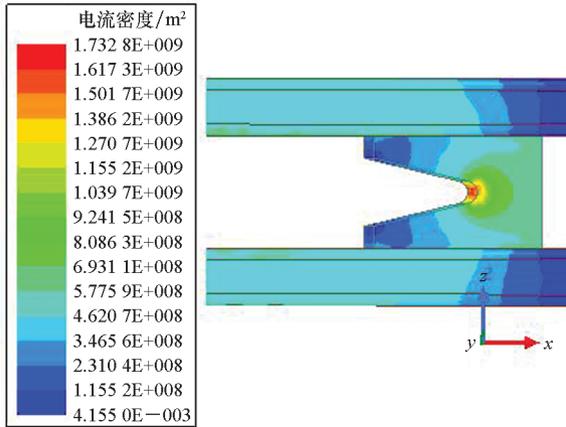


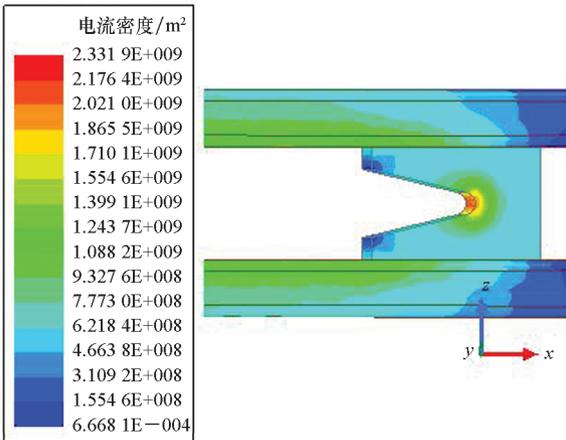
图 8 装置三维模型结构
Fig. 8 3D structure of the launcher

涡流场扫描频率同样采用二维场的频率范围 100 Hz ~ 10 kHz。导轨和电枢上的电流密度 J 随频率的分布情况如图 9 所示。

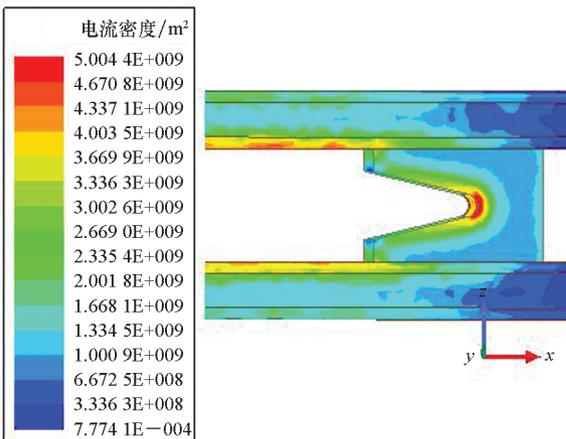
推力随频率变化曲线如图 10 所示。从图 10 可以看出,电枢推力 F_a 和两根导轨前向推力 F_r 均随着输入电流频率增加而不断减小并趋于稳定。根据电枢推力 F_r 和输入电流 i 可以反推出电感梯度 L'_a 。



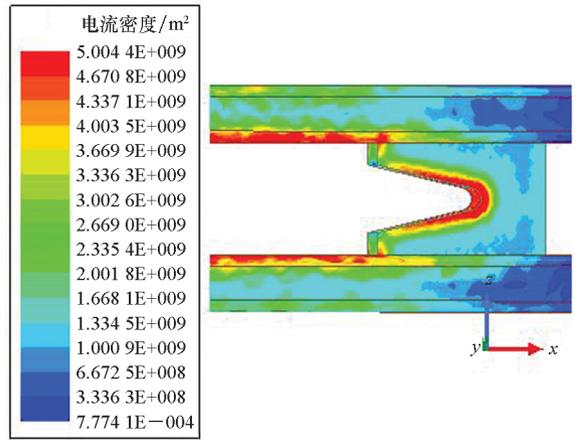
(a) $f_v = 100$ Hz



(b) $f_v = 500$ Hz



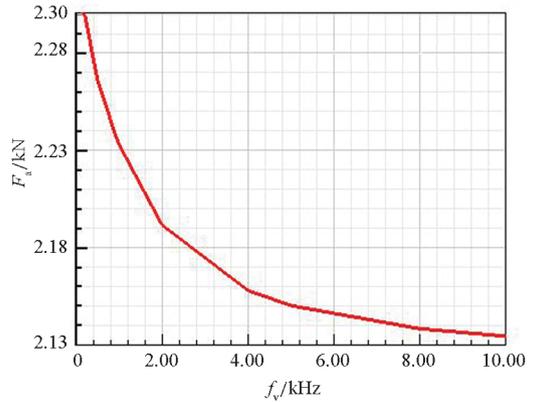
(c) $f_v = 4$ kHz



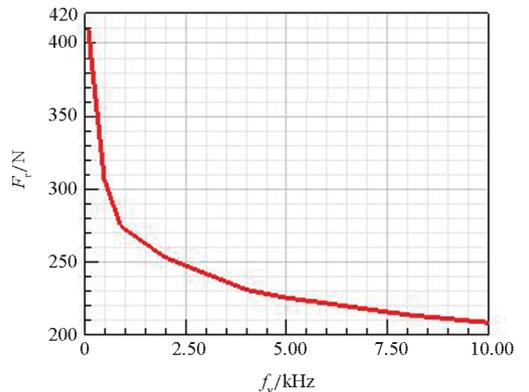
(d) $f_v = 10$ kHz

图 9 三维涡流场电流密度云图

Fig. 9 Cloud chart of the eddy 3D simulation



(a) 电枢推力曲线
(a) Curve of armature thrust



(b) 导轨前向推力曲线
(b) Curve of forward thrust of rail

图 10 推力随频率变化曲线

Fig. 10 Curve of the thrust versus frequency

4 系统仿真和试验

发射过程中,由于电枢运动将导轨不断接入电气回路中,发射装置可以等效为电阻、电感随电

枢位移不断增加的动态阻感性负载。 R_a 为电枢加枢轨接触电阻,其数值曲线是采用装置口部电压与电流实测波形计算拟合得到。发射过程中动态电感梯度 L'_a 采用了三维模型仿真获得随速度频率 f_v 变化的电感梯度,而系统储能所对应的电感 $L_m = L_0 + L_u \cdot x$,其中 L_0 为电枢起点位置对应的初始电感, L_u 为随速度频率变化的装置电感系数。根据装置动态阻感电气模型,构建如图 11 所示全系统电气仿真框图。

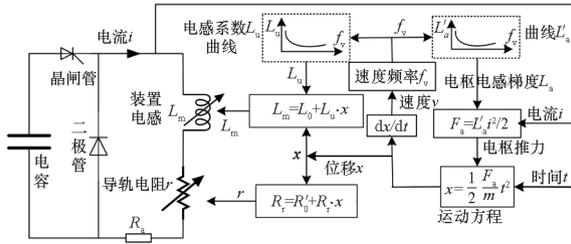


图 11 电磁发射装置电气仿真系统框图

Fig. 11 Diagram of the electrical system simulation

从图 11 中可以看出,根据仿真得到的 L_u 曲线和 L'_a 曲线,以速度频率 f_v 为输入可以得到发射过程中实时的电感系数 L_u 以及电感梯度 L'_a ,代入装置电感和电枢推力计算模型中,分别进行电气和运动模型仿真计算。根据电枢推力和运动方程得到电枢位移 x ,微分后得到电枢速度 v ,并代入式(15)得到速度频率 f_v ,如此循环可以得到电枢运动过程中各物理量的变化曲线。利用 Simplorer 软件构建了电磁发射装置电气仿真模型并与发射试验结果进行对比。图 12 所示为电磁发射试验装置,图 13 为仿真和试验对比波形。

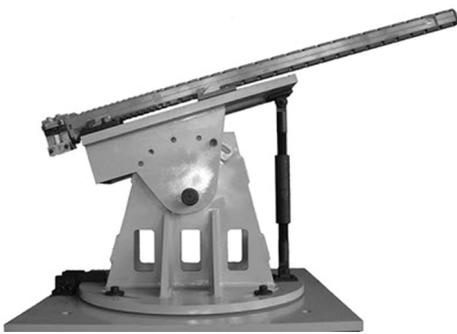
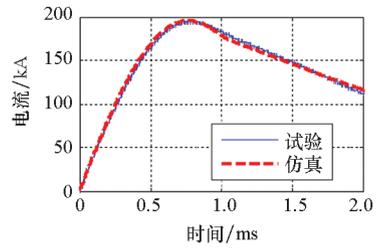


图 12 电磁发射试验装置

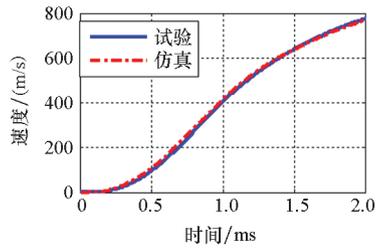
Fig. 12 Electromagnetic launcher

本次试验电枢质量为 23 g 左右,电枢出口速度为 773 m/s,仿真出口速度为 763 m/s。从试验和仿真对比可以看出,仿真和试验的电流峰值误差为 0.8%,出口速度误差为 1.29%。



(a) 电流曲线

(a) Electric current curve



(b) 速度曲线

(b) Velocity curve

图 13 发射试验与仿真对比
Fig. 13 Comparison of test and simulation

5 结论

由于电枢发射过程中导轨电流密度和磁感应强度是动态变化的,引入速度频率 f_v 参数,在有限元电磁仿真模型通过时谐分析提取了发射过程中动态变化的电感系数 L_u 和动态变化的电感梯度 L'_a 。将 L_u 和 L'_a 分别应用于电气仿真模型的电感和推力计算,极大提高了全系统的仿真精度。

参考文献 (References)

[1] 马伟明,鲁军勇,李湘平. 电磁发射超高速一体化弹丸[J]. 国防科技大学学报, 2019, 41(4): 1-10.
MA W M, LU J Y, LI X P. Electromagnetic launch hypervelocity integrated projectile [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2019, 41(4): 1-10. (in Chinese)

[2] 王莹,肖峰. 电炮原理[M]. 北京:国防工业出版社, 1995.
WANG Y, XIAO F. The principle of electric gun [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1995. (in Chinese)

[3] MA W M, LU J Y. Thinking and study of electromagnetic launch technology [J]. IEEE Transactions on Plasma Science, 2017, 45(7): 1071-1077.

[4] 徐蓉,袁伟群,成文凭,等. 增强型电磁轨道发射器的电磁场仿真分析[J]. 高电压技术, 2014, 40(4): 1065-1070.
XU R, YUAN W Q, CHENG W P, et al. Simulation and analysis of electromagnetic field for augmented railgun[J]. High Voltage Engineering, 2014, 40(4): 1065-1070. (in Chinese)

[5] 李湘平,鲁军勇,谭赛,等. 基于 Fluent 二次开发的电磁轨道发射运动磁场仿真[J]. 中国电机工程学报, 2020,

- 40(19): 6364–6370.
- LI X P, LU J Y, TAN S, et al. Simulation on moving magnetic field of electromagnetic rail launch based on Fluent secondary development[J]. Proceedings of the CSEE, 2020, 40(19): 6364–6370. (in Chinese)
- [6] 张豪, 谢龙, 高俊杰, 等. 电磁轨道炮轨道形状对电流分布的影响[J]. 火炮发射与控制学报, 2016, 37(4): 48–53.
- ZHANG H, XIE L, GAO J J, et al. The influence of rail shape on the current distribution in electromagnetic railgun[J]. Journal of Gun Launch & Control, 2016, 37(4): 48–53. (in Chinese)
- [7] KERRISK J F. Current distribution and inductance calculations for rail-gun conductors[R]. Los Alamos: Los Alamos National Laboratory, 1981.
- [8] GROVER F W. Inductance calculations: working formulas and tables[M]. New York: Dover Publications, 1962: 22–66.
- [9] AN S, LEE B, BAE Y, et al. Numerical analysis on the transient inductance gradient of the resistive overlay rail on the sliding electrical contact[J]. IEEE Transactions on Plasma Science, 2019, 47(5): 2339–2342.
- [10] KESHTKAR A, BAYATI S, KESHTKAR A. Derivation of a formula for inductance gradient using intelligent estimation method[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2009, 45(1): 305–308.
- [11] RODGER D, LEONARD P J, EASTHAM J F. Modelling electromagnetic rail launchers at speed using 3D finite elements[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 1991, 27(1): 314–317.
- [12] 彭之然, 汪光森, 翟小飞, 等. 电磁轨道发射装置时变电感梯度建模与分析[J]. 电工技术学报, 2020, 35(23): 4843–4851.
- PENG Z R, WANG G S, ZHAI X F, et al. Modeling and analysis of time-varying inductance gradient for electromagnetic rail launcher[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2020, 35(23): 4843–4851. (in Chinese)
- [13] YAO J M, XIA S G, CHEN L X, et al. Hydrodynamic lubrication of a liquid conducting film controlled by magnetic pressure at rail-armature interface[J]. IEEE Transactions on Plasma Science, 2018, 46(4): 1035–1039.
- [14] 王志增, 袁伟群, 严萍. 瞬态情况下电磁轨道发射器的电感梯度[J]. 高电压技术, 2017, 43(12): 4039–4044.
- WANG Z Z, YUAN W Q, YAN P. Inductance gradient for rail-type electromagnetic launcher under transient conditions[J]. High Voltage Engineering, 2017, 43(12): 4039–4044. (in Chinese)
- [15] 杨玉东, 王建新, 薛文. 轨道炮动态负载特性的分析与仿真[J]. 兵工学报, 2010, 31(8): 1026–1031.
- YANG Y D, WANG J X, XUE W. Simulation and analysis for dynamic load characteristic of rail-gun[J]. Acta Armamentarii, 2010, 31(8): 1026–1031. (in Chinese)
- [16] PARKER J V, LEVINSON S. Loss of propulsive force in railguns with laminated containment[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 1999, 35(1): 442–446.
- [17] LYU Q G, XIANG H J, LEI B, et al. Physical principle and relevant restraining methods about velocity skin effect[J]. IEEE Transactions on Plasma Science, 2015, 43(5): 1523–1530.
- [18] KOHLBERG I, COBURN W O. A solution for the three dimensional rail gun current distribution and electromagnetic fields of a rail launcher[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 1995, 31(1): 628–633.
- [19] KESHTKAR A. Effect of rail dimension on current distribution and inductance gradient[C]//Proceedings of the 12th Symposium on Electromagnetic Launch Technology, 2004: 359–362.