doi:10.11887/j.cn.202204010

http://journal. nudt. edu. cn

# 未标定的视频小卫星深空目标凝视控制

宋 超,范才智,王猛猛 (国防科技大学空天科学学院,湖南长沙 410073)

摘 要:设计了一种目标凝视自适应姿态控制方法,可以实现未知目标位置和未标定相机参数条件下的 目标凝视控制。根据运动学方程提取出恰当的未知参数,从而将参数进行线性化表示;引入关于未知参数的 势函数,确保参数矩阵的秩满足稳定性要求;采用了一个参数自更新律在线估计未知参数,提出了基于估计 参数的自适应控制律。采用李雅普诺夫稳定性理论和芭芭拉特引理,证明了目标成像位置与期望成像位置 的误差可以渐近收敛到零。仿真结果表明:目标位置未知且相机参数存在偏差的情况下,该自适应控制器能 够有效地对深空目标进行凝视观测。

关键词:未标定相机;视频小卫星;姿态控制;凝视控制;自适应控制 中图分类号:V19 文献标志码:A 开放科学(资源服务)标识码(OSID): 文章编号:1001-2486(2022)04-093-08



# Staring control for deep space targets based on uncalibrated small video satellite

SONG Chao, FAN Caizhi, WANG Mengmeng

(College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** A target staring adaptive attitude control method was designed, which could achieve staring at the target in the presence of the unknown target's position and camera parameters. Based on the kinematic equation, the estimated parameters were extracted and linearized. A potential function with respect to unknown parameters was introduced to meet the demand for the rank of the parameter matrix. A self-updating principle of parameters was adopted to estimate the parameters on line, and accordingly, the adaptive control method was proposed. Based on the Lyapunov stability theory and Barbalat's lemma, it was proved that the error between the target imaging position and the desired imaging position could asymptotically converge to zero. Simulation results reveal that the adaptive controller can effectively achieve staring observation for deep space targets with the uncertainties of the target position and the camera parameters.

Keywords: uncalibrated cameras; small video satellites; attitude control; staring control; adaptive control

在天文观测等场景中对深空目标观测时需要 对目标进行稳定持续的高精度凝视。视频卫星因 其能够对观测目标实现连续的跟踪并且获取视频 信息,使得它在持续目标跟踪场合有着得天独厚的 优势。在轨的视频卫星有诸如国内的吉林1号<sup>[1]</sup>、 天拓2号<sup>[2]</sup>以及国外的LAPAN-tubsat<sup>[3]</sup>等。利用 视频小卫星实现目标凝视跟踪通常可分为基于位 置信息和图像信息的凝视控制两种方法。

传统的基于目标位置信息的凝视控制<sup>[4-5]</sup>, 首先根据目标先验位置信息设计出稳定凝视时卫 星的期望姿态,然后通过比例微分(proportion differentiation, PD)控制等方式实现姿态的机动 和跟踪。然而,目标位置信息未知的情况下,基于

## 给定目标位置的传统凝视控制方法并不适用。

基于相机图像信息的凝视控制方法不需要目标的位置信息,利用现代图像识别技术<sup>[6-8]</sup>提取 出观测目标在像平面中的像素坐标,然后利用该 像素坐标与期望坐标之间的误差进行反馈控制卫 星。由于目标在惯性空间中的位置速度并不可 知,控制器若要根据目标成像的像素坐标将其控 制到期望的图像中的位置,一般需要根据相机的 内外参数,将像素偏差转换为当前姿态与期望姿 态之差,然后设计合适的控制律使得姿态误差收 敛,最后间接实现将目标成像移动到像平面中期 望的位置<sup>[9-10]</sup>。但是该方法需要依赖准确的相 机参数才能实现有效跟踪控制。然而,卫星相机

<sup>\*</sup> 收稿日期:2021-12-22

参数在长期的在轨运行过程中不可避免会发生变化,在轨标定相机内外参数十分困难。

基于未标定相机进行视觉伺服控制在机器 人<sup>[11-14]</sup>、无人机<sup>[15-20]</sup>等领域有许多的研究工作, 但目前尚未有针对未标定的视频卫星跟踪控制的 研究工作发表。

本文针对深空目标位置信息未知条件下的观测任务,提出了一种基于未标定相机图像反馈的自适应控制方法。该方法能够对相机参数和目标位置进行在线估计,使得目标在像平面的成像能控制到期望位置,并通过仿真验证该方法的有效性。

## 成像模型

## 1.1 假设条件

视频卫星针对深空目标进行观测,这类目标包 括远距离的恒星或在观测期间可忽略相对运动的 行星。因此假设在惯性空间中是静止的观测目标。

## 1.2 相机模型

1.2.1 相机内部模型

相机内部模型描述的是目标入射光线与像平 面上的坐标之间的关系。最常用的是小孔成像模型,即入射光线穿过镜头中心到达镜头后方的传 感器,然后传感器将光信号转换为电信号最后成 为数字图像信息,如图1所示。



图 1 相机内部模型 Fig. 1 Intrinsic camera model

定义相机坐标系为 $O_e - X_e Y_e Z_e$ ,其中:原点  $O_e$ 位于镜头中心,即小孔成像的光线交叉中心;  $Z_e$ 轴由相机内部指向外部并且垂直于像平面; $X_e$ 轴和 $Y_e$ 轴与矩形像平面对应的边平行,并与 $Z_e$ 轴形成右手坐标系。二维像平面O - UV与 $Z_e$ 轴 垂直,原点O位于传感器的顶点,两条轴分别沿 着传感器相互垂直的两条边。设f为焦距,相机 坐标系原点 $O_e$ 到目标点T的矢量为 $R_{eT}$ ,其在相 机坐标系中的坐标表示为<sup>e</sup> $R_{eT} = [x_e, y_e, z_e]^T$ ,左 上标的 c 表示其为在相机坐标系的分量,以此类 推。而T在像平面的成像坐标为(u, v),镜头中 心光轴与像平面的交点为像平面中心( $u_0, v_0$ )。 传感器由众多像素组成,假设像素的物理尺寸为  $dx \times dy$ 。根据投影的相似原理,有:

$$\frac{z_c}{f} = \frac{x_c}{(u - u_0) \cdot \mathrm{d}x} = \frac{y_c}{(v - v_0) \cdot \mathrm{d}y} \qquad (1)$$

变换后得到:

$$z_{c}\begin{bmatrix} u\\ v\\ 1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f/dx & 0 & u_{0} & 0\\ 0 & f/dy & v_{0} & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{c}\\ y_{c}\\ z_{c}\\ 1\end{bmatrix} = \boldsymbol{\Pi} \begin{bmatrix} {}^{c}\boldsymbol{R}_{cT}\\ 1\end{bmatrix}$$
(2)

式(2)引入了齐次坐标便于坐标变换的表示,并建立了由相机坐标系向像素坐标的转换关系,其中定义矩阵:

$$\boldsymbol{\Pi} = \begin{bmatrix} f/dx & 0 & u_0 & 0\\ 0 & f/dy & v_0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$
(3)

# 1.2.2 相机外部模型

图 2 所示相机外部参数描述的是相机安装在卫 星星体上的位置和姿态。坐标系  $O_{\rm b} - X_{\rm b}Y_{\rm b}Z_{\rm b}$  为体 坐标系,相机安装位置由  $R_{\rm bc}$ 表示。假设由体坐标系 到相机坐标系的转换矩阵为 $_{\rm b}^{\rm c}M$ ,则定义矩阵:

$$\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} {}^{\mathrm{c}}_{\mathrm{b}}\boldsymbol{M} & -{}^{\mathrm{c}}\boldsymbol{R}_{\mathrm{bc}} \\ \boldsymbol{0}_{1\times3} & \boldsymbol{1} \end{bmatrix}$$
(4)



图 2 相机外部模型 Fig. 2 Extrinsic camera model

由此可以得到<sup>°</sup>**R**<sub>cT</sub>与<sup>b</sup>**R**<sub>bT</sub>的关系为:

$$\begin{bmatrix} {}^{\mathrm{e}}\boldsymbol{R}_{\mathrm{eT}} \\ \boldsymbol{1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^{\mathrm{e}}_{\mathrm{b}}\boldsymbol{M} & -{}^{\mathrm{e}}\boldsymbol{R}_{\mathrm{bc}} \\ \boldsymbol{0}_{1\times3} & \boldsymbol{1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} {}^{\mathrm{b}}\boldsymbol{R}_{\mathrm{bT}} \\ \boldsymbol{1} \end{bmatrix} = \boldsymbol{T} \cdot \begin{bmatrix} {}^{\mathrm{b}}\boldsymbol{R}_{\mathrm{bT}} \\ \boldsymbol{1} \end{bmatrix}$$
(5)

结合式(2)和式(5),目标在体坐标系的位置 到像素坐标的映射关系为:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{z_{c}} \boldsymbol{\Pi} \cdot \boldsymbol{T} \cdot \begin{bmatrix} {}^{\mathrm{b}}\boldsymbol{R}_{\mathrm{bT}} \\ \mathbf{1} \end{bmatrix} = \frac{1}{z_{c}} \boldsymbol{N} \cdot \begin{pmatrix} {}^{\mathrm{b}}\boldsymbol{R}_{\mathrm{bT}} \\ \mathbf{1} \end{pmatrix}$$
(6)

式中,N 为投影矩阵, $N = \Pi \cdot T_{\circ}$ 

1.2.3 卫星与目标相对位置模型

图 3 所示为卫星与目标相对位置模型,图中  $O_e - X_e Y_e Z_e$ 为地心惯性坐标系,由惯性坐标系到 体坐标系的转换矩阵为 $^{h}M$ ,卫星在地心惯性坐标 系中的位置为 $^{i}R_{eb}$ ,定义矩阵 $T_{h}$ :



图 3 卫星与目标相对位置模型

Fig. 3 Relative position model of the satellite and the target

观测目标在地心惯性坐标系中的位置与其在 体坐标系中的表示的关系为:

$$\begin{bmatrix} {}^{\mathbf{b}}\mathbf{R}_{\mathbf{b}\mathbf{T}} \\ \mathbf{1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^{\mathbf{b}}\mathbf{M} & -{}^{\mathbf{b}}\mathbf{M} {}^{\mathbf{i}}\mathbf{R}_{\mathbf{e}\mathbf{b}} \\ \mathbf{0}_{1\times3} & \mathbf{1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^{\mathbf{i}}\mathbf{R}_{\mathbf{e}\mathbf{T}} \\ \mathbf{1} \end{bmatrix}$$
$$= \mathbf{T}_{\mathbf{h}} \begin{bmatrix} {}^{\mathbf{i}}\mathbf{R}_{\mathbf{e}\mathbf{T}} \\ \mathbf{1} \end{bmatrix}$$
(8)

结合式(6)和式(8),可以得到观测目标在地 心惯性坐标系中的位置与其成像的映射关系:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{z_{e}} N \cdot T_{h} \cdot \begin{bmatrix} {}^{i}R_{eT} \\ 1 \end{bmatrix}$$
(9)

1.2.4 投影模型

投影矩阵 N 维数为 3 × 4, 定义其第 *i* 行的元 素所组成的行向量为 n<sup>T</sup><sub>i</sub>, 前两行向量组成 2 × 4 维矩阵 **P**, 即

$$N \underline{\bigtriangleup} \begin{bmatrix} \boldsymbol{n}_{1}^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{n}_{2}^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{n}_{3}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} \underline{\bigtriangleup} \begin{bmatrix} \boldsymbol{P} \\ \boldsymbol{n}_{3}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}$$
(10)

定义目标在像平面的成像的坐标为 $y(t) = [u(t), v(t)]^{T}$ ,则还能得出y(t)和深度 $z_{e}(t)$ 的表达式分别为:

$$\mathbf{y} = \frac{1}{z_{\rm c}} \mathbf{P} \cdot \mathbf{T}_{\rm h} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{\rm eT} \\ \mathbf{1} \end{bmatrix}$$
(11)

$$z_{\rm c} = \boldsymbol{n}_3^{\rm T} \cdot \boldsymbol{T}_{\rm h} \cdot \begin{bmatrix} {}^{\rm i}\boldsymbol{R}_{\rm eT} \\ 1 \end{bmatrix}$$
(12)

## 2 运动学与动力学

## 2.1 卫星姿态运动学与动力学

采用刚体模型描述卫星的姿态。定义姿态四 元数 q:

 $q = \cos(\phi/2) + r\sin(\phi/2) = q_0 + q_v$  (13) 式中,r 是旋转的欧拉轴,  $\phi$  是旋转角, 四元数的 矢量部分  $q_v = [q_1, q_2, q_3]^T$ , 而且四元数满足归一 化条件 ||q|| = 1。不考虑姿态执行器的情况下, 刚 体航天器的姿态运动学和动力学方程表示为:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{q}}_{v} \\ \dot{\boldsymbol{q}}_{0} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} q_{0}\boldsymbol{E}_{3} + (\boldsymbol{q}_{v})^{x} \\ -\boldsymbol{q}_{v}^{T} \end{bmatrix} \boldsymbol{\omega} \\ \dot{\boldsymbol{J}} \dot{\boldsymbol{\omega}} = -\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{J} \boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{U} \end{cases}$$
(14)

式中, $E_3$  代表 3×3 的单位矩阵,J 为卫星转动惯量, $\omega$  是卫星相对惯性坐标系的转动角速度在体坐标系下的表示,U 是控制力矩, $(\cdot)^{*}$  算子表示的操作如下:

$$(\boldsymbol{q}_{v})^{x} = \begin{bmatrix} 0 & -q_{3} & q_{2} \\ q_{3} & 0 & -q_{1} \\ -q_{2} & q_{1} & 0 \end{bmatrix}$$
(15)

### 2.2 相机成像运动学

由式(7)、式(11)可以看到,影响成像坐标的 变量包括<sup>b</sup>M(t)和<sup>i</sup> $R_{eb}(t)$ ,对这两项求导会得到 关于姿态角速度  $\omega(t)$ 和轨道速度<sup>i</sup>v(t)的表达 式,所以像素坐标以及深度随时间的变化与卫星 姿态和轨道运动有关。卫星以机动变轨的方式实 现凝视控制是不合理和不现实的,本文通过姿态 控制实现凝视跟踪。

需要指出的是,观测目标可视为静止,即 $R_{er}$ 为时不变,利用此特性对式(11)~(12)求导得到:

$$\dot{\mathbf{y}}(t) = \begin{bmatrix} \dot{u}(t) \\ \dot{v}(t) \end{bmatrix} = \frac{1}{z_{c}(t)} \begin{bmatrix} \mathbf{P} - \mathbf{y}(t) \mathbf{n}_{3}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^{(\mathrm{b}}_{\mathrm{i}}\mathbf{M}(t)^{\mathrm{i}}\mathbf{R}_{\mathrm{eT}} - {}^{\mathrm{b}}_{\mathrm{i}}\mathbf{M}(t)^{\mathrm{i}}\mathbf{R}_{\mathrm{eb}}(t) \right)^{\mathrm{x}} & -{}^{\mathrm{b}}_{\mathrm{i}}\mathbf{M}(t) \\ \mathbf{0}_{1\times3} & \mathbf{0}_{1\times3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega}(t) \\ \mathbf{i}_{\boldsymbol{v}}(t) \end{bmatrix} \stackrel{\Delta}{=} \frac{1}{z_{c}(t)} \mathbf{A}(t) \begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega}(t) \\ \mathbf{i}_{\boldsymbol{v}}(t) \end{bmatrix} \\ \dot{\mathbf{z}}_{c}(t) = \mathbf{n}_{3}^{\mathrm{T}} \underbrace{\begin{bmatrix} {}^{\mathrm{b}}_{\mathrm{i}}\mathbf{M}(t)^{\mathrm{i}}\mathbf{R}_{\mathrm{eT}} - {}^{\mathrm{b}}_{\mathrm{i}}\mathbf{M}(t)^{\mathrm{i}}\mathbf{R}_{\mathrm{eb}}(t) \right)^{\mathrm{x}} & -{}^{\mathrm{b}}_{\mathrm{i}}\mathbf{M}(t) \\ \mathbf{0}_{1\times3} & \mathbf{0}_{1\times3} \end{bmatrix}} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega}(t) \\ \mathbf{i}_{\boldsymbol{v}}(t) \end{bmatrix} \stackrel{\Delta}{=} \mathbf{a}(t) \begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega}(t) \\ \mathbf{i}_{\boldsymbol{v}}(t) \end{bmatrix}$$
(16)

假设观测的目标的距离远大于卫星的轨道半径,即:

$${}^{\mathrm{i}}\boldsymbol{R}_{\mathrm{eT}} \gg {}^{\mathrm{i}}\boldsymbol{R}_{\mathrm{eb}}(t)$$
 (17)

根据式(17)可简化矩阵 **T**<sub>h</sub>和式(11)中的轨 道运动相关项,像素坐标和深度的运动学方程相 应简化为:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{y}}(t) = \frac{1}{z_{c}(t)} \begin{bmatrix} \mathbf{P} - \mathbf{y}(t) \mathbf{n}_{3}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {\binom{\mathrm{b}}{\mathrm{i}}} \mathbf{M}(t)^{\mathrm{i}} \mathbf{R}_{\mathrm{eT}} \right)^{\mathrm{x}}} \\ \mathbf{0}_{1\times3} \end{bmatrix} \cdot \\ \\ \boldsymbol{\omega}(t) \triangleq \frac{1}{z_{c}(t)} \tilde{A}(t) \boldsymbol{\omega}(t) \\ \\ \dot{z}_{c}(t) = \mathbf{n}_{3}^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} {\binom{\mathrm{b}}{\mathrm{i}}} \mathbf{M}(t)^{\mathrm{i}} \mathbf{R}_{\mathrm{eT}} \right)^{\mathrm{x}}} \\ \mathbf{0}_{1\times3} \\ \hline \mathbf{0}_{1\times3} \\ \mathbf{a}(t) \end{bmatrix}} \boldsymbol{\omega}(t) \triangleq \tilde{\mathbf{a}}(t) \boldsymbol{\omega}(t) \end{cases}$$
(18)

### 3 参数估计

#### 3.1 估计参数定义

从相机模型以及成像运动学方程可以观察 到,存在未知的时不变投影矩阵 N 和目标位置 "**R**<sub>er</sub>,其都会对成像的精度产生影响。参数识别 的目的在于用估计的参数实现与准确参数值一 样的控制效果。实现方式是设计参数的自更新 律,使得依赖于估计参数值的控制器能够将图 像误差收敛至零。值得指出的是,图像误差收 敛于零并不一定意味着参数的估值也收敛于实 际值。

先要确定哪些参数需要进行估计。设 $n_{3(3)}^{T}$ 为 $n_{3}^{T}$ 前三个元素组成的向量, $P_{(3)}$ 为P前三列元 素组成的矩阵, $N_{(3)}$ 为N前三列元素组成的矩 阵,则

$$\begin{cases} \widetilde{\boldsymbol{A}}(t) = \left[\boldsymbol{P}_{(3)} - \boldsymbol{y}(t) \boldsymbol{n}_{3(3)}^{\mathrm{T}}\right] \left({}_{\mathrm{i}}^{\mathrm{b}} \boldsymbol{M}(t){}^{\mathrm{i}} \boldsymbol{R}_{\mathrm{eT}}\right)^{\mathrm{x}} \\ \widetilde{\boldsymbol{a}}(t) = \boldsymbol{n}_{3(3)}^{\mathrm{T}} \left({}_{\mathrm{i}}^{\mathrm{b}} \boldsymbol{M}(t){}^{\mathrm{i}} \boldsymbol{R}_{\mathrm{eT}}\right)^{\mathrm{x}} \end{cases}$$
(19)

式(19)中的 $N_{(3)}$ 和<sup>i</sup> $R_{er}$ 是以乘积的形式同时 出现的。进一步分析式(11)有:

$$\begin{cases} z_{e}(t) \cdot \mathbf{y}(t) = \mathbf{P}_{(3)}{}^{b}_{i}\mathbf{M}(t){}^{i}\mathbf{R}_{eT} + \begin{bmatrix} n_{14} \\ n_{24} \end{bmatrix} \\ z_{e}(t) = \mathbf{n}_{3(3)}{}^{T}_{i}{}^{b}_{i}\mathbf{M}(t){}^{i}\mathbf{R}_{eT} + n_{34} \end{cases}$$
(20)

与式(19)相比,N矩阵的最后一列元素 $n_{14}$ 、  $n_{24}$ 和 $n_{34}$ 是单独出现的,并没有与<sup>i</sup> $R_{eT}$ 的元素相乘。所以综合得出需要估计的参数为:

 $\boldsymbol{\theta} = [n_{ij}x_k, n_{14}, n_{24}, n_{34}]^{\mathrm{T}} \quad i, j, k = 1, 2, 3$ (21)

式中, $x_k$ 为<sup>i</sup> $R_{eT}$ 的分量。 $\theta$ 共包含 30 个参数,同时

用 $\hat{\theta}(t)$ 表示参数的估计值。 $\theta$ 代表实际的参数 值,其不随时间变化,而 $\hat{\theta}(t)$ 其会随时间不断 更新。

性质1(线性参数化条件) 设 *m* 为参数向 量  $\theta$  中的元素个数,对于任意向量  $p \in \mathbb{R}^{3\times 1}$ (如角 速度  $\omega$ ),矩阵 $\tilde{A}(t) \in \mathbb{R}^{2\times 3}$ 、 $\tilde{a}(t) \in \mathbb{R}^{1\times 3}$ 分别与其 的乘积均可找到已知矩阵  $D(t,p) \in \mathbb{R}^{2\times m}$ 、 $D'(t, p) \in \mathbb{R}^{1\times m}$ ,使得:

$$\begin{cases} \tilde{A}(t,\theta) \cdot p = D(t,p) \cdot \theta \\ \tilde{a}(t,\theta) \cdot p = D'(t,p) \cdot \theta \end{cases}$$
(22)

结合式(22)和式(11)中的表达式,无论  $\hat{\theta}(t) = \theta$ 还是 $\hat{\theta}(t) = \lambda \theta(\lambda)$ 为非零常数),其所得 到的y(t)都为同一个,即与实际参数值相差一个 倍数时,估计参数都能得到同样的成像坐标,所以  $\hat{\theta}(t)$ 并不唯一。为此固定 $\theta$ 中 $n_{33}x_3 = 1$ ,其余 29 个参数作为需要估计的参数组成 $\theta_p(t)$ 。

$$\boldsymbol{\theta}_{p}(t) = \lfloor n_{ij}x_{k}, n_{31}x_{1}, n_{31}x_{2}, n_{31}x_{3}, n_{32}x_{1}, \\ n_{32}x_{2}, n_{32}x_{3}, n_{33}x_{1}, n_{33}x_{2}, n_{14}, n_{24}, n_{34} \rfloor^{T} \\ i = 1, 2, j; \ k = 1, 2, 3$$
(23)

#### 3.2 估计投影误差

定义参数估计误差  $\Delta \theta_{p}(t) = \hat{\theta}_{p}(t) - \theta_{p}$ 。由 于估计误差的存在,根据估计参数推算出的成像 坐标与实际观测到的会有差距。对于任意时刻 t的图像,根据式(11)定义由于  $\Delta \theta_{p}(t)$ 存在而产生 的估计投影误差:

$$\boldsymbol{e}(t) = \hat{\boldsymbol{z}}_{\mathrm{c}}(t)\boldsymbol{y}(t) - \hat{\boldsymbol{P}}(t)\boldsymbol{T}_{\mathrm{h}}(t) \begin{bmatrix} {}^{\mathrm{i}}\boldsymbol{\hat{R}}_{\mathrm{eT}} \\ \boldsymbol{1} \end{bmatrix} (24)$$

性质 2 对于投影估计误差 e(t),可以找到 矩阵  $W_p(t) \in \mathbb{R}^{2 \times n}$ ,使得:

$$\boldsymbol{e}(t) = \boldsymbol{W}_{\mathrm{p}}(t) \Delta \boldsymbol{\theta}_{\mathrm{p}}(t)$$
 (25)

根据式(23)给出的参数定义,式(24)中的参数都以线性的形式出现在 e(t)表达式中,所以性质 2 显然成立,不再给出证明。

#### 3.3 势函数设计

定义图像跟踪误差  $\Delta y(t)$ :

 $\Delta \mathbf{y}(t) = \mathbf{y}(t) - \mathbf{y}_{d}$ (26)

式中, $y_d$ 为目标期望的成像坐标。定义矩阵  $G(t) \in \mathbf{R}^{3 \times 2}$ :

$$\boldsymbol{G}(t) = \left[\hat{\boldsymbol{A}}^{\mathrm{T}}(t) + \frac{1}{2}\hat{\boldsymbol{a}}^{\mathrm{T}}(t)\Delta\boldsymbol{y}^{\mathrm{T}}(t)\right] \quad (27)$$

为保证稳定性证明中坐标误差  $\Delta y(t)$  收敛为零,需要矩阵 G(t) 的秩为 2。为了满足此要求,

设计一个势函数  $U(\hat{\theta}_{p}(t))$ , 使  $\hat{\theta}_{p}(t)$ 作用下的 G(t)的行列式始终不为零。势函数定义为:

$$U(\hat{\theta}_{p}(t)) = \frac{1}{e^{a|G(t)|^{2}} - 1 + b}$$
(28)

式中,a为正常数,b为非常小的正常数以保证  $U(\hat{\theta}_{p}(t))$ 始终不会无穷大。通过使势函数远离 其最大值 1/b,G(t)的行列式远离 0,从而保证 G(t)的秩为 2。势函数(28)关于估计参数的偏 微分为:

$$\frac{\partial U(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{p}(t))}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}_{p}(t)} = -\frac{2a |\boldsymbol{G}(t)| e^{a|\boldsymbol{G}(t)|^{2}}}{(e^{a|\boldsymbol{G}(t)|^{2}} - 1 + b)^{2}} \frac{\partial |\boldsymbol{G}(t)|}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}_{p}(t)}$$
(29)

值得指出的是,即使在式(29)作用下的势函数收敛于局部极小值,其对应的 G(t)的行列式也不为零,所以势函数的局部极小值问题并不妨碍 其起到预期的作用。

### 3.4 估计参数更新

根据定义的参数估计误差以及投影误差,设 计如式(30)所示的参数自更新律。

$$\hat{\hat{\boldsymbol{\theta}}}_{p}(t) = -\boldsymbol{\Gamma}^{-1} \left[ \boldsymbol{Y}_{p}^{T}(t) \boldsymbol{\omega}(t) + \boldsymbol{W}_{p}^{T}(t) \boldsymbol{K}_{1} \boldsymbol{e}(t) + \boldsymbol{K}_{2} \frac{\partial U(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{p}(t))}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}_{p}(t)} \| \boldsymbol{\omega}(t) \|^{2} \right]$$
(30)

式中,矩阵 $Y_{p}(t)$ 的定义将在下一节控制器设计 部分给出, $\Gamma \in \mathbf{R}^{29 \times 29}, K_{1} \in \mathbf{R}^{2 \times 2}$ 和 $K_{2} \in \mathbf{R}^{29 \times 29}$ 为正 定对角系数矩阵。

更新律(30)采用负向梯度的方式对估计参数进行调整,从而达到减小估计投影误差的目的。 由于 $\hat{\theta}_{p}(t)$ 共有 29 个参数,而一幅图片的e(t)为二维向量,所以选取的图片数量至少为15 张才能 唯一确定 $\hat{\theta}_{p}(t)$ 。式(30)中关于势函数的偏导数 项用于保证 G(t)的秩始终为2。

## 4 自适应控制器设计

设计控制器如式(31)所示。  

$$U(t) = \boldsymbol{\omega}(t) \times \boldsymbol{J}\boldsymbol{\omega}(t) - \boldsymbol{K}_{3}\boldsymbol{\omega}(t) - \left[\hat{\boldsymbol{A}}^{\mathrm{T}}(t) + \frac{1}{2}\hat{\boldsymbol{a}}^{\mathrm{T}}(t)\Delta\boldsymbol{y}^{\mathrm{T}}(t)\right]\boldsymbol{B}\Delta\boldsymbol{y}(t) - \boldsymbol{K}_{4} \left\|\frac{\partial U(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\mathrm{p}}(t))}{\partial\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\mathrm{p}}(t)}\right\|\boldsymbol{\omega}(t)$$
(31)

式中,K3、B、K4均为正定对角系数矩阵。

为了研究给定控制器的稳定性,首先定义三 个函数:

$$\begin{cases} V_{1}(t) = \frac{1}{2}\boldsymbol{\omega}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{J}\boldsymbol{\omega}(t) \\ V_{2}(t) = \frac{1}{2}z_{\mathrm{c}}(t)\Delta\boldsymbol{y}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{B}\Delta\boldsymbol{y}(t) \quad (32) \\ V_{3}(t) = \frac{1}{2}\Delta\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{\Gamma}\Delta\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{p}}(t) \end{cases}$$

 $V_1(t)$ 和 $V_3(t)$ 显然都是非负的。 $z_e(t)$ 由于 是目标在相机坐标系 $Z_e$ 轴上的分量,考虑到目标 出现在视场内时,其深度 $z_e(t)$ 必然为正数,所以  $V_2(t)$ 也是非负函数。分别对 $V_1(t)$ 、 $V_2(t)$ 、 $V_3(t)$ 求导:

$$\begin{cases} \dot{V}_{1}(t) = \boldsymbol{\omega}^{\mathrm{T}}(t) \boldsymbol{J} \dot{\boldsymbol{\omega}}(t) = \boldsymbol{\omega}^{\mathrm{T}}(t) \left[ -\boldsymbol{\omega}(t) \times \boldsymbol{J} \boldsymbol{\omega}(t) + \boldsymbol{U}(t) \right] \\ = -\boldsymbol{\omega}^{\mathrm{T}}(t) \boldsymbol{K}_{3} \boldsymbol{\omega}(t) - \boldsymbol{\omega}^{\mathrm{T}}(t) \left[ \hat{\boldsymbol{A}}^{\mathrm{T}}(t) + \frac{1}{2} \hat{\boldsymbol{a}}^{\mathrm{T}}(t) \Delta \boldsymbol{y}^{\mathrm{T}}(t) \right] \cdot \\ \boldsymbol{B} \Delta \boldsymbol{y}(t) - \boldsymbol{K}_{4} \left\| \frac{\partial U(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\mathrm{p}}(t))}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}_{\mathrm{p}}(t)} \right\| \| \boldsymbol{\omega}(t) \|^{2} \\ \dot{\boldsymbol{V}}_{2}(t) = \frac{1}{2} \dot{\boldsymbol{z}}_{\mathrm{c}}(t) \Delta \boldsymbol{y}^{\mathrm{T}}(t) \boldsymbol{B} \Delta \boldsymbol{y}(t) + \boldsymbol{z}_{\mathrm{c}}(t) \Delta \dot{\boldsymbol{y}}^{\mathrm{T}}(t) \boldsymbol{B} \Delta \boldsymbol{y}(t) \\ = \frac{1}{2} \tilde{\boldsymbol{a}}(t) \boldsymbol{\omega}(t) \Delta \boldsymbol{y}^{\mathrm{T}}(t) \boldsymbol{B} \Delta \boldsymbol{y}(t) + \boldsymbol{\omega}^{\mathrm{T}}(t) \tilde{\boldsymbol{A}}^{\mathrm{T}}(t) \boldsymbol{B} \Delta \boldsymbol{y}(t) \\ \dot{\boldsymbol{V}}_{3}(t) = \Delta \boldsymbol{\theta}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{T}}(t) \boldsymbol{\Gamma} \Delta \dot{\boldsymbol{\theta}}_{\mathrm{p}}(t) = -\Delta \boldsymbol{\theta}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{T}}(t) \boldsymbol{Y}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{T}}(t) \boldsymbol{\omega}(t) - \\ \boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(t) \boldsymbol{K}_{1} \boldsymbol{e}(t) - \Delta \boldsymbol{\theta}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{T}}(t) \boldsymbol{K}_{2} \frac{\partial U(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\mathrm{p}}(t))}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}_{\mathrm{p}}(t)} \| \boldsymbol{\omega}(t) \|^{2} \end{cases}$$

进一步地,定义李雅普诺夫函数 
$$V(t)$$
:  
 $V(t) = V_1(t) + V_2(t) + V_3(t)$  (34)  
取更新律(30)的矩阵  $Y_p(t)$ ,使其满足:  
 $(t) \Lambda \theta(t) = - \{ [\hat{A}^T(t) - \tilde{A}^T(t)] \}$ 

$$\frac{1}{2} \left[ \hat{\tilde{\boldsymbol{a}}}^{\mathrm{T}}(t) - \tilde{\boldsymbol{a}}^{\mathrm{T}}(t) \right] \Delta \boldsymbol{y}^{\mathrm{T}}(t) B \Delta \boldsymbol{y}(t)$$
(35)

则代入式(33)后求得 V(t)的导数为:

$$\dot{V}(t) = -\boldsymbol{\omega}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{K}_{3}\boldsymbol{\omega}(t) - \boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{K}_{1}\boldsymbol{e}(t) - \boldsymbol{K}_{4} \left\| \frac{\partial U(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\mathrm{p}}(t))}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}_{\mathrm{p}}(t)} \right\| \|\boldsymbol{\omega}(t)\|^{2} - \Delta \boldsymbol{\theta}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{K}_{2} \frac{\partial U(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\mathrm{p}}(t))}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}_{\mathrm{p}}(t)} \|\boldsymbol{\omega}(t)\|^{2}$$
(36)

设  $k_{4\min}$ 为  $K_4$  的最小特征值,  $k_{2\max}$ 为  $K_2$  的最 大特征值,  $\tau_{\min}$ 为  $\Gamma$ 的最小特征值。 $k_{4\min}$ 满足:

$$k_{4\min} \ge k_{2\max} \sqrt{\frac{2V(0)}{\tau_{\min}}} \tag{37}$$

(38)

则此时,

v

$$\dot{V}(t) \leq -\boldsymbol{\omega}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{K}_{3}\boldsymbol{\omega}(t) - \boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{K}_{1}\boldsymbol{e}(t) - (\boldsymbol{K}_{4} - \|\boldsymbol{\Delta}\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{T}}(t)\|\boldsymbol{K}_{2}) \left\|\frac{\partial U(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\mathrm{p}}(t))}{\partial\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\mathrm{p}}(t)}\right\|\|\boldsymbol{\omega}(t)\|^{2} \leq 0$$

由式(38)可知 $\omega(t)$ 、e(t)、 $\hat{\theta}_{p}(t)$ 均为有界函数。根据 $\hat{A}(t)$ 、 $\hat{a}(t)$ 定义表达式和 $\hat{\theta}_{p}(t)$ 有界可 知 $\hat{A}(t)$ 和 $\hat{a}(t)$ 均有界,代入式(31)得到U(t)有 界,代入姿态动力学方程得到 $\dot{\omega}(t)$ 有界。又由 式(30)知 $\dot{\theta}_{p}(t)$ 有界,从而根据式(25)得到 $\dot{e}(t)$ 也有界。综上可知 $\dot{\omega}(t)$ 、 $\dot{e}(t)$ 、 $\dot{\hat{\theta}}_{p}(t)$ 均有界,结 合势函数 $U(\hat{\theta}_{p}(t))$ 的表达式,得到 $\dot{V}(t)$ 也是有 界函数,即 $\dot{V}(t)$ 一致连续。综合以上关于V(t)的性质,由芭芭拉特引理可以得到:

$$\begin{cases} \lim_{t \to \infty} \boldsymbol{\omega}(t) = \mathbf{0} \\ \lim_{t \to \infty} \dot{\boldsymbol{\omega}}(t) = \mathbf{0} \\ \lim_{t \to \infty} \boldsymbol{\omega}(t) = \mathbf{0} \\ \text{im} \boldsymbol{\varepsilon}(t) = \mathbf{0} \end{cases}$$
(39)  
$$\overset{\text{H}}{=} \dot{\boldsymbol{\omega}}(t) \, \boldsymbol{\pi} \, \boldsymbol{\omega}(t) \, \boldsymbol{\mathcal{H}} \, \boldsymbol{\mathcal{A}} \, \boldsymbol{\mathcal{I}}(14) \, \boldsymbol{\Psi}, \\ \boldsymbol{\mathcal{H}} \, \boldsymbol{\mathcal{H}} \, \boldsymbol{\mathcal{I}}(14) \, \boldsymbol{\Psi}, \\ \boldsymbol{\mathcal{H}} \, \boldsymbol$$

在式(27)中定义了矩阵 G(t),并且通过设 计的势函数保证 G(t)的秩始终为 2。根据 式(40),对任意的 G(t),G(t)  $B\Delta y(t)$ 都趋近于 零,所以有:

$$\lim \Delta \mathbf{y}(t) = \mathbf{0} \tag{41}$$

在参数更新律(30)和式(31)的作用下,成像 误差、凝视时的角速度、估计投影误差都收敛为 零,说明能够在相机参数以及远距离静止目标位 置都不确定的情况下,将目标在像平面中的成像 坐标保持在期望的位置,实现稳定的凝视跟踪。

### 5 仿真分析

仿真中假设目标初始状态已经处于视野中, 然后利用本文的控制算法将目标控制到期望位 置。相机参数如表1所示,其中 $M_{321}(\cdot)$ 表示按 照3-2-1转序转动对应角度的旋转矩阵。相机 参数的理论值表示仿真中设置的理论相机模型参 数,实际值是表示各种因素产生偏差后相机实际 的参数,用于仿真中计算观测到的目标在像平面 中的目标y(t)。

表2为仿真时控制器中所用到的各个系数 值,其中 diag{·}表示将其中各个元素依次作为 对角线上的元素,其他空置位置均为0的矩阵。

像平面大小为 752 像素×582 像素,观测目标为远距离天体,当识别到的目标出现在视场边缘时,自适应控制器开始介入并将目标位置控制到期望的视场中心位置(376,291)像素坐标处。

表 1 相机参数 Tab. 1 Camera parameters

相机参数	理论值	实际值
<i>f/</i> m	1	1.1
$u_0/ $ 像素	376	396
$v_0$ /像素	291	276
dx∕m	$8.33 \times 10^{-6}$	$8.43 \times 10^{-6}$
dy∕m	$8.33 \times 10^{-6}$	$8.43 \times 10^{-6}$
<sup>c</sup> <b>R</b> <sub>bc</sub> /m	$\left[\begin{array}{c} -0.268\ 2\\ 0.040\ 8\\ 0.067\ 1\end{array}\right]$	$\left[\begin{array}{c} -0.2582\\ 0.0358\\ 0.0771 \end{array}\right]$
$_{ m b}^{ m c} oldsymbol{M}$	$M_{321}(-30^{\circ}, 40^{\circ}, -20^{\circ})$	<i>M</i> <sub>321</sub> (-29°, 39.6°, -18.9°)

表2 控制参数

Tab. 2	Control	parameters
--------	---------	------------

	1
参数	值
$K_1$	1. 2 × 10 <sup>-4</sup> $E_2$
$K_2$	0. $1E_{29}$
$K_3$	$2E_3$
$K_4$	$5 \times 10^{3}$
В	$2 \times 10^{-11} E_2$
Г	diag { $3 \times 10^{-3} E_{18}$ , $500 E_{11}$ }
a	1
b	0.001

图 4 是识别到的观测目标在视场中的成像轨 迹。目标初始在像平面的位置位于视场的边缘角 落,在控制器的作用下沿着图示轨迹运动到视场



Fig. 4 Target track on the image plane

中心位置,说明控制器达到期望的效果,这样的 位置有利于获得更好的凝视观测图像。图5展 示了不同时刻下目标实际像素坐标与期望坐标 之间的误差曲线,说明了像素误差在 u、v 两个方 向上都逐步实现了收敛,与预期效果一致。图6 则是表征参数识别效果的估计投影误差 e(t)的 变化曲线,由于参数的更新从而使得 e(t)能够 收敛为零,说明未标定的相机参数对成像的影 响降到最小。仿真结果表明控制器能够达到预 期的控制目标,使得目标成像在期望的视场 位置。



图 5 图像跟踪误差  $\Delta y(t)$ 曲线 Fig. 5 Curve of image tracking errors  $\Delta y(t)$ 



图 6 估计投影误差 e(t)曲线 Fig. 6 Curve of estimated projection errors e(t)

## 6 结论

本文针对视频小卫星对深空目标观测任务中 目标位置与相机内外参数都未知的情况,基于深 空目标近似作为惯性空间静止目标的假设条件, 设计了一种深空目标凝视自适应姿态控制方法。 该方法引入了一个参数相关的势函数,使得参数 矩阵的秩始终满足图像误差收敛的要求;据此采 用了参数自更新律对未知参数进行在线更新,使 得估计投影误差收敛;使用估计的参数设计了自 适应凝视控制器,将目标投影在像平面的坐标控 制到期望位置。利用李亚普诺夫理论和芭芭拉特 引理严格证明了闭环系统的稳定性。数值仿真结 果验证了设计的控制器的有效性。下一步的研究 中,拟将该方法推广应用到近地空间目标跟踪 场合。

# 参考文献(References)

- XU W, CHEN Y T, PIAO Y J, et al. Target fast matching recognition of on-board system based on Jilin-1 satellite image[J]. Optics and Precision Engineering, 2017, 25(1): 255 - 262.
- [2] XIANG J, ZENG G, HAN D, et al. Design and on-orbit test for video satellite: Tiantuo-2 [C]// Proceedings of the 67th International Astronautical Congress, 2016: 4241 – 4247.
- [3] TRIHARJANTO R H, HASBI W, WIDIPAMINTO A, et al. LAPAN-TUBSAT: micro-satellite platform for surveillance and remote sensing [C]//Proceeding of the 4S Small Satellite System and Services Symposium, 2004.
- [4] LIAN Y J, GAO Y D, ZENG G Q. Staring imaging attitude control of small satellites [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2017, 40(5): 1275 - 1282.
- [5] 宋超. 视频卫星对地面目标跟踪观测姿态控制技术研究[D]. 长沙:国防科技大学, 2016.
   SONG C. Research on attitude control technology for video satellites tracking ground targets [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2016. (in Chinese)
- [6] REDMON J, FARHADI A. YOLO9000: better, faster, stronger[C]//Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 2017: 6517-6525.
- [7] REN S Q, HE K M, GIRSHICK R, et al. Faster R-CNN: towards real-time object detection with region proposal networks [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2017, 39(6): 1137-1149.
- [8] YAO Z X, SONG X P, ZHAO L, et al. Real-time method for traffic sign detection and recognition based on YOLOv3-tiny with multiscale feature extraction [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D; Journal of Automobile Engineering, 2021, 235(7); 1978 - 1991.
- [9] 张学阳. 视频卫星运动目标智能感知与跟踪控制研究[D]. 长沙:国防科技大学, 2017.
  ZHANG X Y. Study on moving objects intelligent sensing and tracking control for video satellite[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2017. (in Chinese)
- [10] 杨智博.视频小卫星对地物背景目标自主感知与跟踪控制方法研究[D].长沙:国防科技大学,2018.
  YANG Z B. Study on terrain objects intelligent sensing and tracking control for small video satellite [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2018. (in Chinese)
- [11] KUDRYAVTSEV A V, CHIKHAOUI M T, LIADOV A, et al. Eye-in-hand visual servoing of concentric tube robots [J].
   IEEE Robotics and Automation Letters, 2018, 3(3): 2315 –

2321.

- [12] REN X L, LI H W. Uncalibrated image-based visual servoing control with maximum correntropy Kalman filter [J]. IFAC-PapersOnLine, 2020, 53(5): 560-565.
- [13] WANG H S, LIU Y H. Adaptive visual servoing of robot manipulators using uncalibrated eye-in-hand visual feedback[C]//Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics, 2006; 386 – 391.
- WANG H S, LIU Y H, ZHOU D X. Dynamic visual tracking for manipulators using an uncalibrated fixed camera [J].
   IEEE Transactions on Robotics, 2007, 23(3): 610-617.
- [15] LIU H, LYU Y F, ZHAO W B. Robust visual servoing formation tracking control for quadrotor UAV team [J]. Aerospace Science and Technology, 2020, 106: 106061.
- [16] CHEN J N, HUA C C, GUAN X P. Image based fixed time visual servoing control for the quadrotor UAV[J]. IET Control Theory & Applications, 2019, 13(18): 3117 - 3123.

- [17] ZHENG D L, WANG H S, WANG J C, et al. Toward visibility guaranteed visual servoing control of quadrotor UAVs[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2019, 24(3): 1087 - 1095.
- [18] GUO D J, WANG H S, LEANG K K. Nonlinear vision-based observer for visual servo control of an aerial robot in global positioning system denied environments [J]. Journal of Mechanisms and Robotics, 2018, 10(6): 061018.
- [19] FAN C Z, SONG B Q, CAI X P, et al. Dynamic visual servoing of a small scale autonomous helicopter in uncalibrated environments [ C ]//Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2009: 5301 – 5306.
- [20] FAN C Z, LIU Y H, LIANG W U, et al. Vision-based static point target tracking of unmanned helicopter[J]. Application Research of Computers, 2009(2): 492 – 495.