

## 角度欺骗有源假目标的动力学特性\*

顾赵宇<sup>1</sup>, 饶彬<sup>2</sup>, 王国玉<sup>1</sup>

(1. 国防科技大学 电子信息系统复杂电磁环境效应国家重点实验室, 湖南 长沙 410073;

2. 中山大学 电子与通信工程学院, 广东 广州 510006)

**摘要:**针对高空高速目标探测过程中可能出现的角度类欺骗有源假目标,从理论上系统地分析了其动力学性质,导出了假目标的动力学方程,并分析了假目标的机械能和动量矩守恒问题。理论分析和仿真试验均表明,具有固定角度欺骗的方位有源假目标其动力学特性和真实目标完全一致,在动力学上是无法鉴别真伪的;除此之外的其他角度类欺骗有源假目标均不满足高空高速目标椭圆轨道特性以及动力学守恒定律,利用这种差异可以在数据处理层对假目标进行鉴别。

**关键词:**有源假目标;角度欺骗;守恒定律;动力学特性

中图分类号:TN95 文献标志码:A 文章编号:1001-2486(2022)04-164-08

## Dynamics characteristics of active angle deception decoys

GU Zhaoyu<sup>1</sup>, RAO Bin<sup>2</sup>, WANG Guoyu<sup>1</sup>

(1. State Key Laboratory of Complex Electromagnetic Environment Effects on Electronics & Information System, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China;

2. School of Electronics and Communication Engineering, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510006, China)

**Abstract:** Aiming at the active angle deception decoys that may appear in the process of high-altitude and high-speed target detection, a comprehensive and theoretical analysis of the dynamics characteristics was presented, the dynamics equation of active decoy was derived, and the conservation of mechanical energy and moment of momentum of the decoy were analyzed. Theoretical analysis and simulation experiments show that the dynamic characteristics of the azimuth active decoy with fixed angle deception are completely consistent with the real target, and it is impossible to distinguish the true from the false in dynamics. In addition, other angle deception active false targets do not meet the elliptic orbit characteristics of high-altitude high-speed targets and the law of conservation of dynamics. This difference can be used to identify the false targets in the data processing layer.

**Keywords:** active decoy; angle deception; conservation law; dynamics characteristics

在空间探测中,即使雷达对于目标的角度测量值是唯一测量参数,雷达也能实现有效的跟踪<sup>[1]</sup>。相反,如果雷达方不具备某种程度的角度测量,则几乎不可能对目标进行成功跟踪。因此,角度欺骗尤其是有源角度欺骗成为目标方摆脱雷达跟踪的重点之一。雷达对目标角度信息的检测和跟踪主要依靠雷达收发天线对不同方向电磁波的振幅或相位的响应,而角度欺骗干扰方法往往与雷达采用的角度测量体制密切相关。雷达测角技术发展经历了圆锥扫描体制、线性扫描体制和单脉冲体制三个阶段。单脉冲测角体制已经成为现代雷达获取目标角度信息的主要手段。单脉冲测角只需要一个回波脉冲就可以给出目标角度的

全部信息,且测角精度不易受回波信号幅度起伏的影响,具有较好的抗单点源干扰能力。因此,各种诱饵弹、镜频干扰、边频干扰、闪烁干扰、交叉极化干扰、交叉眼干扰等多点源干扰方法成为与之对抗的主要方式<sup>[2]</sup>。有矛必有盾,为了更好地抗干扰,国内外雷达界进行了大量的研究,主要技术手段包括:多点源特征识别技术、多点源分辨技术、干扰抑制后测角校正技术、发射调制抗诱偏技术和数据融合与抗干扰策略设计等<sup>[3-4]</sup>。

现代雷达有源干扰系统已经可以产生在时-空-频-极化-能量等多个信息域中与目标回波高度逼近的有源假目标。对此类假目标,传统的抗干扰措施和信号处理鉴别技术可能无法奏效。

\* 收稿日期:2020-09-17

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61701507,61890542,61890540)

作者简介:顾赵宇(1984—),男,江苏靖江人,讲师,博士研究生,E-mail:guzhaoyu\_nudt@163.com;

王国玉(通信作者),男,研究员,博士,博士生导师,E-mail:nudtgsz@hotmail.com

雷达信号处理无法鉴别的假目标信号会形成点迹,进入雷达数据处理单元<sup>[5]</sup>。对于已经进入雷达数据处理环节的有源假目标,目前尚无有效的鉴别方法。但也有学者从运动学的角度做了一些开创性的工作,例如:饶彬等分析了有源距离假目标的运动学特性<sup>[6-7]</sup>;赵艳丽等在数据处理层面,针对有源距离假目标与真实目标的运动学特性差异,提出了组网鉴别法<sup>[8]</sup>、平面鉴别法<sup>[9]</sup>、雷达滤波鉴别法<sup>[9]</sup>、动力学匹配鉴别法<sup>[10]</sup>等。上述文献在设计鉴别算法时,大多对真实目标和雷达的相对空间位置等信息进行了假设,假目标默认为距离欺骗假目标,并从理论和仿真的角度认为有源假目标不符合某些运动学性质。这些方法为雷达抗有源欺骗干扰开拓了思路。

角度欺骗干扰是一大类干扰,对雷达的威胁最大,例如各种交叉眼干扰已有效应用到实际系统中。目前,利用动力学方法来分析角度欺骗有源假目标的动力学性质并设计相关鉴别算法,尚未见公开报道。角度欺骗有源假目标在动力学上有其自身的特点(尤其是具有固定角度欺骗的方位假目标)。空间运行的角度类欺骗干扰假目标其运动学特性必然和真目标有较大差异,需要进行深入分析。本文从理论上探讨其满足的动力学性质,深刻分析和揭示真假目标在动力学方程上的根本差异信息,尤其关注假目标的动量矩守恒和机械能守恒特性,拟期望为雷达与目标双方选择合适的策略和应对措施提供理论依据。

## 1 动力学特征

### 1.1 真目标的动力学特征

高空高速目标从离开大气层到再入大气层的这一段飞行轨迹称为飞行中段。在飞行中段,目标不受推力和空气阻力作用,主要受地心引力的影响,在不太长的航程里可以不考虑地球自转、地球非球形以及各种摄动的影响。记  $\mathbf{r}_e \triangleq (x_e, y_e, z_e)^T$  和  $\mathbf{v}_e \triangleq \dot{\mathbf{r}}_e = (\dot{x}_e, \dot{y}_e, \dot{z}_e)^T$  分别为目标在地心直角坐标系(earth centered fixed coordinate system, ECF CS)下的位置矢量和速度矢量(下标“e”表示 ECF 坐标系,另外为了方便起见,所有变量省略了时间  $t$ ),则目标的动力学方程<sup>[11-12]</sup>可以写为

$$\ddot{\mathbf{r}}_e = -\mu \frac{\mathbf{r}_e}{r_e^3} \quad (1)$$

其中: $\mu$  为地球引力系数; $r_e$  是目标到地心的距离,即  $r_e = (x_e^2 + y_e^2 + z_e^2)^{1/2}$ 。令  $\mathbf{X}_e = (\mathbf{r}_e^T, \mathbf{v}_e^T)^T$ ,并将式(1)展开成直角坐标形式,有

$$\frac{d\mathbf{X}_e}{dt} = \begin{pmatrix} \dot{x}_e & \dot{y}_e & \dot{z}_e & -\mu \frac{x_e}{r_e^3} & -\mu \frac{y_e}{r_e^3} & -\mu \frac{z_e}{r_e^3} \end{pmatrix}^T \quad (2)$$

式(2)即是真目标所遵循的动力学方程。该系统是一个标准的零输入非线性确定性系统,只要精确知道  $t_0$  时刻目标的初始状态参数  $\mathbf{X}_{e0}$ ,目标的运动轨迹就确定了,此时目标遵循机械能守恒定律和动量矩守恒定律。

目标单位质量的动量矩和机械能<sup>[13]</sup>分别为

$$\mathbf{h} = \mathbf{r}_e \times \mathbf{v}_e \quad (3)$$

$$E = \frac{v_e^2}{2} - \frac{\mu}{r_e} \quad (4)$$

其中, $v_e$  为目标在 ECF 坐标系下的速度大小,即  $v_e = |\mathbf{v}_e| = |\dot{\mathbf{r}}_e|$ 。设目标飞行的时间支撑集为  $\Gamma$ ,则对于真目标而言, $\mathbf{h}$  和  $E$  为常量<sup>[13-14]</sup>,即  $\mathbf{h} \triangleq \mathbf{h}(t), E \triangleq E(t), \forall t \in \Gamma$ 。

研究目标的动量矩和机械能具有重要的意义,它们集中体现了目标的动力学性质。实际上根据航天动力学理论, $E$  和  $\mathbf{h}$  的时不变性(即动量矩守恒和机械能守恒)决定了真实轨迹的所有 6 个时不变轨道根数。其中动量矩  $\mathbf{h}$  决定轨道平面的倾角  $i$  和升交点赤经  $\Omega$ ;机械能  $E$  决定椭圆轨迹的长半轴  $a$ ;  $E$  和  $\mathbf{h}$  联合决定了偏心率  $e$  和近地点幅角  $\omega$ ;  $E, \mathbf{h}, \mathbf{r}_e$  共同决定了真近点角  $f$ 。详细的函数转换关系请参看文献[14]。由此可见,  $E$  和  $\mathbf{h}$  的时不变性(即动量矩守恒和机械能守恒)决定了真实轨迹的所有 6 个时不变特性参量,在二体运动的意义上,是空间自由段高度运动目标动力学性质的集中体现。

### 1.2 假目标的动力学特征

#### 1.2.1 坐标系转换

一般雷达可提供的信息包括目标的距离  $r$ 、方位角  $\theta$  和俯仰角  $\phi$ ,较高级的雷达还可提供径向速度  $v$ (体现为接收信号的多普勒频移  $f_d$ )等参数,当存在有源距离欺骗假目标时,设其相应参数分别为  $r_f, \theta_f, \phi_f$  和  $f_{df}$ ,则角度欺骗假目标满足的条件<sup>[15]</sup>为  $r_f \approx r, \theta_f \neq \theta$  或  $\phi_f \neq \phi, f_{df} \approx f_d$ ,即假目标在距离和径向速度上与真目标近似一致,而在方位角或俯仰角上存在欺骗。设真目标在雷达站球坐标系下的状态矢量为  $\mathbf{Y} = (r, \theta, \phi)^T$ ,在雷达站东北坐标系(local east north up coordinate system, ENU CS)下的状态矢量为  $\mathbf{X} \triangleq (\mathbf{r}^T, \dot{\mathbf{r}}^T)^T = (x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z})^T$ ;假目标在球坐标系下的状态矢量为  $\mathbf{Y}_f = (r_f, \theta_f, \phi_f)^T$ ,在 ENU 坐标系下的状态矢量为  $\mathbf{X}_f \triangleq (\mathbf{r}_f^T, \dot{\mathbf{r}}_f^T)^T$ ,在 ECF 坐标系下的状态矢量为  $\mathbf{X}_{ef} \triangleq$

$(\mathbf{r}_{ef}^T, \dot{\mathbf{r}}_{ef}^T)^T$ ;  $(L, B)$  为雷达布站的经纬度。

ENU 坐标系和雷达站球坐标系间的转换公式为

$$\begin{cases} x = r \cos \phi \cos \theta \\ y = r \cos \phi \sin \theta \\ z = r \sin \phi \end{cases} \quad (5)$$

ECF 坐标系和 ENU 坐标系间的变换公式<sup>[12]</sup>为

$$\mathbf{r}_e = \mathbf{T}[\mathbf{r} + (0 \ 0 \ r_o)^T] \quad (6)$$

其中,  $r_o$  为地球平均半径,  $\mathbf{T}$  为坐标变换阵:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} -\sin(L) & -\sin(B)\cos(L) & \cos(B)\cos(L) \\ \cos(L) & -\sin(B)\sin(L) & \cos(B)\sin(L) \\ 0 & \cos(B) & \sin(B) \end{bmatrix} \quad (7)$$

### 1.2.2 方位欺骗假目标的动力学特性

设方位角的欺骗量为  $\Delta\theta$ , 其中  $\Delta\theta$  可以固定也可以时变, 则假目标在雷达站球坐标系下的观测量为  $(r_f, \theta_f, \phi_f)^T = (r, \theta + \Delta\theta, \phi)^T$ , 转换到雷达站 ENU 坐标系下, 真假目标之间仅相差一个旋转矩阵  $\mathbf{A}$ , 即  $\mathbf{r}_f = \mathbf{A}\mathbf{r}$ , 其中

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \cos(\Delta\theta) & -\sin(\Delta\theta) & 0 \\ \sin(\Delta\theta) & \cos(\Delta\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

根据式(6), 假目标在 ECF 坐标系下的位置矢量为

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{ef} &= \mathbf{T}[\mathbf{r}_f + (0 \ 0 \ r_o)^T] \\ &= \mathbf{T}[\mathbf{A}\mathbf{r} + (0 \ 0 \ r_o)^T] \end{aligned} \quad (9)$$

注意到  $\mathbf{T}$  为常矩阵, 则假目标在 ECF 坐标系下的速度矢量为

$$\dot{\mathbf{r}}_{ef} = \mathbf{T}\dot{\mathbf{A}}\mathbf{r} + \mathbf{T}\mathbf{A}\dot{\mathbf{r}} \quad (10)$$

假目标 ECF 坐标系下的动力学方程(即加速度矢量)为

$$\ddot{\mathbf{r}}_{ef} = \mathbf{T}(\ddot{\mathbf{A}}\mathbf{r} + 2\dot{\mathbf{A}}\dot{\mathbf{r}} + \mathbf{A}\ddot{\mathbf{r}}) \quad (11)$$

记  $\mathbf{a}_1 \triangleq \mathbf{T}\mathbf{A}\ddot{\mathbf{r}}$ ,  $\mathbf{a}_2 \triangleq \mathbf{T}(\ddot{\mathbf{A}}\mathbf{r} + 2\dot{\mathbf{A}}\dot{\mathbf{r}})$ , 则

$$\ddot{\mathbf{r}}_{ef} = \mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2 \quad (12)$$

下面证明  $\mathbf{a}_1$  具有式(1)形式的加速度。实际上利用式(1)和式(6), 不难得到

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{\mu}{r_e^3}[\mathbf{r} + (0 \ 0 \ r_o)^T] \quad (13)$$

此即是真目标在 ENU 坐标系下的动力学方程, 因此  $\mathbf{a}_1$  项更新为

$$\mathbf{a}_1 = \mathbf{T}\mathbf{A}\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{\mu}{r_e^3}[\mathbf{T}\mathbf{A}\mathbf{r} + \mathbf{T}\mathbf{A}(0 \ 0 \ r_o)^T] \quad (14)$$

利用  $\mathbf{A}(0 \ 0 \ r_o)^T = (0 \ 0 \ r_o)^T$  这一特殊性质以及式(9), 则

$$\mathbf{a}_1 = -\frac{\mu}{r_e^3}\mathbf{T}[\mathbf{A}\mathbf{r} + (0 \ 0 \ r_o)^T] = -\frac{\mu\mathbf{r}_{ef}}{r_e^3} \quad (15)$$

下证  $r_e = r_{ef}$ 。事实上, 由式(6)以及正交矩阵的保范性, 得到

$$r_e = |\mathbf{r}_e| = \|\mathbf{r} + (0 \ 0 \ r_o)^T\|_2 \quad (16)$$

其中,  $\|\cdot\|_2$  是欧氏空间的距离范数。再次利用正交矩阵的保范性以及  $\mathbf{A}(0 \ 0 \ r_o)^T = (0 \ 0 \ r_o)^T$  这一性质, 得到

$$\begin{aligned} r_{ef} &= |\mathbf{r}_{ef}| = \|\mathbf{T}[\mathbf{r} + (0 \ 0 \ r_o)^T]\|_2 \\ &= \|\mathbf{T}\mathbf{A}[\mathbf{r} + (0 \ 0 \ r_o)^T]\|_2 \\ &= \|\mathbf{r} + (0 \ 0 \ r_o)^T\|_2 \end{aligned} \quad (17)$$

由式(16)和式(17)可知  $r_e = r_{ef}$ 。因此式(15)更新为

$$\mathbf{a}_1 = -\mu\frac{\mathbf{r}_{ef}}{r_{ef}^3} \quad (18)$$

比较式(18)和式(1), 两者在形式上完全一样。因此  $\mathbf{a}_1$  可以看成是假目标符合椭圆轨迹特性的加速度分量, 记为椭圆轨迹分量,  $\mathbf{a}_2 \triangleq \mathbf{T}(\ddot{\mathbf{A}}\mathbf{r} + 2\dot{\mathbf{A}}\dot{\mathbf{r}})$  则记为偏移分量。 $\mathbf{a}_2$  的展开式较为复杂, 根据式(8)有

$$\dot{\mathbf{A}} = \Delta\dot{\theta} \begin{bmatrix} -\sin(\Delta\theta) & -\cos(\Delta\theta) & 0 \\ \cos(\Delta\theta) & -\sin(\Delta\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$\ddot{\mathbf{A}} = \Delta\ddot{\theta} \begin{bmatrix} -\sin(\Delta\theta) & -\cos(\Delta\theta) & 0 \\ \cos(\Delta\theta) & -\sin(\Delta\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} +$$

$$(\Delta\dot{\theta})^2 \begin{bmatrix} -\cos(\Delta\theta) & \sin(\Delta\theta) & 0 \\ -\sin(\Delta\theta) & -\cos(\Delta\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

因此

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_2 &= \Delta\ddot{\theta}\mathbf{T} \begin{bmatrix} -\sin(\Delta\theta) & -\cos(\Delta\theta) & 0 \\ \cos(\Delta\theta) & -\sin(\Delta\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{r} + \\ &2(\Delta\dot{\theta})^2\mathbf{T} \begin{bmatrix} -\cos(\Delta\theta) & \sin(\Delta\theta) & 0 \\ -\sin(\Delta\theta) & -\cos(\Delta\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dot{\mathbf{r}} \end{aligned} \quad (21)$$

由  $\mathbf{a}_2$  的表达式可以看出,  $\mathbf{a}_2 = \mathbf{0}$  的一个充分条件是  $\Delta\theta(t) \equiv C, \forall t \in \Gamma$ 。此时, 如果  $C \neq 0$ , 则假目标为方位假目标(欺骗一个固定方位角度),  $\Delta\dot{\theta} \equiv 0, \Delta\ddot{\theta} \equiv 0$ , 因此  $\mathbf{a}_2 = \mathbf{0}$ ; 如果  $C = 0$ , 则假目标退化为真目标, 显然  $\mathbf{a}_2 = \mathbf{0}$ 。除此之外, 对于一般情况下的方位欺骗假目标(即  $\Delta\theta$  时变的情况),  $\mathbf{a}_2$  一般不等于  $\mathbf{0}$ 。事实上, 如果  $\mathbf{a}_2 = \mathbf{0}$ , 则由  $\mathbf{T}$  的

保范性有  $\ddot{\mathbf{A}}\mathbf{r} + 2\dot{\mathbf{A}}\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{0}$  成立,其展开式为

$$\begin{cases} -\Delta\ddot{\theta}[x\sin(\Delta\theta) + y\cos(\Delta\theta)] - \\ 2(\Delta\dot{\theta})^2[\dot{x}\cos(\Delta\theta) - \dot{y}\sin(\Delta\theta)] = 0 \\ \Delta\ddot{\theta}[x\cos(\Delta\theta) - y\sin(\Delta\theta)] - \\ 2(\Delta\dot{\theta})^2[\dot{x}\sin(\Delta\theta) + \dot{y}\cos(\Delta\theta)] = 0 \end{cases} \quad (22)$$

化简消去三角函数项得到

$$\begin{cases} x\Delta\ddot{\theta} - 2\dot{y}(\Delta\dot{\theta})^2 = 0 \\ y\Delta\ddot{\theta} + 2\dot{x}(\Delta\dot{\theta})^2 = 0 \end{cases} \quad (23)$$

由于  $\Delta\theta$  时变,故  $\Delta\dot{\theta} \neq 0$ ,由式(23)可以得到

$$\frac{\Delta\ddot{\theta}}{(\Delta\dot{\theta})^2} = \frac{2\dot{y}}{x} = -\frac{2\dot{x}}{y} \quad (24)$$

式(24)即是一般情况下(即方位欺骗角度  $\Delta\theta$  时变情况下)偏移加速度  $\mathbf{a}_2 = \mathbf{0}$  时所满足的必要条件,即

$$x\dot{x} + y\dot{y} = 0, \forall t \in \Gamma \quad (25)$$

实际中,雷达的位置是一定的,目标的运动轨迹也是确定的,因此真目标在 ENU 坐标下的状态矢量  $\mathbf{X} = (x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z})^T$  是事先确定的。一般情况下  $x\dot{x} + y\dot{y} \neq 0$ 。因此,除了具有固定角度欺骗的方位假目标外,其他方位欺骗假目标的偏移加速度分量一般不为  $\mathbf{0}$ ,即它们的动力学方程均不符合椭圆轨迹方程。

再来讨论方位欺骗假目标的动力学守恒问题。方位欺骗假目标的动量矩为

$$\begin{aligned} \mathbf{h}_f &= \mathbf{r}_{ef} \times \dot{\mathbf{r}}_{ef} \\ &= \mathbf{T}[\mathbf{A}\mathbf{r} + (0 \ 0 \ r_o)^T] \times (\mathbf{T}\mathbf{A}\dot{\mathbf{r}} + \mathbf{T}\dot{\mathbf{A}}\mathbf{r}) \end{aligned} \quad (26)$$

假目标动量矩的导数为

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{h}}_f &= \mathbf{r}_{ef} \times \ddot{\mathbf{r}}_{ef} \\ &= \mathbf{T}[\mathbf{A}\mathbf{r} + (0 \ 0 \ r_o)^T] \times \mathbf{T}(\mathbf{A}\ddot{\mathbf{r}} + \ddot{\mathbf{A}}\mathbf{r} + 2\dot{\mathbf{A}}\dot{\mathbf{r}}) \end{aligned} \quad (27)$$

记  $\dot{\mathbf{h}}_1 \triangleq \mathbf{T}[\mathbf{A}\mathbf{r} + (0 \ 0 \ r_o)^T] \times \mathbf{T}(\mathbf{A}\ddot{\mathbf{r}})$ ,  $\dot{\mathbf{h}}_2 \triangleq \mathbf{T}[\mathbf{A}\mathbf{r} + (0 \ 0 \ r_o)^T] \times \mathbf{T}(\ddot{\mathbf{A}}\mathbf{r} + 2\dot{\mathbf{A}}\dot{\mathbf{r}})$ , 则

$$\dot{\mathbf{h}}_f = \dot{\mathbf{h}}_1 + \dot{\mathbf{h}}_2 \quad (28)$$

下证  $\dot{\mathbf{h}}_1 = \mathbf{0}$ 。事实上,对于真目标而言,  $\mathbf{h}$  为一个常量,因此  $\dot{\mathbf{h}} = \mathbf{r}_e \times \ddot{\mathbf{r}}_e \equiv \mathbf{0}$ , 即  $\mathbf{T}[\mathbf{r} + (0 \ 0 \ r_o)^T] \times \mathbf{T}\ddot{\mathbf{r}} \equiv \mathbf{0}$ 。由于  $\mathbf{T}$  的非奇异性,因此  $[\mathbf{r} + (0 \ 0 \ r_o)^T] \parallel \ddot{\mathbf{r}}$ 。再根据  $\mathbf{T}\mathbf{A}$  的非奇异性,得到  $\mathbf{T}\mathbf{A}[\mathbf{r} + (0 \ 0 \ r_o)^T] \parallel \mathbf{T}\mathbf{A}\ddot{\mathbf{r}}$ , 故:

$$\dot{\mathbf{h}}_1 = \mathbf{T}\mathbf{A}[\mathbf{r} + (0 \ 0 \ r_o)^T] \times (\mathbf{T}\mathbf{A}\ddot{\mathbf{r}}) = \mathbf{0} \quad (29)$$

由式(28)和式(29)可知,假目标欲保持动量矩守恒,则  $\dot{\mathbf{h}}_2$  应为  $\mathbf{0}$ 。由  $\mathbf{T}$  的非奇异性,有

式(30)成立。

$$[\mathbf{A}\mathbf{r} + (0 \ 0 \ r_o)^T] \times (\ddot{\mathbf{A}}\mathbf{r} + 2\dot{\mathbf{A}}\dot{\mathbf{r}}) = \mathbf{0} \quad (30)$$

式(30)成立的充要条件为下面三个条件之一。

$$\mathbf{A}\mathbf{r} + (0 \ 0 \ r_o)^T = \mathbf{0} \quad (31)$$

$$\ddot{\mathbf{A}}\mathbf{r} + 2\dot{\mathbf{A}}\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{0} \quad (32)$$

$$[\mathbf{A}\mathbf{r} + (0 \ 0 \ r_o)^T] = k(\ddot{\mathbf{A}}\mathbf{r} + 2\dot{\mathbf{A}}\dot{\mathbf{r}}), k \neq 0 \quad (33)$$

比较式(30)和式(22)可知,式(22)的解只是式(30)的一个子集。这是因为,动力学方程是真假目标动力学性质的本质差异所在,而建立在动力学方程之上的动量矩守恒定律只是反映了真假目标动力学性质差异的一个侧面。

式(31)的展开式为

$$\begin{bmatrix} x\cos(\Delta\theta) - y\sin(\Delta\theta) \\ x\sin(\Delta\theta) + y\cos(\Delta\theta) \\ z + r_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (34)$$

式(34)要求  $z = -r_o, \forall t \in \Gamma$ , 显然是无法成立的,因此第一个条件被否定。式(33)的展开式为

$$\begin{cases} x\cos(\Delta\theta) - y\sin(\Delta\theta) \\ = k\{-\Delta\ddot{\theta}[x\sin(\Delta\theta) + y\cos(\Delta\theta)] - \\ 2(\Delta\dot{\theta})^2[\dot{x}\cos(\Delta\theta) - \dot{y}\sin(\Delta\theta)]\} \\ x\sin(\Delta\theta) + y\cos(\Delta\theta) \\ = k\{\Delta\ddot{\theta}[x\cos(\Delta\theta) - y\sin(\Delta\theta)] - \\ 2(\Delta\dot{\theta})^2[\dot{x}\sin(\Delta\theta) + \dot{y}\cos(\Delta\theta)]\} \\ z + r_o = 0 \end{cases} \quad (35)$$

式(35)也要求  $z = -r_o, \forall t \in \Gamma$ , 因此第三个条件也被否定。剩下式(32),其展开式恰好为式(22),前面已经证明,除非  $\Delta\theta$  为常数,否则式(22)也是不成立的。也即是说,除了具有固定角度欺骗的方位假目标外,其他方位欺骗假目标均不满足动量矩守恒定律。

下面考虑方位欺骗假目标的机械能守恒问题。结合式(4)和式(6),真目标的机械能为

$$E = \frac{v_e^2}{2} - \frac{\mu}{r_e} = \frac{\|\mathbf{T}\dot{\mathbf{r}}\|_2^2}{2} - \frac{\mu}{r_e} \quad (36)$$

再结合式(10),假目标的机械能为

$$\begin{aligned} E_f &= \frac{v_{ef}^2}{2} - \frac{\mu}{r_{ef}} \\ &= \frac{\|\mathbf{T}\dot{\mathbf{A}}\mathbf{r} + \mathbf{T}\mathbf{A}\dot{\mathbf{r}}\|_2^2}{2} - \frac{\mu}{r_e} \\ &= \frac{\|\mathbf{T}\dot{\mathbf{A}}\mathbf{r}\|_2^2 + \|\mathbf{T}\mathbf{A}\dot{\mathbf{r}}\|_2^2 + 2(\mathbf{T}\dot{\mathbf{A}}\mathbf{r})^T \mathbf{T}\mathbf{A}\dot{\mathbf{r}}}{2} - \frac{\mu}{r_e} \end{aligned} \quad (37)$$

记  $E_1 \triangleq \frac{\|T\dot{A}r\|_2^2}{2} - \frac{\mu}{r_e}$ ,  $E_2 \triangleq \frac{\|T\dot{A}r\|_2^2}{2} + (T\dot{A}r)^T T\ddot{A}r$ , 则

$$E_t = E_1 + E_2 \quad (38)$$

由  $T$  和  $A$  的保范性及  $r_{ef} = r_e$  可知,  $E_1 = E$ , 即  $E_1$  是常量。假目标要保持机械能守恒定律, 则  $E_2$  必须为一个常量。即  $\dot{E}_2 = 0$ , 将其展开有

$$\begin{aligned} \dot{E}_2 &= (T\dot{A}r)^T (T\ddot{A}r + T\dot{A}\dot{r}) + \\ & (T\ddot{A}r + T\dot{A}\dot{r})^T T\dot{A}r + (T\dot{A}r)^T (T\dot{A}\dot{r} + T\ddot{A}r) \\ &= (\dot{A}r)^T (\ddot{A}r + \dot{A}\dot{r}) + (\ddot{A}r + \dot{A}\dot{r})^T A\dot{r} + \\ & (\dot{A}r)^T (\dot{A}\dot{r} + A\ddot{r}) \end{aligned} \quad (39)$$

由式 (39) 可知,  $\dot{E}_2 = 0$  的一个充分条件为  $\dot{A} = \ddot{A} = 0$ , 即  $\Delta\theta$  在时间支撑集  $\Gamma$  上为常数。此外, 一般情况下 ( $\Delta\theta$  时变时),  $\dot{E}_2$  一般不为 0。

综上, 除具有固定角度欺骗的方位假目标外, 其他方位欺骗假目标均不满足椭圆轨迹方程, 也不满足动量矩守恒和机械能守恒定律, 并且这种性质不随雷达的位置而改变。实际上, 目标的方位欺骗一个固定角度, 相当于将真实轨迹围绕雷达站水平旋转  $\Delta\theta$  的角度, 此时虽然目标的起点和终点变了, 但轨迹的形状完全和真目标一致, 且引力加速度的大小也一致, 因此真假目标的动力学方程完全匹配, 具有的动力学性质也相似。

### 1.2.3 俯仰欺骗假目标的动力学特性

俯仰类欺骗假目标动力学性质的分析方法与方位欺骗假目标的类似。设俯仰角欺骗量  $\Delta\phi$ , 式 (8) 可以重写为:

$$A = \begin{bmatrix} \cos(\Delta\phi) & 0 & -\sin(\Delta\phi)\cos\theta \\ \cos(\Delta\phi) & 0 & -\sin(\Delta\phi)\sin\theta \\ 0 & \frac{\sin(\Delta\phi)}{\sin\theta} & \cos(\Delta\phi) \end{bmatrix} \quad (40)$$

相应地  $\dot{A}$  和  $\ddot{A}$  可以表示为:

$$\begin{aligned} \dot{A} &= \Delta\dot{\phi} \begin{bmatrix} -\sin(\Delta\phi) & 0 & -\cos(\Delta\phi)\cos\theta \\ -\sin(\Delta\phi) & 0 & -\cos(\Delta\phi)\sin\theta \\ 0 & \frac{\cos(\Delta\phi)}{\sin\theta} & -\sin(\Delta\phi) \end{bmatrix} + \\ & \dot{\theta} \begin{bmatrix} 0 & 0 & \sin(\Delta\phi)\sin\theta \\ 0 & 0 & -\sin(\Delta\phi)\cos\theta \\ 0 & \frac{-\sin(\Delta\phi)}{\sin^2\theta}\cos\theta & 0 \end{bmatrix} \\ \ddot{A} &= \Delta\ddot{\phi} \begin{bmatrix} -\sin(\Delta\theta) & 0 & -\cos(\Delta\phi)\cos\theta \\ -\sin(\Delta\theta) & 0 & -\cos(\Delta\phi)\sin\theta \\ 0 & \frac{\cos(\Delta\phi)}{\sin\theta} & -\sin(\Delta\phi) \end{bmatrix} + \end{aligned} \quad (41)$$

$$\begin{aligned} & 2(\Delta\dot{\phi})\dot{\theta} \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cos(\Delta\phi)\sin\theta \\ 0 & 0 & -\cos(\Delta\phi)\cos\theta \\ 0 & \frac{-\cos(\Delta\phi)}{\sin^2\theta}\cos\theta & 0 \end{bmatrix} + \\ & \ddot{\theta} \begin{bmatrix} 0 & 0 & \sin(\Delta\phi)\sin\theta \\ 0 & 0 & -\sin(\Delta\phi)\cos\theta \\ 0 & \frac{-\sin(\Delta\phi)\cos\theta}{\sin^2\theta} & 0 \end{bmatrix} + \\ & (\Delta\dot{\phi})^2 \begin{bmatrix} -\cos(\Delta\phi) & 0 & \sin(\Delta\phi)\cos\theta \\ -\cos(\Delta\phi) & 0 & \sin(\Delta\phi)\sin\theta \\ 0 & \frac{-\sin(\Delta\phi)}{\sin\theta} & -\cos(\Delta\phi) \end{bmatrix} + \\ & (\dot{\theta})^2 \begin{bmatrix} 0 & 0 & \sin(\Delta\phi)\cos\theta \\ 0 & 0 & \sin(\Delta\phi)\sin\theta \\ 0 & \frac{\sin(\Delta\phi)(1+\cos^2\theta)}{\sin^3\theta} & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (42)$$

对于  $a_2 \triangleq T(\ddot{A}r + 2\dot{A}\dot{r})$ , 可以看到, 此时无论俯仰角欺骗量  $\Delta\phi$  是固定的还是时变的,  $a_2$  一般不等于 0。因此, 各种俯仰类欺骗假目标均不满足椭圆轨迹方程以及动力学守恒定律。

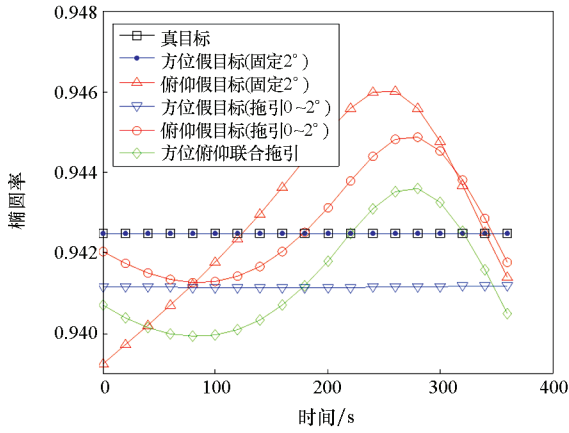
## 2 仿真结果

前文从理论上分析了角度欺骗假目标所满足的动力学性质, 导出了假目标的动力学方程, 并证明了假目标不满足椭圆轨迹和动力学守恒定律。下面通过仿真的方法验证上述结论。

针对高空高速机动目标, 按照式 (1) 计算真实目标对应的一条最小能量轨迹。真目标的关机点高度为 80 km, 在关机点的速度为 2 500 m/s, 以最佳倾角向正东飞行。关机点 A 所对应的地面位置为东经 0°、北纬 0°, 则再入位置 C 约为东经 6.069 7°、北纬 0°。最高点 B 对应的弹下点为东经 3.034 9°、北纬 0°。自由段总飞行时间为 370 s, 自由段总飞行路程为 675 km。考虑到雷达布站位置一般位于偏己方一侧, 本文中雷达布站位置取为三种: 位置 I——北纬 2°, 东经 3°; 位置 II——北纬 2°, 东经 4.5°; 位置 III——北纬 2°, 东经 6°。三种雷达布站与目标起点的距离相等, 但分别部署在高速目标轨迹的中、中后以及后段。假目标类型有: 方位欺骗假目标 (欺骗角度固定和时变)、俯仰欺骗假目标 (欺骗角度固定和时变) 以及两者联合欺骗。

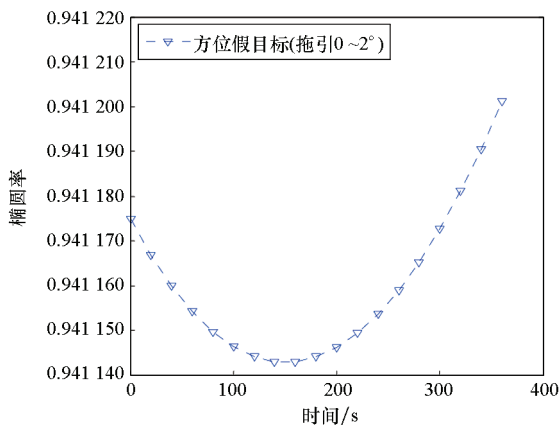
图 1 是真目标以及各种假目标轨迹椭圆率的变化图, 假目标的类型分别为: 方位欺骗 2°, 俯仰欺骗 2°, 方位拖引 0~2°, 俯仰拖引 0~2° 以及方

位俯仰联合拖引  $0 \sim 2^\circ$ 。由图可见,具有固定角度欺骗的方位假目标的椭圆率和真目标完全相同,是不随时间变换的;除此之外的其他角度类假目标的椭圆率均是时变的(注意图 1(a)中方位拖引假目标由于椭圆率的变化并不是很明显,将其在图 1(b)进行局部放大,可以看出椭圆率也是时变的,只是变化的幅度较小而已)。图 1 说明除了具有固定角度欺骗的方位假目标外,其他类型的角度欺骗假目标的动力学方程和真目标相比本质上是不同的。



(a) 各种假目标的椭圆率

(a) Ellipticity of various false targets



(b) 方位拖引假目标的椭圆率(图(a)的局部放大)

(b) Ellipticity of false target in azimuth towing

(local enlargement of graph (a))

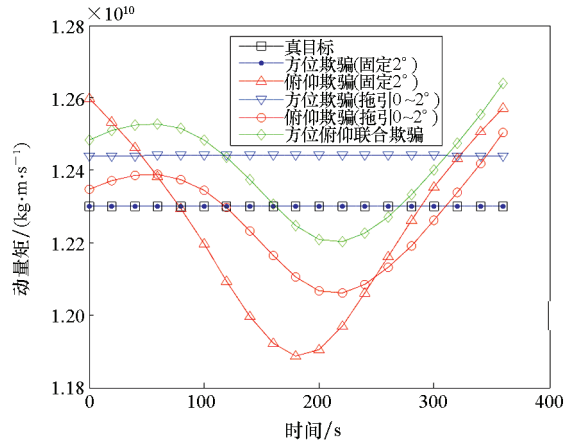
图 1 角度假目标的椭圆率(雷达布站位置 II)

Fig.1 Ellipticity of angle false target

(radar station location II)

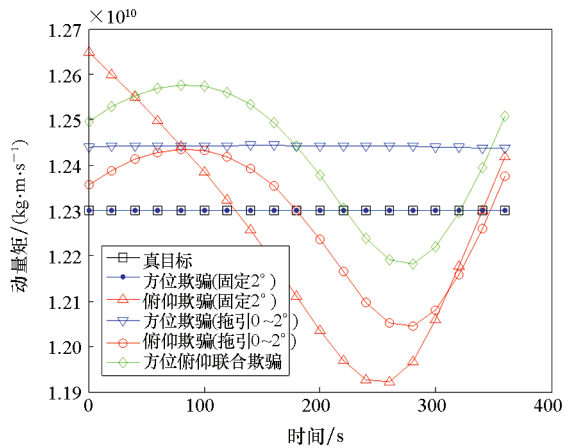
图 2 和图 3 分别是真假目标动量矩和机械能的变化图。由图可以看出,具有固定角度欺骗的方位假目标的动力学常量(动量矩和机械能)和真目标完全一样,是不随时间变换的,即满足动力学守恒定律;除此之外的其他角度类假目标的动力学常量均是时变的,不满足动量矩守恒和机械

能守恒。另外,在同等条件下,雷达布站位置对真目标的动力学性质没有影响,但对假目标却有一定的影响。一般说来,动力学性质变化最大的地方和雷达的布站位置是一致的。也就是说,雷达



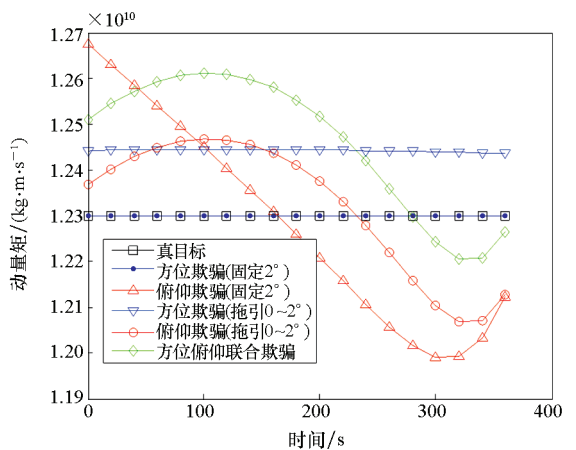
(a) 雷达布站 I

(a) Radar station location I



(b) 雷达布站 II

(b) Radar station location II



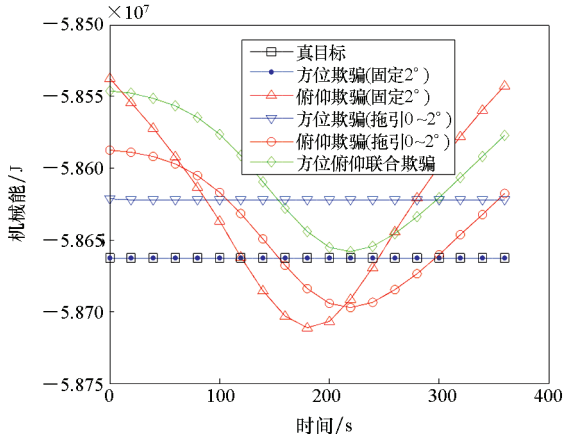
(c) 雷达布站 III

(c) Radar station location III

图 2 假目标动量矩变化

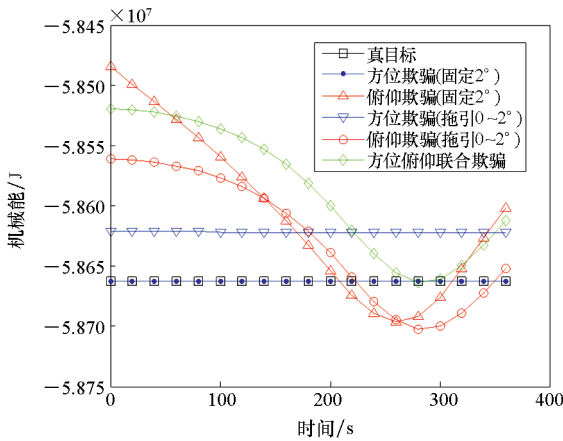
Fig.2 Variation diagram of momentum

moment of false target



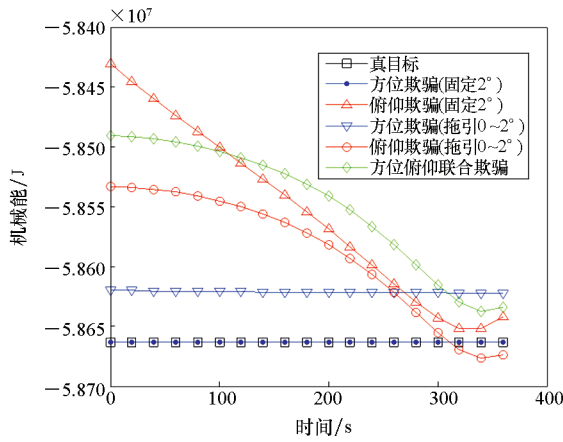
(a) 雷达布站 I

(a) Radar station location I



(b) 雷达布站 II

(b) Radar station location II



(c) 雷达布站 III

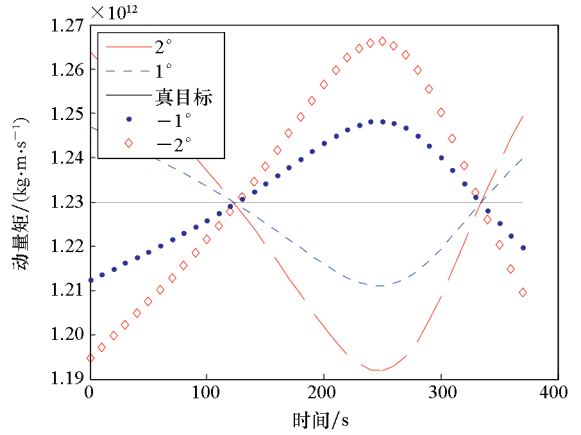
(c) Radar station location III

图 3 假目标机械能变化

Fig. 3 Change chart of mechanical energy of false target

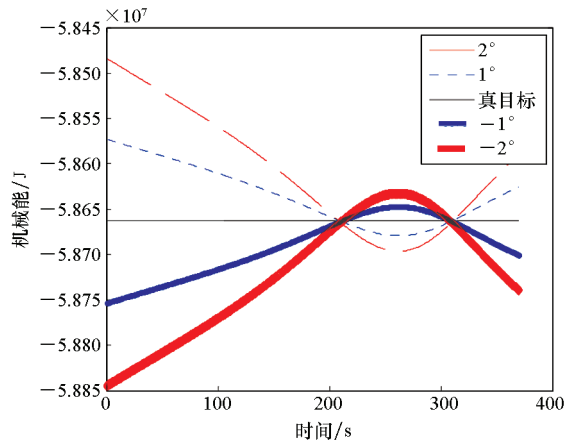
布于目标轨迹中部,则动力学性质变化最大的地方也出现在目标轨迹中部;雷达布于目标轨迹后段,则动力学性质变化最大的地方也出现在目标轨迹后段。

最后再来考虑一下欺骗量对假目标动力学性质的影响。图 4 给出了固定角度欺骗的俯仰假目标的欺骗量对动力学常量的影响效果。由图可知,假目标欺骗量越大,动力学常量的时变现象越明显,即动力学不守恒现象越严重。其他一些类型的假目标(除固定角度欺骗的方位假目标外)也具有类似的性质,囿于篇幅限制,不再赘述。



(a) 动量矩变化

(a) Diagram of momentum change



(b) 机械能变化

(b) Mechanical energy change diagram

图 4 俯仰假目标动量矩和机械能的变化 (雷达布站 II)

Fig. 4 Variation diagram of momentum moment and mechanical energy of pitching false target (radar station location II)

通过对图 1~4 进行分析,发现仿真的结果和本文的理论推导符合得很好,说明假目标在动力学特性方面还是存在一些规律可循。总结假目标的动力学性质,可以得出以下几点规律:

1) 具有固定角度欺骗的方位假目标的动力学特性完全和真目标的一致,除此之外的其他角度欺骗假目标均不满足椭圆轨迹,也不遵循动力学守恒定律。

2)假目标欺骗参数越大,则椭圆轨迹失配程度越大,动力学不守恒现象也越严重。

3)相同欺骗量但符号不同的假目标其动力学常量围绕真目标的动力学常量呈对称分布。

4)同等角度欺骗量时,俯仰欺骗假目标动力学性质的差异远大于方位欺骗假目标。

5)雷达布站位置越靠前,越有利于假目标的及早鉴别。

### 3 结论

针对现在进行空间监视的雷达系统,只进行距离欺骗,已不能确保己方目标摆脱雷达系统的跟踪,对雷达进行有效的角度欺骗显得更加重要。本文针对目标跟踪过程中可能出现的有源角度欺骗假目标,从理论上探讨了其可能的应对措施,导出了假目标的动力学方程,并分析了假目标的动力学守恒问题。本文的分析结果对雷达与飞行目标双方选择合适的策略及应对措施都具有重要的指导意义。在设计鉴别算法时,有两方面的因素应当考虑:一方面是设计高效稳健的跟踪滤波器,尽量减少观测误差对鉴别结果的影响;另一方面是对雷达位置进行优化选择,找到最佳的雷达位置,甚至可以采用雷达组网的方式,尽可能提高算法的鉴别性能。

### 参考文献 (References)

- [1] CHRZANOWSKI E J. Active radar electronic countermeasures[M]. Boston/London: Artech House, Inc, 1989.
- [2] 刘天鹏. 多源反向交叉眼干扰技术研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 2016.  
LIU T P. Research on multiple-element retrodirective cross-eye jamming[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2016. (in Chinese)
- [3] 马佳智, 施龙飞, 徐振海, 等. 单脉冲雷达多点源参数估计与抗干扰技术进展[J]. 雷达学报, 2019, 8(1): 125-139.  
MA J Z, SHI L F, XU Z H, et al. Overview of multi-source parameter estimation and jamming mitigation for monopulse radars[J]. Journal of Radars, 2019, 8(1): 125-139. (in Chinese)
- [4] 施龙飞, 毛楚乔, 张建明, 等. 基于极化-空间谱特征的雷达目标检测方法[J]. 雷达科学与技术, 2018, 16(2): 174-180.  
SHI L F, MAO C Q, ZHANG J M, et al. A target detection method based on polarization-space joint spectrum characteristic[J]. Radar Science and Technology, 2018, 16(2): 174-180. (in Chinese)
- [5] 钟林, 饶彬, 李永祯. 基于运动学调制的高逼真度有源假目标航迹研究[J]. 兵工学报, 2016, 37(6): 1138-

1143.  
ZHONG L, RAO B, LI Y Z. Trajectory research of active high fidelity decoys based on the kinematics modulation principle[J]. Acta Armamentarii, 2016, 37(6): 1138-1143. (in Chinese)
- [6] 钟林. 距离欺骗干扰条件下空间目标的雷达跟踪技术研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 2015.  
ZHONG L. Research on radar tracking technique for spatial targets in the presence of range deception jamming[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2015. (in Chinese)
- [7] 饶彬, 肖顺平, 赵志超, 等. 外太空有源假目标的运动学特性[J]. 电子与信息学报, 2009, 31(11): 2600-2605.  
RAO B, XIAO S P, ZHAO Z C, et al. Motional characteristics of exo-atmospheric active decoys[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2009, 31(11): 2600-2605. (in Chinese)
- [8] 赵艳丽, 王雪松, 王国玉, 等. 多假目标欺骗干扰下组网雷达跟踪技术[J]. 电子学报, 2007, 35(3): 454-458.  
ZHAO Y L, WANG X S, WANG G Y, et al. Tracking technique for radar network in the presence of multi-range-false-target deception jamming[J]. Acta Electronica Sinica, 2007, 35(3): 454-458. (in Chinese)
- [9] 赵艳丽. 弹道导弹雷达跟踪与识别研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 2007.  
ZHAO Y L. Study on radar tracking and discrimination for ballistic missiles[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2007. (in Chinese)
- [10] 赵艳丽, 周颖, 王雪松, 等. 基于动力学模型的有源假目标鉴别方法[J]. 国防科技大学学报, 2007, 29(5): 60-65.  
ZHAO Y L, ZHOU Y, WANG X S, et al. Algorithm of discriminating active decoys and radar target based on the dynamic model[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2007, 29(5): 60-65. (in Chinese)
- [11] 张毅, 杨辉耀, 李俊莉. 弹道导弹弹道学[M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 1999.  
ZHANG Y, YANG H Y, LI J L. Ballistic missile ballistics[M]. Changsha: National University of Defense Technology Press, 1999. (in Chinese)
- [12] LI X R, JILKOV V P. Survey of maneuvering target tracking: II. Ballistic target models[C]//Proceedings of International Symposium on Optical Science and Technology, 2001.
- [13] 王威, 于志坚. 航天器轨道确定: 模型与算法[M]. 北京: 国防工业出版社, 2007.  
WANG W, YU Z J. Spacecraft orbit determination: model and algorithm[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2007. (in Chinese)
- [14] 王志刚, 施志佳. 远程火箭与卫星轨道力学基础[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2006.  
WANG Z G, SHI Z J. Fundamentals of long-range rocket and satellite orbital mechanics[M]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press, 2006. (in Chinese)
- [15] 王国玉, 汪连栋. 雷达电子战系统数学仿真与评估[M]. 北京: 国防工业出版社, 2004.  
WANG G Y, WANG L D. Mathematical simulation and evaluation of radar electronic warfare system[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2004. (in Chinese)