

# OFDM-MIMO 雷达转发式主瓣干扰自适应抑制方法\*

熊智敏<sup>1</sup>, 王党卫<sup>2</sup>, 李星辉<sup>2</sup>

(1. 国防科技大学 信息通信学院, 湖北 武汉 430010; 2. 空军预警学院 预警技术系, 湖北 武汉 430019)

**摘要:**转发式干扰因与雷达发射波形的高度相关性,经雷达主瓣接收后易对雷达产生严重的干扰作用。为解决主瓣干扰问题,建立正交频率分集调频多输入多输出(orthogonal frequency division multiplexing – multiple input multiple output, OFDM-MIMO)雷达主瓣接收的转发式干扰信号模型,分析了该干扰对 OFDM-MIMO 雷达的干扰机理;同时基于自适应方法处理理论,推导了 OFDM-MIMO 雷达自适应处理权向量解析式,提出了基于距离依赖波束的 OFDM-MIMO 雷达转发式主瓣干扰自适应抑制方法。理论研究和仿真结果表明,提出的方法提高了输出信干噪比,实现了转发式主瓣干扰的有效抑制。

**关键词:**正交频率分集;多输入多输出雷达;转发式主瓣干扰;方位-距离二维自适应处理  
**中图分类号:**TN95 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2023)01-025-10

## Forward main lobe jamming adaptive suppression method for OFDM-MIMO radar

XIONG Zhimin<sup>1</sup>, WANG Dangwei<sup>2</sup>, LI Xinghui<sup>2</sup>

(1. College of Information and Communication, National University of Defense Technology, Wuhan 430010, China;  
2. Early Warning Technology Department, Air Force Early Warning Academy, Wuhan 430019, China)

**Abstract:** Because of the high correlation between the forward jamming and the radar transmitting waveform, it is easy to cause serious jamming to the radar after being received by the radar main lobe. In order to solve the main lobe interference problem, the forward interference signal model of OFDM-MIMO (orthogonal frequency division multiplexing – multiple input multiple output) radar main lobe was established, and the interference mechanism of OFDM-MIMO radar was analyzed. At the same time, based on the adaptive method processing theory, the analytical formula of OFDM-MIMO radar adaptive processing weight vector was derived, and an OFDM-MIMO radar forward main lobe interference adaptive suppression method based on range-dependent beam was proposed. Theoretical research and simulation results show that the proposed method can improve the output signal to interference plus noise ratio and effectively suppress the forward main lobe interference.

**Keywords:** orthogonal frequency diversity; MIMO radar; forward main lobe jamming; two-dimensional adaptive processing of azimuth – distance

转发式干扰是实现现代雷达有效干扰的重要干扰样式,其主要通过射频存储技术将接收到的雷达信号时延,实现不同的距离偏移,并经雷达主瓣接收后在距离维产生强的假目标,淹没真实目标,进而严重影响雷达对目标的探测能力。转发式干扰本质上是雷达发射信号的回转,雷达波束主瓣接收后,与真实目标回波混叠,常规的空域滤波和频域滤波技术基本失效,对其有效抑制一直是雷达干扰抑制的难题<sup>[1-4]</sup>。

通过发射正交频率分集调频(orthogonal frequency division modulated, OFDM)信号,实现距离依赖波束是频率分集多输入多输出(multiple input multiple output, MIMO)雷达研究的新方向,受到众多学者的深入研究<sup>[5-9]</sup>。与传统相控阵雷

达不同,频率分集 MIMO 雷达相邻阵元发射信号通过引入一定频率间隔,使得形成波束具有距离-角度耦合性,可在距离-空间两维实现滤波<sup>[7]</sup>。利用这一特性,2015年,Xu等提出了一种基于自适应距离-角度二维波束形成的转发式干扰抑制方法,通过将波束指向相同角度、不同距离的单元上,使其具有抑制主瓣转发式干扰的能力<sup>[10]</sup>;同年,Gao等基于相似的原理,实现了空间相同角度、不同距离干扰的抑制<sup>[11]</sup>。更进一步,2017年,Li等则提出了基于自适应检测的转发式干扰抑制方法<sup>[12]</sup>。尽管上述两类方法为转发式干扰抑制提供了新思路,但基于自适应波束形成的抑制方法性能受限于阵列阵元数,且波束形状

\* 收稿日期:2021-02-02

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61901480)

作者简介:熊智敏(1992-),女,湖北武汉人,讲师,博士,E-mail:xiogzm1992@163.com

的控制更为困难;而自适应检测方法则因外部圆锥集的制约,检测器难以实现最优检测,即存在信噪比损失问题。

空时自适应处理(space time adaptive processing, STAP)技术是一种利用多个空域通道信息和相干脉冲串提供的时域信息在空间-时间二维自适应滤波的方法,能有效提升多通道雷达杂波抑制性能<sup>[13]</sup>。近年来, Xu 和王委等分别研究了频率分集 MIMO 雷达通过 STAP 抑制距离模糊杂波和 STAP 实现问题,促进了频率分集 MIMO 雷达 STAP 的发展<sup>[14-15]</sup>。尽管,利用 STAP 的频率分集 MIMO 雷达转发式主瓣干扰抑制还未见报道,但 STAP 所采用的空间-时间二维联合处理思想为在距离维抑制转发式主瓣干扰提供了新思路<sup>[16-17]</sup>。

基于上述认识,本文首先探讨了 OFDM-MIMO 雷达转发式干扰回波模型,对最小方差无失真响应(minimum variance distortionless response, MVDR)在传统相控阵、经典 MIMO 以及 OFDM-MIMO 雷达中的应用进行探究,然后提出了自适应处理算法对 OFDM-MIMO 雷达转发式干扰进行抑制,并与传统算法进行对比。

## 1 OFDM-MIMO 雷达转发式干扰回波模型

为方便分析,设 OFDM-MIMO 雷达采用  $N$  个阵元的均匀线阵,阵元间距为  $d$ ,第  $n$  个阵元发射信号载频  $f_n = f_0 + (n-1)B$ ,其中  $f_0$  为初始载频, $B$  为各发射阵元的信号带宽,定义各发射阵元信号载频之间频差为  $\Delta f$ ,则第  $n$  个阵元发射信号可表示为

$$s_n(t) = u(t) \exp(j2\pi f_n t) \quad (1)$$

式中,复包络  $u(t)$  可表示为

$$u(t) = \text{rect}\left(\frac{t}{T_s}\right) \exp(j\pi\mu t^2), \quad -\frac{T_s}{2} \leq t \leq \frac{T_s}{2} \quad (2)$$

$T_s$  为脉冲宽度,  $\mu = B/T_s$  为调频率。

同时,建立如图 1 所示几何观测模型,设定第一个阵元为参考阵元,干扰源与阵列法线方向夹角为  $\theta_j$ ,其到第一个阵元的径向距离为  $r_j$ ,则干扰机截获的信号可以表示为

$$x_j(t) = \sum_{n=1}^N u(t - \tau_j - \tau_{j,n}) \exp[j2\pi f_n (t - \tau_j - \tau_{j,n})] \quad (3)$$

式中,  $\tau_j = r_j/c$  为参考阵元至干扰源的时延,  $\tau_{j,n} = (n-1)d\sin\theta_j/c$  为参考阵元与第  $n$  个阵元间时延,  $c$  为电磁波传播速度。

现代雷达常为脉冲体制<sup>[18]</sup>,若设干扰机存储

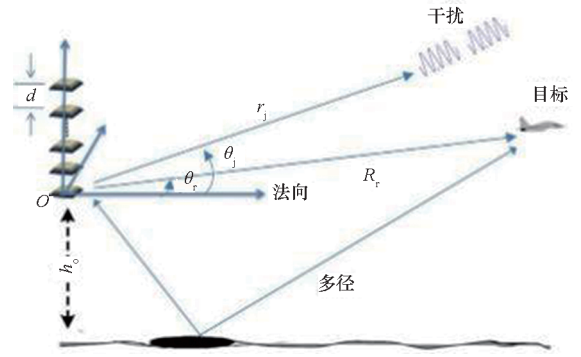


图 1 几何观测模型

Fig. 1 Geometric observation model

并在下一脉冲到来前转发截获信号,其转发时调制附加的延时和速度,为了方便表述,将转发调制的时延与  $\tau_j$  合并考虑,调制速度记为  $v_j$  (可取正值或负值);目标雷达散射截面(radar cross section, RCS)为  $\sigma$ ,与阵列法线方向夹角为  $\theta$ ,距离参考阵元径向距离为  $r$ ,径向速度为  $V_r$  (可取正值或负值),则由文献[14]转发式干扰模型可知,OFDM-MIMO 雷达第  $m$  个阵元接收的第  $k$  个脉冲回波信号可表示为

$$y_{km}(t) = \sigma \sum_{n=1}^N u(t - 2\tau_{T,k} - \tau_{T,n} - \tau_{T,m}) \cdot \exp[j2\pi f_n (t - 2\tau_{T,k} - \tau_{T,n} - \tau_{T,m})] + \rho \sum_{n=1}^N u(t - 2\tau_{j,k} - \tau_{j,n} - \tau_{j,m}) \cdot \exp[j2\pi f_n (t - 2\tau_{j,k} - \tau_{j,n} - \tau_{j,m})] + v_{km}(t) \quad (4)$$

式中:  $\tau_{T,k} = [r - (k-1)V_r T_r]/c$ ,  $T_r$  表示脉冲重复周期;  $\tau_{T,n} = (n-1)d\sin\theta/c$ ;  $\tau_{T,m} = (m-1)d\sin\theta/c$ ;  $\tau_{j,k} = [r_j - (k-1)v_j T_r]$ ;  $\tau_{j,n} = (n-1)d\sin\theta_j/c$ ;  $\rho$  为转发式干扰调制幅度;  $v_{km}(t)$  为接收机噪声。

更进一步,经过下变频和脉冲压缩处理后,第  $m$  个阵元第  $n$  个接收通道的基带信号可表示为

$$y_{k,mn}(t) = \alpha \text{sinc}[B(t - 2\tau_{T,k} - \tau_{T,n} - \tau_{T,m})] \cdot \exp[-j2\pi f_n (2\tau_{T,k} + \tau_{T,n} + \tau_{T,m})] + \beta \text{sinc}[B(t - 2\tau_{j,k} - \tau_{j,n} - \tau_{j,m})] \cdot \exp[-j2\pi f_n (2\tau_{j,k} + \tau_{j,n} + \tau_{j,m})] + v'_{k,mn}(t) \quad (5)$$

式中,  $\alpha$  和  $\beta$  分别为脉压后目标回波和干扰信号,  $v'_{k,mn}(t)$  为脉压后噪声。

一般来说,干扰进入目标主瓣时,此时  $\tau_{j,k} \neq \tau_{T,k}$ ,而窄带雷达阵元间位置差异对距离主瓣的影响可忽略,因此,若设  $\lambda$  为  $f_0$  对应的波长,  $\rho_r = c/(2B)$  为距离分辨率,则当  $|f_d T_r| \ll \rho_r$  时,接收通道基带信号  $y_{k,mn}(t)$  为

$$y_{k,mn}(t) \approx \alpha'_{k,n} \text{sinc}[B(t - 2\tau_{T,k})] \cdot \exp[-j2\pi f_n(\tau_{T,n} + \tau_{T,m})] + \beta'_{k,n} \text{sinc}[B(t - 2\tau_{j,k})] \cdot \exp[-j2\pi f_n(\tau_{j,n} + \tau_{j,m})] + v'_{k,mn}(t) \quad (6)$$

式中,

$$\alpha'_{k,n} = \alpha' \exp\left\{j2\pi\left[(k-1)f_d T_r - \frac{r}{\rho_r}(n-1) + \frac{f_d T_r}{\rho_r}(n-1)(k-1)\right]\right\} \approx \alpha' \exp\left\{j2\pi\left[(k-1)f_d T_r - \frac{r}{\rho_r}(n-1)\right]\right\} \quad (7)$$

$$\beta'_{k,n} = \beta' \exp\left\{j2\pi\left[(k-1)f'_d T_r - \frac{r_j}{\rho_r}(n-1) + \frac{f'_d T_r}{\rho_r}(n-1)(k-1)\right]\right\} \approx \beta' \exp\left\{j2\pi\left[(k-1)f'_d T_r - \frac{r_j}{\rho_r}(n-1)\right]\right\} \quad (8)$$

其中  $\alpha' = \alpha \exp(-j4\pi r/\lambda)$ ,  $\beta' = \beta \exp(-j4\pi r_j/\lambda)$ , 且  $f_d = 2V_r/\lambda$ ,  $f'_d = 2v_j/\lambda$ 。

更进一步,若令  $\Phi_{T,mn} = 2\pi f_n(\tau_{T,n} + \tau_{T,m})$ ,  $\Phi_{j,mn} = 2\pi f'_n(\tau_{j,n} + \tau_{j,m})$  且  $d \ll \rho_r$  时,则可得

$$\Phi_{T,mn} = \frac{2\pi d \sin\theta}{\lambda} [(n-1) + (m-1)] + \frac{\pi d \sin\theta}{\rho_r} [(n-1)^2 + (n-1)(m-1)] \approx \frac{2\pi d \sin\theta}{\lambda} [(n-1) + (m-1)] \quad (9)$$

$$\Phi_{j,mn} = \frac{2\pi d \sin\theta_j}{\lambda} [(n-1) + (m-1)] + \frac{\pi d \sin\theta_j}{\rho_r} [(n-1)^2 + (n-1)(m-1)] \approx \frac{2\pi d \sin\theta_j}{\lambda} [(n-1) + (m-1)] \quad (10)$$

于是,对于整个接收阵列,经 A/D 采样后,对于第  $k$  个脉冲回波可形成如图 2 所示三维数据,其中因发射频率分集,每个阵元可形成  $N$  个通道回波,若将第  $k$  个脉冲第  $l$  个距离采样回波写为向量  $\mathbf{y}_{k,l} \in \mathbf{C}^{N \times 1}$ , 则其可表示为

$$\mathbf{y}_{k,l} = [y_{k,11}, y_{k,12}, \dots, y_{k,1N}, y_{k,21}, \dots, y_{k,NN}]^T = \zeta_{k,l} \mathbf{a}(\theta, r) \otimes \mathbf{b}(\theta) + \xi_{k,l} \mathbf{a}(\theta_j, r_j) \otimes \mathbf{b}(\theta_j) + \mathbf{V}_{k,l} \quad (11)$$

式中,  $\mathbf{V}_{k,l} \in \mathbf{C}^{N \times 1}$  为噪声向量,  $\zeta_{k,l}$  和  $\xi_{k,l}$  分别为第  $k$  个脉冲第  $l$  个距离单元采样的目标和干扰复幅度,  $\mathbf{a}(\theta, r) \in \mathbf{C}^{N \times 1}$  和  $\mathbf{b}(\theta) \in \mathbf{C}^{N \times 1}$  分别为发射和接收导向向量, 分别可表示为

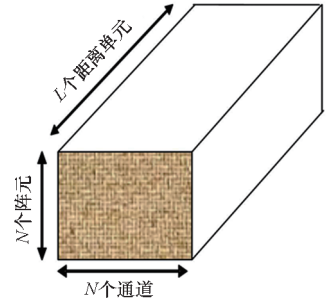


图2 OFDM-MIMO 雷达回波三维数据结构示意图

Fig. 2 Schematic diagram of OFDM-MIMO radar echo 3D data structure

$$\zeta_{k,l} = \alpha' \text{sinc}[B(t_l - 2\tau_{T,k})] \exp[j2\pi(k-1)f_d T_r] \quad (12)$$

$$\xi_{k,l} = \beta' \text{sinc}[B(t_l - 2\tau_{j,k})] \exp[j2\pi(k-1)f'_d T_r] \quad (13)$$

$$\mathbf{a}(\theta, r) = [1, e^{-j2\pi(\frac{d \sin\theta}{\lambda} + \frac{r}{\rho_r})}, \dots, e^{-j2\pi(n-1)(\frac{d \sin\theta}{\lambda} + \frac{r}{\rho_r})}, \dots, e^{-j2\pi(N-1)(\frac{d \sin\theta}{\lambda} + \frac{r}{\rho_r})}]^T \quad (14)$$

$$\mathbf{b}(\theta) = [1, e^{-j2\pi\frac{d \sin\theta}{\lambda}}, \dots, e^{-j2\pi(m-1)\frac{d \sin\theta}{\lambda}}, \dots, e^{-j2\pi(N-1)\frac{d \sin\theta}{\lambda}}]^T \quad (15)$$

很明显,由式(11)~(15)可以看出,对于主瓣干扰而言,目标角度近似等于干扰角度( $\theta \approx \theta_j$ ),而距离  $r \neq r_j$ ,因此,假设有一个目标位于 $(\theta_s, r_s)$ ,有  $Q$  个转发式干扰机共释放  $P$  个转发式干扰目标干扰( $Q \leq P$ ),第  $k$  个转发式干扰机位于 $(\theta_{jk}, r_{jk})$ ,整个阵列接收的信号可表示为

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_s + \mathbf{x}_j + \mathbf{n} = \xi_s \mathbf{v}_s(\theta_s, r_s, \Delta f) + \sum_{k=1}^P \xi_{jk} \mathbf{v}_{jk}(\theta_{jk}, r_{jk}, \Delta f) + \mathbf{n} \quad (16)$$

式中,  $\xi_s$  和  $\xi_{jk}$  分别表示为接收到的目标幅度信息和第  $k$  个干扰的幅度信息,  $\mathbf{v}_s(\theta_s, r_s, \Delta f)$  和  $\mathbf{v}_{jk}(\theta_{jk}, r_{jk}, \Delta f)$  分别表示为目标和第  $k$  个干扰的导向矢量,  $\mathbf{n}$  为均值为 0、方差为  $\delta_n^2$  的高斯白噪声。为了简单,以下目标和第  $k$  个干扰分别用  $\mathbf{v}_s$  和  $\mathbf{v}_{jk}$  表示。

基于 MVDR 的加权矢量为

$$\mathbf{w} = \mu \mathbf{R}_{i+n}^{-1} \mathbf{v}_s = \frac{\mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}(\theta_s)}{\mathbf{a}^H(\theta_s) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}(\theta_s)} \quad (17)$$

式中,  $\mu$  为常数,  $\mathbf{R}_{i+n}$  为干扰加噪声协方差矩阵。这里需要说明的是,  $\mathbf{v}_s$  是空域  $\theta_s$  和距离域  $r_s$  的二维导向矢量。

传统 MVDR 算法,就是直接将各结构导向矢量代入式(17),求解最优加权矢量。对 OFDM 相控阵雷达结构,阵列输出为

$$\begin{aligned}
 \mathbf{y}(t) &= \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\mathbf{R}_s, \theta_s) s(t) + \sum_{i=1}^D \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\mathbf{R}_i, \theta_i) \mathbf{j}_i(t) + \mathbf{n}(t) \\
 &= \mathbf{w}^H [\mathbf{a}(\mathbf{R}_s) * \mathbf{a}(\theta_s)] s(t) + \\
 &\quad \sum_{i=1}^D \mathbf{w}^H [\mathbf{a}(\mathbf{R}_i) * \mathbf{a}(\theta_i)] \mathbf{j}_i(t) + \mathbf{n}(t) \quad (18)
 \end{aligned}$$

式中,  $\mathbf{R}_s$  是信号协方差矩阵,  $\mathbf{R}_i$  为干扰协方差矩阵,  $s(t)$  是目标信号,  $\mathbf{a}(\theta) = [1 \quad e^{-j(2\pi f_0 d \sin \theta / c)} \quad \dots \quad e^{-j(N-1)(2\pi f_0 d \sin \theta / c)}]$ ,  $\mathbf{a}(R) = [1 \quad e^{j(2\pi \Delta R / c)} \quad \dots \quad e^{j(N-1)(\Delta R / c)}]$ , “\*” 表示 Hadamard 积。将导向矢量代入式(10), 得接收端加权矢量为

$$\mathbf{w}_{\text{BFF}} = \frac{\mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}(\mathbf{R}_s, \theta_s)}{\mathbf{a}^H(\mathbf{R}_s, \theta_s) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}(\mathbf{R}_s, \theta_s)} \quad (19)$$

输出信干噪比 (signal-interference-noise-radio, SINR) 可为:

$$\text{SINR}_{\text{BFF}} = \frac{|\mathbf{w}^H \mathbf{a}(\mathbf{R}_s, \theta_s)|^2}{\mathbf{w}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{w} - |\mathbf{w}^H \mathbf{a}(\mathbf{R}_s, \theta_s)|^2} \quad (20)$$

对 OFDM-MIMO 雷达结构, 阵列输出可表示为

$$\begin{aligned}
 \mathbf{y}(t) &= \mathbf{w}^H [\mathbf{a}(\mathbf{R}_s, \theta_s) \otimes \mathbf{b}(\theta_s)] s(t) + \\
 &\quad \mathbf{w}^H \sum_{i=1}^D [\mathbf{a}_0(\mathbf{R}_i, \theta_i) \otimes \mathbf{b}_m(\theta_i)] \mathbf{j}_i(t) + \mathbf{n}(t) \quad (21)
 \end{aligned}$$

式中,  $\mathbf{a}(\mathbf{R}_s, \theta_s)$ 、 $\mathbf{a}(\mathbf{R}_i, \theta_i)$  与式(18)中相同,  $\mathbf{b}(\theta) = \mathbf{a}(\theta)$ 。由式(21)可得, 相比于相控阵和 OFDM-BFF 结构, OFDM-MIMO 结构同时兼具了两种结构在干扰抑制方面的优势, 干扰抑制能力更强, 此时, 接收端加权矢量可表示为

$$\mathbf{w}_{\text{F-MIMO}} = \frac{\mathbf{R}^{-1} [\mathbf{a}(\mathbf{R}_s, \theta_s) \otimes \mathbf{b}(\theta_s)]}{[\mathbf{a}(\mathbf{R}_s, \theta_s) \otimes \mathbf{b}(\theta_s)]^H \mathbf{R}^{-1} [\mathbf{a}(\mathbf{R}_s, \theta_s) \otimes \mathbf{b}(\theta_s)]} \quad (22)$$

同时, 观察式(21)和发射导向向量式(14)不难看出, 当发射信号频偏为 0 时,  $\mathbf{a}(R, \theta)$  将与距离  $R$  无关, 退化为  $\mathbf{a}(\theta)$ , 即相控阵雷达情况。

## 2 基于自适应处理算法的抗主瓣转发式干扰原理分析

本文采取的自适应处理算法与传统的空时自适应处理算法有区别。传统的空时自适应处理是利用杂波与目标在空域与多普勒频域两个维度的差异来抑制杂波, 而本文的自适应处理是利用干扰与目标在角度域与距离域的差异来抑制干扰。尽管如此, 本文自适应处理算法仍可借鉴传统空时自适应处理算法<sup>[2]</sup>。

在 OFDM-MIMO 雷达中, 考虑到密集转发式干扰目标在慢时间上是独立同分布的, 可以通过不同脉冲得到的快拍数据构造协方差矩阵, 即

$$\mathbf{R}_{i+n} = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \mathbf{x}_i \mathbf{x}_i^H \quad (23)$$

其中,  $L$  为脉冲数,  $\mathbf{x}_i$  为第  $i$  个脉冲的训练数据。

对  $\mathbf{R}_{i+n}$  进行特征分解, 可得

$$\mathbf{R}_{i+n} = \sum_{k=1}^N \lambda_k \mathbf{u}_k \mathbf{u}_k^H \quad (24)$$

式中,  $\lambda_k$  为第  $k$  个特征值,  $\mathbf{u}_k$  为第  $k$  个特征值对应的特征向量。特征值按大小顺序排为:  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_p \geq \lambda_{p+1} = \dots = \lambda_N$ 。不同特征值对应的特征向量正交, 故可构成如下标准向量组:

$$\begin{cases} \mathbf{u}_k^H \mathbf{u}_m = 0 & k \neq m \\ \mathbf{u}_k^H \mathbf{u}_k = 1 \end{cases} \quad (25)$$

且有  $\sum_{k=1}^N \mathbf{u}_k \mathbf{u}_k^H = \mathbf{I}$ , 其中  $\mathbf{I}$  为单位阵。

由于这些密集转发式干扰目标干扰都具有相同的导向矢量, 虽然有  $P$  个干扰, 但实际上在对  $\mathbf{R}_{i+n}$  特征分解后却只能得到  $Q$  个大特征值。对应  $Q$  个大特征值的特征向量可形成干扰子空间, 其正交基为  $[\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_Q]$ , 其余对应  $N - Q$  个小特征值的特征向量可形成噪声子空间, 其正交基为  $[\mathbf{u}_{Q+1}, \mathbf{u}_{Q+2}, \dots, \mathbf{u}_N]$ , 干扰子空间和噪声子空间正交。

用特征值和特征向量表示  $\mathbf{R}_{i+n}$  的逆可得

$$\mathbf{R}_{i+n}^{-1} = \sum_{k=1}^N \frac{1}{\lambda_k} \mathbf{u}_k \mathbf{u}_k^H \quad (26)$$

得最优权矢量表达式为

$$\begin{aligned}
 \mathbf{w} &= \mu \sum_{k=1}^N \frac{1}{\lambda_k} \mathbf{u}_k \mathbf{u}_k^H \mathbf{v}_s \\
 &= \frac{\mu}{\delta_n^2} \left( \sum_{k=1}^Q \frac{\delta_n^2}{\lambda_k} \mathbf{u}_k \mathbf{u}_k^H \mathbf{v}_s + \sum_{k=Q+1}^N \frac{\delta_n^2}{\lambda_k} \mathbf{u}_k \mathbf{u}_k^H \mathbf{v}_s \right) \quad (27)
 \end{aligned}$$

假设干扰功率远远大于噪声功率, 由  $\lambda_k \gg \delta_n^2 (k \leq Q)$  和  $\lambda_k = \delta_n^2 (N \geq k \geq Q + 1)$  代入上式得

$$\begin{aligned}
 \mathbf{w} &\approx \frac{\mu}{\delta_n^2} \sum_{k=Q+1}^N \frac{\delta_n^2}{\lambda_k} \mathbf{u}_k \mathbf{u}_k^H \mathbf{v}_s \\
 &= \frac{\mu}{\delta_n^2} \sum_{k=Q+1}^N \mathbf{u}_k \mathbf{u}_k^H \mathbf{v}_s = \frac{\mu}{\delta_n^2} \sum_{k=Q+1}^N \mathbf{u}_k^H \mathbf{v}_s \mathbf{u}_k \quad (28)
 \end{aligned}$$

干扰导向矢量  $\mathbf{v}_j$  与对应  $Q$  个大特征值的特征向量张成的是同一干扰子空间, 故干扰导向矢量与噪声子空间也正交, 即  $\mathbf{u}_k^H \mathbf{v}_j = 0 (k \geq Q + 1)$ , 使得第  $k$  个干扰满足  $\mathbf{w}^H \mathbf{v}_{jk} = 0$ 。

需要指出的是, 由于 OFDM 方向图具有角度 - 距离耦合性, 所以无论目标与转发式干扰机位于不同角度、相同或不同距离 (副瓣干扰:  $\theta_{jk} \neq \theta_s, r_s = r_{jk}$  或  $r_s \neq r_{jk}$ ), 还是同一角度、不同距离

(主瓣干扰:  $\theta_{jk} = \theta_s, r_s \neq r_{jk}$ ), 这都使得信号导向矢量  $\mathbf{v}_s$  与转发式干扰机产生的干扰的导向矢量  $\mathbf{v}_j$  张成的空间并无交连, 因此, 目标导向矢量不与噪声子空间正交, 即  $\mathbf{w}^H \mathbf{v}_s \neq 0$ 。

经过滤波之后, 输出的信号可表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= \mathbf{w}^H \mathbf{x} \\ &= \frac{\mu}{\delta_{n,k=Q+1}^2} \sum_{k=Q+1}^N \mathbf{u}_k^H \mathbf{v}_s \mathbf{u}_k^H (\xi_s \mathbf{v}_s + \sum_{k=1}^P \xi_{jk} \mathbf{v}_{jk} + \mathbf{n}) \\ &= \xi_s \frac{\mu}{\delta_{n,k=Q+1}^2} \sum_{k=Q+1}^N \mathbf{u}_k^H \mathbf{v}_s \mathbf{u}_k^H \mathbf{v}_s + \frac{\mu}{\delta_{n,k=Q+1}^2} \sum_{k=Q+1}^N \mathbf{u}_k^H \mathbf{v}_s \mathbf{u}_k^H \mathbf{n} \\ &= \xi_s \mathbf{w}^H \mathbf{v}_s + \mathbf{w}^H \mathbf{n} \end{aligned} \quad (29)$$

输出的信号只含有目标和噪声, 干扰被抑制掉了。

数字波束的输出性能常用输出 SINR 表示:

$$\begin{cases} \mathbf{w}_{\text{MIMO}} = \mathbf{w}_1 \otimes \mathbf{w}_2 \\ \mathbf{w}_1 = \frac{\mathbf{R}_{i+n}^{-1} \mathbf{b}(\theta_s)}{\mathbf{b}^H(\theta_s) \mathbf{R}_{i+n}^{-1} \mathbf{b}(\theta_s)} \\ \mathbf{w}_2 = \frac{\mathbf{R}_{i+n}^{-1} \mathbf{a}(\mathbf{R}_s, \theta_s)}{\mathbf{a}^H(\mathbf{R}_s, \theta_s) \mathbf{R}_{i+n}^{-1} \mathbf{a}(\mathbf{R}_s, \theta_s)} \end{cases} \quad (30)$$

为解决式(17)在 MIMO 中直接应用算法复杂度过高的问题, 充分利用 MIMO 导向矢量中的克罗内克结构, 采用自适应算法进行最优权矢量求解, 即将 MIMO 波束形成过程虚拟为发射波束形成和接收波束形成两个过程, 两过程导向矢量分别为  $\mathbf{a}(\mathbf{R}, \theta)$  和  $\mathbf{b}(\theta)$ , 利用式(17)分别求取对应过程的最优权矢量, 再求取两权重矢量的克罗内克积作为最终的权重矢量。由式(30)可看出, 自适应相当于对单一子阵、子列分别进行 MVDR 波束形成, 然后通过克罗内克积综合为一个权矢量。假设 OFDM-MIMO 拥有  $M$  个阵元, 利用式(22)需求解  $M^2$  个系数向量, 而利用式(30)仅需求解  $2M$  个系数向量, 大大减少了计算复杂度。

### 3 仿真分析

#### 3.1 仿真 1: 传统 MVDR 算法在相控阵及 MIMO 雷达结构中的应用

首先对 MVDR 在传统相控阵中的应用进行探究。设相控阵含 51 个阵元, 目标角度  $\theta_s = 30^\circ$ , 干扰角度  $\theta_i$ , 信噪比  $\text{SNR} = 10$  dB, 干扰比  $\text{JNR} = 30$  dB, 利用 MVDR 进行空间波束形成, 得到不同  $\theta_i$  下的角度维方向图如图 3 所示。从中看出, 不论  $\theta_i$  怎样变化, MVDR 算法均能在  $\theta_i$  处形成零限, 当  $\theta_i$  为  $35^\circ$ 、 $40^\circ$  时, 方向图在目标位置处增益未发生明显变化, 仅零限位置发生了变化, 但当干

扰与目标位置进一步接近时, 目标位置处的增益随干扰的接近而降低, 主瓣也发生了分裂。这说明相控阵的波束形成仅能进行角度维干扰抑制, 当干扰与目标角度相近时, 会出现主瓣畸变、目标处增益降低等问题。

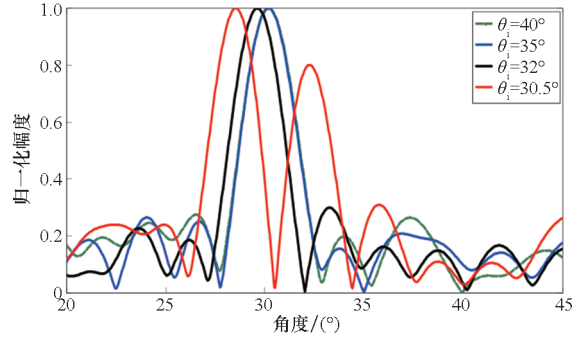


图3 不同  $\theta_i$  下的相控阵雷达接收方向图

Fig. 3 Receiving pattern of phased array radar under different  $\theta_i$

然后对 MVDR 在 MIMO 中的应用进行探究。设目标角度  $\theta_s = 30^\circ$ , 干扰角度  $\theta_i = 40^\circ$ , 信噪比 10 dB, 干扰比 30 dB, 改变阵元数  $N$ , 利用 MVDR 分别求解  $N$  取 7、9、11、21 时的最优权矢量, 得阵列输出如图 4 所示。

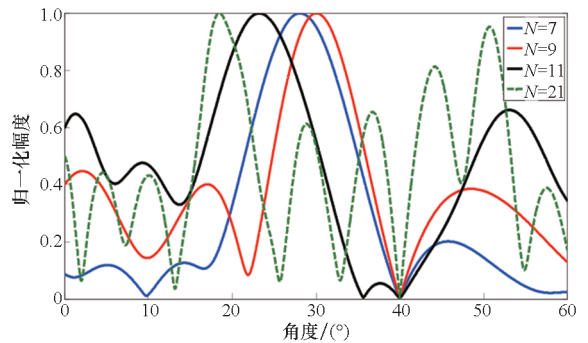


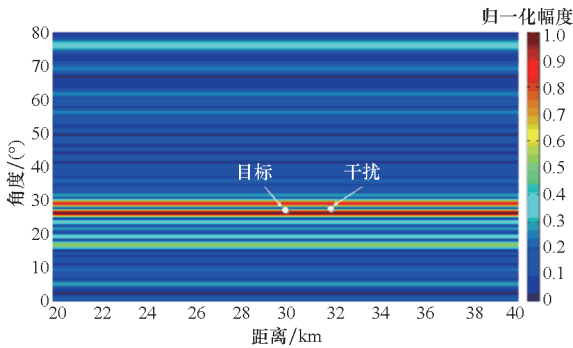
图4 不同  $N$  下的 MIMO 雷达接收方向图

Fig. 4 MIMO radar receiving pattern under different  $N$

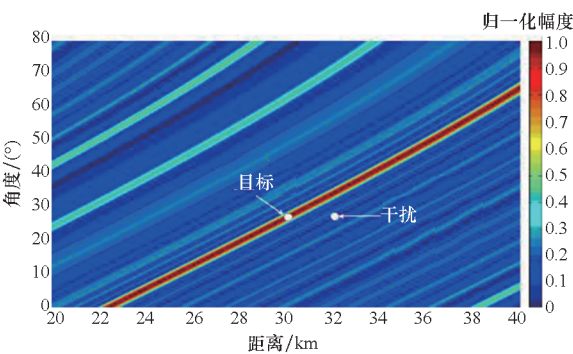
假设天线阵列总长度不变, 阵列输出结果随着  $N$  的缩小而稀疏重排为  $N$  元均匀线阵。由图 4 看出, 不论  $N$  怎样变化, 利用 MVDR 算法进行 MIMO 雷达波束形成, 总能在干扰位置处形成零限, 表明 MVDR 具有良好的干扰抑制性能。但是, 随着阵元数的增加, 主瓣峰值相对目标角度的偏移量逐渐增大, 同时, 最大副瓣能量不断增高,  $N=21$  时, 方向图已没有真正意义上的主瓣。同时, 噪声、干扰协方差矩阵  $\mathbf{R}_{i+n}$  的维数为  $N^2$ , 当  $N$  较大时, 矩阵维数很高, 求逆运算的运算量较大, 最优权矢量求解困难。这都表明 MVDR 算法不适用于大规模 MIMO 结构。

### 3.2 仿真 2: 自适应算法在 OFDM 相控阵雷达结构中的应用

设 OFDM 相控阵雷达阵元数为 51, 频差  $\Delta f = 10$  kHz, 目标位于  $(R_s, \theta_s)$ ,  $R_s = 30$  km,  $\theta_s = 30^\circ$ , 干扰位于  $(R_i, \theta_i)$  处,  $R_i = 32$  km,  $\theta_i = 30.5^\circ$ , 相控阵 PAR( $\Delta f = 0$ )、OFDM 相控阵雷达 (OFDM-BFF) 接收方向图如图 5 所示。由图看出, 对相控阵, 在干扰角度形成了一条清晰的“零限带”, “零限带”在角度维呈直线分布, 干扰与目标角度接近时, “零限带”不可避免地会对目标方向增益产生影响; 而由于频差的引入, OFDM 波束发生“倾斜”, 在干扰距离上形成零限的同时, 能够在目标位置保持增益。这种波束空域分布自由度的提高, 为平台外干扰抑制提供了更多途径。



(a) 相控阵  
(a) Phased array

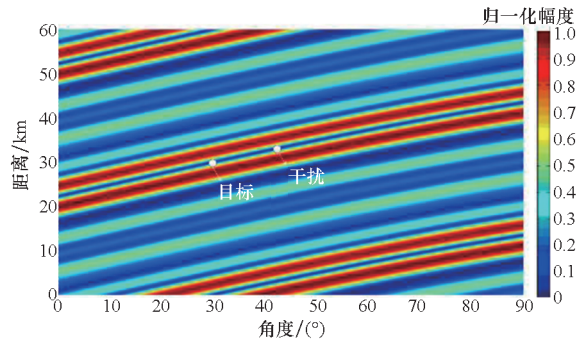


(b) OFDM 相控阵雷达  
(b) OFDM phased array radar

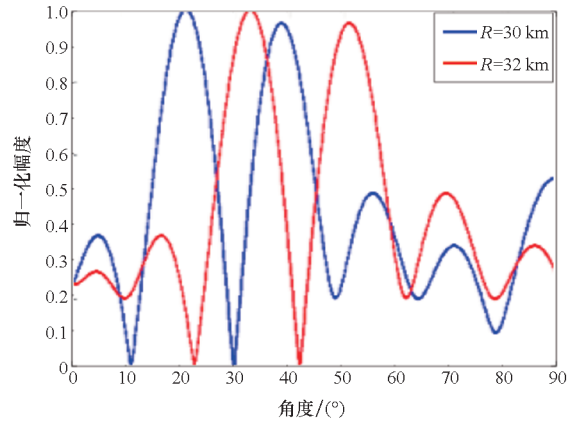
图 5 雷达天线方向图

Fig. 5 Radar antenna pattern

改变干扰位置, 设干扰位于  $(32$  km,  $42^\circ)$  处, 利用 MVDR 进行波束形成 (为方便观察, 将阵元数降为 9), 得 OFDM 相控阵雷达波束如图 6 所示。由图看出, 此时, OFDM 相控阵雷达形成的主瓣在目标位置处依然发生了畸变, 这是因为干扰依然位于 OFDM 相控阵雷达的空域主瓣内 (如图 6(a) 所示)。由此说明 OFDM 相控阵雷达也面



(a) 三维方向图  
(a) 3-D



(b) 二维方向图  
(b) 2-D

图 6 OFDM 相控阵雷达天线方向图

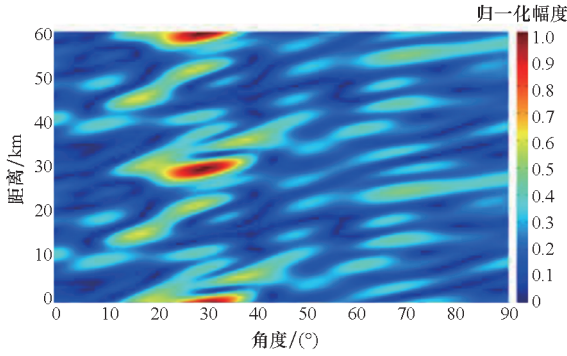
Fig. 6 Antenna pattern of OFDM phased array radar

临主瓣畸变问题, 当干扰距离、角度与目标位置满足 OFDM 相控阵波束分布的距离、角度耦合关系时, 同样会出现波束形成器输出性能下降的问题。

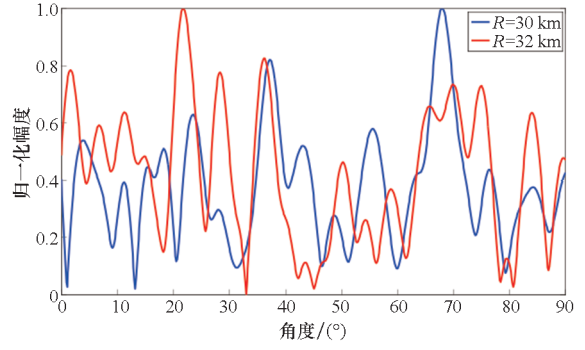
### 3.3 仿真 3: 自适应算法在 OFDM-MIMO 中的应用

首先探究传统 MVDR 算法在 OFDM-MIMO 中的应用性能。设 OFDM-MIMO 阵元间频差  $\Delta f = 10$  kHz, 目标位置  $R_s = 30$  km、 $\theta_s = 30^\circ$ , 干扰位置  $R_i = 33$  km、 $\theta_i = 33^\circ$ , 分别设阵元数为 9、31, 求解 MVDR 权矢量, 得到对应的三维方向图及干扰、目标距离处的角度维方向图如图 7、图 8 所示。由图看出, 当  $N = 9$  时, 利用 MVDR 能够得到理想的方向图, 方向图在目标处增益最大, 在干扰处增益置零; 当  $N = 31$  时, 虽然也能在干扰位置处形成零限, 但方向图已经出现较大程度畸变, 图中已找不到相应的主瓣区域。

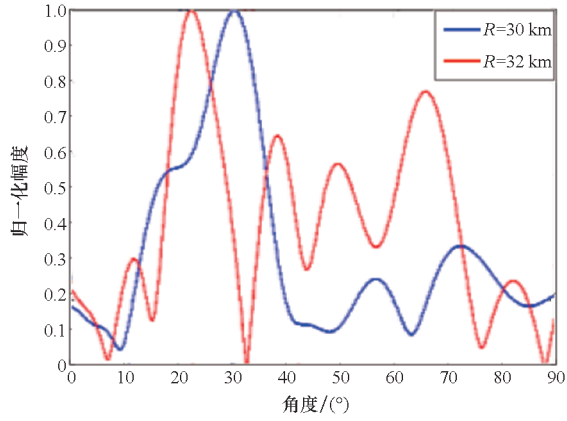
然后对自适应算法在 OFDM-MIMO 中的应用性能进行仿真。阵元数为 31, 干扰位置分别为  $(33$  km,  $33^\circ)$  和  $(33$  km,  $31^\circ)$ , 其余仿真参数不变, 利用式 (30) 求 OFDM-MIMO 的最优权矢量,



(a) 三维方向图  
(a) 3-D



(b) 二维方向图  
(b) 2-D



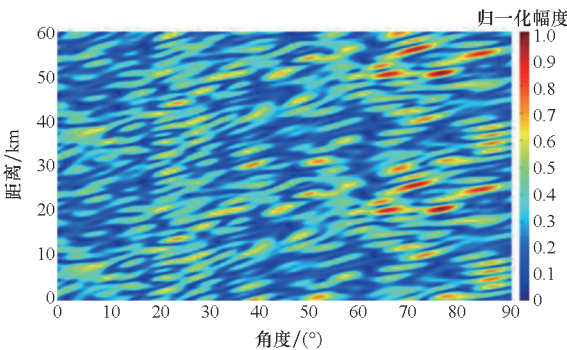
(b) 二维方向图  
(b) 2-D

图7  $N=9$  时 MVDR 求取的 OFDM-MIMO 方向图

Fig. 7 OFDM-MIMO pattern obtained by MVDR at  $N=9$

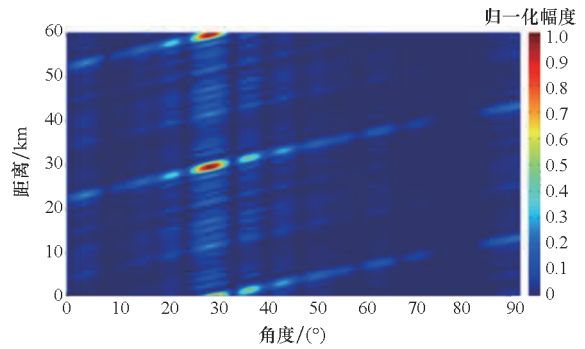
得不同干扰角度下的阵列输出方向图如图 9 ~ 10 所示。

由图 9 可看出,利用自适应时,即使阵元数较大也能形成理想的方向图,在保持目标位置增益的同时,较好地抑制主瓣;但由图 10 可看出,利用自适应算法进行波束形成,当干扰与目标角度相近时,方向图主瓣依然发生了畸变,这是因为自适应算法是由两波束形成过程分别求解,然后求取克罗内克积得到,当干扰与目标角度相近时,虚拟

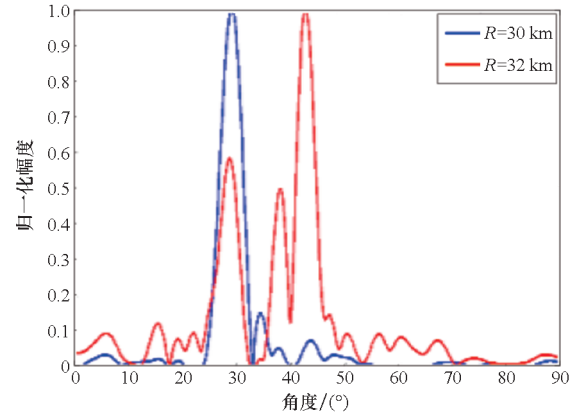


(a) 三维方向图  
(a) 3-D

图8  $N=31$  时 MVDR 求取的 OFDM-MIMO 方向图  
Fig. 8 OFDM-MIMO pattern obtained by MVDR at  $N=31$



(a) 三维方向图  
(a) 3-D

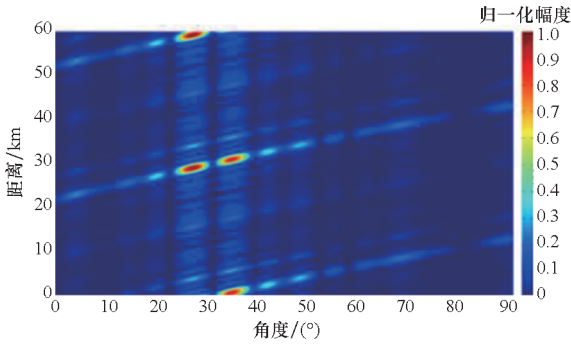


(b) 二维方向图  
(b) 2-D

图9  $\theta_i = 33^\circ$  时自适应求取的 OFDM-MIMO 方向图

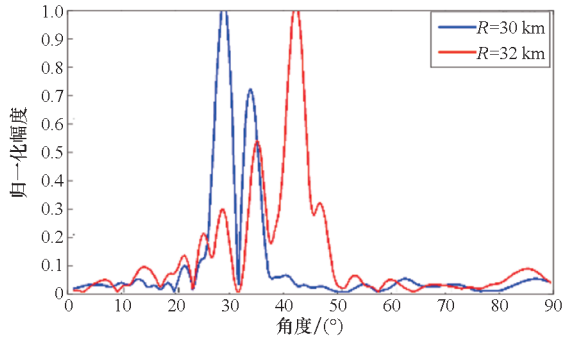
Fig. 9 OFDM-MIMO pattern obtained adaptively when  $\theta_i = 33^\circ$

接收波束主瓣畸变,从而使最终的波束主瓣发生畸变。而由上述分析和图 6 可得,OFDM-MIMO 具备二维空域的干扰抑制能力,只要干扰与目标在距离、角度一维可分辨,就能够在保持目标增益的同时对干扰进行抑制,因此,OFDM-MIMO 的干扰抑制潜力还有待进一步挖掘。



(a) 三维方向图

(a) 3-D



(b) 二维方向图

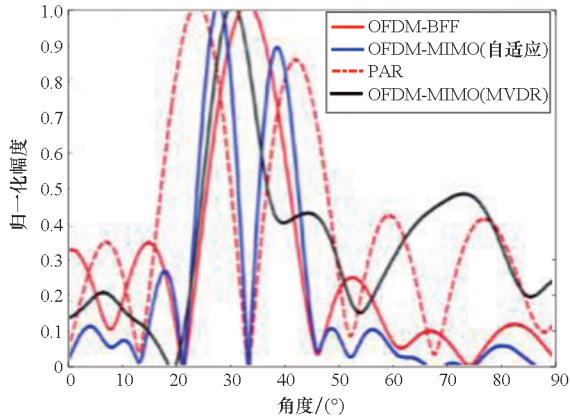
(b) 2-D

图 10  $\theta_i = 31^\circ$  时自适应求取的 OFDM-MIMO 方向图

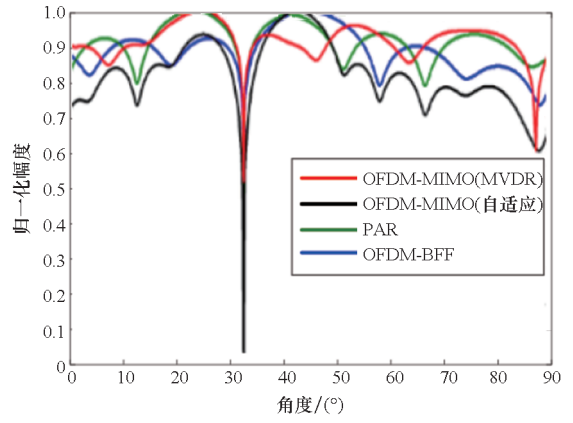
Fig. 10 OFDM-MIMO pattern obtained adaptively when  $\theta_i = 31^\circ$

### 3.4 仿真 4: 各类结构的输出性能对比

首先对方向图进行比较, 统一设定阵元数  $N=9$ , 目标位置  $R_s = 30 \text{ km}$ 、 $\theta_s = 30^\circ$ , 干扰位置  $R_i = 33 \text{ km}$ ,  $\theta_i = 33^\circ$ , 阵元间频差  $\Delta f = 10 \text{ kHz}$ , 利用 MVDR 算法求取相控阵 (PAR)、OFDM-BFF、OFDM-MIMO (分别用传统 MVDR 和自适应算法) 的最优权矢量, 在目标、干扰距离处各结构的角维方向图如图 11 所示 (为方便比较主瓣偏移情况和干扰的零限深度, 目标距离处采用幅度图, 干扰距离处采用分贝图)。



(a)  $R = 30 \text{ km}$

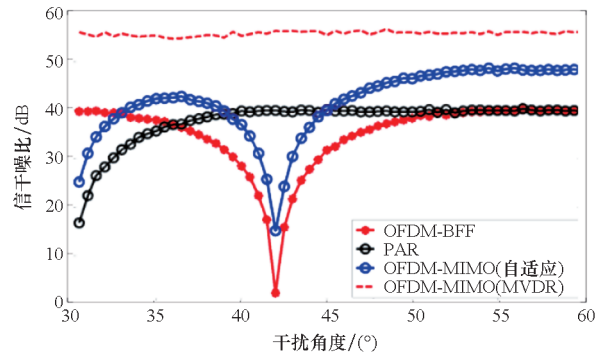


(b)  $R = 32 \text{ km}$

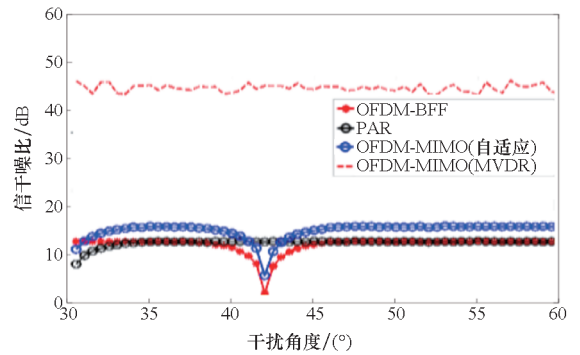
图 11 各结构的角维方向图

Fig. 11 Angle dimension pattern of each structure

其次对结构的输出信干噪比性能进行比较, 改变干扰角度和阵元数量, 分别求取各类结构的输出信干噪比, 结果如图 12 所示。



(a)  $N = 9$



(b)  $N = 21$

图 12 不同干扰角度下各结构的输出信噪比

Fig. 12 Output SNR of each structure under different interference angles

由图 11 可知, 在目标距离处, PAR、OFDM-MIMO (自适应) 形成的波束均发生了主瓣峰值偏移和形状畸变, 而 OFDM-BFF、OFDM-MIMO (MVDR) 在目标处均保持了较高增益。在干扰距离上, OFDM-MIMO (自适应) 形成的干扰最深, 其余结构相当, 这是因为 OFDM-MIMO (自适



应)将整个波束形成过程虚拟成发射与接收波束形成两个过程,相当于对干扰进行了两维抑制,而 OFDM-MIMO (MVDR),因为一定程度保持了主瓣形状,在接收波束阶段减轻了对干扰的抑制程度,因此零限要浅。这也从侧面说明,阵元数较小时,OFDM-MIMO (MVDR) 拥有一定的主瓣保形能力。

由图 12 看出,不论干扰角度如何,OFDM-MIMO (MVDR) 的输出 SINR 均高于其他三种类型,且随着阵元数的增加而增加。对 PAR 结构与 OFDM-BFF 结构,各存在 SINR 输出的“凹口”,出现凹口的原因是因为主瓣畸变,前述仿真中已进行了分析。多数情况下,OFDM-MIMO (自适应)得到的波束方向图能获得比 PAR 和 OFDM-BFF 要优的输出 SINR 性能,但是在 PAR 和 OFDM-BFF 的“凹口”处,OFDM-MIMO (自适应)方向图 SINR 性能均会出现下降,性能介于 PAR 和 OFDM-BFF 两者之间,这说明 OFDM-MIMO (自适应)较 PAR 和 OFDM-BFF 更容易出现 SINR “凹口”。

## 4 结论

本文主要针对 OFDM 雷达主瓣转发式目标干扰的鉴别抑制原理以及基于自适应处理算法的抗主瓣干扰原理的必要性进行研究分析,重点分析了 OFDM-MIMO,从理论分析和仿真中可以发现 OFDM-MIMO 雷达可有效解决主瓣密集转发式干扰目标干扰抑制问题。能够说明本文提出的算法具有以下特点:

1) 具有良好的主瓣保形能力,即使当干扰与目标同处于发射或接收波束主瓣时,也不会出现主瓣畸变、目标处增益性能下降的情况。

2) 对干扰具有良好的抑制能力,只要干扰与目标在距离或角度上一维可分,失配的目标导向矢量会产生目标信号相消、输出 SINR 急剧下降的问题。本文算法能够在保持目标处较大增益的同时,对干扰形成抑制。

3) 能够应用于阵元数较多的阵列中。

## 参考文献 (References)

[1] 张宗傲. 阵列雷达自适应主瓣干扰抑制算法研究[D]. 北京:北京理工大学,2015.  
ZHANG Z A. Research on adaptive mainlobe interference suppression algorithm of array radar[D]. Beijing: Beijing Institute of Technology, 2015. (in Chinese)

[2] 梁雪妮. 阵列雷达抗主瓣干扰方法研究[D]. 西安:西安

电子科技大学,2017.

LIANG X N. Research on mainlobe interference suppression in array radar[D]. Xi'an: Xidian University, 2017. (in Chinese)

[3] 任家琪. 线性调频雷达典型有源干扰抑制技术研究[D]. 合肥:中国科学技术大学,2017.  
REN J Q. Jamming suppression technology in LFM radars[D]. Hefei: University of Science and Technology of China, 2017. (in Chinese)

[4] MA X F, LU L, SHENG W X, et al. Adaptive interference nulling with pattern maintaining under mainlobe subspace and quadratic constraints [J]. IET Microwaves, Antennas & Propagation, 2018, 12(1): 40-48.

[5] SAMMARTINO P F, BAKER C J, GRIFFITHS H D. Frequency diverse MIMO techniques for radar [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2013, 49(1): 201-222.

[6] WANG W Q. Mitigating range ambiguities in high-PRF SAR with OFDM waveform diversity [J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2013, 10(1): 101-105.

[7] WANG W Q. Frequency diverse array antenna: new opportunities[J]. IEEE Antennas and Propagation Magazine, 2015, 57(2): 145-152.

[8] LI X X, WANG D W, MA X Y, et al. FDS-MIMO radar low-altitude beam coverage performance analysis and optimization[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2018, 66(9): 2494-2506.

[9] 李星星,王党卫,马晓岩,等. 基于张量子空间的互质频偏 FDS-MIMO 雷达多目标三维定位方法[J]. 中国科学:信息科学,2019,49(1): 87-103.  
LI X X, WANG D W, MA X Y, et al. Three-dimensional target localization method based on the tensor subspace FDS-MIMO radar with a co-prime frequency offset [J]. Scientia Sinica (Informationis), 2019, 49(1): 87-103. (in Chinese)

[10] XU J W, LIAO G S, ZHU S Q, et al. Deceptive jamming suppression with frequency diverse MIMO radar[J]. Signal Processing, 2015, 113: 9-17.

[11] GAO K D, SHAO H Z, CAI J Y, et al. Frequency diverse array MIMO radar adaptive beamforming with range-dependent interference suppression in target localization [J]. International Journal of Antennas and Propagation, 2015, 2015: 1-10.

[12] LI S Y, ZHANG L R, LIU N, et al. Adaptive detection with conic rejection to suppress deceptive jamming for frequency diverse MIMO radar[J]. Digital Signal Processing, 2017, 69: 32-40.

[13] 谢文冲,段克清,王永良. 机载雷达空时自适应处理技术研究综述[J]. 雷达学报,2017,6(6): 575-586.  
XIE W C, DUAN K Q, WANG Y L. Space time adaptive processing technique for airborne radar: an overview of its development and prospects [J]. Journal of Radars, 2017, 6(6): 575-586. (in Chinese)

[14] XU J W, ZHU S Q, LIAO G S. Range ambiguous clutter suppression for airborne FDA-STAP radar[J]. IEEE Journal

- of Selected Topics in Signal Processing, 2015, 9(8): 1620 – 1631.
- [15] 王委. 机载频率分集雷达空时自适应处理方法研究[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2017.  
WANG W. Study on space-time adaptive processing for airborne frequency diverse array radar[D]. Xi'an: Xidian University, 2017. (in Chinese)
- [16] 兰岚, 廖桂生, 许京伟, 等. FDA-MIMO 雷达非自适应波束形成抗主瓣欺骗式干扰研究[J]. 信号处理, 2019, 35(6): 944 – 950.  
LAN L, LIAO G S, XU J W, et al. Research on anti-main lobe spoofing interference of FDA-MIMO radar non-adaptive beamforming [J]. Signal Processing, 2019, 35(6): 944 – 950. (in Chinese)
- [17] 谭俊. 米波雷达低仰角测角中多径效应影响抑制及关键技术研究[D]. 成都: 电子科技大学, 2019.  
TAN J. Research on the influence suppression and key technology of multipath effect in low elevation angle measurement of meter-wave radar[D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2019. (in Chinese)
- [18] 张新勋. 基于极化分集和频率分集技术的 MIMO 雷达抗干扰与目标检测方法研究[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2019.  
ZHANG X X. Research on anti-jamming and target detection method of MIMO radar based on polarimetric diversity and frequency diversity technology [D]. Xi'an: Xidian University, 2019. (in Chinese)