

自适应控制中的 Hartley 块算法及实验*

柴凯¹, 刘树勇², 高伟鹏², 朱石坚¹

(1. 海军工程大学 舰船与海洋学院, 湖北 武汉 430033; 2. 海军工程大学 动力工程学院, 湖北 武汉 430033)

摘要:针对小波包自适应控制子频带内包含大量卷积和相关运算导致算法收敛速度慢的问题, 提出基于 Hartley 块的小波包滤波最小均方算法。将快速 Hartley 变换引入块算法, 实现频域内快速卷积和相关运算; 在子频带内应用 Hartley 块算法生成控制信号, 通过重叠保留法提出基于 Hartley 块的小波包滤波最小均方算法; 通过仿真和实验研究了定频和扫频两种工况下的隔振性能和控制效果。结果表明, 基于 Hartley 块的小波包滤波最小均方算法不仅可以大幅缩短收敛时间, 还能显著提高控制精度, 且鲁棒性和稳定性良好, 能够很好地应用在工程实际中。

关键词:小波包; 自适应控制; 滤波最小均方算法; Hartley 变换; 减振降噪

中图分类号: TB535; O328 **文献标志码:** A **开放科学(资源服务)标识码(OSID):**

文章编号: 1001-2486(2023)01-174-11



听语音
聊科研
与作者互动

Hartley block algorithm and experiment in adaptive control

CHAI Kai¹, LIU Shuyong², GAO Weipeng², ZHU Shijian¹

(1. College of Naval Architecture and Ocean, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China;

2. College of Power Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

Abstract: Aiming at the problem that the wavelet packet adaptive control subband contains a large number of convolution and correlation operations, which leads to the slow convergence speed of the algorithm, the WPHB-FxLMS (wavelet packet based on Hartley block filtered-x least mean square) algorithm was proposed. Fast Hartley transform was introduced into block algorithm to realize fast convolution and correlation operation in frequency domain. Hartley block algorithm was used to generate control signals in the subband, and WPHB-FxLMS algorithm was proposed through the overlapping reservation method. The vibration isolation performance and control effect under fixed frequency and fluctuant frequency working conditions were studied by simulation and experiment. The results show that the WPHB-FxLMS algorithm can not only greatly reduce the convergence time, but also significantly improve the control precision, which has good robustness and stability, and can be applied in engineering practice well.

Keywords: wavelet packet; adaptive control; filtered-x least mean square algorithm; Hartley transform; vibration isolation and noise reduction

低频线谱直接影响潜艇的安全和制约战斗力的发挥, 是潜艇水声隐身性能和战技术性能的主要危害^[1]。旋转机械造成的低频线谱表现尤为突出, 如何减小机械振动引起的低频辐射噪声是提高潜艇水声隐身性能的关键。目前, 潜艇机械设备减振大多采用被动隔振方式, 包括单层隔振、浮筏隔振、双层隔振和气囊隔振等, 被动隔振对于低频线谱抑制效果并不理想, 控制对象突变时可能导致控制失效, 缺乏自适应性^[2]。主动隔振是在被动隔振基础上引入次级振源, 由执行机构产生控制力, 控制器采集受控系统的振动特征信号

进行滤波, 并按照一定控制算法得到控制信号, 将其输出至执行机构产生主动控制力抵消原始振动信号, 达到减振降噪的目的^[3]。相对于被动隔振, 主动隔振可以根据受控对象实时响应, 及时调整控制信号, 对于外界干扰和系统不确定性具有很强的鲁棒性和适应性^[4]。

自适应控制算法设计是振动主动控制研究的核心, 其性能决定了整个控制系统性能, 可分为前馈控制、自校正控制和模型参考控制等^[5-6], 国内外学者设计了针对不同隔振系统的自适应控制算法。王迎春等解决了自适应算法结构、理论推导、

* 收稿日期: 2021-03-09

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51679245, 51579242); 湖北省自然科学基金资助项目(2020CFB148)

作者简介: 柴凯(1989—), 男, 湖南益阳人, 讲师, 博士, E-mail: chaikai0805@163.com;

刘树勇(通信作者), 男, 湖南长沙人, 副教授, 博士, 硕士生导师, E-mail: hjckll@sina.com

性能分析等问题,针对不同控制系统改进算法,得到了较好控制效果^[7]。最小均方(least mean square, LMS)自适应算法,是由 Widrow 等提出的,以误差信号方差作为目标函数,使控制权系数沿着方差负梯度方向进行迭代,不断逼近最优解的递推算法^[8]。Elliott 等在研究有源噪声控制时,将 LMS 算法引入振动控制方面,取得了很好的效果^[9]。随后, Burdisso 将前馈式主动控制应用到振动控制领域,根据实际控制系统改进 LMS 算法,较好抑制了结构振动引起的辐射噪声^[10]。张玉璘将分解重构 LMS 算法应用于主动控制系统,提高了算法收敛性和适应性^[11]。张强等针对不确定非线性系统的跟踪控制问题,提出自组织小波小脑模型,并将其应用于近空间飞行器姿态控制仿真实验^[12]。针对动态变化的离散非线性系统,张晓宇等采用小波包设计智能自适应滑模控制算法,控制系统有较强的鲁棒性^[13]。高伟鹏等提出了一种小波包滤波最小均方(wavelet packet filtered-x least mean square, WP-FxLMS)算法,在多频波动激励下,线谱振动能量显著降低^[14]。

但 WP-FxLMS 算法在频带划分后,子频带信号进行运算时包含大量卷积和相关运算,计算量大、收敛速度慢。为此,本文将 Hartley 块算法应用到 WP-FxLMS 算法中,提出了基于 Hartley 块的小波包滤波最小均方(wavelet packet based on Hartley block filtered-x least mean square, WPHB-FxLMS)算法,并通过仿真和实验验证算法的可行性和有效性。

1 子频带中的 Hartley 块算法

为进一步增大收敛速率,采用块滤波最小均方(block FxLMS, B-FxLMS)算法,使滤波器的自适应更新分块进行。而 B-FxLMS 算法的关键在于如何实现快速卷积和线性相关运算。Hartley 变换为酉变换,仅在实数域内即可完成,且快速 Hartley 变换在频域内也能实现快速卷积和相关运算,故可采用 Hartley 变换来实现 B-FxLMS 算法。

1.1 离散 Hartley 变换及快速算法

长度为 N 的实数序列 $\{x(0), x(1), \dots, x(N-1)\}$ 正交变换为 Hartley 域序列 $\{X(0), X(1), \dots, X(N-1)\}$ 的过程称为离散 Hartley 变换(discrete Hartley transform, DHT), 具体定义^[15]为:

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \text{cas}\left(kn \frac{2\pi}{N}\right) \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (1)$$

式中, $\text{cas}(2\pi ux) = \cos(2\pi ux) + \sin(2\pi ux)$ 。

离散 Hartley 反变换(inverse discrete Hartley transform, IDHT) 定义为:

$$x(n) = A_{\text{IDHT}}[X(k)] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) \text{cas}\left(kn \frac{2\pi}{N}\right) \quad (2)$$

同离散 Fourier 变换(discrete Fourier transform, DFT) 性质相似, DHT 同样具有快速算法,下面基于快速 Fourier 变换(fast Fourier transform, FFT) 分裂基的思想,推导快速 Hartley 变换(fast Hartley transform, FHT) 实现方式。

若 $\{x(n)\}$ 长度 $N=2^m$, 将信号按奇偶序号分解, 然后对奇序号再进行分解得到 1 个 $N/2$ 点的 $\{x(2n)\}$ 和 2 个 $N/4$ 点的 $\{x(4n-1)\}$ 和 $\{x(4n+1)\}$ 。令 $G(k) = B_{\text{DHT}}[x(2n)]$, $H_1(k) = B_{\text{DHT}}[x(4n+1)]$, $H_2(k) = B_{\text{DHT}}[x(4n-1)]$ 。则 $X(k)$ 可表示为:

$$\left\{ \begin{aligned} X(k) &= G(k) + \left\{ [H_1(k) + H_2(k)] \cos\left(\frac{2k\pi}{N}\right) + \right. \\ &\quad \left. \left[H_1\left(\frac{N}{4} - k\right) + H_2\left(\frac{N}{4} - k\right) \right] \sin\left(\frac{2k\pi}{N}\right) \right\} \\ X\left(k + \frac{N}{4}\right) &= G\left(\frac{N}{4} + k\right) + \left\{ -[H_1(k) + H_2(k)] \sin\left(\frac{2k\pi}{N}\right) + \right. \\ &\quad \left. \left[H_1\left(\frac{N}{4} - k\right) - H_2\left(\frac{N}{4} - k\right) \right] \cos\left(\frac{2k\pi}{N}\right) \right\} \\ X\left(k + \frac{N}{2}\right) &= G(k) - \left\{ [H_1(k) + H_2(k)] \cos\left(\frac{2k\pi}{N}\right) + \right. \\ &\quad \left. \left[H_1\left(\frac{N}{4} - k\right) - H_2\left(\frac{N}{4} - k\right) \right] \sin\left(\frac{2k\pi}{N}\right) \right\} \\ X\left(k + \frac{3N}{4}\right) &= G\left(\frac{N}{4} + k\right) - \left\{ -[H_1(k) + H_2(k)] \sin\left(\frac{2k\pi}{N}\right) + \right. \\ &\quad \left. \left[H_1\left(\frac{N}{4} - k\right) - H_2\left(\frac{N}{4} - k\right) \right] \cos\left(\frac{2k\pi}{N}\right) \right\} \end{aligned} \right. \quad (3)$$

由上述分析可知, N 点序列的 DHT 计算转化为 1 个 $N/2$ 点和 2 个 $N/4$ 点的 DHT 计算, 附加相应的乘法和加法运算。1 个 $N/2$ 点 DHT 计算可转化为 1 个 $N/4$ 点和 2 个 $N/8$ 点的 DHT 计算, 以此类推。16 点分裂基的算法流程如图 1 所示。

为简化计算量可将系数预先计算并存储, 以 16 点分裂基为例, 令 $c_1 = \cos(\pi/8)$, $s_1 = \sin(\pi/8)$, $c_2 = 2\cos(\pi/4)$, 可得:

$$\left\{ \begin{aligned} H_a(k) &= H_1(k) + H_2(k) \\ H_b(k) &= H_1(k) - H_2(k) \\ D_1(k) &= H_a(k) \cos\left(\frac{2k\pi}{N}\right) + H_b\left(\frac{N}{4} - k\right) \sin\left(\frac{2k\pi}{N}\right) \\ D_2(k) &= -H_a(k) \sin\left(\frac{2k\pi}{N}\right) + H_b\left(\frac{N}{4} - k\right) \cos\left(\frac{2k\pi}{N}\right) \end{aligned} \right. \quad (4)$$

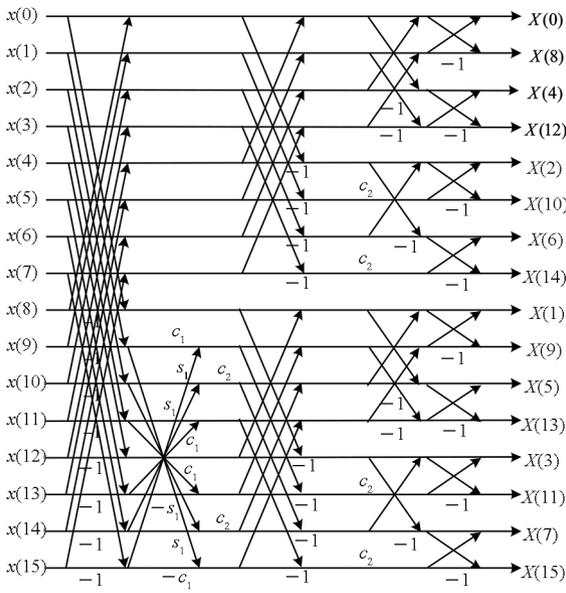


图 1 16 点分裂基的 DHT 流程

Fig. 1 DHT flow diagram of 16 point split-base

因此,式(3)可转化为:

$$\begin{cases} X(k) = G(k) + D_1(k) \\ X\left(k + \frac{N}{4}\right) = G\left(k + \frac{N}{4}\right) + D_2(k) \\ X\left(k + \frac{N}{2}\right) = G(k) - D_1(k) \\ X\left(k + \frac{3N}{4}\right) = G\left(k + \frac{N}{4}\right) - D_2(k) \end{cases} \quad k=0, 1, \dots, N/4 - 1 \quad (5)$$

式(5)计算量与 $D_1(k)$ 和 $D_2(k)$ 相关,根据正弦和余弦函数特性, $D_1(k)$ 和 $D_2(k)$ 分段计算公式为:

$$\begin{cases} D_1(0) = H_a(k) \\ D_1\left(\frac{N}{8}\right) = \sqrt{2}H_1\left(\frac{N}{8}\right) \\ D_2(0) = H_1\left(\frac{N}{4}\right) \\ D_2\left(\frac{N}{8}\right) = -\sqrt{2}H_2\left(\frac{N}{8}\right) \\ D_1(k) = H_a(k) \cos\left(\frac{2k\pi}{N}\right) - \left[H_a(k) - H_1\left(\frac{N}{4} - k\right) \right] \sin\left(\frac{2k\pi}{N}\right) \\ D_2(k) = H_1\left(\frac{N}{4} - k\right) \cos\left(-\frac{2k\pi}{N}\right) - \left[H_a(k) - H_1\left(\frac{N}{4} - k\right) \right] \sin\left(\frac{2k\pi}{N}\right) \end{cases} \quad (6)$$

假设 $\cos(2k\pi/N)$ 与 $\sin(2k\pi/N)$ 已知,通过 $G(k)$ 、 $H_1(k)$ 、 $H_2(k)$ 求得式(5)所需乘法运算 M_n 和加法运算 A_n 分别为:

$$\begin{cases} M_n = \left(\frac{N}{4} - 2\right) \times 3 + 2 = \frac{3N}{4} - 4 \\ A_n = \left(\frac{N}{4} - 2\right) \times 3 + \left(\frac{N}{4} - 1\right) \times 2 + \frac{N}{4} \times 4 = \frac{9N}{4} - 8 \end{cases} \quad (7)$$

则 N 点 FHT 算法所需的乘法和加法总运算量为:

$$\begin{cases} M_{H_N} = \frac{N}{2} \log_2 N - \frac{3N}{2} + 2 \\ A_{H_N} = \frac{3N}{2} \log_2 N - \frac{13N}{6} + 4 + \frac{2}{3}(-1)^{\log_2 N} \end{cases} \quad (8)$$

相比 FFT, FHT 所需的乘法和加法运算量明显减少,且不涉及复数运算,数值稳定、结构简单、易于工程实现。依据循环卷积定理,由 FHT 实现实数序列快速卷积运算,具体可表示为:

$$x_1(n) * x_2(n) \Leftrightarrow X_{1H}(k)X_{2Hc}(k) + X_{1H}(N-k)X_{2Ho}(k) \quad (9)$$

式中, $X_{1H}(k)$ 、 $X_{2H}(k)$ 分别为实数序列 $x_1(n)$ 和 $x_2(n)$ 的 DHT 变换,且

$$\begin{cases} X_{2Hc}(k) = \frac{X_2(k) + X_2(-k)}{2} \\ X_{2Ho}(k) = \frac{X_2(k) - X_2(-k)}{2} \end{cases} \quad (10)$$

同理,由 FHT 实现互相关运算,具体可表示为:

$$x_1(n)x_2(n) \Leftrightarrow X_{1H}(k)X_{2Ho}(k) + X_{1H}(-k)X_{2Hc}(k) \quad (11)$$

1.2 基于 Hartley 块的小波包滤波最小均方算法

FxLMS 算法是将有限长单位冲激响应 (finite impact response, FIR) 滤波器作为控制器,使用 LMS 算法进行滤波器参数更新,并对参考信号经次级通道滤波,具体结构如图 2 所示。而 B-FxLMS 算法的基本思想如下:控制滤波器权系数更新时,输入数据被一次性加到横向滤波器中,每收集完成一块数据后,更新一次滤波器权系数,块数据输入期间,滤波器权系数保持不变。下面具体阐述基于 Hartley 块的小波包滤波最小均方算法。

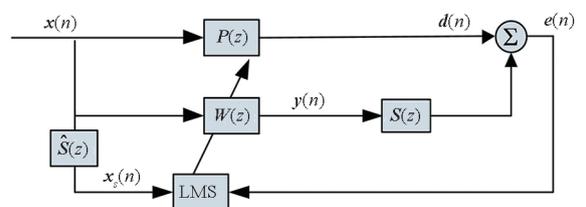


图 2 FxLMS 算法结构

Fig. 2 Algorithm structure of FxLMS

将小波包频带划分后的任一子频带分解信号 $f(n)$ 作为输入数据,将其根据串-并变换器分成 P 点的块。原采样时刻 n ,对应第 k 块、长度为 P 的数据采样时刻关系为 $n = kP + i (i = 0, 1, \dots, P - 1)$,此时,输入数据由向量变为矩阵:

$$\mathbf{F}(k) = \begin{bmatrix} f^T(kP) \\ f^T(kP + 1) \\ \vdots \\ f^T(kP + P - 1) \end{bmatrix} \quad (12)$$

数据块输入时,控制滤波器权系数 $\mathbf{W}(k)$ 保持不变。权系数更新只与数据块数 k 相关,可表示为 $\mathbf{W}(k) = [w_0(k), w_1(k), \dots, w_{L-1}(k)]^T$, $w_j (j = 0, 1, \dots, L - 1)$ 为每一阶控制器权系数,共 L 阶。控制滤波器输出定义为:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(kP + i) &= \mathbf{f}^T(kP + i)\mathbf{W}(k) \\ &= \sum_{l=0}^{L-1} f(kP + i - l)w_l(k) \quad i = 0, 1, \dots, P - 1 \end{aligned} \quad (13)$$

次级通道的存在,导致误差信号 $\mathbf{e}(n)$ 由期望信号与经过次级通道滤波的输出信号叠加而成。

$$\mathbf{e}(kP + i) = \mathbf{d}(kP + i) + \mathbf{S}(z)\mathbf{y}(kP + i) \quad (14)$$

根据梯度下降原理,采用该数据块所对应各瞬时梯度估计的无偏时间平均作为梯度估计向量,得到滤波器权系数随数据块数 k 更新的公式为:

$$\mathbf{W}(k + 1) = \mathbf{W}(k) - \frac{u(k)}{P} \sum_{i=0}^{P-1} \hat{\mathbf{f}}(kP + i)\mathbf{e}(kP + i) \quad (15)$$

式中 $\hat{\mathbf{f}}(kP + i)$ 为经过次级通道估计模型 $\hat{S}(z)$ 滤波后的输入信号向量, $u(k)$ 为第 k 个数据块输入期间迭代步长。式(13)和式(15)分别为时域内 B-FxLMS 算法输出信号和控制滤波器权系数更新公式。为便于表示,权系数修正项改写为:

$$\sum_{i=0}^{P-1} \hat{\mathbf{f}}(kP + i)\mathbf{e}(kP + i) = \hat{\mathbf{F}}(k)\mathbf{e}(k) \quad (16)$$

可见, WPHB-FxLMS 算法与 WP-FxLMS 算法相比,数据输入类型与运算方式没发生根本变化,只是将输入参考信号进行批量处理,且在数据输入期间控制器保持不变,减小了权系数逼近最优解的计算次数,从而提高收敛速率。

对于块数据长度的选择,一般有三种情况:

1) $P = L$, 块长度与滤波器长度保持一致,此时算法具备最简性;

2) $P > L$, 块长度大于滤波器长度,此时梯度向量估计使用过多样本信息,导致冗余计算;

3) $P < L$, 块长度小于滤波器长度,此时数据块输入时控制器参数不变引起的时延降低,但计算复杂性和工程实现难度增加。

工程实际中,通常选择 $P = L$ 分块处理的 50% 重叠保留法,再通过时滞补偿减小对控制系统的影响^[16]。将滤波器 L 个抽头权值用等数的零来填补,并对其进行 $2L$ 点的 FHT 变换:

$$\mathbf{W}_H(k) = C_{\text{FHT}} \begin{bmatrix} \mathbf{W}(k) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (17)$$

此时,输入数据为 2 个相继的子块,类型为 $2L \times 2L$ 对角矩阵,对其进行 FHT 变换,得到:

$$\mathbf{F}_H(k) = \text{diag} \left\{ \overbrace{C_{\text{FHT}}[\mathbf{f}(kL - L), \dots, \mathbf{f}(kL - 1)]}^{\text{第 } K-1 \text{ 块}}, \overbrace{C_{\text{FHT}}[\mathbf{f}(kL), \dots, \mathbf{f}(kL + L - 1)]}^{\text{第 } K \text{ 块}} \right\} \quad (18)$$

将重叠保留法应用于式(13)的线性卷积,由式(10)可得:

$$\begin{cases} \mathbf{y}_H(k) = C_{\text{FHT}}[\mathbf{y}(kL - L), \dots, \mathbf{y}(kL + L - 1)]^T \\ \quad = \mathbf{F}_{Hc}(k)\mathbf{W}_H(k) + \mathbf{F}_{Ho}(k)\mathbf{W}_H(2L - k) \\ \mathbf{F}_{Hc}(k) = [\mathbf{F}_H(k) + \mathbf{F}_H(2L - k)]/2 \\ \mathbf{F}_{Ho}(k) = [\mathbf{F}_H(k) - \mathbf{F}_H(2L - k)]/2 \end{cases} \quad (19)$$

对 $\mathbf{y}_H(k)$ 进行逆变换,取后 L 个点作为第 K 块数据的输出信号,即 $\mathbf{y}(n) = C_{\text{IFHT}}[\mathbf{y}_H(k)]$ 。

对于控制权系数修正项,可视为滤波参考信号 $\hat{\mathbf{F}}(k)$ 与误差信号 $\mathbf{e}(k)$ 线性相关,根据重叠保留法,将误差信号向前补零,并用 $2L$ 点 FHT 变换,得到:

$$\mathbf{e}_H(k) = C_{\text{FHT}} \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{e}(k) \end{bmatrix} \quad (20)$$

将重叠保留法应用于式(16)的线性卷积,由式(11)可得:

$$\Delta\mathbf{W}(k) = C_{\text{IFHT}}[\hat{\mathbf{F}}_{Hc}(k)\mathbf{e}_H(2L - k) + \hat{\mathbf{F}}_{Ho}(k)\mathbf{e}_H(k)] \quad (21)$$

取 $\Delta\mathbf{W}(k)$ 前 L 个元素作为时域控制权系数的修正项。为与频域权向量长度保持一致,在时域修正项 $\Delta\mathbf{W}(k)$ 后面补零,使其总长度为 $2L$,并进行 FHT 变换,此时,权向量更新 Hartley 域表达式为:

$$\mathbf{W}_H(k + 1) = \mathbf{W}_H(k) - \frac{u(k)}{L} C_{\text{FHT}} \begin{bmatrix} \Delta\mathbf{W}(k) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (22)$$

为便于表示,定义蝶形运算单元如图 3 所示。

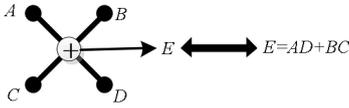


图 3 蝶形运算单元

Fig. 3 Butterfly processor

WPHB-FxLMS 算法结构如图 4 所示,细线表示时域内数据流,粗线表示 Hartley 域内数据流。 $F_{He}(k)$ 、 $F_{Ho}(k)$ 分别是由 $F_H(k)$ 构造的偶函数和奇函数。

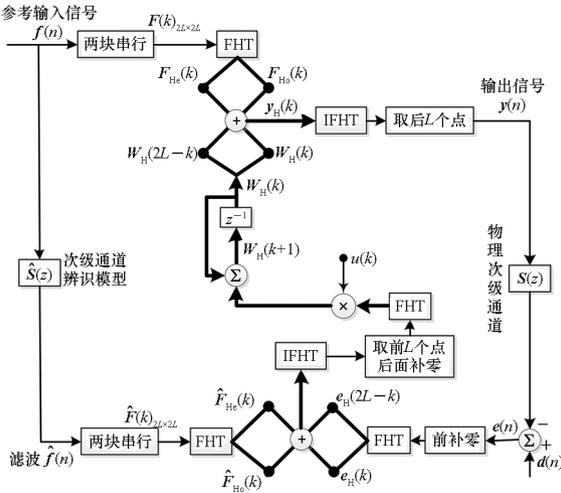


图 4 基于 Hartley 块的 WP-FxLMS 算法

Fig. 4 WP-FxLMS algorithm based on Hartley block

算法的具体数据流程归纳如下:

1) 将通过小波包频带划分后的时域连续子频带信号 $f(n)$ 进行块处理,长度为 L ,与控制滤波器阶数保持一致,然后级联两个数据块作 $2L$ 点 FHT 变换,得到 $F_H(k)$,分别构造偶函数 $F_{He}(k)$ 和奇函数 $F_{Ho}(k)$,作为 Hartley 域滤波器输入信号;

2) 偶函数 $F_{He}(k)$ 和奇函数 $F_{Ho}(k)$ 与频域控制权向量通过蝶形运算,得到频域输出信号 $y_H(k)$,对其进行 IFHT 变换,取后 L 个点作为时域控制输出信号 $y(n)$;

3) 时域控制信号 $y(n)$ 经过物理次级通道与期望信号 $d(n)$ 叠加后,产生误差信号 $e(n)$,对其进行块处理并补零,然后通过 $2L$ 点的 FHT 变换,得到频域误差信号 $e_H(k)$,用于更新权系数修正项;

4) 对参考信号进行次级通道滤波得到时域滤波参考信号 $\hat{f}(n)$,对其进行块处理,级联后进行 $2L$ 点的 FHT 变换,构造 $\hat{F}_{He}(k)$ 和 $\hat{F}_{Ho}(k)$,与频域误差信号 $e_H(k)$ 进行蝶形运算,通过 IFHT 转化为时域,取其前 L 个点作为时域内权系数修正项;

5) 对时域内修正项补零后进行 $2L$ 点的 FHT 变换,完成 Hartley 域控制权系数更新。

1.3 WPHB-FxLMS 算法的特性分析

WPHB-FxLMS 算法与 WP-FxLMS 算法的根本差异在于迭代过程中梯度向量估计方法不同,WPHB-FxLMS 算法使用无偏时间平均梯度向量,估计精度会随着数据块长度的增加而提高。假设 WPHB-FxLMS 算法收敛步长为 u_B ,WP-FxLMS 算法步长为 u ,对 WPHB-FxLMS 算法进行收敛性分析,得到收敛条件为 $0 < u_B < L/\lambda_{max}$,其中 λ_{max} 为自相关矩阵 R 的最大特征值。达到收敛要求所经历的迭代次数为 $\tau_i = L/(u_B \lambda_i)$,代入 WPHB-FxLMS 算法的步长参数 $u_B = Lu$ 可得:

$$\tau_i = \frac{1}{u \lambda_i} \quad i = 0, 1, 2, \dots, L-1 \quad (23)$$

因此,WPHB-FxLMS 算法与 WP-FxLMS 算法收敛性能基本相同,但是有效步长增大了 L 倍。

下面,以算法中涉及的乘法运算为基础,对 WPHB-FxLMS 算法、基于频域块的小波包滤波最小均方 (wavelet packet based on frequency-domain block filtered-x least mean square, WPFB-FxLMS) 算法与 WP-FxLMS 算法的计算复杂程度进行对比分析。

假设滤波器长度设为 L ,对于 WP-FxLMS 算法而言,权向量更新和控制信号计算所需乘法次数为 $2L^2$;而对于 WPFB-FxLMS 算法, $N = 2L$ 点的 FFT 及 IFFT 所需乘法次数大约为 $N \log_2 N$,如图 4 所示信号流程,需 6 次时频变换,卷积和相关运算均需 $4N$ 次乘法,算法总乘法次数为:

$$M_{\text{FFT}} = 6N \log_2 N + 8N = 12L \log_2 L + 28L \quad (24)$$

而对于 WPHB-FxLMS 算法, N 点 FHT 及 IFHT 所需乘法次数大约为 $\frac{N}{2} \log_2 N - \frac{3N}{2} + 2$,6 次时频变换,FHT 变换均在实数域进行,实现卷积和相关运算时只需 $2N$ 次乘法,算法总乘法次数为:

$$M_{\text{HFT}} = 6 \times \left(\frac{N}{2} \log_2 N - \frac{3N}{2} + 2 \right) + 4N \\ = 6L \log_2 L - 4L + 12 \quad (25)$$

将滤波器长度分别设为 64、128、200、256、512 阶,三种算法复杂度对比如图 5 所示。由图 5 可知,WPHB-FxLMS 算法大大减小了算法复杂度,且长度越大优势越明显。WPHB-FxLMS 算法不牵扯复数运算,在每个自适应周期的计算量均少于 WPFB-FxLMS 算法。 $L = 256$ 时,WPFB-FxLMS 算法计算量为 31 744,WPHB-FxLMS 算法

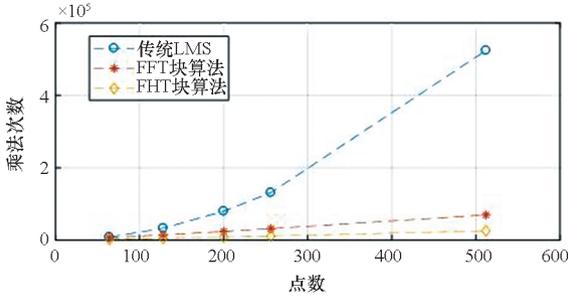


图 5 不同算法的乘法总次数

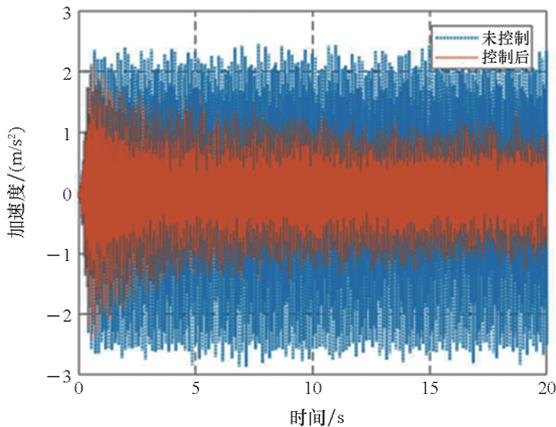
Fig. 5 Total multiplication times of different algorithms

计算量为 11 276,而时域内 WP-FxLMS 算法计算量为 11 276。因此,WPHB-FxLMS 算法计算量约为 WPFB-FxLMS 算法的 1/3,约为 WP-FxLMS 算法的 1/11,WPHB-FxLMS 算法可大大降低计算复杂程度,能更好应用于工程实际。

2 仿真研究

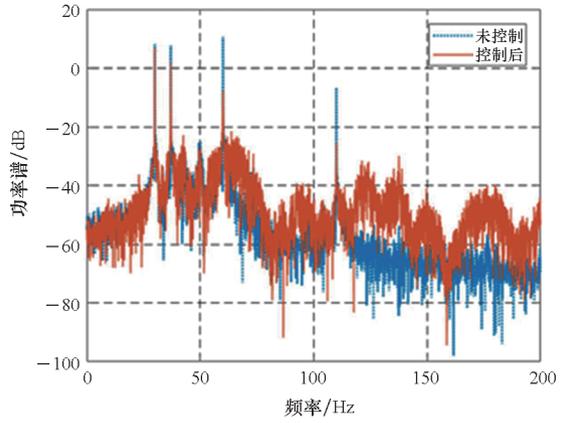
2.1 定频线谱控制

初始激励信号为 30 Hz、37 Hz、60 Hz、110 Hz 四定频信号,叠加信噪比 30 dB 的零均值高斯白噪声,采样频率为 1 kHz,控制器阶数为 256。图 6、图 7 和图 8 是不同控制算法的效果对比图。由图 6 可知,施加 FxLMS 算法控制后,控制效果不佳,时域内振动幅值降幅仅 35%,控制后 60 Hz 和 110 Hz 线谱得到一定控制,而 30 Hz 和 37 Hz 线谱基本无控制效果。由图 7 可知,施加 WP-FxLMS 算法控制后,振幅降幅达到 90%,时域控制效果较好,控制后功率谱衰减较大,线谱特征不再显著。由图 8 可知,施加 WPHB-FxLMS 算法控制后,误差信号快速衰减,振幅降幅可达 95%,30 Hz、37 Hz、60 Hz、110 Hz 线谱功率谱衰减分别为 40 dB、42 dB、43 dB、45 dB,控制效果显著,且



(a) 误差信号时间历程

(a) Time history of error signal

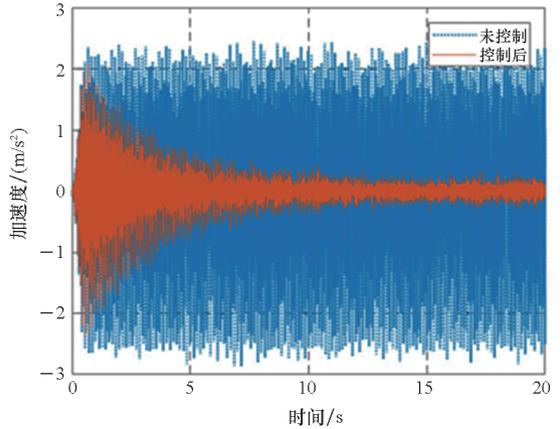


(b) 误差信号功率谱

(b) Power spectrum diagram of error signal

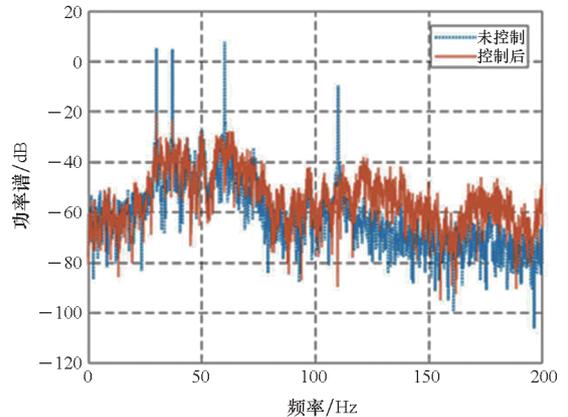
图 6 定频激励下 FxLMS 算法的仿真效果

Fig. 6 Simulative effect of FxLMS algorithms under fixed frequency excitation



(a) 误差信号时间历程

(a) Time history of error signal



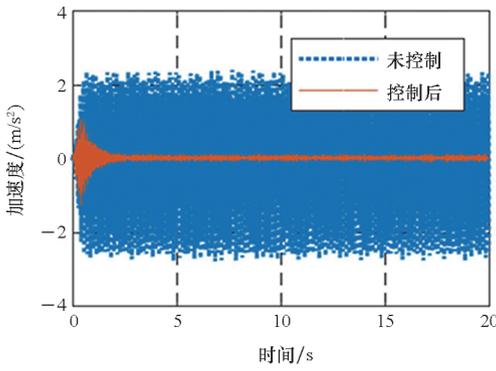
(b) 误差信号功率谱

(b) Power spectrum diagram of error signal

图 7 定频激励下 WP-FxLMS 算法的仿真效果

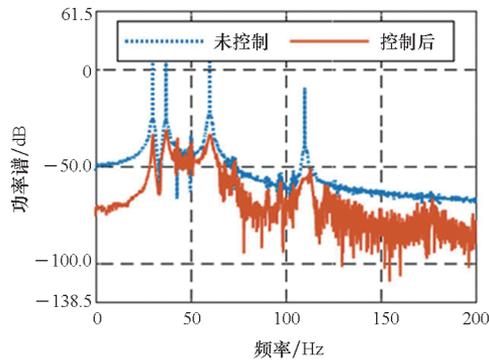
Fig. 7 Simulative effect of WP-FxLMS algorithms under fixed frequency excitation

收敛时间从 8 s 缩短至 2 s,大幅提高了收敛速度,进一步增加了控制精度。



(a) 误差信号时间历程

(a) Time history of error signal



(b) 误差信号功率谱

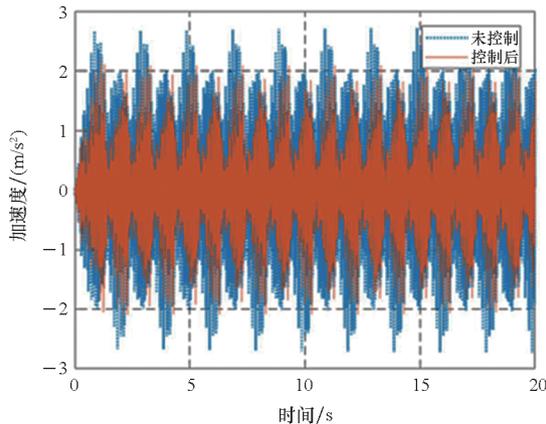
(b) Power spectrum diagram of error signal

图 8 定频激励下 WPHB-FxLMS 算法的仿真效果

Fig. 8 Simulative effect of WPHB-FxLMS algorithms under fixed frequency excitation

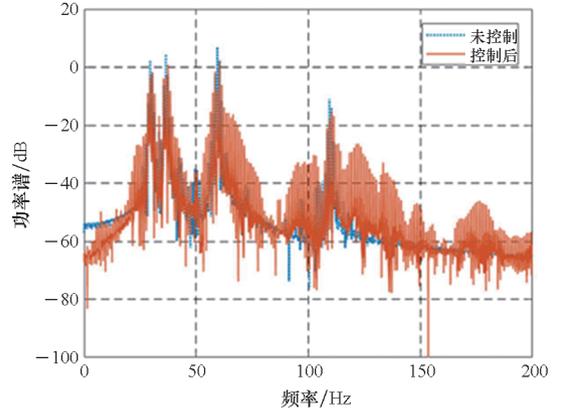
2.2 扫频线谱控制

初始激励信号为四扫频信号,扫频时间为 1 s,频率范围分别为 28 ~ 31 Hz、35 ~ 38 Hz、58 ~ 61 Hz、108 ~ 111 Hz,叠加信噪比为 30 dB 的零均值高斯白噪声,模拟机械设备振动频率小范围快速波动时的工况。图 9、图 10 和图 11 是不同控制算法的效果对比。由图 9 可知,FxLMS 算法控



(a) 误差信号时间历程

(a) Time history of error signal

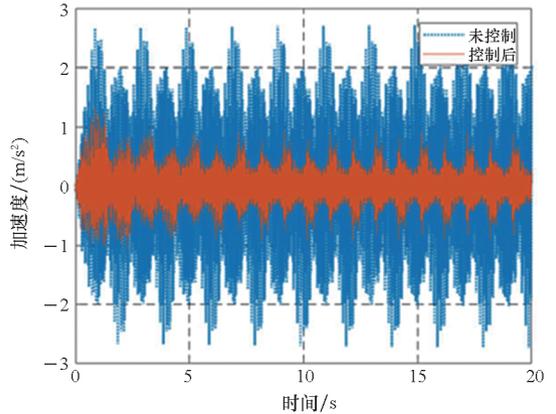


(b) 误差信号功率谱

(b) Power spectrum diagram of error signal

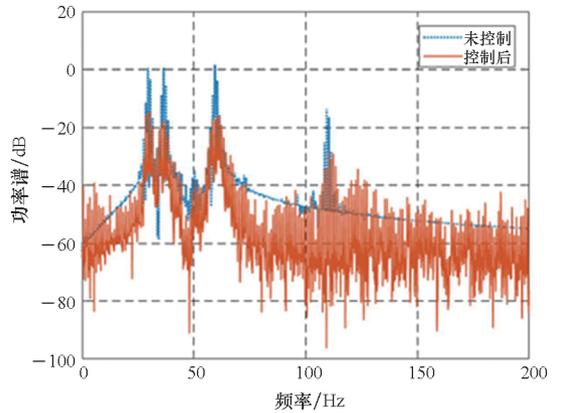
图 9 扫频激励下 FxLMS 算法的仿真效果

Fig. 9 Simulative effect of FxLMS algorithms under fluctuating frequency excitation



(a) 误差信号时间历程

(a) Time history of error signal



(b) 误差信号功率谱

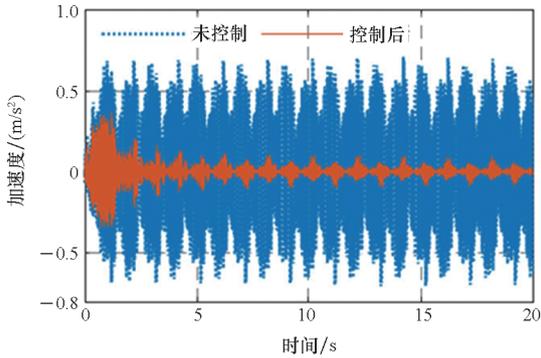
(b) Power spectrum diagram of error signal

图 10 扫频激励下 WP-FxLMS 算法的仿真效果

Fig. 10 Simulative effect of WP-FxLMS algorithms under fluctuating frequency excitation

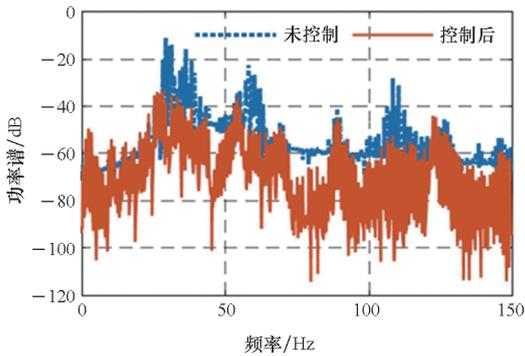
制后,振幅降幅仅为 15%,四个扫频段内功率谱控制后几乎无衰减。由图 10 可知,施加 WP-

FxLMS 算法控制后,扫频线谱得到较为快速而有效的控制,振幅降幅达到 85%,功率谱能量衰减明显,线谱特征不再显著。由图 11 可知,施加 WP-FxLMS 算法控制后,振幅降幅达 90%,28 ~ 31 Hz、35 ~ 38 Hz、58 ~ 61 Hz、108 ~ 111 Hz 扫频段功率谱衰减分别为 26 dB、28 dB、28 dB、25 dB,控制效果显著,而且收敛时间从 9 s 缩短至 2 s,进一步提高了控制精度,证明了算法的有效性。



(a) 误差信号时间历程

(a) Time history of error signal



(b) 误差信号功率谱

(b) Power spectrum diagram of error signal

图 11 扫频激励下 WP-FxLMS 算法的仿真效果

Fig. 11 Simulative effect of WP-FxLMS algorithms under fluctuant frequency excitation

3 实验研究

以激振器作为隔振对象,模拟舰船机械设备振动状态并进行主动控制实验。将自主研发的电磁橡胶液压主被动混合隔振器作为执行结构,结合实时性好、计算能力强的 NI-PXIe 测控硬件搭建双层隔振实验系统,来验证 WPHB-FxLMS 算法的有效性。

3.1 实验台架的搭建

双层隔振实验台架框图及各部分安装位置如图 12 所示。将激振器作为振源安装在台架上层,同时安装质量块作为配重增大隔振器总

支承重量,将振源产生的加速度信号作为整个系统的参考信号。中层台架四角位置处各放置一个电磁橡胶液压主被动一体化隔振器,作为次级振源,与上下台架均通过螺栓连接,上下连接处附近位置安装加速度传感器,上层传感器作为监测信号,下层传感器作为误差信号,通过上下层加速度信号可直观得到隔振效果。中层台架通过弹性支架与基座连接,动力学特性可简化为弹簧阻尼结构。

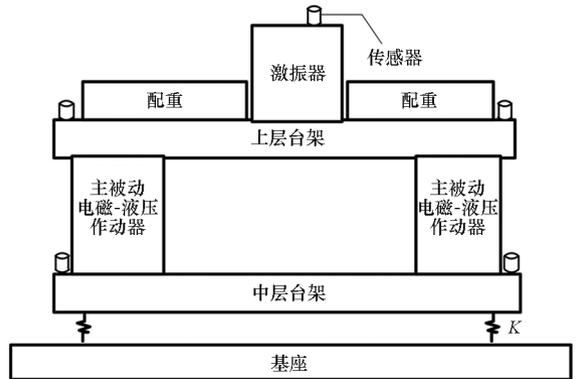


图 12 双层隔振台架框图及安装情况

Fig. 12 Block diagram of double-layer vibration isolation platform and installation

图 13 为控制系统示意图,蓝线为信号采集过程,红线代表信号输出过程。加速度传感器采集参考信号和误差信号,经输入板卡至实时 (real-time, RT) 控制器,通过控制算法得到四个控制信号,经输出板卡至功率放大器,驱动隔振器产生控制力,减小振动向基座传播,进行主动控制实验的同时,采用另一套 NI-PXIe 驱动上层激振器,同时采集上层台架和中层台架所有加速度信号,用于实时监测和后续数据处理。

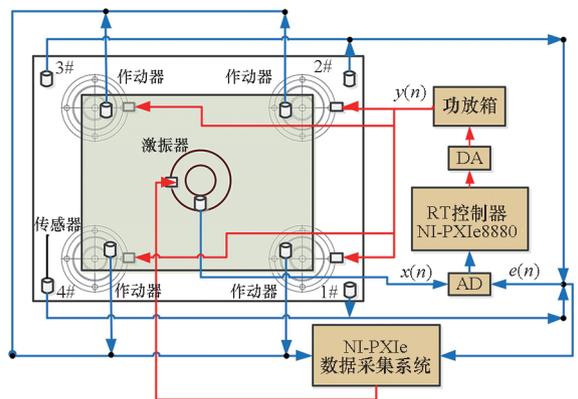


图 13 隔振实验台架控制系统

Fig. 13 Control system of vibration isolation test bench

3.2 实验步骤和结果分析

将次级通道估计放入控制系统中,进行主动

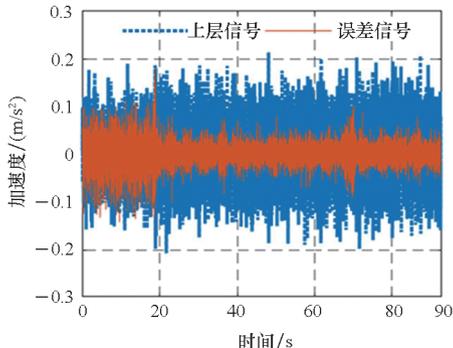
控制实验。为逼近柴油机运行状态下线谱频率成分,分两种工况进行实验:第一,将激励器激励信号设置为频率为 30 Hz、37 Hz、60 Hz、110 Hz 正弦线谱激励;第二,将参考信号设置为周期为 1 s,频率变化范围为 28 ~ 31 Hz、35 ~ 38 Hz、58 ~ 61 Hz、108 ~ 111 Hz 四个扫频 Chirp 信号。叠加 30 ~ 60 Hz 幅值为 0.1 A 的白噪声,采样频率为 1 kHz,四通道输出电压幅值 $|y| < 9$ V,控制器阶数为 256,对所有采集信号使用 3 阶巴特沃思滤波进行 200 Hz 低通滤波。具体实验步骤如下:

1) 将激励信号通过 PXI-6733 输出至功放,驱动激励器产生参考信号,待振动稳定后,开启数据采集系统,采集上层信号和误差信号,观察隔振效果;

2) 设置各个控制回路初始迭代步长(根据经验公式修正),开启控制,待误差信号收敛稳定后,关闭控制系统和数据采集系统;

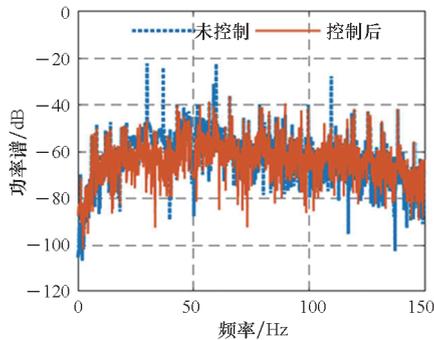
3) 采集信号进行数据处理,将每个测点所对应的上层信号和误差信号放在同一时间历程图中,时域图上体现控制前被动隔振效果和 控制后的收敛性能、控制精度等。对控制前后误差信号各取 10 000 个点进行功率谱分析,以误差信号控制前后功率谱衰减量作为隔振评价指标。

对参考信号和误差信号进行小波包分解,分解层数为 5,基函数为“dmey”小波基,在小波包分解基础上,在子频带内使用 Hartley 域块控制策略。图 14 和图 15 表示定频激励下不同控制方法 1#测点误差信号时间历程图和控制前后功率谱。由图 14 可知,采用 WP-FxLMS 算法,第 19 s 开启主动控制,误差信号衰减较快,最大降幅可达 81%,在第 32 s 时控制基本稳定,收敛时间为 13 s,四根线谱得到有效抑制,最大线谱衰减可达 30 dB,且未激起其他线谱振动,控制效果良好。由图 15 可知,采用 WPHB-FxLMS 算法,第 23 s 开



(a) 误差信号时间历程

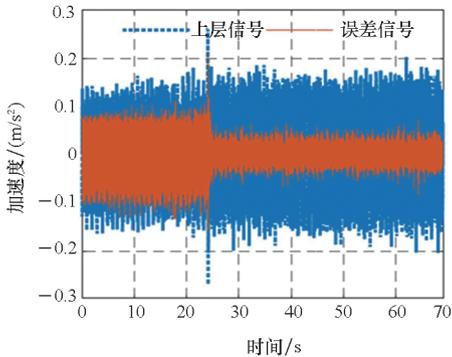
(a) Time history of error signal



(b) 误差信号功率谱

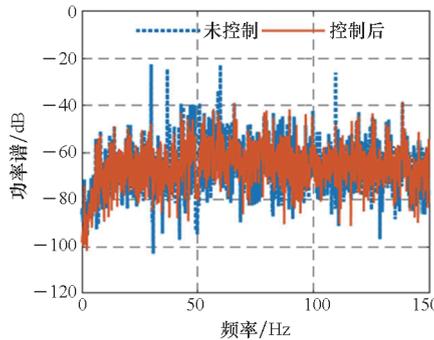
(b) Power spectrum diagram of error signal

图 14 定频激励下 WP-FxLMS 算法的实验效果
 Fig. 14 Experimental effect of WP-FxLMS algorithms under fixed frequency excitation



(a) 误差信号时间历程

(a) Time history of error signal



(b) 误差信号功率谱

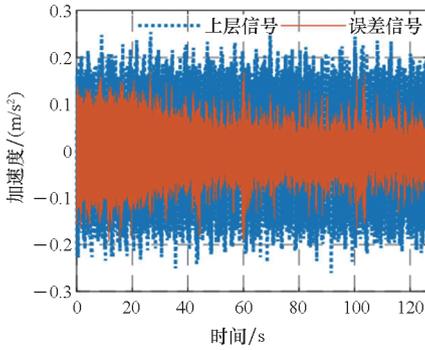
(b) Power spectrum diagram of error signal

图 15 定频激励下 WPHB-FxLMS 算法的实验效果
 Fig. 15 Experimental effect of WPHB-FxLMS algorithms under fixed frequency excitation

启主动控制,第 25.5 s 完成收敛,收敛速度大大提高,最大降幅可达 85%,四根线谱得到有效抑制,控制之后线谱特征基本淹没于背景噪声之中,且未激起其他频率的振荡。

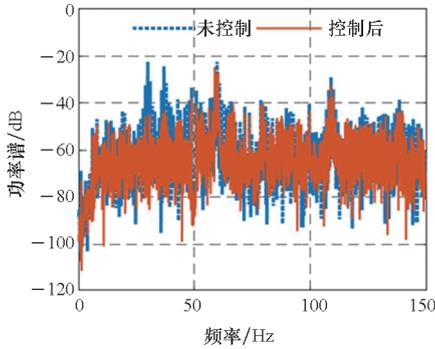
图 16 和图 17 表示扫频激励下不同控制方法 1#测点误差信号时间历程图和控制前后功率谱。由图 16 可知,采用 WP-FxLMS 算法,第 18 s 开启

主动控制,在第 36 s 时控制基本稳定,收敛时长为 16 s。在每个测点处,四根线谱都得到有效抑制,线谱平均衰减达 20 dB,且未激起其他线谱振动,控制效果良好。由图 17 可知,采用 WPHB-FxLMS 算法,第 24 s 开启主动控制,第 25.5 s 完成收敛,收敛速度极快,控制后误差信号降幅最高可达 86%,四个测点处扫频线谱功率谱衰减明显,控制之后线谱信号基本淹没于背景噪声之中,且未激起其他频率振荡。



(a) 误差信号时间历程

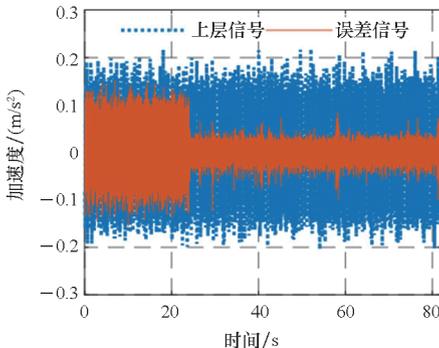
(a) Time history of error signal



(b) 误差信号功率谱

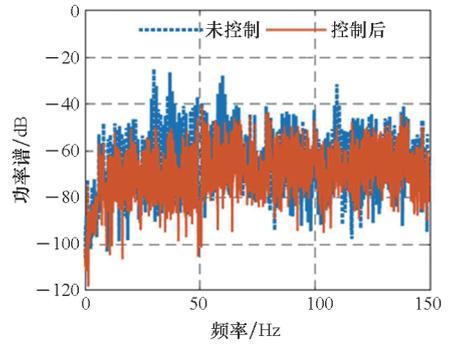
(b) Power spectrum diagram of error signal

图 16 扫频激励下 WP-FxLMS 算法的实验效果
Fig. 16 Experimental effect of WP-FxLMS algorithms under fluctuant frequency excitation



(a) 误差信号时间历程

(a) Time history of error signal



(b) 误差信号功率谱

(b) Power spectrum diagram of error signal

图 17 扫频激励下 WPHB-FxLMS 算法的实验效果
Fig. 17 Experimental effect of WPHB-FxLMS algorithms under fluctuant frequency excitation

4 结论

本文针对时域算法收敛速度慢,控制信号计算包含大量卷积和相关运算等问题,使用 Hartley 块运算生成子频带控制信号,提出了 WPHB-FxLMS 算法。主要工作和结论总结如下:

1) 将 FHT 变换引入块算法中,可实现频域内快速卷积和相关运算,在实数域内即可完成信号处理,大大减小了时频转换计算量;

2) 基于 WP-FXLMS 算法基础,在子频带内引入 Hartley 域块算法,通过重叠保留法具体实现,提出了 WPHB-FxLMS 算法,可使收敛速度加快,计算复杂度显著降低,控制精度也得到了提高;

3) 仿真和实验结果表明,WPHB-FxLMS 算法对于多定频激励和扫频激励两种工况均有显著控制效果和快速收敛性。

参考文献 (References)

[1] 苏强,王桂波,朱鹏飞,等. 国外潜艇声隐身前沿技术发展综述[J]. 舰船科学技术, 2014, 36(1): 1-9.
SU Q, WANG G B, ZHU P F, et al. Summarize of foreign submarine acoustic stealth frontier technologies development[J]. Ship Science and Technology, 2014, 36(1): 1-9. (in Chinese)

[2] 仲斌,李佳,刘震. 我国舰船隔振器标准与美军标的对比分析[J]. 船舶工程, 2021, 43(12): 132-138.
ZHONG B, LI J, LIU Z. Comparison and analysis between Chinese standards and US military standards about vibration isolator in warships[J]. Ship Engineering, 2021, 43(12): 132-138. (in Chinese)

[3] 高伟鹏,贺国,刘树勇. 多频波动线谱自适应控制算法及试验[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2021, 53(1): 168-175.
GAO W P, HE G, LIU S Y. Adaptive control algorithm of multi-frequency fluctuating line spectra and experiment[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2021, 53(1):

- 168 - 175. (in Chinese)
- [4] LANDAU I D. On the use of Youla-Kucera parametrisation in adaptive active noise and vibration control—a review [J]. *International Journal of Control*, 2020, 93(2): 204 - 216.
- [5] LIU J X, YANG L D, YANG L H, et al. Multiple-harmonic amplitude and phase control method for active noise and vibration reshaping [J]. *Journal of Vibration and Control*, 2018, 24(14): 3173 - 3193.
- [6] MA J C, LU Y, SU T Y, et al. Experimental research of active vibration and noise control of electrically controlled rotor [J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2021, 34(11): 106 - 118.
- [7] 王迎春, 马石, 李彦, 等. 主动控制技术在船舶振动噪声控制中的应用 [J]. *海军工程大学学报*, 2021, 33(4): 56 - 64, 94.
WANG Y C, MA S, LI Y, et al. Application of active control technology on ship vibration and noise [J]. *Journal of Naval University of Engineering*, 2021, 33(4): 56 - 64, 94. (in Chinese)
- [8] WIDROW B, MCCOOL J, BALL M. The complex LMS algorithm [J]. *Proceedings of the IEEE*, 1975, 63(4): 719 - 720.
- [9] ELLIOTT S, STOTHERS I, NELSON P. A multiple error LMS algorithm and its application to the active control of sound and vibration [J]. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 1987, 35(10): 1423 - 1434.
- [10] BURDISO R A, VIPPERMAN J S, FULLER C R. Causality analysis of feedforward-controlled systems with broadband inputs [J]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1993, 94(1): 234 - 242.
- [11] 张玉璘. 小波自适应控制系统及其在噪声主动控制中的应用研究 [D]. 重庆: 重庆大学, 2002.
ZHANG Y L. Wavelet adaptive control system and its application to active noise control [D]. Chongqing: Chongqing University, 2002. (in Chinese)
- [12] 张强, 于宏亮, 许德智, 等. 基于自组织小波小脑模型关节控制器的不确定非线性系统鲁棒自适应终端滑模控制 [J]. *控制理论与应用*, 2016, 33(3): 387 - 397.
ZHANG Q, YU H L, XU D Z, et al. A robust adaptive integral terminal sliding mode control for uncertain nonlinear systems using self-organizing wavelet cerebella model articulation controller [J]. *Control Theory & Applications*, 2016, 33(3): 387 - 397. (in Chinese)
- [13] 张晓宇, 陈文卓. 带扰动离散非线性系统的小波自适应滑模控制 [J]. *自动化仪表*, 2015, 36(5): 1 - 6.
ZHANG X Y, CHEN W Z. Wavelet adaptive sliding mode control for discrete nonlinear systems with disturbances [J]. *Process Automation Instrumentation*, 2015, 36(5): 1 - 6. (in Chinese)
- [14] 高伟鹏, 贺国, 杨理华, 等. 分散式自适应主动隔振控制算法研究 [J]. *振动与冲击*, 2020, 39(13): 254 - 259.
GAO W P, HE G, YANG L H, et al. Decentralized adaptive active vibration isolation control algorithm [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2020, 39(13): 254 - 259. (in Chinese)
- [15] 杨小璠, 李鑫. 抑制 OFDM 系统峰均比的 DHT-SCF 联合算法 [J]. *成都信息工程大学学报*, 2021(3): 259 - 263.
YANG X J, LI L. Joint DHT-SCF algorithm for suppression in OFDM systems [J]. *Journal of Chengdu University of Information Technology*, 2021(3): 259 - 263. (in Chinese)
- [16] 侯天印, 刘俐, 王智森. 基于离散 Hartley 变换的单载波频域均衡系统 [J]. *大连工业大学学报*, 2017, 36(5): 370 - 374.
HOU T Y, LIU L, WANG Z S. Single carrier frequency domain equalization system based on discrete Hartley transform [J]. *Journal of Dalian Polytechnic University*, 2017, 36(5): 370 - 374. (in Chinese)