

GNSS 多波束抗干扰接收机的反欺骗性能分析*

倪少杰¹,任彬彬¹,陈飞强¹,高立朝²,冯晓超³

(1. 国防科技大学 电子科学学院, 湖南 长沙 410073; 2. 北京遥测技术研究所, 北京 100076;
3. 北京卫星导航中心, 北京 100094)

摘要:为分析存在欺骗干扰的场景下 GNSS 多波束抗干扰接收机的反欺骗性能,提出欺骗抑制比这一性能指标。推导了在快拍数有限的情况下,多波束抗干扰接收机采用最小方差无失真响应(minimum variance distortionless response, MVDR)算法处理后输出真实信号和欺骗信号功率的理论公式。详细分析了欺骗信号到达天线阵口面的功率对真实信号和欺骗信号输出功率的影响。分析得出:即使欺骗信号功率在噪声水平之下,使用 MVDR 算法的多波束抗干扰接收机依然能对欺骗干扰进行抑制,且在欺骗信噪比高时,抑制效果更加显著。通过仿真和硬件平台实测验证了结论的正确性。

关键词:欺骗干扰;最小方差无失真响应;反欺骗性能;欺骗抑制比

中图分类号:TN9731.1;TN965.5 **开放科学(资源服务)标识码(OSID):**

文献标志码:A **文章编号:**1001-2486(2023)02-087-08



听语音
与作者互动
聊科研

Analysis of anti-spoofing performance of GNSS multi-beam anti-jamming receiver

NI Shaojie¹, REN Binbin¹, CHEN Feiqiang¹, GAO Lichao², FENG Xiaochao³

(1. College of Electronic Science and Technology, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China;
2. Beijing Research Institute of Telemetry, Beijing 100076, China; 3. Beijing Satellite Navigation Center, Beijing 100094, China)

Abstract: In order to analyze the anti-spoofing performance of the GNSS multi-beam anti-jamming receiver under spoofing interference scenario, a performance metric named deception suppression ratio was put forward. The theoretical formula for the power of the authentic and spoofed signal was deduced considering the anti-jamming receiver using the MVDR (minimum variance distortionless response) algorithm with limited number of snapshots. And the influence of the power of the spoofed signal arriving at the antenna array on the output power of the authentic and spoofed signal was analyzed in detail. The analysis shows that even if the power of the spoofed signal is below the noise level, the multi-beam anti-jamming receiver using the MVDR algorithm can still suppress the spoofing interference. And when the spoofed signal-to-noise ratio is high, the suppression is more effective. The conclusion was verified by simulation and hardware platform test.

Keywords: spoofing interference; MVDR; anti-spoofing performance; deception suppression ratio

随着卫星导航技术的迅速发展,卫星导航系统已逐步从军事领域扩展到民用领域,渗透至国民经济各个部门,成为国家定位、导航和授时(positioning, navigation and timing, PNT)体系的重要组成部分^[1]。并且随着导航战理念的提出^[2],现如今针对卫星导航系统干扰与抗干扰技术的研究正受到越来越多的关注,其中利用波束形成技术的空域抗干扰是目前最有效的干扰抑制技术^[3],多波束抗干扰接收机就是在前端使用空域抗干扰技术的 GNSS 接收机。

最小方差无失真响应(minimum variance

distortionless response, MVDR)算法在约束期望信号方向增益为1的前提下,以使阵列输出功率最小为准则^[4-5],是多波束抗干扰接收机使用的经典算法^[6]。该算法在雷达领域大功率压制干扰抑制方面表现出相当出色的分析能力^[7-8],并且通常被认为无法处理功率低于噪声水平的欺骗干扰^[9]。

目前国内外关于 MVDR 算法性能在各种环境下的分析比较全面^[10-14],文献[13]和文献[14]分别分析了单个和多个相干干扰存在时 MVDR 算法输出功率在不同信噪比下的表达式。

* 收稿日期:2021-05-11

基金项目:国家自然科学基金资助项目(62003354)

作者简介:倪少杰(1978—),男,山东莱阳人,高级工程师,博士,E-mail:nishaojie123@126.com;

任彬彬(通信作者),男,山东德州人,硕士研究生,E-mail:1637455469@qq.com

Pan 等研究了信号到达角对 MVDR 算法性能的影响^[15]; Wax 等分析了期望信号信噪比 (signal-to-noise ratio, SNR)、干扰信号的干噪比 (interference-to-noise ratio, INR)、信干比 (signal-to-interference ratio, SIR)、信号到达角、阵元结构、干扰与期望信号的相关性等因素对输出信噪比 (signal-to-interference plus noise ratio, SINR) 的影响^[16], 但是推导过程较为复杂; 文献 [17] 对 MVDR 算法在无人机平台上抑制快速移动干扰的性能进行了分析。文献 [18] 分析了空间平滑与非平滑情况下有限快拍数对 MVDR 算法性能的影响。文献 [19] 研究了期望信号功率对 MVDR 算法性能的影响, 得出当期望信号功率变大到一定程度后, 干扰被抑制的强度会随着期望信号功率的变大而减弱的结论。文献 [20] 推导在存在导向矢量误差的情况下, 有限数据下的输出 SINR 的近似解析表达式, 分析了 1 bit 量化 MVDR 以及纯相位 MVDR 波束形成器的性能。Liu 等分析了直接矩阵求逆 MVDR 波束形成器的性能, 推导了归一化输出信噪比期望值的近似表达式, 通过分析信号导向矢量中的失配来检查样本矩阵求逆波束形成器在异构环境中的性能^[21-22]。Chen 等^[23] 导出了对角加载的 MVDR 波束形成器的近似输出信噪比。李雪等分析了使用 MVDR 算法对干扰信号进行抑制后极化多人多出 (multiple-input multiple-output, MIMO) 雷达系统输出信噪比, 并未考虑欺骗场景^[24]。

可以看出, 上述研究都是在信号高于噪声水平的前提下进行的, 主要关注的指标是输出的信干噪比, 但是导航系统中, 真实信号功率远远低于噪声水平, SINR 的变化范围非常小, 所以这个指标并不适用于本文的研究。因此本文对导航系统中欺骗干扰对 MVDR 性能的影响进行了研究分析, 主要针对输出的欺骗信号和真实信号功率、载噪比, 以及欺骗抑制比等导航领域常用的指标。

1 问题提出

1.1 信号模型

考虑一个天线阵其阵元数为 N , 假设有 q 个导航信号源从不同的角度 $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$ 入射到该天线阵, 其中信号和噪声相互独立, 期望信号来向已知为 θ_1 , 其余信号计为欺骗信号, 则天线阵接收的 N 路信号可以写成:

$$\mathbf{x}(t) = \boldsymbol{\alpha}(\theta_1) s_1(t) + \mathbf{v}(t) \quad (1)$$

式中, $\mathbf{v}(t)$ 是欺骗加噪声矢量, 其表达式为:

$$\mathbf{v}(t) = \sum_{i=2}^q \boldsymbol{\alpha}(\theta_i) s_i(t) + \mathbf{n}(t) \quad (2)$$

其中, $s_i(t)$ 表示在阵列参考点接收的第 i 个信号, $\mathbf{n}(t)$ 是具有 0 均值和协方差矩阵 $\sigma_n^2 \mathbf{I}$ 的高斯随机向量, $\boldsymbol{\alpha}(\theta_i)$ 表示对应信号的导向矢量。各个导向矢量重要性质为

$$\boldsymbol{\alpha}^H(\theta_i) \boldsymbol{\alpha}(\theta_i) = N \quad (3)$$

1.2 在有限快拍数下权矢量的表达形式

MVDR 波束形成器在期望信号方向增益约束为 1, 且使得阵列输出功率最小, MVDR 波束形成器的权矢量为式 (4) 的解^[4]。

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_{\text{MVDR}} &= \arg \min_{\mathbf{w}^H \boldsymbol{\alpha}(\theta_1) = 1} E[|\mathbf{w}^H \mathbf{x}|^2] \\ &= \arg \min_{\mathbf{w}^H \boldsymbol{\alpha}(\theta_1) = 1} [\mathbf{w}^H \mathbf{R}_x \mathbf{w}] \end{aligned} \quad (4)$$

式中: $\arg \min_{\mathbf{w}^H \boldsymbol{\alpha}(\theta_1) = 1} [\cdot]$ 表示在满足约束条件 $\mathbf{w}^H \boldsymbol{\alpha}(\theta_1) = 1$ 下使 $[\cdot]$ 中函数值最小的 \mathbf{w} 的最优解。可由拉格朗日乘子法解得权值 0 的表达式^[17]为:

$$\mathbf{w}_{\text{MVDR}} = \frac{\mathbf{R}_x^{-1} \boldsymbol{\alpha}_1}{\boldsymbol{\alpha}_1^H \mathbf{R}_x^{-1} \boldsymbol{\alpha}_1} \quad (5)$$

式中, $\mathbf{R}_x = E[\mathbf{x}(t) \mathbf{x}^H(t)]$ 表示阵列接收数据的协方差矩阵, $\boldsymbol{\alpha}_1$ 代表 $\boldsymbol{\alpha}(\theta_1)$ 。

在快拍数有限的情况下, MVDR 算法实际的权矢量可以表示为式 (6) 形式^[16]。

$$\hat{\mathbf{w}} = \frac{\hat{\mathbf{Q}}^{-1} \boldsymbol{\alpha}_1}{\boldsymbol{\alpha}_1^H \hat{\mathbf{Q}}^{-1} \boldsymbol{\alpha}_1} - \left[\mathbf{I} - \frac{\hat{\mathbf{Q}}^{-1} \boldsymbol{\alpha}_1 \boldsymbol{\alpha}_1^H}{\boldsymbol{\alpha}_1^H \hat{\mathbf{Q}}^{-1} \boldsymbol{\alpha}_1} \right] \hat{\mathbf{Q}}^{-1} \hat{\mathbf{r}} \quad (6)$$

式中: $\frac{\hat{\mathbf{Q}}^{-1} \boldsymbol{\alpha}_1}{\boldsymbol{\alpha}_1^H \hat{\mathbf{Q}}^{-1} \boldsymbol{\alpha}_1}$ 是期望的权向量, 记为 $\hat{\mathbf{w}}_{\text{opt}}$; $\hat{\mathbf{Q}}$ 是欺骗加噪声的采样自相关矩阵; $\hat{\mathbf{r}}$ 为期望信号和欺骗加噪声信号的采样互相关矩阵。

$$\hat{\mathbf{Q}} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \mathbf{v}(t_i) \mathbf{v}^H(t_i) \quad (7)$$

$$\hat{\mathbf{r}} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M s_1^*(t_i) \mathbf{v}(t_i) \quad (8)$$

令 $\hat{\mathbf{P}} = \mathbf{I} - \frac{\hat{\mathbf{Q}}^{-1} \boldsymbol{\alpha}_1 \boldsymbol{\alpha}_1^H}{\boldsymbol{\alpha}_1^H \hat{\mathbf{Q}}^{-1} \boldsymbol{\alpha}_1}$, 则易得 $\hat{\mathbf{P}}$ 是一个投影矩

阵, 即 $\hat{\mathbf{P}} \hat{\mathbf{P}} = \hat{\mathbf{P}}$, 并且具有以下性质:

$$\boldsymbol{\alpha}_1^H \hat{\mathbf{P}} = \boldsymbol{\alpha}_1^H \left(\mathbf{I} - \frac{\hat{\mathbf{Q}}^{-1} \boldsymbol{\alpha}_1 \boldsymbol{\alpha}_1^H}{\boldsymbol{\alpha}_1^H \hat{\mathbf{Q}}^{-1} \boldsymbol{\alpha}_1} \right) = \boldsymbol{\alpha}_1^H - \boldsymbol{\alpha}_1^H = \mathbf{0} = \hat{\mathbf{P}}^H \boldsymbol{\alpha}_1 \quad (9)$$

把 $\hat{\mathbf{P}}$ 代入式 (6), $\hat{\mathbf{w}}$ 又可以表示成:

$$\hat{\mathbf{w}} = \hat{\mathbf{w}}_{\text{opt}} - \hat{\mathbf{P}} \hat{\mathbf{Q}}^{-1} \hat{\mathbf{r}} \quad (10)$$

式 (10) 说明了在有限快拍数下权矢量可以分为两部分: 期望权矢量部分 $\hat{\mathbf{w}}_{\text{opt}}$ 以及由欺骗信

号和期望信号的相关性、有限快拍数引起的非期望扰动部分 $\hat{P}\hat{Q}^{-1}\hat{r}$ 。

2 欺骗信号功率对算法性能的影响

MVDR 算法处理后的阵列信号输出为:

$$\mathbf{y}(t) = \hat{\mathbf{w}}^H \mathbf{x}(t) = \hat{\mathbf{w}}^H \boldsymbol{\alpha}_1 s_1(t) + \hat{\mathbf{w}}^H \mathbf{v}(t) \quad (11)$$

为了简化运算,只考虑存在单个欺骗信号的情况,即

$$\mathbf{v}(t) = \boldsymbol{\alpha}_2 s_2(t) + \mathbf{n}(t) \quad (12)$$

将式(12)代入式(11),得到:

$$\mathbf{y}(t) = \hat{\mathbf{w}}^H \boldsymbol{\alpha}_1 s_1(t) + \hat{\mathbf{w}}^H \boldsymbol{\alpha}_2 s_2(t) + \mathbf{n}'(t) \quad (13)$$

式中, $\mathbf{n}'(t) = \hat{\mathbf{w}}^H \mathbf{n}(t)$, 是天线阵输出的噪声。

2.1 欺骗信号输入功率对期望信号输出功率的影响

期望信号输出功率表达式为:

$$S = E[|\hat{\mathbf{w}}^H \boldsymbol{\alpha}_1 s_1(t)|^2] \quad (14)$$

由式(9)推导的性质,以及 $\hat{\mathbf{w}}_{\text{opt}}^H \boldsymbol{\alpha}_1 = 1$, 可以得出 $\hat{\mathbf{w}}^H \boldsymbol{\alpha}_1 = 1$, 所以式(14)又可以表示为:

$$S = E[|s_1(t)|^2] = \sigma_{s_1}^2 \quad (15)$$

式中, $\sigma_{s_1}^2$ 是单个阵元接收到的期望信号的功率。通过式(15)可以看出,期望信号输出功率不会受输入欺骗的功率影响,其始终保持为到达天线阵口面的功率,即保持单位约束。

2.2 欺骗信号输入功率对欺骗信号输出功率的影响

经由天线阵加权处理后的欺骗信号功率可以表示为:

$$P_{\text{sf}} = E[|\hat{\mathbf{w}}^H \boldsymbol{\alpha}_2 s_2(t)|^2] \quad (16)$$

若直接进行推导,则需要提取出欺骗信号的自相关矩阵,后续运算十分烦琐。由式(12)可以得到 $\boldsymbol{\alpha}_2 s_2(t) = \mathbf{v}(t) - \mathbf{n}(t)$, 为了简化运算过程,式(16)可以改写为:

$$P_{\text{sf}} = E[|\hat{\mathbf{w}}^H \mathbf{v}(t)|^2] - E[|\hat{\mathbf{w}}^H \mathbf{n}(t)|^2] \quad (17)$$

下面分别推导 $E[|\hat{\mathbf{w}}^H \mathbf{v}(t)|^2]$ 和 $E[|\hat{\mathbf{w}}^H \mathbf{n}(t)|^2]$ 来得到 P_{sf} 的表达式。

首先推导式(17)等号右边第一项 $E[|\hat{\mathbf{w}}^H \mathbf{v}(t)|^2]$, 注意到从随机向量 $\mathbf{v}(t)$ 的有限样本计算得到的 $\hat{\mathbf{w}}$ 也是随机向量, 因此 $E[|\hat{\mathbf{w}}^H \mathbf{v}(t)|^2]$ 需要通过条件期望公式来求得^[20], 其形式为:

$$E_{\mathbf{w}, \mathbf{v}}[\cdot] = E_{\mathbf{w}}\{E_{\mathbf{v}|\mathbf{w}}[\cdot]\} \quad (18)$$

式中, $E_{\mathbf{w}}[\cdot]$ 表示对 \mathbf{w} 的期望, $E_{\mathbf{v}|\mathbf{w}}[\cdot]$ 表示 \mathbf{w} 固定时对 \mathbf{v} 的期望。在此基础上,输出欺骗加噪声的功率推导过程如下:

$$\begin{aligned} P_{\text{sf}+\text{n}} &= E_{\hat{\mathbf{w}}, \mathbf{v}}[|\hat{\mathbf{w}}^H \mathbf{v}(t)|^2] \\ &= E_{\hat{\mathbf{w}}}[\hat{\mathbf{w}}^H E[\hat{\mathbf{Q}}] \hat{\mathbf{w}}] \end{aligned}$$

$$= E_{\hat{\mathbf{w}}}[\hat{\mathbf{w}}^H \mathbf{Q} \hat{\mathbf{w}}] \quad (19)$$

式中, $E[\hat{\mathbf{Q}}] = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M E[\mathbf{v}(t_i) \mathbf{v}^H(t_i)] = \mathbf{Q}$ 。将式(10)代入式(19)可得:

$$\begin{aligned} &E_{\hat{\mathbf{w}}}[\hat{\mathbf{w}}^H \mathbf{Q} \hat{\mathbf{w}}] \\ &= E_{\hat{\mathbf{w}}}[(\mathbf{w}_{\text{opt}} - \mathbf{P}\mathbf{Q}^{-1}\hat{\mathbf{r}})^H \mathbf{Q} (\mathbf{w}_{\text{opt}} - \mathbf{P}\mathbf{Q}^{-1}\hat{\mathbf{r}})] \\ &= E_{\hat{\mathbf{w}}}[\mathbf{w}_{\text{opt}}^H \mathbf{Q} \mathbf{w}_{\text{opt}} - \mathbf{w}_{\text{opt}}^H \mathbf{P}^H \hat{\mathbf{r}} - \hat{\mathbf{r}}^H \mathbf{P} \mathbf{w}_{\text{opt}} + \hat{\mathbf{r}}^H \mathbf{P}\mathbf{Q}^{-1}\hat{\mathbf{r}}] \\ &\approx \frac{1}{\boldsymbol{\alpha}_1^H \mathbf{Q}^{-1} \boldsymbol{\alpha}_1} + \text{tr}\{\mathbf{P}\mathbf{Q}^{-1} E[\hat{\mathbf{r}}\hat{\mathbf{r}}^H]\} \end{aligned} \quad (20)$$

为求解 $E[\hat{\mathbf{r}}\hat{\mathbf{r}}^H]$, 将其展开得:

$$\begin{aligned} E[\hat{\mathbf{r}}\hat{\mathbf{r}}^H] &= \frac{1}{M^2} \sum_{i,k=1}^M \{E[s_1^*(t_i) \mathbf{v}(t_i) s_1(t_k) \mathbf{v}^H(t_k)]\} \\ &= \mathbf{r}\mathbf{r}^H + \frac{1}{M} \sigma_{s_1}^2 \mathbf{Q} \end{aligned} \quad (21)$$

式中, $\mathbf{r} = E[s_1^*(t) \mathbf{v}(t)]$ 是期望信号和欺骗加噪声信号的精确互相关, $\sigma_{s_1}^2 = E[s_1(t)^2]$ 是期望信号的输入功率。

由 \mathbf{P} 的表达式易得:

$$\text{tr}\{\mathbf{P}\} = N - 1 \quad (22)$$

将式(21)和式(22)代入式(20), 得:

$$P_{\text{sf}+\text{n}} = E_{\hat{\mathbf{w}}}[\hat{\mathbf{w}}^H \mathbf{Q} \hat{\mathbf{w}}] \approx \frac{1}{\boldsymbol{\alpha}_1^H \mathbf{Q}^{-1} \boldsymbol{\alpha}_1} + \mathbf{r}^H \mathbf{P}\mathbf{Q}^{-1} \mathbf{r} \quad (23)$$

在单个欺骗源的场景下,式(23)各项可以表示为:

$$\mathbf{Q} = \sigma_{s_2}^2 \boldsymbol{\alpha}_2 \boldsymbol{\alpha}_2^H + \sigma_n^2 \mathbf{I} \quad (24)$$

$$\mathbf{r} = \boldsymbol{\alpha}_2 \sigma_{s_1} \sigma_{s_2} \rho \quad (25)$$

其中, $\sigma_{s_2}^2 = E[s_2(t)^2]$ 是欺骗信号的输入功率, $\rho = \frac{E[s_1^*(t) s_2(t)]}{\sigma_{s_1} \sigma_{s_2}}$ 为期望信号和欺骗信号的相关系数。将式(24)、式(25)代入式(23), 经过化简合并可得:

$$P_{\text{sf}+\text{n}} = \frac{\sigma_n^4 + \sigma_n^2 \sigma_{s_2}^2 N + \sigma_{s_1}^2 \sigma_{s_2}^2 |\rho|^2 N^2 (1 - |\alpha|^2)}{\sigma_n^2 + \sigma_{s_2}^2 N (1 - |\alpha|^2)} \quad (26)$$

式中, $\alpha = \frac{\boldsymbol{\alpha}_1^H \boldsymbol{\alpha}_2}{|\boldsymbol{\alpha}_1| |\boldsymbol{\alpha}_2|}$ 为期望和欺骗信号导向向量的空间相关系数。

利用类似推导可以得出输出噪声功率为:

$$P_n = \sigma_n^2 + \frac{\sigma_{s_2}^4 \sigma_n^2 N^2 |\alpha|^2 (1 - |\alpha|^2)}{[\sigma_n^2 + \sigma_{s_2}^2 N (1 - |\alpha|^2)]^2} \quad (27)$$

将式(26)和式(27)相减可以得到欺骗信号的输出功率:

$$\begin{aligned} P_{\text{sf}} &= P_{\text{sf}+\text{n}} - P_n \\ &= \frac{\sigma_{s_2}^2 N [\sigma_n^4 |\alpha|^2 + \sigma_{s_1}^2 \sigma_{s_2}^2 |\rho|^2 N^2 (1 - |\alpha|^2)^2]}{[\sigma_n^2 + \sigma_{s_2}^2 N (1 - |\alpha|^2)]^2} + \end{aligned}$$

$$\frac{\sigma_n^2 \sigma_{s_1} \sigma_{s_2} N^2 \rho \alpha (|\alpha|^2 - 1)}{[\sigma_n^2 + \sigma_{s_2}^2 N (1 - |\alpha|^2)]^2} \quad (28)$$

可以看出欺骗信号输出功率受真实信号和欺骗信号输入功率以及噪声功率和阵元数的影响。

由于导航信号通常比噪声低 30 dB, 因此当欺信比(欺骗信号功率与真实信号功率之比)较低时, 即欺骗信号和真实信号功率相差不大时, 有 $\sigma_{s_1}^2 < \sigma_{s_2}^2 \ll \sigma_n^2$, 式(28)可以化简为:

$$P_{sf} = \sigma_{s_2}^2 N |\alpha|^2 \quad (29)$$

由于 $N|\alpha|^2$ 是个常数, 可以很直观地看出: 在欺信比较小时, 输出欺骗信号功率是输入欺骗信号功率的线性函数, 并且当 $N|\alpha|^2 < 1$ 时, 输出的欺骗信号功率小于输入欺骗信号功率, 表明此时会对欺骗信号进行抑制。

当欺信比较大时, 有 $\sigma_{s_2}^2 \gg \sigma_n^2 \gg \sigma_{s_1}^2$, 式(28)可以表示为:

$$P_{sf} = \sigma_{s_1}^2 N |\rho|^2 \quad (30)$$

此时, 欺骗信号输出功率趋于一个与其输入欺骗功率无关、由输入真实信号功率和相关系数决定的定值, 并且由于欺骗和真实信号的相关系数在(0, 1)之间, 最终输出欺骗功率始终小于真实信号功率。这表明: MVDR 算法对于高强度的欺骗信号有着很强的抑制效果, 使得接收机保持接收真实信号。

通过针对公式在高低信噪比时的化简结果, 可以看出欺骗信号输出功率的整体变化趋势是先增后减, 最终趋于一个稳定值。

3 仿真结果分析

为了验证上节的分析结果并更深入地了解 MVDR 算法的抗欺骗性能, 进行仿真实验, 并用仿真结果和理论分析进行比较。使用 200 次蒙特卡罗运行的样本均值代替期望算子, 每次运行由 40 000 个数据样本组成, 一共设置了 2 组仿真场景。

仿真场景设置天线阵为 7 元中心圆阵, 阵元间距为 0.5λ , 阵元排布如图 1 所示。

仿真场景 1 中信号设置如下: 期望信号到达角(俯仰角, 方位角)为 $(70^\circ, 120^\circ)$, 功率为 -160 dBW; 欺骗信号到达角为 $(10^\circ, 10^\circ)$, 功率从 -160 dBW 到 -90 dBW 递增, 在仿真中统一使用欺信比来表征欺骗信号的功率; 噪声的功率谱密度为 -205 dBW/Hz; 接收机带宽为 20 MHz。欺骗信号比期望信号延迟 0.5 chip。

在上述信号设置下, 计算得到相关系数为 $\rho =$

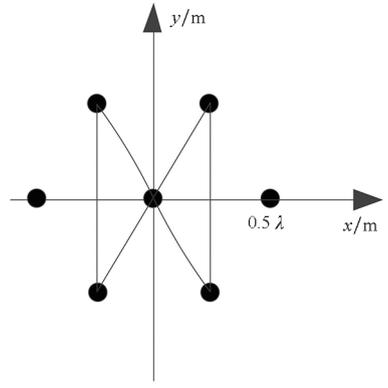


图 1 阵元排列示意

Fig. 1 Array element arrangement diagram

$0.5129 - i0.0001$, 真实信号和欺骗信号的导向矢量 α_1 、 α_2 以及二者的空间相关系数 α 为:

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_1 = \begin{bmatrix} 1.000 + i0.000 \\ 0.859 - i0.512 \\ 0.859 + i0.512 \\ 0.476 + i0.880 \\ 0.859 + i0.512 \\ 0.859 - i0.512 \\ 0.476 - i0.879 \end{bmatrix} \\ \alpha_2 = \begin{bmatrix} 1.000 + i0.000 \\ -0.996 + i0.095 \\ -0.406 + i0.914 \\ 0.491 - i0.872 \\ -0.996 - i0.095 \\ -0.406 - i0.914 \\ 0.4906 + i0.872 \end{bmatrix} \\ \alpha = -0.2335 \end{array} \right. \quad (31)$$

在实验中, 首先仿真了真实信号和欺骗信号输出功率随着欺信比的变化, 欺信比从 0 以 1 dB 为间隔逐渐递增到 70 dB, 结果如图 2、图 3 所示。

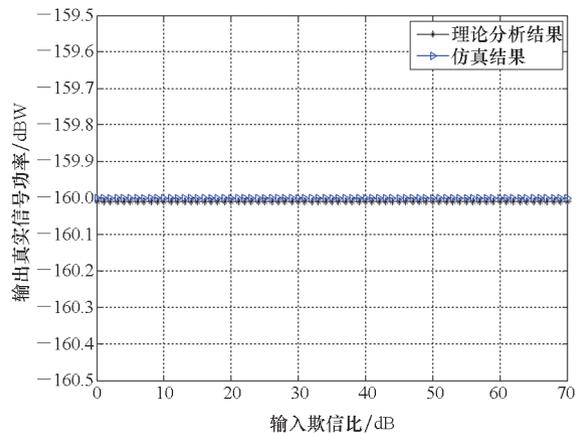


图 2 输出真实信号功率随欺信比变化(场景 1)

Fig. 2 Variation of output real signal power with deception signal ratio (scenario 1)

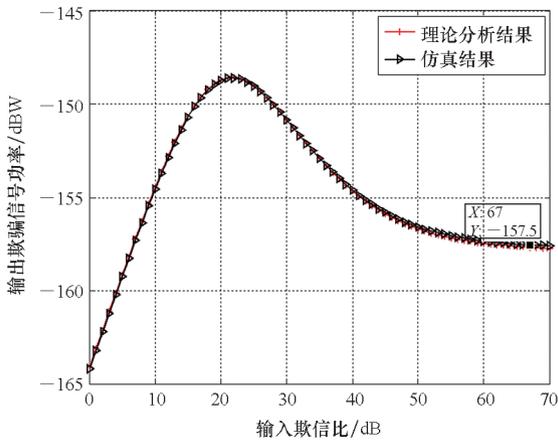


图 3 输出欺骗信号功率随欺信比变化(场景 1)

Fig. 3 Variation of output deception signal power with deception signal ratio (scenario 1)

为了分析使用 MVDR 算法具体对导航接收机反欺骗性能的影响,给出了接收机输出导航信号和欺骗信号的载噪比随着输入欺信比的变化,结果如图 4 所示。

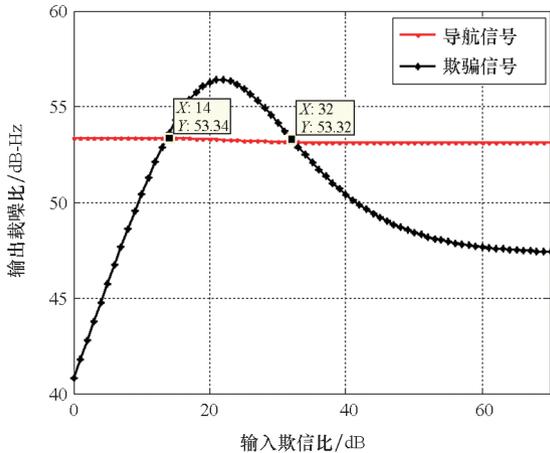


图 4 输出信号载噪比随欺信比变化(场景 1)

Fig. 4 Variation of carrier noise ratio of output signal with deception signal ratio (scenario 1)

为了直观地体现出 MVDR 对欺骗信号的抑制效果,定义欺骗抑制比为未使用抗欺骗算法输出的欺骗信号功率与经过抗欺骗算法处理后的欺骗信号功率的比值,给出欺骗抑制比随输入欺信比的变化,如图 5 所示。

仿真场景 2 中信号设置如下:期望信号到达角(俯仰角,方位角)为 $(70^\circ, 120^\circ)$,功率为 -160 dBW;欺骗信号到达角为 $(20^\circ, 20^\circ)$,功率与场景 1 相同,在仿真中统一使用欺信比来表征欺骗信号的功率;噪声和带宽设置不变。欺骗信号比期望信号延迟 0.25 chip。

在该信号设置下,计算得到相关系数为 $\rho = 0.6215 + i0.0115$,真实信号和欺骗信号的导向矢量 α_1 、 α_2 以及二者的空间相关系数 α 为:

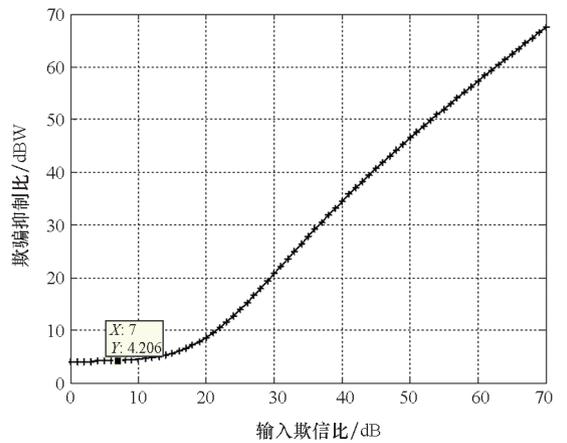


图 5 欺骗抑制比随欺信比变化(场景 1)

Fig. 5 Variation of deception suppression ratio with deception signal ratio (scenario 1)

$$\alpha_1 = \begin{bmatrix} 1.000 + i0.000 \\ 0.859 - i0.512 \\ 0.859 + i0.512 \\ 0.476 + i0.880 \\ 0.859 + i0.512 \\ 0.859 - i0.512 \\ 0.476 - i0.880 \end{bmatrix}$$

$$\alpha_2 = \begin{bmatrix} 1.000 + i0.000 \\ -0.933 + i0.359 \\ -0.638 + i0.771 \\ 0.872 - i0.491 \\ -0.933 - i0.359 \\ -0.638 - i0.771 \\ 0.872 + i0.491 \end{bmatrix}$$

$$\alpha = -0.1871$$
(32)

同样给出在该场景下真实信号和欺骗信号输出功率、载噪比以及欺骗抑制比随着欺信比的变化,如图 6~9 所示。

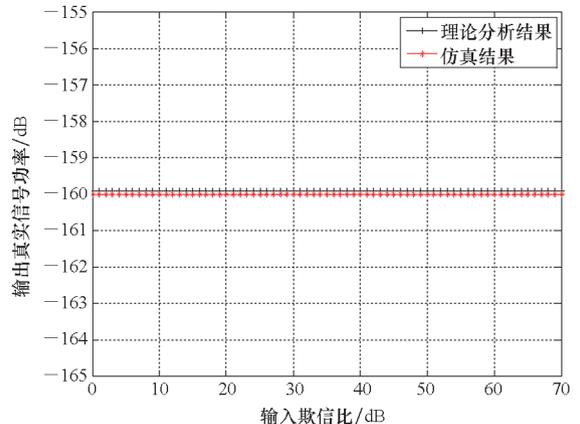


图 6 输出真实信号功率随欺信比变化(场景 2)

Fig. 6 Variation of output real signal power with deception signal ratio (scenario 2)

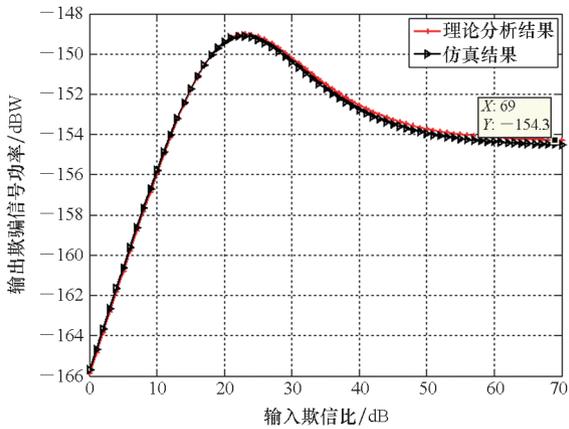


图 7 输出欺骗信号功率随欺信比变化(场景 2)

Fig. 7 Variation of output deception signal power with deception signal ratio (scenario 2)

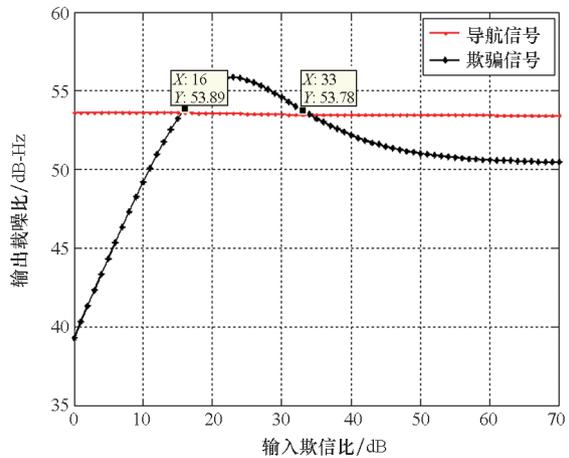


图 8 输出信号载噪比随欺信比变化(场景 2)

Fig. 8 Variation of carrier noise ratio of output signal with deception signal ratio (scenario 2)

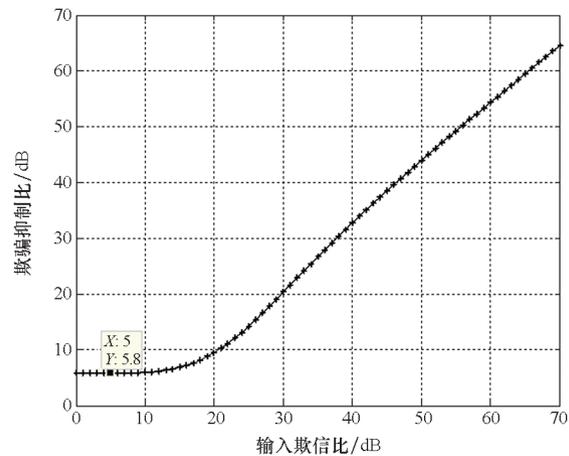


图 9 欺骗抑制比随欺信比变化(场景 2)

Fig. 9 Variation of deception suppression ratio with deception signal ratio (scenario 2)

通过两组场景下的仿真,可以看出仿真结果和理论分析的曲线均十分接近。对于真实信号而言,输出功率与欺信比无关,始终保持在真实输入

信号功率附近。对于欺骗信号,在场景 1 中在一开始随着输入欺信比的增加,欺骗信号输出功率呈线性增长趋势。从图 5 可以看出:欺骗抑制比在低欺信比时始终保持在 4 dB 左右,表明 MVDR 算法在欺骗来向形成一个较小的零陷。当欺信比到达 15 dB 左右时,增长放缓,欺信比为 22 dB 时到达最大值,随后开始下降,此时 MVDR 算法逐渐增加天线阵波束在欺骗来向的零陷深度,欺骗信号功率的增加幅度小于零陷增加深度,形成对欺骗信号的抑制。这说明欺骗信号在噪声水平之下时, MVDR 算法是可以对欺骗进行抑制的。在最后,随着欺信比的逐渐增加,输出欺骗信号功率理论收敛到式(30)的结果。

$$P_{sf} = 10\lg(\sigma_{s1}^2 N |\rho|^2) = -157.35 \text{ dBW}$$

由图 3 可以得到,欺骗功率最终趋向于 -157.5 dBW,与理论吻合。

场景 2 中的欺骗信号功率变化趋势和场景 1 大致相同,最后由图 7 可以得到,欺骗功率最终趋向于 -154.3 dBW,在该场景下式(30)的结果为:

$$P_{sf} = 10\lg(\sigma_{s1}^2 N |\rho|^2) = -154.63 \text{ dBW}$$

理论和仿真结果均吻合,证明了上节的理论分析和化简结果正确。

下面对真实和欺骗信号的载噪比以及欺骗抑制比进行分析。由图 4、图 5 以及图 8、图 9 可以看出:在低欺信比的区间,由于 MVDR 波束形成器在期望来向形成了 $10\lg N = 8.45 \text{ dB}$ (N 为阵元数)的增益,使得期望信号比欺骗信号的载噪比高,接收机并没有被欺骗;在高欺信比区间, MVDR 算法在欺骗信号来向形成了深零陷,将其抑制到真实信号水平之下,欺骗依旧不能对接收机生效;只是在欺信比 15 ~ 33 dB 时,接收机处于被欺骗状态,但是欺骗信号载噪比比真实信号高不到 3 dB,为后续信号或者信息层面的处理提供辅助。

下面给出在场景 1 欺信比 20 dB 时的 MVDR 波束方向图,如图 10 所示。

此时天线阵在干扰来向形成了 17.9 dB 的零陷,使得欺骗信号功率比真实信号高 2 dB 左右,与图 4 中的结果吻合。

4 实测验证

为了使结论更具有说服力,在暗室中搭建了一个天线阵平台,采集数据进行实测分析,通过标准监测接收机进行 MVDR 抗欺骗后信号接收,记录欺信比增加时,输出欺骗信号的载噪比,暗室环境如图 11 所示。

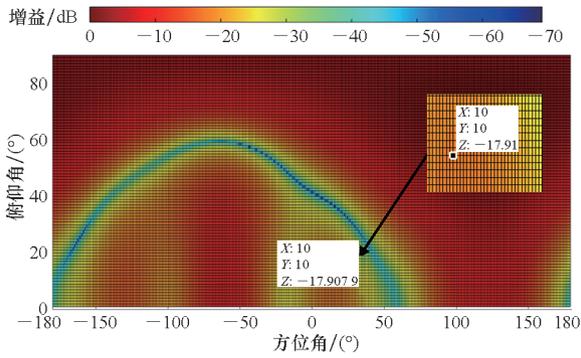


图 10 欺信比为 20 dB 时 MVDR 波束方向图(场景 1)

Fig. 10 MVDR beam pattern when deception signal ratio is 20 dB (scenario 1)



图 11 暗室环境

Fig. 11 Darkroom environment

图 11 中右上角红框内为真实信号发射天线,左下角红框内为欺骗信号发射天线,使用导航信号源分别发射导航信号和欺骗信号,阵列天线放置在暗室中心,阵元排布为上文中描述的 7 阵元中心圆阵。通过可调功率衰减器将欺骗信号功率从 $-160 \sim -110$ dBW 遍历,记录 MVDR 处理后的真实信号和欺骗信号的载噪比,得到原始数据。为了直观描述,将得到的数据结果画图表示,分别得到信号载噪比随欺信比的变化图以及欺骗抑制比曲线图,分别如图 12、图 13 所示。

从图 12 和图 13 的实际测试结果可以看出,整体变化趋势和理论分析相同,但是与仿真得到的结果不同。在低欺信比时, MVDR 算法处理后的欺骗抑制比小于 0,这是因为在暗室中的欺骗信号来向和真实信号来向的夹角较小,使得式(29)中的 $N|\alpha|^2 > 1$,在欺骗来向形成了大约 2 dB 的增益。而仿真中二者夹角较大, $N|\alpha|^2 < 1$,故仿真中的欺骗抑制比在低欺信比时大于 0。此时 MVDR 算法在真实信号来向形成主增益,欺骗信号功率依旧未超过真实信号水平,当欺骗信

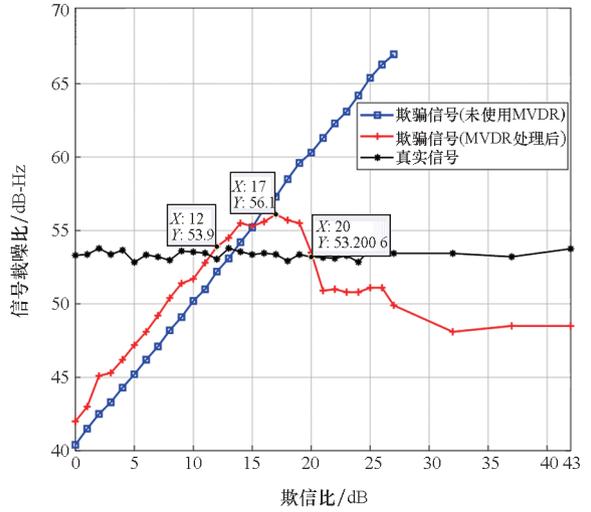


图 12 信号载噪比变化

Fig. 12 Variation of signal carrier noise ratio

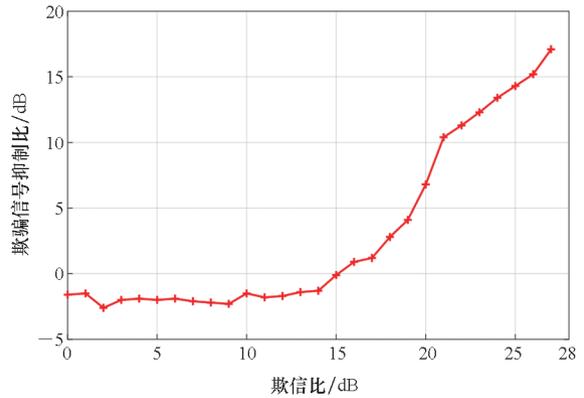


图 13 欺骗抑制比变化

Fig. 13 Variation of deception suppression ratio

号强度超过卫星信号功率(-160 dBW) 15 dB 以上时, MVDR 算法便完成了欺骗信号存在的识别,在欺骗信号来向形成深度零陷,开始抗欺骗处理,随着欺骗干扰信号功率逐渐增加,空域零陷深度不断加深,欺骗信号功率一直维持在低于真实信号水平,抗欺骗处理后欺骗干扰信号载噪比不超过 56 dB-Hz,比真实信号载噪比高出不超过 3 dB。

这验证了在导航欺骗环境中,欺骗信号功率在噪声水平之下时 MVDR 算法依然可以实现抗欺骗的功能,并且可以理论计算出算法处理后欺骗信号的功率。

5 结论

本文对导航系统中 MVDR 算法的抗欺骗性能进行分析,推导出 MVDR 算法处理后的真实期望信号和欺骗信号的功率随输入欺骗信号功率的表达式,针对输出信号功率、载噪比和干扰抑制比等指标来定量衡量 MVDR 算法的性能。通过推

导分析发现:即使到达天线阵口面的欺骗信号功率在噪声水平之下, MVDR 算法依旧可以对其进行抑制,并且在期望信号方向形成增益,使得接收机在低欺信比时,依旧可以收到真实导航信号;在高欺信比时,抑制增强,欺骗信号来向零陷加深,可将欺骗信号抑制到低于真实信号水平之下。并且运用仿真和实测的数据验证了结论的正确性。

本文在理论上阐明了 MVDR 算法在导航系统中仍然具有良好的抗欺骗能力,为天线阵抗欺骗提供了理论支撑,也为后端的信号和信息层面的处理提供了辅助,对于导航对抗中欺骗与反欺骗的实施具有指导意义。

参考文献 (References)

- [1] 干国强. 导航与定位: 现代战争的北斗星[M]. 北京: 国防工业出版社, 2000.
GAN G Q. Navigation and positioning: Beidou star in modern war[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2000. (in Chinese)
- [2] HEIN G W. Status, perspectives and trends of satellite navigation[J]. *Satellite Navigation*, 2020, 1(1): 22.
- [3] DANESHMAND S. GNSS interference mitigation using antenna array processing [D]. Calgary: University of Calgary, 2013.
- [4] VAN TREES H L. Optimal array processing technology [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2008.
- [5] 王永良, 丁前军, 李荣锋. 自适应阵列处理[M]. 北京: 清华大学出版社, 2009.
WANG Y L, DING Q J, LI R F. Adaptive array processing[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2009. (in Chinese)
- [6] LU Z K, NIE J W, CHEN F Q, et al. Adaptive time taps of STAP under channel mismatch for GNSS antenna arrays[J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2017, 66(11): 2813–2824.
- [7] CHEN J, CHEN X L, ZHANG H G, et al. Suppression method for main-lobe interrupted sampling repeater jamming in distributed radar[J]. *IEEE Access*, 2020, 8: 139255–139265.
- [8] DAI X Z, NIE J W, CHEN F Q, et al. Distortionless space-time adaptive processor based on MVDR beamformer for GNSS receiver [J]. *IET Radar, Sonar & Navigation*, 2017, 11(10): 1488–1494.
- [9] 董惠, 郝鹏飞, 王纯, 等. GPS 欺骗式干扰环境下 MVDR 算法的性能分析[J]. *计算机工程与科学*, 2016, 38(11): 2216–2220.
DONG H, HAO P F, WANG C, et al. Performance analysis of MVDR algorithm in GPS deception jamming environment[J]. *Computer Engineering & Science*, 2016, 38(11): 2216–2220. (in Chinese)
- [10] LU Z K, CHEN H M, CHEN F Q, et al. Blind adaptive channel mismatch equalisation method for GNSS antenna arrays[J]. *IET Radar, Sonar & Navigation*, 2018, 12(4): 383–389.
- [11] HAN J, PARK H, KIM B. Simulink model implementation of MVDR adaptive beamformer for GPS anti-jamming [J]. *Journal of Positioning, Navigation, and Timing*, 2020, 9(2): 51–57.
- [12] HAO C H, LIU Y D, WANG X H, et al. A modified anti-jamming method using dual-polarized ellipsoid minimum variance distortionless response to predict the coverage ratio of global positioning system signal[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2021, 21(23): 26839–26847.
- [13] SHAHA S N, ZAINUN A R, MOHAMED I I, et al. Evaluating the impact of SNOIs on SINR and beampattern of MVDR adaptive beamforming algorithm[J]. *Indian Journal of Science and Technology*, 2016, 9(30): 99275–99284.
- [14] ZOLTOWSKI M D. On the performance analysis of the MVDR beamformer in the presence of correlated interference[J]. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 1988, 36(6): 945–947.
- [15] PAN C, CHEN J D, BENESTY J. Performance study of the MVDR beamformer as a function of the source incidence angle[J]. *IEEE/ACM Transactions on Audio, Speech, and Language Processing*, 2014, 22(1): 67–79.
- [16] WAX M, ANU Y. Performance analysis of the minimum variance beamformer in the presence of steering vector errors[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1996, 44(4): 938–947.
- [17] ZHANG L, HUANG L, LI B, et al. Fast-moving jamming suppression for UAV navigation: a minimum dispersion distortionless response beamforming approach [J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2019, 68(8): 7815–7827.
- [18] REDDY V, PAULRAJ A, KAILATH T. Performance analysis of the optimum beamformer in the presence of correlated sources and its behavior under spatial smoothing[J]. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 1987, 35(7): 927–936.
- [19] 谢菊兰, 李会勇, 何子述. 期望信号功率对 MVDR 算法性能的影响分析[J]. *信号处理*, 2015, 31(4): 437–444.
XIE J L, LI H Y, HE Z S. The performance analysis of the MVDR algorithm with the impacted by the desired signal power[J]. *Journal of Signal Processing*, 2015, 31(4): 437–444. (in Chinese)
- [20] MENG W X, KE Y X, LI J, et al. Finite data performance analysis of one-bit MVDR and phase-only MVDR[J]. *Signal Processing*, 2021, 183: 108018.
- [21] LIU J, LIU W J, LIU H W, et al. Performance of the SMI beamformer with signal steering vector errors in heterogeneous environments[J]. *Signal Processing*, 2016, 123: 22–29.
- [22] LIU J, ORLANDO D, ADDABBO P, et al. SINR distribution for the persymmetric SMI beamformer with steering vector mismatches[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2019, 67(5): 1382–1392.
- [23] CHEN Y L, LEE J H. Finite data performance analysis of MVDR antenna array beamformers with diagonal loading[J]. *Progress in Electromagnetics Research*, 2013, 134: 475–507.
- [24] 李雪. 基于博弈论的极化 MIMO 雷达抗干扰技术研究[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2020.
LI X. Study on anti-jamming technology of polarization MIMO radar based on game theory[D]. Xi'an: Xidian University, 2020. (in Chinese)