doi:10.11887/j.cn.202303003

http://journal. nudt. edu. cn

合成双射流冲击平板流场结构与模态分解分析*

邓 雄^{1,2},刘 强²,王秋旺¹,罗振兵²,程 盼²

(1. 西安交通大学 能源与动力工程学院,陕西 西安 710049;2. 国防科技大学 空天科学学院,湖南 长沙 410073)

摘 要:为揭示合成双射流冲击平板流场结构特征,通过大涡模拟方法对合成双射流冲击平板流动进行 了仿真,采用有限时间 Lyapunov 指数方法对流场的拉格朗日涡结构进行了识别,并与欧拉框架下的速度矢量 和涡量结果进行了对比分析。结果表明,在合成双射流两股射流交替作用下,射流核心区涡系结构较为复杂 且涡量丰富,远离核心区存在一对稳定的涡结构,且拉格朗日涡结构与涡量对应较好,为合成双射流冲击冷 却的布局设计提供了指导。另外,流场本征正交分解表明,第一阶模态关于激励器出口中心轴线大致对称, 其能量占总体能量的 35%,前6阶模态的能量占 80%;根据前6阶模态所反映的流场特性,合成双射流冲击 平板流场具有高度的对称性。

关键词:合成双射流;流场结构;大涡模拟;拉格朗日涡结构;本征正交分解 中图分类号:V211 文献标志码:A 开放科学(资源服务)标识码(OSID): 文章编号:1001-2486(2023)03-030-09



Flow field structures and mode decomposition analysis of dual synthetic jets impinging plate

DENG Xiong^{1,2}, LIU Qiang², WANG Qiuwang¹, LUO Zhenbing², CHENG Pan²

(1. School of Energy and Power Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China;

2. College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: To reveal the flow field characteristics of dual synthetic jets impinging plate, the large eddy simulation method was used to numerically study the flow of dual synthetic jets impinging plate. The Lagrangian coherent structure of the flow field was identified on the basis of the finite-time Lyapunov exponents, and the results were compared with the vorticity results in the Euler frame. It is found that the vortex structure of the jet core area of dual synthetic jets is exceeding complex and rich under the alternating action of periodical jets, and there is a pair of stable vortex structure far away from the core. Lagrangian coherent structures are well corresponding to the vorticity, provided guidance for the layout design of dual synthetic jets impingement cooling. Proper orthogonal decomposition analysis is performed on the flow field of dual synthetic jets. The results show that the first-order mode is approximately symmetrical about the central axis of the exit of the actuator, and its energy accounts for 35% of the total energy, and the first 6 modes account for 80%. According to the characteristics of the flow field reflected by the first 6 modes, the flow field of dual synthetic jets impinging plate has a high degree of symmetry.

Keywords: dual synthetic jets; flow field structure; large eddy simulation; Lagrangian coherent structure; proper orthogonal decomposition

射流冲击冷却是流体在一定压差下通过喷孔 高速喷出冲击换热表面进行冷却,其具有较高的 局部换热效率,在内燃机冷却、金属热处理、航空 发动机叶片冷却以及电子器件冷却等领域具有广 泛的应用^[1-2]。合成射流无须流体供应装置和管 路输送系统,通过流场环境本身中的流体来"合 成"周期性的非定常射流,是一种零质量射流技 术^[3]。合成射流的本质是一系列非定常涡结构 的形成、传播和相互作用。涡结构强烈的卷吸作 用和湍流度使得合成射流冲击热表面时,加速了 热边界层不断破坏和重建,能有效强化换热^[4-5], 与传统连续射流冲击冷却相比,相同雷诺数条件 下,其散热量是连续射流的3倍多^[6]。因此,合成 射流在强化换热领域^[7-8],尤其是受限空间电子 器件散热方面,具有较好的应用前景。美国通用 电气公司2012年在拉斯维加斯国际照明展中展 示了采用合成射流与翅片组合冷却技术的 Energy Smart[®] LED 灯泡,被认为是解决 LED 器件散热问

^{*} 收稿日期:2021-07-28

基金项目:国家自然科学基金资助项目(11972369,12202488,11872374);湖湘青年英才资助项目(2021RC3075) 作者简介:邓雄(1984—),男,湖北孝感人,副教授,博士,硕士生导师,E-mail;badi_arg@126.com; 罗振兵(通信作者),男,湖北黄石人,研究员,博士,博士生导师,E-mail;luozhenbing@163.com

题的重大机遇^[9]。

合成双射流技术是一种性能更优的合成射流 技术,其核心作动器结构是两个射流出口、两个腔 体和一个振动膜,振动膜在往复振动过程中不断 地压缩和膨胀两侧腔体内的流体,在两个出口的 剪切作用下交替形成两股相位差为180°的合成 射流,两股射流逐渐向下游传播最终融合成一股 合成双射流^[10-12]。合成双射流除了具有常规合 成射流的优越性能外,能量利用效率和射流频率 都提高了1倍,控制能力和环境适应性更强,而且 合成双射流是两股合成射流融合而成的,其包含 的涡结构更丰富,对于强化换热更有利。另外,合 成双射流冲击冷却具有独特的射流矢量控制特 性,能实现对大面积电子器件的高效、均匀散热和 动态"热点"去除,应用于电子器件散热更具 优势^[13-14]。

合成射流冲击平板属于对流传热范畴,其散 热冷却性能取决于冲击射流的流场特性。因此, 了解合成双射流冲击平板的流场结构,对于认识 其传热机理和强化传热性能至关重要。McGuinn 等[15]采用高速粒子图像测速和热线风速仪研究 了非对称合成射流冲击光滑平板的流场特性,并 根据流场拓扑结构和尾迹流强度,将冲击合成射 流随斯托克斯数的增加分为四个不同区。Xu 和 Wang^[16-17]通过激光诱导荧光和粒子图像测速方 法研究了合成射流涡环撞击平板的流场结构演化 过程,揭示了斯托克数和雷诺数对合成射流涡环 冲击平板的影响。Greco 等^[18]研究了斯特罗哈数 和冲击距离对合成射流冲击流场的影响,得出斯 特努哈数反映了涡环强度和尾迹流强度的相对大 小,冲击距离主导涡环发展和固壁引起的逆压梯 度。Silva-Llanca 等^[19-20]分析了合成射流涡动力 学特性,揭示了合成射流冲击冷却强化换热机制。 Zhao 等^[21]采用锁相粒子图像测速技术研究了矩 形出口合成射流体流场结构的演化过程,获得了 三维涡结构和表征流体与壁面相互作用的扫掠涡 结构。Lü 等^[22]研究了活塞式合成射流冲击平板 的传热性能,分析了花瓣型、弧形射流出口的数量 和长宽比对冲击换热的影响。

本文采用大涡模拟方法对合成双射流冲击平 板进行数值模拟,基于有限时间 Lyapunov 指数方 法对其流场的拉格朗日涡系结构进行识别,并结 合本征正交分解方法,分析流场的模态特征,为合 成双射流冲击冷却布局设计和机理研究奠定 基础。

1 计算模型与处理方法

1.1 计算模型

本文采用大涡模拟方法进行数值计算分析, 亚 格子模型为 Smagorinsky-Lily 模型, 离散格式采用 PISO(pressure implicit with splitting of operators), 时间项采用二阶 Crank-Nicolson 格式进行推进求 解, 压力项和对流项分别采用二阶空间离散格式 和具有三阶精度的 MUSCL 格式。图1为合成双 射流冲击平板物理计算模型二维示意图。顶部为 冲击面,由于本文着重于对流场结构进行研究, 不 考虑冲击散热特性, 因而设置为绝热无滑移壁面。 下部为合成双射流激励器, 其压电陶瓷膜直径为 0.046 m, 两出口宽为 0.002 m、深 0.004 m, 出口 间隔0.005 m。坐标原点设为膜片的底部, 以膜 片振动方向为 x 方向, 垂直方向为 y 方向。



Fig. 1 Computational model

采用准二维假设,即在三维展向方向上对网格进行拉伸计算,计算域的长宽高分别取 109 mm×5 mm×30 mm。对于上部计算域,开展 了三组不同数量的网格进行验证,分别是粗网格 (501×11×251)、中等网格(601×11×301)和细 网格(601×11×351),并对壁面和出口附近进行 局部加密。图2给出了三组网格下时均流场中左 侧出口中心线上的速度分布。从图中可以看出, 对于粗网格,其在冲击面附近的速度值偏低,而中 等网格和细网格的速度曲线能够很好地吻合。考 虑计算代价,采用中等网格开展研究,总网格数约 200万。所用计算方法已在参考文献[23]得到了 充分验证。式(1)给定激励器左右膜片速度入口 条件:

$$\begin{cases} u_{\text{left}} = 1.304\ 35\sin(200 \times \pi \times t + \pi) \\ u_{\text{right}} = 1.304\ 35\sin(200 \times \pi \times t) \end{cases}$$
(1)

即激励器驱动频率为100 Hz。计算域顶部为平板, 四个侧面给定压力出口边界条件,下边界采用无滑 移固壁条件,数值计算时间步长取2×10⁻⁵ s。





1.2 有限时间 Lyapunov 指数方法

涡系结构的识别与分析手段较多,总的来说, 分为基于欧拉体系和拉格朗日体系两种辨识方 法。欧拉体系下涡结构的提取分析是基于当地速 度梯度张量,要求具有较高空间分辨精度的三维 速度场,并且具有一定的当地性,在物理客观性方 面存在一定的问题。拉格朗日体系的涡结构辨识 是以流体质点在流场中对流特性的时间积分为研 究对象,而不是使用速度梯度张量,有限时间 Lyapunov 指数(finite-time Lyapunov exponents, FTLE)方法^[24-26]即是其中一种。

FTLE 方法是在给定点和给定时间测量有限 时间间隔内附近流体粒子轨迹的最大指数散度。 粒子的初始位置为 $x(t_0)$,任意时刻 $T + t_0$ 的位置 可以表达为 $\varphi_{t_0}^{t_0+T}(x): x(t_0) \rightarrow x(t_0 + T)$,则 FTLE 为:

$$\sigma_{\iota_0}^T = \frac{1}{|T|} \ln \left\| \frac{\mathrm{d}\varphi_{\iota_0}^{\iota_0 + T}(x)}{\mathrm{d}x} \right\| \tag{2}$$

其最大线性指数增长率即为流体粒子最大的轨迹 拉伸率。

1.3 本征正交分解方法

本 征 正 文 分 解 (proper orthogonal decomposition, POD)的原理是在优化目标场变量 均方差的基础上提取模态,是一种有效的识别显 性特征和时间的方法。近些年,POD 方法已在合

成射流流场分析中得到了广泛的应用,如合成射 流控制圆柱绕流后驻点的涡旋分析^[27]、受合成射 流激励的后台阶分离流分析^[28]、合成双射流流场 特征结构^[29]等。

考虑到物理量 $\Omega \in \mathbb{R}^2$ 存在边界 $\partial \Omega$,假定有以下随时空变化的目标场 $u(x,t) \in L^2(\Omega)$,POD 的基本思想则是在有限集中寻找一组最优正交基 $a_i(t) 和 \phi_i(x)$ 来表示目标场^[30],即

$$u(x,t) = \sum_{i=1}^{N} a_i(t)\phi_i(x)$$
 (3)

式中, $\phi_i(x)$ 是空间模态, $a_i(t)$ 是与每个空间模态 对应的时间系数。寻找最优正交基的问题可以进 一步转化为求解目标场矩阵的 N 个特征值问题, 也就是 Meyer 等发展的 snapshots POD 方法^[31]。 该方法将 N 个时间所对应的目标场(速度或者压 力)信息构建为矩阵,求解目标场的自协方差矩 阵的特征值,则可求出 POD 的最优分解。

2 结果与讨论

2.1 合成双射流冲击平板流场特性

为了清晰地认知合成双射流冲击平板的流场 特性,图3给出了其时间平均流场。由图可见,整 个流场大致关于激励器两出口中心轴线呈反对称 分布,两侧均存在一对正负涡。激励器两出口(*x* 为-0.0045~-0.0025m和0.0025~0.0045m) 附近的流动比较明显,由于两出口同时产生的是 相位差为180°的两股射流,即一出口"吹程"对应 另一出口的"吸程",则射流会受到卷吸作用而向 两出口中心轴线偏移。





图 4 给出了合成双射流冲击平板流动一个 周期内 8 个不同相位下的流线与展向涡量 ω_z 云 图,图中以激励器左出口的涡结构刚从出口处 脱落的时刻作为 0°相位。在相位 $\Phi = 0$ °时,激 励器振动膜向左收缩,左侧腔体内的流体受到 压缩形成射流,射流在出口剪切作用下形成涡 对并脱落;随着时间的推移,射流涡逐渐向下游迁

• 33 •

移(Φ=45°),同时受激励器右侧出口的"吸程" 作用,整体涡结构略向右侧倾斜;在Φ=90°时激 励器左侧腔体处于最大压缩状态,对腔内流体的 压缩量也达到最大;此后振动膜逐渐向右运动,左 侧腔体压缩量逐渐减小但仍处于压缩状态,射流 涡持续向下游迁移(Φ=135°);在Φ=180°相位 点,振动膜回到中间位置并开始向右收缩,激励器 右侧腔体开始压缩,射流涡即将在右侧出口脱落; 射流涡将经历与左侧射流涡同样的过程(Φ= 225°,Φ=270°,Φ=315°),而左侧射流涡在自诱 导速度下进一步向下游发展并在平板附近分解为



(d) $\Phi = 135^{\circ}$





许多小结构涡,此时合成双射流冲击平板完成一 个周期。

由图4还可见,在远离合成双射流冲击平板 核心区左右两侧分别存在一个稳定的涡,而核心 区的涡结构极其复杂,不同结构大小的射流涡相 互掺混,并随着时间不断迁移;且在合成双射流激 励器工作过程中,核心区平板附近不断有涡的融 合与破碎,加强了气流的掺混,对于强化换热十分 有利。

2.2 拉格朗日流场结构

对计算得到的合成双射流冲击平板等时间间 隔速度场计算向后向积分的 FTLE,积分时长为 T = 0.01 s,时间间隔为 t = 0.02 ms,得到 FTLE 场 随时间的变化。

将激励器一个工作周期分为8个相位点,如 图 5 所示是 FTLE 场在一个周期内随时间的变化 情况。同样取激励器左出口(x 为 - 0.004 5 ~ -0.0025m)射流涡即将脱落时刻为0°相位,右 出口(x为0.0025~0.0045m)射流涡即将脱落 时刻为180°相位。在 $\Phi = 0$ °时,激励器振动膜开 始向左侧运动,其左侧腔体开始处于压缩状态,射 流涡从左出口脱落;随着振动膜继续向左运动,激 励器左侧腔体压缩量持续增大,射流涡继续向下 游迁移($\phi = 45^{\circ}$);在 $\phi = 90^{\circ}$ 时刻,激励器左侧腔 体处于最大压缩状态,同样右侧腔体处于最大扩 张状态,受激励器右出口的"吸程"影响,射流向 右侧偏移;此后,振动膜开始右侧运动,直到位于 激励器腔体中心($\Phi = 180^{\circ}$),在此过程中射流涡 继续向下游迁移并略向右侧偏移;在 Φ =180°时 刻,激励器右侧出口开始有射流涡脱落,射流涡经 历与左侧射流涡相同的经历($\Phi = 225^{\circ}, \Phi =$ 270°, Φ = 315°),不断向下游迁移的过程中略向 左侧偏移;而此前激励器左侧出口产生的射流涡 在此过程中,继续向平板迁移,不断发生融合与 破碎。

在激励器一个工作周期内,前半周期和后半 周期,在远离其射流核心区的左右区域,皆存在一 个较稳定的涡系结构。射流核心区的涡系结构较 为复杂,尤其在平板附近,涡的迁移与融合破碎较 为频繁。在激励器的工作过程中,激励器出口产 生的射流涡不断迁移到平板附近,射流核心区平 板附近的涡则向两侧迁移,破碎融入两侧的稳定 涡系中。由图5可见,合成双射流所产生的涡系 结构丰富,变化迅速,流场中的气流存在大量的掺 混与快速运动。

上述结果表明,图 5 利用拉格朗日体系下的 FTLE 方法对流场涡系结构的识别能与图 4 中的 涡量云图很好地对应,证实了 FTLE 识别方法的 客观性与识别精度。









2.3 POD 结果分析

为了更深入地了解合成双射流冲击平板流场的结构特征,采用 POD 方法对流场进行模态分解,将激励器的一个工作周期等分为 500 个相位点,取三个工作周期作为原始流场数据,共1 500 个流场"快照"数据。

图 6 是前 30 阶模态的相对能量和累积能量 结果。模态 1 占据了总能量的 35%,前 6 阶模态 占据大约 80% 的能量,剩余较少的能量分散在其 余的模态中。这是由于 POD 是基于特征值大小 (也就是能量高低)对分解得到的模态进行降阶 排序,大尺度的旋涡结构能量较高,对应的特征值 大,也就占据了前几阶模态,小尺度的、破碎的涡 结构则表征在后面的低阶模态中。

由于前6阶模态的能量贡献率达到了80% 左右,图7给出了流场经过POD分解后的前6阶 模态。结果表明,模态1关于激励器两出口中心 轴线大致呈对称分布,主要展现了由两股射流相







互卷吸干扰在流场中形成的大尺度涡结构;模态 2 和模态 3 则主要展现了激励器两出口附近的涡 结构,且左右出口分别交叉存在一对正负涡,关于 出口中心轴线呈反对称分布,这是由于激励器左 右出口工作相位差为 180°,"吹程"和"吸程"交叉 进行;模态 4 和模态 6 则主要体现了流场中结构 相对较小的涡结构,且与模态 1 大致相似,关于两 出口中心轴线大致呈对称分布;模态 5 展现了射 流经出口喷射出去后继续向下游迁移发展的 现象。

POD 分解的本质就是对不同特征流动依据 其含能大小进行降阶排序,而涡结构的能量往往 与涡结构的空间尺度呈正相关。根据图7模态分 解的结果来看,模态1和模态2中的涡结构尺度 较大且相对集中;而随着射流向下游迁移发展并



· 36 ·





与壁面发生冲击作用,大尺度的涡结构由于黏性 耗散和冲击作用逐渐破碎分解为能量较低的小尺 度涡结构,且分布更加分散,其随着能量水平的减 小逐步呈现在后几阶模态中。

图 8 给出了前 6 阶模态的时间系数功率谱。 前 2 阶模态时间系数的功率谱密度值比后 4 阶要 高一个数量级,前 2 阶体现了流场的主要特征,后 4 阶是对流场的细节补充。模态 1 的时间系数的 频率为 50 Hz,是激励器工作频率的一半,这是因 为模态 1 主要体现流场中的大尺度涡结构,冲击 平板距离激励器出口较近,受冲击平板的影响,流 场中的大尺度涡结构的变化没有随激励器的工作 周期瞬时响应,而是变化相对较慢,前一个工作周 期射流的影响持续时间较长,而后 4 阶模态则出 现了二阶谐频。





根据 POD 分解结果,合成双射流冲击平板流 场的大尺度含能涡系结构主要是在两股射流卷吸 与相互作用较强的射流核心区以及激励器出口附 近,流场中涡结构大致关于激励器出口中心轴线 呈对称或者反对称分布,表明合成双射流的流场 具有高度的对称性。

3 结论

采用大涡模拟方法对合成双射流冲击平板流 动进行了数值模拟,基于 FTLE 方法对流场的拉 格朗日涡结构进行了识别,并对流场开展了本征 正交分析,得出以下结论:

1)在合成双射流冲击平板过程中,激励器左 右出口进行周期性"吸吹"工作过程,射流核心区 尤其平板附近涡结构较为复杂,左右两侧远离核 心区域存在稳定的尺度较大的涡结构,核心区复 杂的涡结构与已发表研究结果^[32]一致;

 2)利用 FTLE 方法识别的拉格朗日涡结构能 较清晰地反映流场的涡系结构特性与演化特性, 且能与涡量较好对应;

3)POD 分析结果表明,模态1占据总能量的 35%,前6阶模态占据了大约总能量的80%,模 态阶数越高,所表征的流动结构尺度越小;

4) POD 分解结果的前6阶模态所反映的流 场特性,表明合成双射流冲击平板的流场具有高 度的对称性,该结果与已发表研究^[33]一致。

研究结果进一步加深了对合成双射流冲击平 板流动特性的了解,为下一步开展散热特性以及 合成喷雾流场特性的研究奠定了基础。

参考文献(References)

- [1] CARLOMAGNO G M, IANIRO A. Thermo-fluid-dynamics of submerged jets impinging at short nozzle-to-plate distance: a review[J]. Experimental Thermal and Fluid Science, 2014, 58:15-35.
- [2] WANG L, FENG L H, XU Y, et al. Experimental investigation on flow characteristics and unsteady heat transfer of noncircular impinging synthetic jets [J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2022, 190: 122760.
- [3] SMITH B L, GLEZER A. The formation and evolution of synthetic jets[J]. Physics of Fluids, 1998, 10(9): 2281 – 2297.
- [4] LYU Y W, ZHAO Y D, ZHANG J D, et al. Large eddy simulation of temperature-variation effect of impinging planar lobed synthetic jet on flat plate and the semi-cylindrical concave plate[J]. International Journal of Thermal Sciences, 2023, 184: 107981.
- [5] BHAPKAR U S, MISHRA A, YADAV H, et al. Effect of orifice shape on impinging synthetic jet [J]. Physics of Fluids, 2022, 34(8): 085111.
- [6] PAVLOVA A, AMITAY M. Electronic cooling using synthetic jet impingement [J]. Journal of Heat Transfer, 2006, 128(9): 897-907.
- [7] QIU Y L, HU W J, WU C J, et al. Flow and heat transfer characteristics in a microchannel with a circular synthetic jet[J]. International Journal of Thermal Sciences, 2021,

164:106911.

- [8] GRECO C S, PAOLILLO G, IANIRO A, et al. Effects of the stroke length and nozzle-to-plate distance on synthetic jet impingement heat transfer [J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2018, 117: 1019-1031.
- [9] BOLVAR. 散热技术的又一次革命,GE 推出 DCJ 双压电散热技术[EB/OL]. (2012-12-14)[2021-06-08]. https://www.expreview.com/22777.html.
 BOLVAR. Another revolution in cooling technology, GE launches dual piezoelectric cooling technology [EB/OL]. (2012-12-14)[2021-06-08]. https://www.expreview.com/22777.html. (in Chinese)
- [10] 罗振兵,夏智勋,邓雄,等.合成双射流及其流动控制技术研究进展[J].空气动力学学报,2017,35(2):252-264,251.
 LUO Z B, XIA Z X, DENG X, et al. Research progress of dual synthetic jets and its flow control technology[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2017, 35(2):252-264,251. (in Chinese)
- [11] LUO Z B, XIA Z, LIU B. New generation of synthetic jet actuators[J]. AIAA Journal, 2006, 44(10): 2418 – 2420.
- [12] 刘强. 新型合成双射流工作特性及其超声速边界层流动 控制研究[D]. 长沙:国防科技大学,2018.
 LIU Q. Investigations on the characteristics of novel dual synthetic jet and its applications on supersonic boundary layer flow control[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2018. (in Chinese)
- [13] DENG X, DONG Z F, LIU Q, et al. Dual synthetic jets actuator and its applications—part Ⅲ: impingement flow field and cooling characteristics of vectoring dual synthetic jets[J]. Actuators, 2022, 11(12): 376.
- [14] DENG X, LUO Z B, XIA Z X, et al. Experimental investigation on the flow regime and impingement heat transfer of dual synthetic jet [J]. International Journal of Thermal Sciences, 2019, 145: 105864.
- [15] MCGUINN A, FARRELLY R, PERSOONS T, et al. Flow regime characterization of an impinging axisymmetric synthetic jet[J]. Experimental Thermal and Fluid Science, 2013, 47: 241-251.
- [16] XU Y, WANG J J. Flow structure evolution for laminar vortex rings impinging onto a fixed solid wall [J]. Experimental Thermal and Fluid Science, 2016, 75: 211-219.
- [17] XU Y, WANG J J. Digital particle image velocimetry study on parameter influence on the behavior of impinging synthetic jets[J]. Experimental Thermal and Fluid Science, 2019, 100: 11-32.
- [18] GRECO C S, CARDONE G, SORIA J. On the behaviour of impinging zero-net-mass-flux jets [J]. Journal of Fluid Mechanics, 2017, 810: 25 - 59.
- [19] SILVA-LLANCA L, D'ALENÇON J P, ORTEGA A. Vortex dynamics-driven heat transfer and flow regime assessment in a turbulent impinging synthetic jet[J]. International Journal of Thermal Sciences, 2017, 121: 278 - 293.
- [20] SILVA-LLANCA L, ORTEGA A. Vortex dynamics and mechanisms of heat transfer enhancement in synthetic jet impingement[J]. International Journal of Thermal Sciences, 2017, 112: 153 - 164.
- [21] ZHAO Z, DING J F, SHI S X, et al. Volumetric flow characterization of a rectangular orifice impinging synthetic jet with single-camera light-field PIV[J]. Experimental Thermal

and Fluid Science, 2021, 123: 110327.

- [22] LYU Y W, ZHANG J Z, TAN J W, et al. Impingement heat transfer on flat and concave surfaces by piston-driven synthetic jet from planar lobed orifice[J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2021, 167: 120832.
- [23] LIU Q, LUO Z B, DENG X, et al. Numerical investigation on flow field characteristics of dual synthetic cold/hot jets using POD and DMD methods[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2020, 33(1): 73 – 87.
- [24] 潘翀, 王晋军, 张草. 湍流边界层 Lagrangian 拟序结构的 辨识[J]. 中国科学(G辑:物理学力学天文学), 2009, 39(4): 627-636.
 PAN C, WANG J J, ZHANG C. Identification of Lagrangian

coherent structure in turbulent boundary layer [J]. Science in China (Series G: Physics, Mechanics & Astronomy), 2009, 39(4): 627-636. (in Chinese)

- [25] SHADDEN S C, DABIRI J O, MARSDEN J E. Lagrangian analysis of fluid transport in empirical vortex ring flows [J]. Physics of Fluids, 2006, 18(4): 047105.
- [26] 刘强,罗振兵,邓雄,等. 超声速湍流边界层湍流统计与 湍流结构分析[J]. 气体物理, 2021, 6(3): 30-42.
 LIU Q, LUO Z B, DENG X, et al. Turbulence statistics and structures of a supersonic boundary layer by direct numerical simulation[J]. Physics of Gases, 2021, 6(3): 30-42. (in Chinese)
- [27] FENG L H, WANG JJ, PAN C. Proper orthogonal decomposition analysis of vortex dynamics of a circular cylinder under synthetic jet control [J]. Physics of Fluids,

2011, 23(1): 014106.

- [28] 李卓越,白宏磊,高南. 基于 POD 的受激励后向台阶分 高流低阶模型[J]. 气体物理, 2017, 2(3):33-43.
 LI Z Y, BAI H L, GAO N. Reduced order models of forced flow over a backward facing step based on POD method[J].
 Physics of Gases, 2017, 2(3):33-43. (in Chinese)
- [29] 刘强,罗振兵,邓雄,等. 基于 POD 方法的合成双射流流 场模态分析[J]. 空气动力学学报,2020,38(6):1027-1033,1046.
 LIU Q, LUO Z B, DENG X, et al. Modal analysis of dual synthetic jets based on POD method [J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2020, 38(6):1027-1033,1046. (in Chinese)
- ZHANG Y S, HODZIC A, EVRARD F, et al. Phase proper orthogonal decomposition of non-stationary turbulent flow[J].
 Physics of Fluids, 2023, 35(4): 045109.
- [31] MEYER K E, PEDERSEN J M, ÖZCAN O. A turbulent jet in crossflow analysed with proper orthogonal decomposition [J]. Journal of Fluid Mechanics, 2007, 583: 199 – 227.
- [32] KIM K, POKHAREL P, YEOM T. Enhancing forcedconvection heat transfer of a channel surface with synthetic jet impingement [J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2022, 190: 122770.
- [33] 邓雄. 合成双射流矢量控制特性及其强化换热应用研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 2015.
 DENG X. Research on vector-controlling characteristic of dual synthetic jets and its applications in heat transfer enhancement[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2015. (in Chinese)