

## 多子带雷达信号融合噪声抑制方法\*

蒋伊琳<sup>1,2</sup>, 唐三强<sup>1,2</sup>, 陆满君<sup>3</sup>, 张莉婷<sup>1,2</sup>

(1. 哈尔滨工程大学信息与通信工程学院, 黑龙江 哈尔滨 150001;

2. 哈尔滨工程大学先进船舶通信与信息技术工业和信息化部重点实验室, 黑龙江 哈尔滨 150001;

3. 上海无线电设备研究所, 上海 200000)

**摘要:**全极点模型对信号构建线性模型,通过对模型进行定阶和计算可以得到估计信号的各个参数,从而实现信号预测。子带融合之前需要进行相干处理,可以通过相干函数等方式解决。root-MUSIC算法在低信噪比环境中极点选择并不稳健,会导致模型在阶数上判断错误。为解决全极点模型方法中子带融合在信噪比低时模型阶数估计不准的问题,提出一种噪声抑制方法。对信号Hankel矩阵的主对角奇异值矩阵加权处理,以消除噪声分量,并利用整体前向预测矩阵得到整体频段极点值与极点幅值,由此估计出低信噪比时的多子带融合信号。结果表明所提方法在仿真环境下,在信噪比-20 dB至10 dB时,相较于传统极点模型方案具有更好的估计结果。

**关键词:**多子带融合;噪声抑制;全极点模型;整体预测

**中图分类号:**TN95 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2023)03-161-10

## Noise suppression method for multi-subband radar signal fusion

JIANG Yilin<sup>1,2</sup>, TANG Sanqiang<sup>1,2</sup>, LU Manjun<sup>3</sup>, ZHANG Liting<sup>1,2</sup>

(1. College of Information and Communication Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China;

2. Key Laboratory of Advanced Marine Communication and Information Technology of the Ministry of Industry and Information Technology, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China; 3. Shanghai Radio Equipment Institute, Shanghai 200000, China)

**Abstract:** All-pole model constructs a linear model of signal, and various parameters of the estimated signal can be obtained by fixing the order of the model and calculating it, so as to realize signal prediction. Before sub-band fusion, coherence processing is required and can be solved by means of coherence function and so on. Since the root-MUSIC algorithm is not robust in pole selection in a low signal-to-noise ratio environment, it will cause the model to judge the order incorrectly. In order to solve the problem that the order estimation of subband fusion is inaccurate when the signal-to-noise ratio is low in the all-pole model, a noise suppression method was proposed. The main diagonal singular value matrix of Hankel matrix was weighted to eliminate the noise component, and the overall forward prediction matrix was used to obtain the pole value and pole amplitude of the multi-subband fusion signal, so that the multi-subband fusion signal at low signal-to-noise ratio was estimated. The results show that the proposed method has better estimation results than the traditional pole-model scheme when the signal-to-noise ratio is -20 dB to 10 dB in simulation environment.

**Keywords:** multi-subband fusion; noise suppression; all-pole model; overall forecast

受硬件限制,单一子带系统观测的频带范围受到限制,回波所含目标信息有限,由这些信息反演所得到的图像分辨率也相应受到制约。为了提高距离分辨率需要提高信号带宽,而受制于Nyquist采样定理这将导致发射、接收系统更加复杂,给系统硬件实现增加了很大的难度。随着雷达技术和信息处理技术的发展,为了克服单一子带的局限,多子带融合技术的综合使用逐渐成为

一种趋势<sup>[1]</sup>。

多子带融合的本质是外推预测高低子带之间的空余频段<sup>[2]</sup>。传统的多频段融合方法可以分为两类:

第一类是非参数方法,不需要目标的先验信息。文献[3]提出了放大间隙数据幅度和相位估计(gapped-data amplitude and phase estimation, GAPES)方法。该方法采用最小二乘法迭代估计

\* 收稿日期:2021-06-24

**基金项目:**国家自然科学基金资助项目(62071137);装发重点基金资助项目(6140415010102);中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(3072021CF0816)

**作者简介:**蒋伊琳(1980—),男,黑龙江哈尔滨人,副教授,博士,硕士生导师,E-mail:jiangyilin@hrbeu.edu.cn;  
唐三强(通信作者),男,湖北荆州人,硕士,E-mail:tangsanqiang@hrbeu.edu.cn

未知频谱。仿真和实测数据证实了该方法的有效性,但不适当的初始化可能会使该方法陷入局部最优。文献[4]将不同雷达的相位偏差建模为线性相位和恒定相位。该方法采用全相位快速傅里叶变换(all-phase fast Fourier transform, apFFT)对脉冲压缩后的图像进行相关处理,估计恒定相位和线性相位,但是,apFFT 脉冲压缩方式失去了信号初相信息,只能显示小角度范围内的相位信息,在面对大角度相位差距时,会出现跨距离窗现象,造成估计误差。文献[5]提出了一种以稀疏表示为基础的融合算法,通过相干补偿与高分辨率成像相结合的方法来补偿非相干相位,获得高分辨率的逆合成孔径雷达融合图像。

第二类是参数化方法,建立参数化模型,求解相关参数。与非参数方法相比,参数化方法利用了丰富的先验信息,具有更优越的性能。文献[6]提出了一种基于全极点模型的融合方法。该方法分别为较低和较高子带建立前向预测矩阵,然后采用奇异值分解和 Akaike 信息准则(Akaike information criterion, AIC)估计极点数,并采用最小二乘法求解模型参数。补偿相位偏移后,得到积分频率信号。然而,这种方法在低信噪比下难以确定模型阶数,模型阶数错误对线性模型估计结果会造成极大偏差。文献[7]研究了复合制导体制下多传感器异步信息融合的时间同步和空间配准问题,并提出一种自适应无迹卡尔曼滤波算法,该算法采用预测残差构造状态模型误差统计量,通过自适应因子调整状态模型信息对状态参数估值的贡献,有效控制状态模型噪声异常对状态参数估值的影响。文献[8]提出了一种基于广义似然比(generalized likelihood ratio, GLR)检测的多阶段方法,用于使用稀疏子带测量数据估计目标距离像。文献[9]采用 root-MUSIC 算法和最小二乘法估计非相干相位(incoherent phase, ICP),然后利用相干处理对不同雷达之间的 ICP 进行补偿,成功合成了四种光子雷达的雷达回波。文献[10]提出了一种复杂噪声环境下的多雷达子带融合新算法,该算法基于噪声概率密度函数,引入惩罚函数来抑制不同类型的噪声。文献[11]提出了一种基于改进 RELAX 算法的多频带融合方法,该算法将最大差分准则应用于回波 Hankel 矩阵的奇异值,以提高计算散射中心数的精度。文献[12]提出了一种基于合成实矩阵奇异值的模型阶数估计方法,合成数据矩阵包括复杂观测数据及其共轭数据,充分利用了现有数据信息,该方法比传统的基于复杂观测数据矩阵

的模型阶数估计方法有更好的效果,可以在较低的信噪比下估计模型阶数。文献[13]提出了一种基于多输出变量高斯过程模型的多波段图像融合方法。

本文为了解决全极点模型在低信噪比下模型阶数不准、性能较差的问题,将一种噪声抑制方法引入模型,通过在建立模型过程中对信号 Hankel 矩阵主奇异值各分量加权和归置等方法,达到抑制噪声的目的,并采用整体前向预测矩阵对全极点模型参数进行整体估计,从而减少计算量。

## 1 噪声抑制方法

针对文献[6]在低信噪比情况下的不足进行改进,有效提高低信噪比条件下模型参数的估计精度。

将雷达回波信号与发射信号共轭相乘可以得到基带信号,其频率分量与目标上散射中心之间的相对距离成比例。对基带信号进行采样和逆傅里叶变换,以提供目标的距离分辨轮廓。靠近雷达的散射中心具有随频率衰减的散射振幅,而远离雷达的散射中心具有随频率增加的散射振幅。以如下基带信号  $s(n)$  [14] 为例:

$$s(n) = \sum_{k=1}^m A_k \left( \frac{f_n}{f_k} \right)^{a_m} e^{i\theta_m n} \quad (1)$$

其中:  $A_k$  表示散射点散射强度;  $f_k$  表示子带起始频率;  $f_n = f_k + n \cdot \Delta f$ ,  $n \in [0, N_k)$ ,  $N_k$  为频率步进数;  $a_m$  表示第  $m$  个散射中心类型;  $\theta_m$  表示第  $m$  个散射点的角度。在带宽不是很宽时可以将式(1)表示为全极点模型[15]。以信号  $s_1$  为例抑制噪声,首先构建如式(2)所示 Hankel 矩阵:

$$\mathbf{H}_1 = \begin{bmatrix} s_0 & s_1 & \cdots & s_{L_1-1} \\ s_1 & s_2 & \cdots & s_{L_1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ s_{N_1-L_1} & s_{N_1-L_1+1} & \cdots & s_{N_1-1} \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中,  $L_1$  表示相关窗长度, Hankel 矩阵与线性时不变系统的瞬态响应相关联。子空间分解方法利用 Hankel 矩阵的特征结构来估计线性时不变信号模型的参数[16]。为得到精确的模型参数,通常采用  $L_1 = N_1/3$ , 当  $L_1$  较大时虽然能得到更好的分辨率,但是对噪声的适应能力较弱。

对  $\mathbf{H}_1$  矩阵进行奇异值分解[17], 得到式(3):

$$\mathbf{H}_1 = \mathbf{U}_1 \begin{bmatrix} \mathbf{S}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{V}_1^H \quad (3)$$

式中:  $\mathbf{U}_1$  和  $\mathbf{V}_1$  为酉矩阵,  $\mathbf{V}_1^H$  为  $\mathbf{V}_1$  的共轭转置;  $\mathbf{S}_1$  为奇异值矩阵,是个对角矩阵,如式(4)所示。

$$S_1 = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_r) \quad (4)$$

其中,  $\sigma_i (i = 1, 2, \dots, r)$  为矩阵  $H_1$  的所有奇异值, 且  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_r \geq 0$ , 即  $S_1$  为奇异值依次减小的对角矩阵。根据奇异值分解原理, 分解后得到奇异值依次减小的对角奇异值矩阵  $S_1$ 。其中  $\sigma_i (i = 1, 2, \dots, r)$  代表不同的信号分量。通常接近于零的较小的  $\sigma_i$  代表噪声分量, 较大的  $\sigma_i$  代表目标散射点分量。将噪声分量对应的  $\sigma_i$  根据需要取一个较小值或者归置为零, 即可实现对噪声的抑制。如此可以得到新的对角奇异值  $S'_1$ 。

再重构恢复出  $H'_1$  矩阵:

$$H'_1 = U_1 \begin{bmatrix} S'_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} V_1^H \quad (5)$$

利用式(5), 对矩阵  $H'_1$  求取矩阵  $H'_1$  的反对角线元素的平均, 即可重构出抑制噪声后的雷达信号序列:

$$s'_1(n) = \frac{1}{m_n} \sum H'_1(i, j) \quad (6)$$

$$n = 1, 2, \dots, N; i + j - 1 = n$$

其中,  $m_n$  为求解的第  $n$  点时  $H'_1$  矩阵中的反对角线上元素个数, 即符合  $i + j - 1 = n$  的  $H'_1(i, j)$  元素个数,  $\sum H'_1(i, j)$  表示每次对矩阵  $H'_1$  的反对角线元素求和。

奇异值分解法抑制噪声的步骤总结如下:

- 1) 将雷达回波信号序列  $s(n)$  重排成 Hankel 矩阵;
- 2) 对 Hankel 矩阵进行奇异值分解, 即  $H = USV^H$ , 得到奇异值对角矩阵  $S$ ;
- 3) 根据奇异值跟踪目标和噪声等不同信号分量, 然后将噪声分量对应的奇异值归置, 即为抑制噪声, 得到新的奇异值对角矩阵  $S'$ ;
- 4) 用新的奇异值对角矩阵  $S'$  重构  $H'$  矩阵,  $H' = US'V^H$ ;
- 5) 将重构的  $H'$  矩阵再进行重排, 得到抑制噪声后的信号序列  $s'(n)$ 。

在实际多子带融合过程中, 只需对 Hankel 矩阵进行加权和对噪声分量进行归置即可, 不用再恢复出抑制噪声后的信号序列, 这里是为了将噪声抑制后信号与原信号进行对比。

## 2 多子带融合方法

超宽带处理要求每个子带具有一致的频谱信号, 即每个子带的全极点模型必须一致。当子带测量值由独立工作的宽带雷达收集时, 会出现互相干问题。本文应用相干函数的方法补偿任意数

量的子带之间缺乏一致性的问题。

全极点模型是一种用指数函数近似幂指函数的方法, 其原理是通过线性模型参数估计逼近非线性信号, 算法整体流程如图 1 所示。

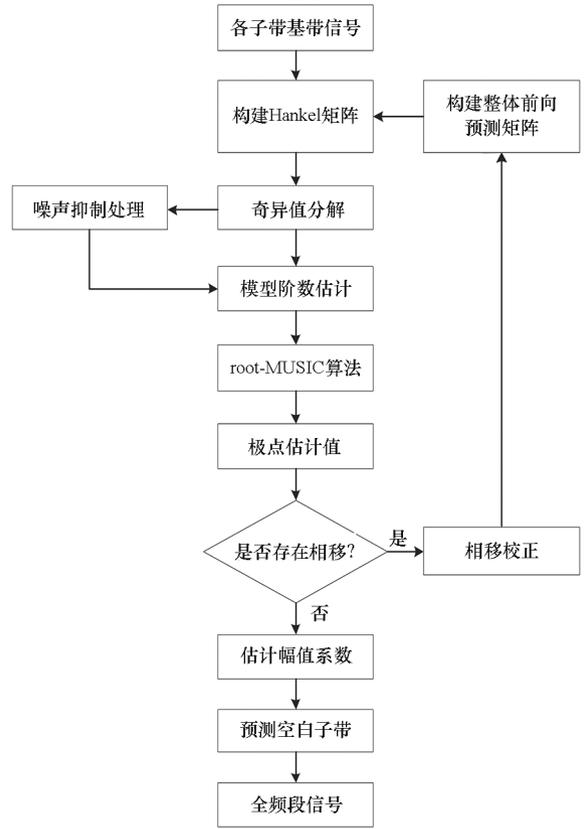


图 1 算法整体流程

Fig. 1 Overall algorithm flow chart

可以将式(1)表示的基带信号表示为如下所示的全极点模型:

$$M(f_n) = \sum_{k=1}^P a_k p_k^n, n = 0, 1, \dots, N - 1 \quad (7)$$

其中,  $P$  表示极点数目,  $a_k$  表示极点幅值系数,  $p_k$  表示模型的极点。通过将单独的全极点模型拟合到每个子带, 并调整模型直到它们一致, 可以使子带相互一致。

设计多部同视角观测的独立工作的雷达为例, 其起始频率为  $f_i (i = 1, 2, \dots, n)$ , 频率步进数分别为  $N_i (i = 1, 2, \dots, n)$ , 各子带表示为  $s_i$ 。根据式(2)构建各子带的 Hankel 矩阵:

$$\begin{cases} H_1 \\ H_2 \\ \vdots \\ H_i \end{cases} \quad (8)$$

为了估计各个子带的全极点模型参数, 对各个子带的 Hankel 矩阵按式(3)进行奇异值分解, 得到:

$$\mathbf{H}_i = \mathbf{U}_i \mathbf{S}_i \mathbf{V}_i^H \quad (9)$$

通过分解  $\mathbf{H}_i$ , 可以通过以下四步过程来估计每个子带的全极点模型参数:

**步骤 1:** 根据奇异值矩阵  $\mathbf{S}_i$  估计各个子带的模型阶数  $P_i$ 。

**步骤 2:**  $P_i$  将  $\mathbf{V}_i$  划分为相互正交的信号子空间和噪声子空间。利用 root-MUSIC 算法估计每个子带的信号极点。

**步骤 3:** 根据最小线性二乘拟合来确定全极点模型的幅值系数。

**步骤 4:** 根据极点值与极点幅值系数调整各个子带互相干。

在步骤 1 中,  $\mathbf{S}_i$  中的奇异值用于估计两个子带的适当模型阶数。相对较大的奇异值对应于强信号分量, 而较小的奇异值通常对应于噪声。对于低噪声水平, 在大的和小的奇异值之间有一个急剧的转变, 如图 2 所示。这个转变点可以用来估计模型阶数。但是在较高的噪声水平下, 从大奇异值到小奇异值的过渡是非常平滑的, 因此在低信噪比环境下精确估计模型阶次会相当困难。

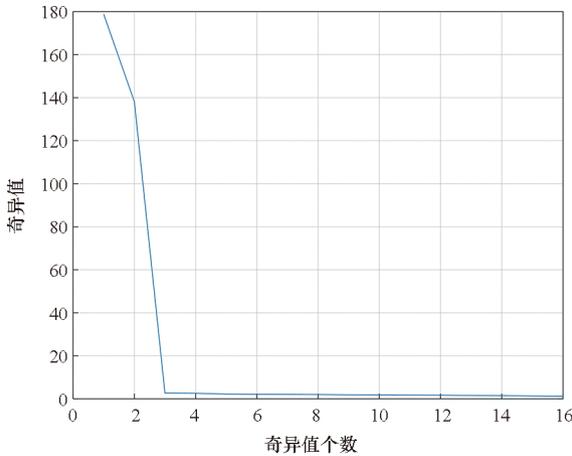


图 2 主对角奇异值曲线

Fig. 2 Main diagonal singular value curve

估计模型的方法有很多, 其中比较经典的方法有采用 AIC 和最终预测误差 (final prediction error, FPE) 准则等, 本文采用一种归一化比值法进行模型估计。设  $\sigma_i (i=1, 2, \dots, m)$  为矩阵  $\mathbf{S}$  的奇异值, 且有  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_m = 0$ , 定义归一化比值为

$$\rho(k) = \frac{\|\mathbf{S}^k\|_F}{\|\mathbf{A}\|} = \left( \frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \dots + \sigma_k^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \dots + \sigma_m^2} \right)^{1/2}, 1 \leq k \leq h \quad (10)$$

预先设定一个阈值 (如 0.990), 当  $p$  是  $\rho(k)$  的值大于或等于该阈值的最小整数的时候, 即可

认为在矩阵的奇异值中, 前  $p$  个为主要奇异值, 即对应于强的信号成分的奇异值, 而后面的奇异值即为次奇异值, 对应于噪声奇异值, 从而可以将  $p$  定为该信号模型的阶数。

当各个子带模型  $P_i$  被估计后, 可以进行步骤 2, 将  $\mathbf{V}_i$  划分为相互正交的信号子空间和噪声子空间, 表示为  $\mathbf{V}_i = [\mathbf{V}_i^n \quad \mathbf{V}_i^o]$ 。这样分解以后,  $\mathbf{V}_i^n$  有  $P_i$  列, 噪声子空间的矩阵有  $L_i - P_i$  列 ( $L_i$  为对应子带所加相关窗的长度)。用各子带信号子空间生成矩阵  $\mathbf{A}_i$ :

$$\mathbf{A}_i = \mathbf{V}_i^n (\mathbf{V}_i^n)^H \quad (11)$$

$\mathbf{A}_i$  的第一行为  $\mathbf{d}_{ij}$ , 表示各个子带的第一行的  $j$  个元素, 构成如下多项式:

$$\mathbf{A}_i(z) = \sum_{k=1}^{L_i} \mathbf{d}_{ij} z^{k-1} \quad (12)$$

$\mathbf{A}_i(z)$  的根即为各子带的极点值。一般来讲, 信号模型的变化会导致极点在复平面上偏离单位圆, 但是在每个子带上, 这个变化会非常小, 所以可以认定主导信号成分的极点更靠近单位圆。于是可以选取最靠近单位圆的  $P_i$  个点作为各个子带的极点, 得到  $\mathbf{p}_i = [p_1, p_2, \dots, p_{P_i}]$ 。

根据步骤 3 估计各子带的全极点幅值系数, 可以归结为一个线性最小二乘问题, 根据式 (13) 即可得到各子带极点幅值系数。

$$\begin{bmatrix} a_{i1} \\ a_{i2} \\ \vdots \\ a_{iP_i} \end{bmatrix} = (\bar{\mathbf{P}}^H \bar{\mathbf{P}})^{-1} \bar{\mathbf{P}}^H \begin{bmatrix} s_i(0) \\ s_i(1) \\ \vdots \\ s_i(N_i - 1) \end{bmatrix} \quad (13)$$

其中:  $[a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{iP_i}]^T$  表示各子带极点幅值系数;  $[s_i(0), s_i(1), \dots, s_i(N_i - 1)]^T$  为信号  $s_i$  构建的信号向量;  $\bar{\mathbf{P}}$  为  $P_i$  个极点生成的 Vandermonde 矩阵, 即

$$\bar{\mathbf{P}} = \begin{bmatrix} p_1^0 & p_2^0 & \dots & p_{P_i}^0 \\ p_1^1 & p_2^1 & \dots & p_{P_i}^1 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ p_1^{N_i-1} & p_2^{N_i-1} & \dots & p_{P_i}^{N_i-1} \end{bmatrix}$$

随后可以根据式 (7) 表示各个子带的值  $M_i(f_n)$ , 根据步骤 4 调整各个子带至互相干位置, 根据相干函数

$$C = \sum_{n=0}^{N_i-1} |BM_i(f_n) e^{i\Delta\theta n} - M_{i+1}(f_n)|^2 \quad (14)$$

可以得到极点旋转角度  $\Delta\theta$  和复振幅稀疏  $B$  的最小值。于是, 较低子带数据可以由式 (15) 给出的互相干数据代替:

$$\tilde{s}_i(n) = Bs_i(n) e^{i\Delta\omega n} \quad (15)$$

这样就完成了各个子带的互相干。在完成各个子带互相干之后,可以进行多子带融合步骤,各子带可以看作根据目标散射点格式由多个正弦波叠加的混合信号,如图 3 所示。

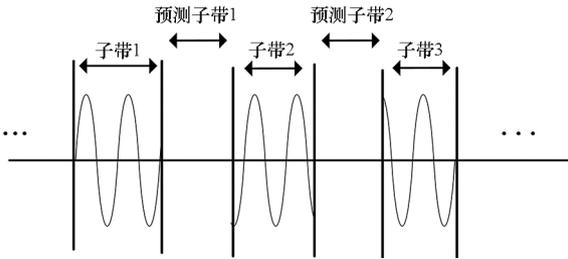


图 3 多子带信号示意图

Fig. 3 Schematic diagram of multi-subband signal

根据 Cuomo 等<sup>[6]</sup>提出的全极点模型,提出一种计算更加简便的方式:将多个子带的 Hankel 矩阵叠加,根据一个 Hankel 矩阵计算出各个子带需要预测频段的参数,根据将要进行预测的所用子带的 Hankel 矩阵构建整体前向预测矩阵:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1 \\ \mathbf{H}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{H}_i \end{bmatrix} \quad (16)$$

根据整体前向预测矩阵可以直接求解得到多子带融合信号的极点值和极点幅值,相较于两两子带构造预测矩阵可以减少很大的运算量。按照式(9)进行奇异值分解,得到  $\mathbf{U}$ 、 $\mathbf{S}$ 、 $\mathbf{V}$  矩阵。然后按照步骤 1~3 进行计算,得到整体极点值与极点幅值系数。

根据式(7)即可求出预测子带的值,得到全频段信号子带表示如式(17)所示:

$$s(n) = \begin{cases} s_1(n), n \in [0, N_1) \\ M_1(f_n), n \in [N_1, N_1 + N_{m1}) \\ s_2(n), n \in [N_1 + N_{m1}, N_1 + N_2 + N_{m1}) \\ M_2(f_n), n \in [N_1 + N_2 + N_{m1}, N_1 + N_2 + N_{m1} + N_{m2}) \\ \vdots \\ M_{n-1}(f_n), n \in [\sum_{i=1}^{n-1} N_i + \sum_{i=1}^{n-2} N_{mi}, \sum_{i=1}^{n-1} (N_i + N_{mi}) \\ s_n(n), n \in [\sum_{i=1}^{n-1} (N_i + N_{mi}), \sum_{i=1}^n N_i + \sum_{i=1}^{n-1} N_{mi}) \end{cases} \quad (17)$$

其中,  $N_i$  表示各子带频点数,  $N_{mi}$  表示待预测子带频点数。这样就可以得到一个由多子带融合而成的全频段子带。

### 3 实例仿真

以三段子带信号为例,其起始频率分别为  $f_1, f_2, f_3$ , 频率步进数分别为  $N_1, N_2, N_3$ , 高低子带的跳频间隔均为  $\Delta f$ , 其中  $f_2 = f_1 + \Delta B_1, f_3 = f_2 + \Delta B_2, \Delta B > \Delta f \cdot N_1, \Delta B$  为高子带与低子带起始频率间隔。根据式(1)以两个散射点目标为例,按表 1 的各子带数据参数进行实验得到各子带信号  $s_1, s_2, s_3$ 。

表 1 各子带数据参数

Tab. 1 Data parameters of each subband

子带	起始频率/ GHz	频率步 进数	跳频间隔/ MHZ
子带 1	8	50	20
子带 2	10	50	20
子带 3	12	50	20

设  $s_1(n) = 7 \left(\frac{f_n}{f_k}\right)^{-1} e^{imn/4} + 8 \left(\frac{f_n}{f_k}\right)^1 e^{imn/3}$ 。首

先以  $s_1$  为例,对信号进行噪声抑制,为  $s_1$  分别加入高斯白噪声,信噪比分别为 10 dB、-10 dB、-15 dB、-20 dB。根据式(2)构建 Hankel 矩阵,然后对 Hankel 矩阵进行奇异值分解得到主对角奇异值矩阵  $\mathbf{S}_1$ ,得到含噪主对角奇异值如图 4 所示。

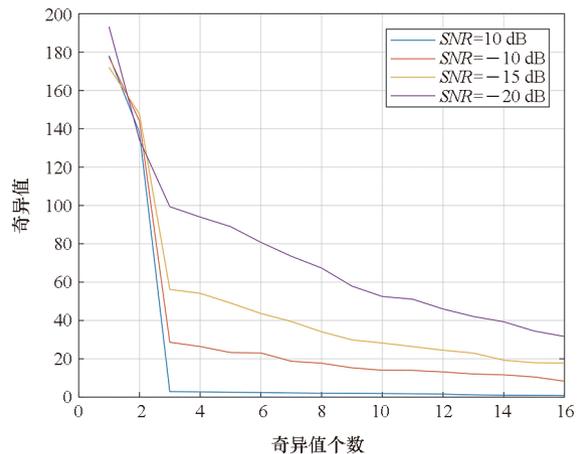


图 4 降噪前主对角奇异值

Fig. 4 Singular value of main diagonal before noise reduction

当信噪比越低时,奇异值曲线逐渐趋于平滑,对模型精度会有一定影响。对主对角奇异值矩阵按第 2 节中方法对  $SNR = -15$  dB 和  $SNR = -20$  dB 的信号进行噪声抑制处理,将噪声分量归置为零或是极小值,对目标主分量乘以权重。得

到噪声抑制后的对角奇异值如图 5 所示。

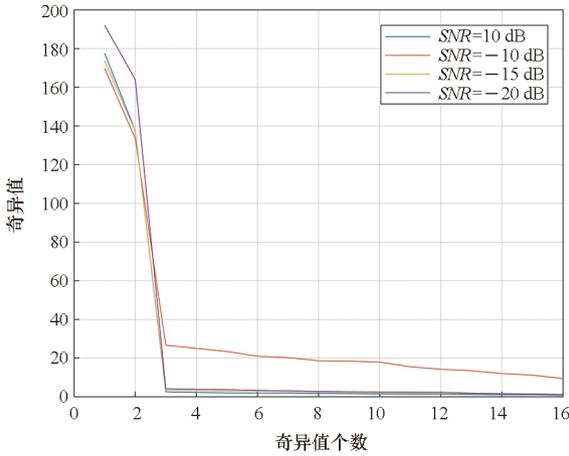
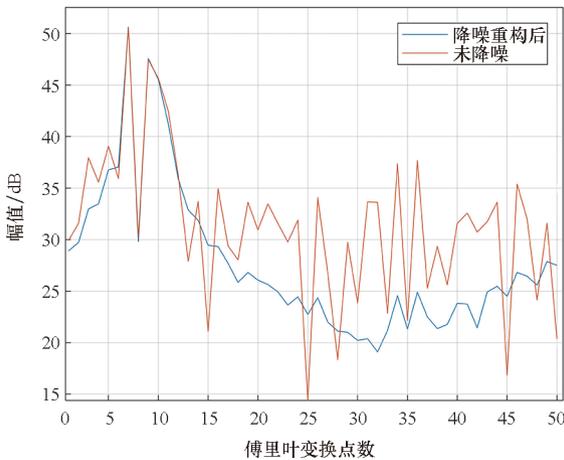


图 5 噪声抑制后的主对角奇异值

Fig. 5 Singular value of main diagonal after noise suppression

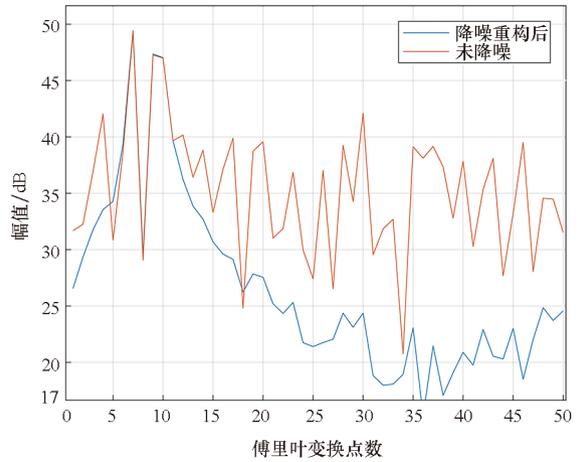
噪声抑制后的  $SNR = -15$  dB 与  $SNR = -20$  dB 信号主对角奇异值与  $SNR = 10$  dB 基本重合,且噪声分量低于  $SNR = -10$  dB。根据式(5)重构 Hankel 矩阵,然后根据式(6)重构信号。对重构后的信号进行傅里叶变换得到距离包络,如图 6 所示。根据图 6 可知在距离方向上噪声抑制明显,达到 10 dB 以上。

为验证算法可靠性,选取  $SNR = -15$  dB 进行 100 次蒙特卡罗实验,并计算均方根误差 (root mean square error, RMSE),结果如图 7 所示。从图 7(a)中看出,以信噪比为 10 dB 的信号脉压值为真值,100 次实验均方根误差在 0 ~ 10 dB 范围内浮动,即可认为该算法在噪声抑制方面具有可靠性。为验证在信噪比范围内算法的可行性,选取信噪比范围  $-20 \sim 10$  dB,对每个信噪比取值都进行 100 次蒙特卡罗实验,并以信噪比为 10 dB



(a)  $SNR = -15$  dB 噪声抑制后信号距离包络

(a)  $SNR = -15$  dB signal distance envelope after noise suppression



(b)  $SNR = -20$  dB 噪声抑制后信号距离包络

(b)  $SNR = -20$  dB signal distance envelope after noise suppression

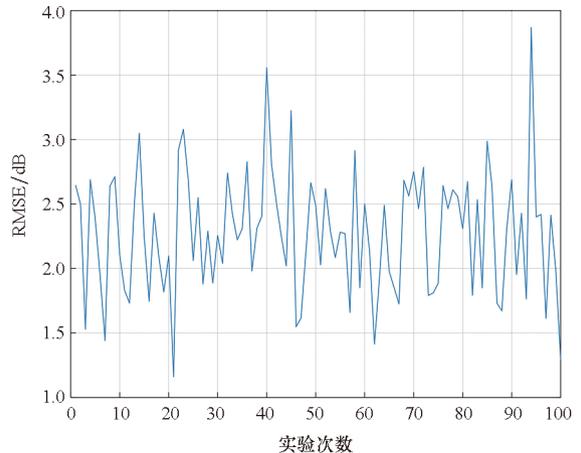
图 6 噪声抑制前后信号距离包络

Fig. 6 Signal distance envelope before and after noise suppression

的信号脉压值为真值,计算 100 次实验的 RMSE 平均值。由图 7(b)可知,各信噪比在噪声抑制处理后相较于 10 dB 信噪比都有所减小,且与信噪比成反比,即算法在各信噪比情况下都有适用性和可靠性。

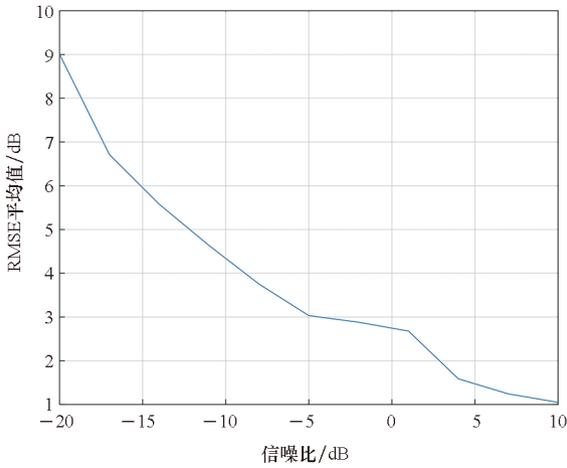
下面进行信号相干处理,以  $s_1$  为基准,给子带 2 乘以极点旋转角度  $\Delta\theta_1 = \frac{\pi}{6}$  和复振幅稀疏  $A_1 = 1.2$ ,给子带 3 乘以极点旋转角度  $\Delta\theta_2 = \frac{\pi}{9}$  和复振幅稀疏  $A_2 = 1.2$ 。

按照第 2 节中步骤 1 和步骤 2 进行计算得到各子带极点值,可以观察噪声抑制前的极点分布,如图 8 所示。在没有抑制噪声时,低信噪比情况下,极点值不能准确估计。



(a) 100 次实验的均方根误差

(a) Root mean square error of 100 experiments



(b) 信噪比 -20 ~ 10 dB 的 100 次实验的均方根误差平均值

(b) The average root mean square error of 100 experiments with a signal-to-noise ratio range of -20 ~ 10 dB

图7 蒙特卡罗实验

Fig.7 Monte Carlo experiment

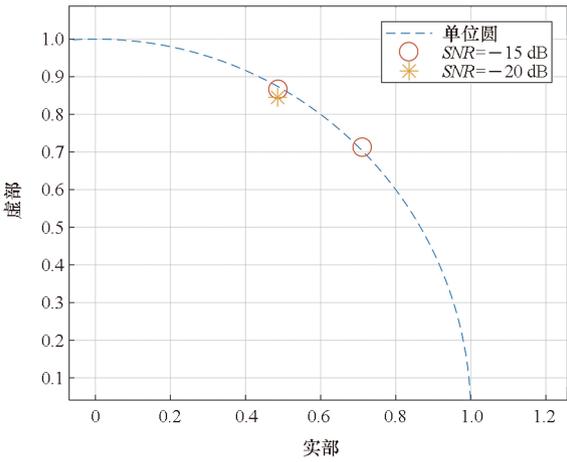
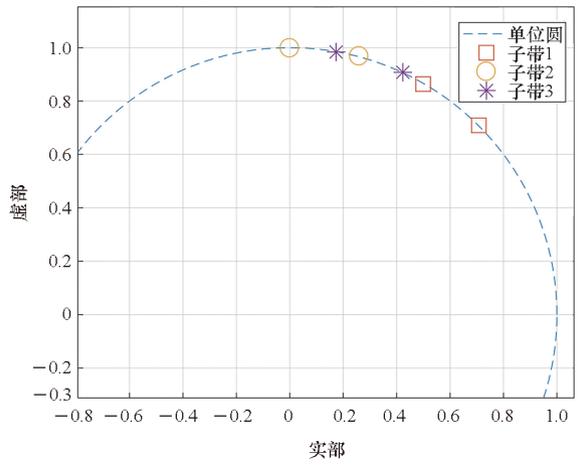


图8 噪声抑制前子带1极点分布

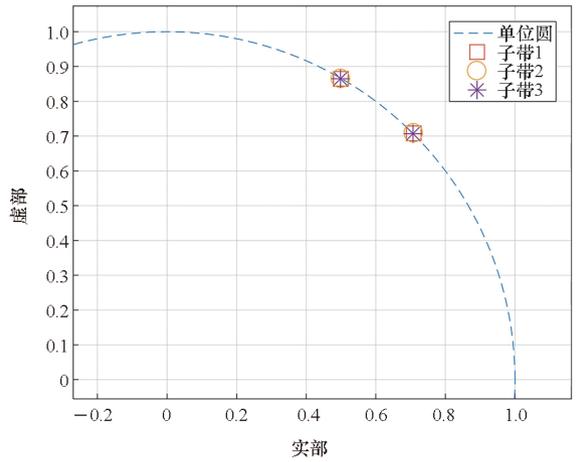
Fig.8 Subband 1 pole distribution before noise suppression

各子带未相干前极点分布并不能重合,在单位圆上存在角度偏差,在距离包络也有一定差距,如图9(a)、(c)所示,值与 $\Delta\theta_1$ 与 $\Delta\theta_2$ 一致。完成极点值计算后,按照第2节中步骤3进行极点幅值计算,即可根据式(7)得到子带估计值,根据相干函数即可估计极点旋转角度和复振幅系数值。根据式(15)完成各子带相干,得到相干后的极点分布如图9(b)、(d)所示。对比各子带距离包络,未相干时各子带距离包络无法对齐,相干后各子带距离包络保持一致。



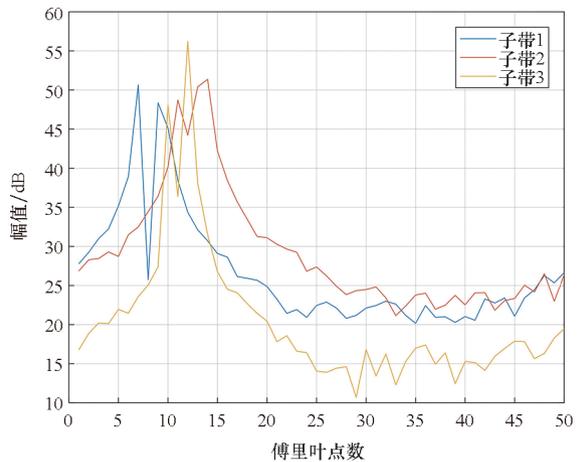
(a) 噪声抑制后各子带极点分布(未相干)

(a) Distribution of poles of each sub-band after noise suppression (not coherent)



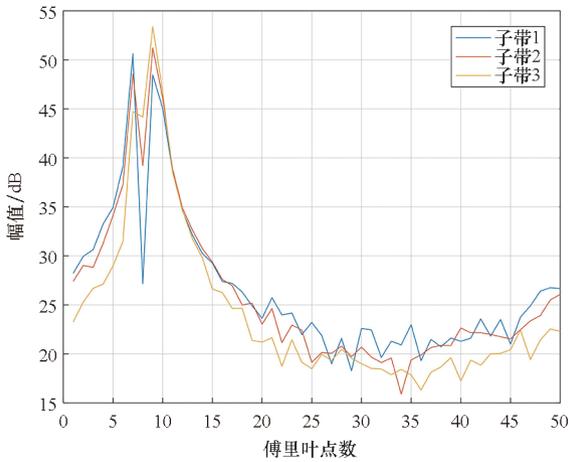
(b) 噪声抑制后各子带极点分布(相干后)

(b) Distribution of poles of each sub-band after noise suppression (After coherent)



(c) 未相干各子带距离包络

(c) Unrelated subband distance envelope



(d) 相干后各子带距离包络

(d) Related subband distance envelope

图 9 相干前后各子带极点分布与距离包络

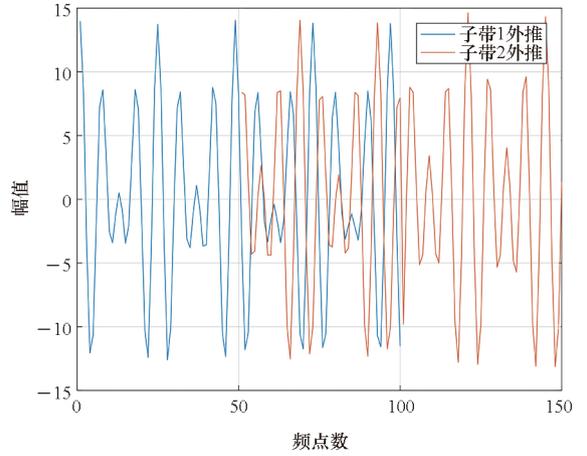
Fig. 9 Pole distribution and distance envelope of each subband before and after coherence

完成相干后即可对各子带根据式 (16) 构建整体全极点模型前向预测矩阵,再根据第 2 节中步骤 1、2、3 进行计算,得到整体极点值与极点幅值系数。然后根据式 (7),按照式 (17) 子带形式进行外推,即可得到全频段信号。若不进行相干处理,两子带外推信号将在频域上不重合,融合信号会在距离包络上产生分量。未相干直接对子带 1 和子带 2 进行外推,结果如图 10(a) 所示;相干后子带 1 与子带 2 的外推信号在频域上重合,不会产生多余的距离分量,如图 10(b) 所示。

最终可以获得一个合成宽带信号,当由多个子带融合而成时,信号带宽变大。根据距离分辨单元公式(式中  $c$  为光速, $B$  为信号带宽)

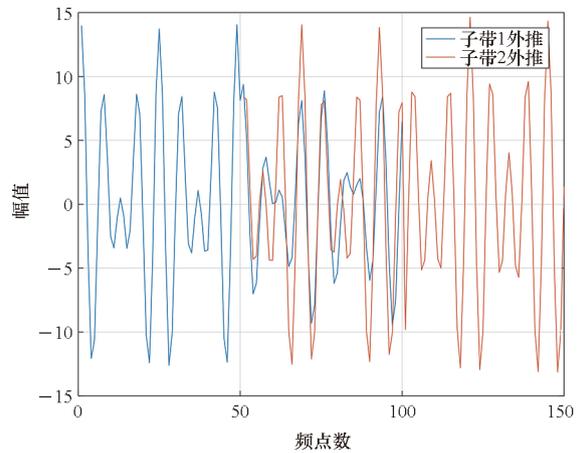
$$\rho_r = \frac{c}{2B} \quad (18)$$

信号带宽与距离分辨单元成反比,带宽越大,能分辨的最小距离单元越小,距离分辨率越高。



(a) 未相干子带 1 与子带 2 外推

(a) Extrapolation of uncorrelated subband 1 and subband 2



(b) 相干后子带 1 与子带 2 外推

(b) Extrapolation of correlated subband 1 and subband 2

图 10 相干前后子带 1 与子带 2 外推

Fig. 10 Extrapolation of subband 1 and subband 2 before and after coherence

多频段融合合成宽带信号如图 11 所示。由图可知,合成信号与原始信号之间的误差很小,这样拓展带宽后,一些不能分辨的距离也能分辨出。

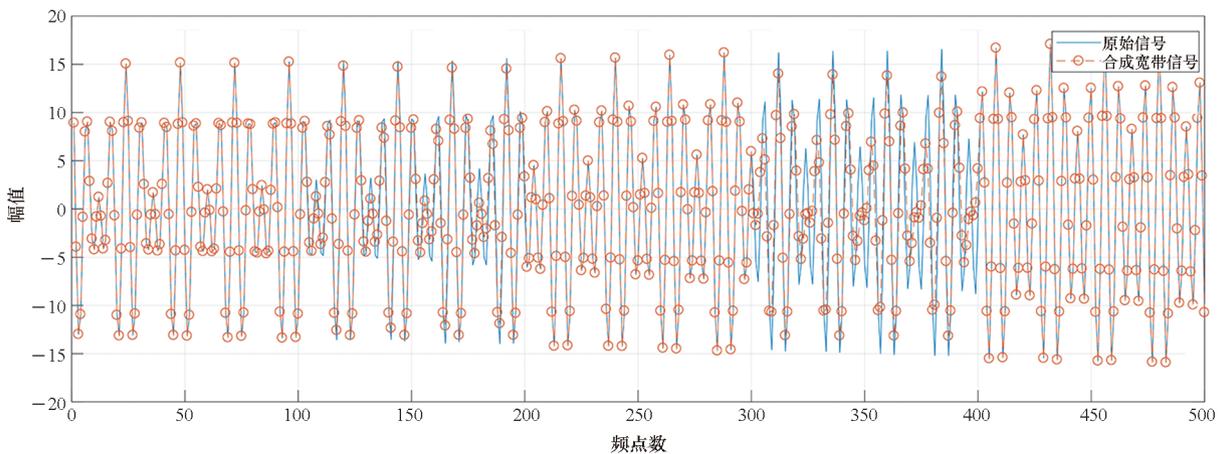


图 11 多频段融合合成宽带信号

Fig. 11 Multi-band fusion synthesis of broadband signals

通过蒙特卡罗实验,对  $-30 \sim 20$  dB 范围内信噪比进行 100 次实验并取无噪声信号为真值计算 RMSE 的平均值。与不进行噪声抑制直接使用算法进行子带融合相比,进行噪声抑制后,子带模型更加精确,如图 12 所示。

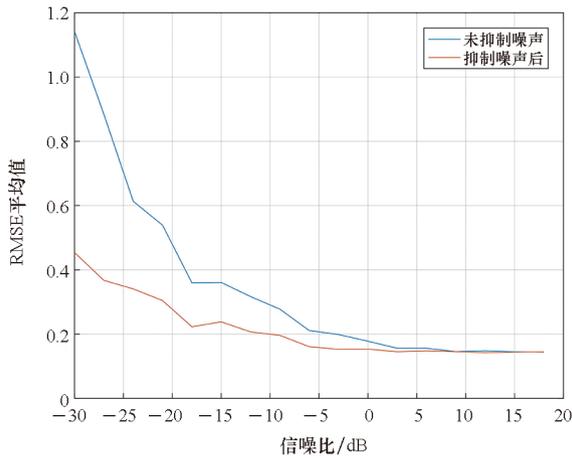


图 12 合成宽带信号蒙特卡罗实验 RMSE

Fig. 12 Monte Carlo experiment RMSE for synthesizing broadband signal

## 4 结论

通过上述实验结果可知,通过在全极点模型中对 Hankel 矩阵进行奇异值分解这一运算过程中,加入噪声抑制处理,对主对角奇异值进行加权、对噪声分量进行归置,可以大大减弱噪声在全极点模型的模型阶数中对精度的影响,且能更加准确地获得信号检测结果,仿真实验中对信噪比抑制能达到 10 dB 以上。

在抑制噪声之后,对全极点模型各参数计算更加精确。利用整体全极点模型前向预测矩阵可以将已经相干后的子带直接求得多子带融合信号的极点值与极点幅值系数,减小运算重复量。

## 参考文献 (References)

[1] BAI X R, ZHOU F, WANG Q, et al. Sparse subband imaging of space targets in high-speed motion [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2013, 51(7): 4144 - 4154.

[2] 李建阳, 常文革, 王亮, 等. 机载 UWB SAR 实时信号处理算法研究 [J]. 国防科技大学学报, 2010, 32(1): 57 - 62.

LI J Y, CHANG W G, WANG L, et al. Real-time processing of airborne ultra-wide band SAR [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2010, 32(1): 57 - 62. (in Chinese)

[3] LARSSON E G, STOICA P, LI J. Amplitude spectrum estimation for two-dimensional gapped data [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2002, 50(6): 1343 - 1354.

[4] TIAN J H, SUN J P, WANG G H, et al. Multiband radar signal coherent fusion processing with IAA and apFFT [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2013, 20(5): 463 - 466.

[5] ZHU X X, LIU L M, GUO B F, et al. Coherent compensation and high-resolution technology of multi-band inverse synthetic aperture radar fusion imaging [J]. IET Radar, Sonar & Navigation, 2021, 15(2): 167 - 180.

[6] CUOMO K M, PIOU J E, MAYHAN J T. Ultra-wideband coherent processing [J]. The Lincoln Laboratory Journal, 1997, 10(2): 203 - 222.

[7] 韦道知, 赵岩, 黄树彩, 等. 复合导引头多源异步信息融合精确拦截算法 [J]. 国防科技大学学报, 2016, 38(3): 154 - 159.

WEI D Z, ZHAO Y, HUANG S C, et al. Precise interception method of multi-source asynchronous information fusion for combined seeker [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2016, 38(3): 154 - 159. (in Chinese)

[8] GHASEMI M, SHEIKHI A, PISHROW M M. Multiple radar subbands fusion technique based on generalized likelihood ratio test [J]. Physical Communication, 2021, 46: 101331.

[9] ZHU X, ZHANG F Z, GAO B D, et al. High-resolution detection by multiband fusion of photonics-based radars [C]// Proceedings of Photonics & Electromagnetics Research Symposium (PIERS), 2021: 794 - 800.

[10] ZHANG Y, WANG T J, ZHAO H P, et al. Multiple radar subbands fusion algorithm based on support vector regression in complex noise environment [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2018, 66(1): 381 - 392.

[11] JIANG W, LIU J W, YANG J Y, et al. A novel multiband fusion method based on a modified relax algorithm for high-resolution and anti-non-Gaussian colored clutter microwave imaging [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2021, 60: 1 - 12.

[12] XIONG D, WANG J, CHEN Z, et al. Improving the accuracy of model order estimation in multiband signal fusion [C]// Proceedings of IET International Radar Conference (IET IRC 2020), 2020: 1707 - 1710.

[13] LONGMAN F S, MIHAYLOVA L, YANG L, et al. Multi-band image fusion using Gaussian process regression with sparse rational quadratic kernel [C]// Proceedings of 22nd International Conference on Information Fusion (FUSION), 2019.

[14] 田彪, 刘洋, 徐世友, 等. 基于几何绕射理论模型高精度参数估计的多频带合成成像 [J]. 电子与信息学报, 2013, 35(7): 1532 - 1539.

TIAN B, LIU Y, XU S Y, et al. Multi-band fusion imaging based on high precision parameter estimation of geometrical theory of diffraction model [J]. Journal of Electronics &

- Information Technology, 2013, 35 (7): 1532 – 1539. (in Chinese)
- [15] 高勋章. 基于高阶统计量的雷达目标高分辨成像研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 2004.
- GAO X Z. High resolution radar imaging based on higher-order statistics[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2004. (in Chinese)
- [16] KUNG S Y, ARUN K S, BHASKAR RAO D V. State-space and singular-value decomposition-based approximation methods for the harmonic retrieval problem[J]. Journal of the Optical Society of America, 1983, 73(12): 1799 – 1811.
- [17] 雷达, 钟诗胜. 基于奇异值分解和经验模态分解的航空发动机健康信号降噪[J]. 吉林大学学报(工学版), 2013, 43(3): 764 – 770.
- LEI D, ZHONG S S. Aircraft engine health signal denoising based on singular value decomposition and empirical mode decomposition methods [J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 2013, 43 (3): 764 – 770. (in Chinese)