

# 航空轮胎用橡胶弹性体 Mullins 效应动态加载方法\*

苗应刚,殷建平,杜文轩

(西北工业大学 航空学院, 陕西 西安 710072)

**摘要:**航空轮胎用橡胶弹性体在服役过程中遭受严苛的动态循环工况。为了研究弹性体在此工况下的力学响应特征和损伤机理,提出基于应力波作用的 Mullins 效应动态加载实验方法。根据应力波传导与作用特征,采用 Hopkinson 压杆加载思路,设计和配置了各单元尺寸参数,进而搭建可用于橡胶弹性体材料动态循环加载的实验系统,并开展了航空轮胎用丁苯橡胶的动态循环加载试验。基于试验信号分析发现:加载系统实现了弹性体材料 Mullins 效应动态应变递增的试验加载。最后开展加载测试参数的影响因素分析,结果表明通过优化系统各单元可实现 Mullins 效应的动态加、卸载参数的控制。

**关键词:**动态加载;应力波;弹性体;Mullins 效应;Hopkinson 杆

**中图分类号:**TQ330.7 **文献标志码:**A **开放科学(资源服务)标识码(OSID):**

**文章编号:**1001-2486(2023)04-109-06



与作者互动  
听语音  
聊科研

## Dynamic loading technology for Mullins effect of rubber elastomer used in aeronautical tires

MIAO Yinggang, YIN Jianping, DU Wenxuan

(School of Aeronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

**Abstract:** The rubber elastomers, widely used in aeronautical tires, are subject to experience severe dynamic cycling loading during their engineering service. In order to obtain their mechanical characteristics and potential damage mechanisms under those conditions, a dynamic loading methodology was proposed for performing Mullins effect experiments based on stress wave loading. According to the characteristics of stress wave propagation, the dimension parameters of each unit were designed and configured on the basis of Hopkinson pressure bar principle. An experimental system was then built for rubber elastomer materials, and the dynamic cyclic behavior of styrene-butadiene rubber used in tires was obtained. The analyses on the experimental original signals demonstrated that the system can obtain the increasing maximum strain during each cycle, which manifested the system can achieve the dynamic loading of Mullins effect for elastomer. Finally, the loading system specifications were discussed for obtaining controllable loading and unloading parameters after finely adjusting system components.

**Keywords:** dynamic loading; stress wave; elastomer; Mullins effect; Hopkinson bar

弹性体,如橡胶、聚脲和聚氨酯等,是具有独特物理性能的一类高分子聚合物,可以表现出超大的弹性变形和大形变可恢复特性<sup>[1]</sup>。其中,作为重要战略物资的橡胶材料,广泛应用于航空航天、汽车工业等领域<sup>[1-2]</sup>。在飞机轮胎用橡胶弹性体服役过程中,周期性压缩—回复—再压缩的循环载荷对橡胶材料力学性能、轮胎结构完整性产生显著影响,例如战斗机起降时轮胎在高速滚动下的动态循环载荷。对这类极端载荷下材料的安全应用研究一直是橡胶科学和工业应用的热点。

目前,弹性体的循环加载力学行为及机理研究多是基于准静态力学加载下马林斯效应实验

(也称 Mullins 效应)开展<sup>[3-4]</sup>。当橡胶等弹性体材料经受增幅准静态循环加载时,获得力学响应而表现为一定特征的损伤或应力软化现象,称之为 Mullins 效应现象;当橡胶经历加载—卸载—再加载循环时,卸载应力和再加载应力要明显低于加载时的应力水平;当再加载超过加载最大应变后,曲线与主曲线重合。轮胎用橡胶弹性体在应用中不可避免遭受着冲击、振动等严苛的动态载荷,这些工况下的力学响应完全不同于准静态响应,均表现为显著的应变率依赖性<sup>[5-7]</sup>;随着加载应变率的增加,材料弹性模量、屈服强度和流动应力等显著增加<sup>[8-10]</sup>。

关于弹性体材料 Mullins 效应的测定,传统方

\* 收稿日期:2023-03-10

基金项目:陕西省国际科技合作计划资助项目(2023-GHZD-12)

作者简介:苗应刚(1983—),男,安徽阜阳人,副教授,博士,硕士生导师,E-mail:ygmiao@nwpu.edu.cn

法是通过力学试验机程序控制来实现试样加载—卸载—再加载—再卸载的循环过程,进而得到弹性体材料循环加—卸载历程的应力—应变曲线<sup>[3-4,11]</sup>。然而在真实服役过程中遭遇的动态循环载荷,如飞机起降时轮胎用橡胶弹性体所经历的应变率高达  $10^1 \sim 10^3 \text{ s}^{-1}$  量级,循环周期低至 10 ms 量级,基于现有的准静态力学试验设备开展此类极端力学环境下的动态循环加载实验存在以下多方面困难:

1) 该加载过程的应力波作用特征使得测试结果误差较大。试样加—卸载过程在毫秒甚至亚毫秒量级,这种瞬时载荷以应力波形式对试样加载<sup>[12]</sup>,而应力波在试验机、试样夹具及载荷传感器多界面的多次反射和透射,使得在试样变形过程中采集和记录的载荷与真实载荷相比存在较大误差。

2) 加载经受高过载历程,导致试验机对变形和载荷的控制精度降低。以材料拉伸试验 ASTM D 412-98a(2002) Die C 型号试样为例,其标距段长 33 mm,若开展  $10^1 \sim 10^3 \text{ s}^{-1}$  应变率加载,压头速度为 0.33 ~ 33 m/s,若加速耗时以 1 ms 计,夹头过载为  $33.67g \sim 3\,367.35g$  ( $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ ),这是典型的高过载冲击状态。在理想加载条件下,夹头是在加速到指定速度后再开展足够时长的恒速加载/卸载过程,实际过载特征要远高于此。因此,基于传统力学实验设备开展 Mullins 效应动态试验存在加载技术瓶颈。

3) 基于应力波理论加载的 Hopkinson 杆技术开展动态循环加载也存在加—卸载循环控制技术问题。在数毫秒乃至数百微秒内实现材料大变形且高精度地测量试样的应变和应力是实验力学的研究热点。Hopkinson 杆技术是目前测量材料高应变率响应最为精确的技术手段,自 Kolsky<sup>[13]</sup> 在 Hopkinson<sup>[14]</sup> 加载设备基础上改进后,该技术已经成为研究材料在高应变率( $10^2 \sim 10^4 \text{ s}^{-1}$ )下力学性能的试验利器<sup>[15-16]</sup>。Hopkinson 杆实验技术利用弹性杆的撞击产生应力波对试样进行加载,根据应变片采集的入射波、反射波和透射波获得加载应变率、应变和应力<sup>[8]</sup>。该测试技术在材料本构关系、失效特征和机理研究方面举足轻重<sup>[16-18]</sup>。针对橡胶等低阻抗类材料的动态加载:采用高精度的压电晶体等技术<sup>[19-20]</sup>;有机玻璃管作为透射杆并结合实时原位标定的半导体应变片技术<sup>[21-22]</sup>顺利开展了低阻抗材料的动态力学性能测试。基于传统的 Hopkinson 杆技术和加载设计,目前只能开展可控单次应力波加载<sup>[23-25]</sup>,而

对于弹性体 Mullins 效应加载所需的动态加—卸载循环实验技术未见报道。

本文基于应力波传播和加载理论,结合 Hopkinson 压杆加载测试平台,通过优化配置杆—试样阻抗特征,实现弹性体材料的动态压缩循环加载。基于弹性体 Mullins 效应损伤特性,并结合近恒幅值应力波加载设计实现应变递增的 Mullins 效应的动态加载。最后开展典型飞机轮胎用橡胶弹性体的实验加载,并针对循环加载的相关问题进行分析 and 讨论。

### 1 Mullins 效应动态加载设计

基于一维应力波沿弹性杆传播理论,采用反射波在入射杆撞击自由端面反射后再间歇加载试样的思想,结合波阻抗匹配思想设计弹性体试样尺寸,保证反射波有足够高的幅值/强度开展后续多次加载。动态压缩循环加载原理如图 1 所示,简述如下:

当撞击杆以一定速度撞击入射杆后产生应力波  $\sigma_{\text{Inc-1st}}$ ,沿入射杆向试样传播,经入射杆中部粘贴的应变片采集记录为入射波。到达入射杆/试样界面时因波阻抗不匹配,一部分透射进入并加载试样后,进入透射杆并被其上的应变片采集记录为透射波,如图中  $\sigma_{\text{Tra-1st}}$  所示。入射波的其余部分反射回入射杆,并向撞击端传播,经入射杆中部的应变片采集记录为反射波(如图中  $\sigma_{\text{Ref-1st}}$  所示)后,行至撞击端全反射成第二列入射波

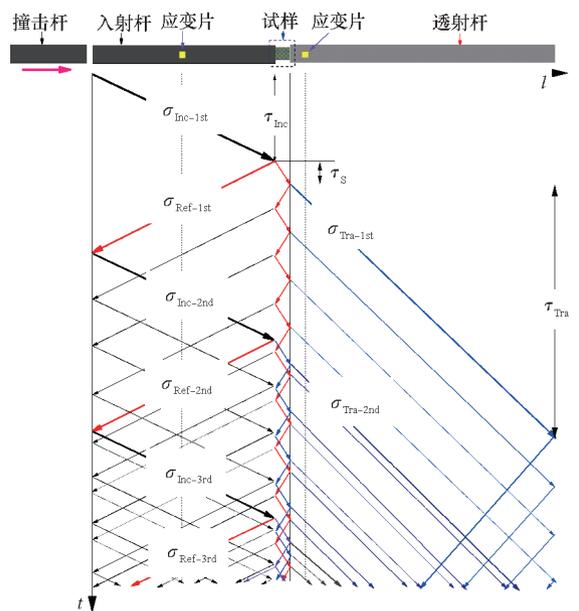


图 1 基于 Hopkinson 杆测试平台的 Mullins 效应动态加载原理示意图

Fig. 1 Schematic illustration of the dynamic loading principle for Mullins effect based on Hopkinson bar

$\sigma_{1nc-2nd}$ 所示,再次重复上述的加载过程,依次产生第二列透射波  $\sigma_{Tra-2nd}$  和第二列反射波  $\sigma_{Ref-2nd}$ ,对试样进而第三次加载……一直循环多次,实现多次循环加载。在两列波加载间隙,受载后的试样基于其高弹回复能力产生卸载回复变形,进而实现弹性体材料的动态循环加—卸载。另外,在图1平行于纵坐标方向的  $\tau_{inc}$ 、 $\tau_S$ 、 $\tau_{Tra}$  分别定义为应力波沿入射杆、试样和透射杆长度传播时长。

基于弹性体变形过程中损伤行为诱发的应力软化特征,在后续再次加载中,试样抵抗变形的能力降低,可以实现在同等应力波载荷加载下的更大应变变形,以致后续多次加载中试样变形逐次递增,最终实现弹性体材料应变递增的 Mullins 效应动态加载。

## 2 Mullins 效应动态压缩加载系统设计

为高效开展弹性体 Mullins 效应的动态加载,针对弹性体的应变递增加载、低阻抗特性以及动态加载的应力平衡要求,对动态压缩加载系统以及相应技术开展设计和分析。

### 2.1 加载系统组件细节设计

基于分离式 Hopkinson 压杆测试平台,对各组元进行优化设计,设计可开展橡胶弹性体 Mullins 效应的动态压缩加载系统(如图2所示),撞击杆和入射杆选用高强度钛合金,透射杆选用低阻抗有机玻璃。采用波形整形器粘贴于入射杆撞击端,用于实现加载入射波的整形。通过波形整形器的塑性大变形,不仅能加宽入射波上升沿从而有助于尽早实现应力波对试样的应力平衡加载,还能滤除高频谐波实现应力波的低弥散传播<sup>[15,24]</sup>。

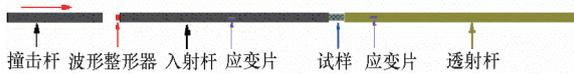


图2 Mullins 效应动态压缩加载系统示意图

Fig.2 Schematic map of dynamic compression loading system for Mullins effect

### 2.2 近恒幅值入射波加载设计

满足 Mullins 效应加载的应变递增设计要求,不仅要依赖于弹性体的损伤弱化特性,还要求加载入射波幅值衰减尽可能低而保持每次加载稳定。理论上在每次加载试样后,反射波幅值相对入射波会有一定程度降低。而弹性体相较于金属波阻抗差距悬殊,有利于实现反射极近全反射,进而实现低衰减系列入射波加载。当应力波由高波

阻抗的钛合金杆中进入低波阻抗的弹性体试样时,在接触面处发生透射和反射,反射系数基于应力波加载理论计算:

$$F_{BS} = \frac{1 - (\rho c A)_B / (\rho c A)_S}{1 + (\rho c A)_B / (\rho c A)_S} \quad (1)$$

式中: $\rho c A$  是杆或试样截面波阻抗,是材料密度、波速和截面积的乘积;下标 B 和 S 分别指的是杆件和试样的性能参数,本式中为波阻抗; $F_{BS}$  是反射系数,下标 BS 指的是应力波从杆向试样传播时的反射系数。对于直径 19 mm 的钛合金材质 Hopkinson 入射杆、橡胶试样(以密度 900 kg/m<sup>3</sup>、弹性模量 100 MPa、波速约 333 m/s、圆柱状试样直径 5 mm 计算),计算反射系数  $F_{BS} \leq -0.998$ ,非常接近于 -1 这一全反射临界值,基本实现近全幅值反射。因此后续入射波幅值基本和首次入射波幅值保持一致,实现弹性体在近恒幅应力波下的 Mullins 效应动态压缩加载。

### 2.3 低阻抗材料高精度动态测试技术

由于橡胶类弹性体的低阻抗特性,其微弱的透射信号在试验中难以准确测量。通常采用低模量有机玻璃(polymethyl methacrylate, PMMA)杆为透射杆,其弹性模量约为 5 GPa,相较于钛合金材质杆(模量以 105 GPa 计),可实现透射信号幅值 21 倍的提高;配合高灵敏度半导体应变片(灵敏度系数为 110)采集,相较于常规金属栅丝应变片(灵敏度系数 2.0)可提高 55 倍。最终透射信号幅值可提高 1 155 倍,测试能力可以低至 10 kPa 应力量级。基于该设计完全可以实现低阻抗橡胶类材料的透射信号采集。

相较于撞击杆、入射杆和透射杆均为同材质/同波阻抗的传统 Hopkinson 杆,设计的动态加载系统采用的透射杆和入射杆波阻抗悬殊,传统的数据处理公式不再适用。基于一维应力波理论重新推导获得图2中改进型 Hopkinson 杆加载下的试样应变、应变率和应力计算表达式,如式(2)所示,详细推导过程见文献[25]。

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}(t) = \frac{c_B}{l_S} \varepsilon_i(t) - \frac{c_B}{l_S} \varepsilon_r(t) - \frac{c_T}{l_S} \varepsilon_t(t) \\ \varepsilon(t) = \int_0^t \left( \frac{c_B}{l_S} \varepsilon_i(t) - \frac{c_B}{l_S} \varepsilon_r(t) - \frac{c_T}{l_S} \varepsilon_t(t) \right) dt \\ \sigma_S = \frac{A_B E_B}{2A_S} (\varepsilon_i(t) + \varepsilon_r(t)) + \frac{A_T E_T}{2A_S} \varepsilon_t(t) \end{cases} \quad (2)$$

式中: $\varepsilon_i(t)$ 、 $\varepsilon_r(t)$  和  $\varepsilon_t(t)$  分别是入射波、反射波和透射波的应变信号; $c_B$ 、 $c_T$  和  $l_S$  分别是入射杆、透射杆波速和试样长度; $A_S$ 、 $A_B$  和  $A_T$  分别是试

样、入射杆和透射杆截面积;  $E_B$  和  $E_T$  分别是入射杆和透射杆弹性模量。

### 2.4 入射波波形整形设计

基于 Hopkinson 杆技术的动态加载不同于准静态力学加载,其中应力平衡的要求是显著区别之一。在 Hopkinson 杆动态加载初期,入射波前沿在试样中传播 3 个来回后,就能实现试样的动态应力平衡加载<sup>[8]</sup>。而低阻抗橡胶弹性体波速低,使得这个过程耗时较长,易导致入射波加载的很长时段内不能进入试样内的应力平衡加载状态,从而使得实验结果精度较低。基于理论分析和实验验证获得的双线性入射波,可在  $2\tau_S$  时间内实现试样动态应力平衡加载<sup>[25]</sup>。因此在开展波形整形设计时,需估算应力波传播一个来回的时长  $2\tau_S$ ,再结合波形整形器的材质与尺寸选择实现该上升沿时长的入射波,最终实现类似双线性入射波的加载,尽早实现应力平衡加载,提高测试精度。

## 3 Mullins 效应动态试验与讨论

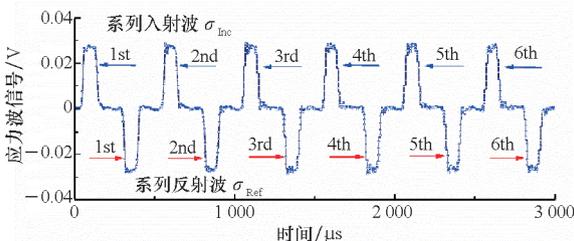
### 3.1 系统参数与加载

基于上述设计的 Mullins 效应动态加载系统,结合实验室 Hopkinson 压杆测试平台,搭建测试系统,并开展基于碳黑增强轮胎用丁苯橡胶弹性体的 Mullins 效应动态加载,系统物理参数和尺寸如表 1 所示,加载应力波信号如图 3 所示。

表 1 Mullins 效应加载系统参数和尺寸

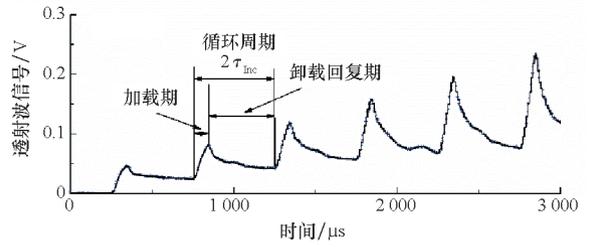
Tab. 1 Mechanical parameters and dimensions of the Mullins effect dynamical loading system

材料	模量/ GPa	密度/ ( $\text{kg}/\text{m}^3$ )	直径/ m	长度/ m
撞击杆	105	4 560	0.019	0.300
入射杆	105	4 560	0.019	2.500
试样		930	0.005	0.005
透射杆	105	4 560	0.018	4.000



(a) 系列入射波和反射波信号

(a) Series of incident and reflected stress waves



(b) 系列透射波信号及其加载期、循环周期和卸载回复期标注

(b) Series of transmitted stress waves along with the denotation of loading period, cyclic period and unloading recovery period

图 3 Mullins 效应动态加载应力波原始电压信号

Fig. 3 Original voltage signal of stress waves from dynamical Mullins effect loading

通过对比第 1 列入射波及其后续衍生的 5 列入射波,平均幅值分别为 0.027 18 V、0.027 09 V、0.027 00 V、0.026 84 V、0.026 67 V、0.026 40 V,波形脉宽均从 98  $\mu\text{s}$  增至 103  $\mu\text{s}$ ,计算发现:幅值衰减了约 3%,脉宽增加了 5% 左右。因此,连续 6 次加载的入射波幅值与脉宽基本保持稳定,实现了近乎恒定幅值应力波加载。这主要归功于加载系统的入射杆/弹性体试样波阻抗悬殊设计。另外,波形整形技术也发挥了重要作用,其大变形吸收掉应力波中的高频谐波,减少了加载应力波长时程传播的弥散效应,保持了入射波或反射波的波形和幅值稳定。该整形技术也通过延长入射波上升沿时间,使其达到了应力波沿试样传播的一个来回时间(约 30  $\mu\text{s}$ ),从而实现了双线性波加载(其中的第二阶线性段为入射波平台部分)。

基于式(2)中的应力计算表达式可以发现,当反射波近乎全反射时,入射波与反射波之和极近于 0,从而试样应力的计算几乎完全取决于透射应力/应变信号。如图 3 中透射波信号响应显示了在动态循环加载过程中橡胶弹性体试样的动态应力响应过程:首先经入射波加载至最大值,此时应力波加载结束,随后是下一列入射波加载前的间隙,其间试样的高弹回复能力试图推动入射杆和透射杆实现其应变回复,这一过程对应 Mullins 效应中的卸载响应。在下一列入射波再加载时,透射信号随之增加,对应试样应力/变形增加。随着加载次数递增,每一加载周期内的透射信号峰值随之增高,这说明弹性体的变形应变亦在增大,从而实现了应变递增的 Mullins 效应动态压缩实验加载。

### 3.2 系统加载参数影响讨论

基于 Hopkinson 杆测试平台的 Mullins 效应动态加载技术,可以实现具有高弹回复能力材料的动态循环加载和测试。通过选用高阻抗入射杆可实现加载入射波的极近全反射,保证了后续加载入射波波形和幅值的稳定性,从而实现加载应变率的一致性。

加载应变率决定于撞击杆速度和试样长度<sup>[13,22]</sup>,因此在弹性体 Mullins 效应动态加载设计中,针对某一长度的弹性体试样,基于不同的撞击杆发射速度实现弹性体系列应变率的加载。

通过选用不同长度的撞击杆和入射杆,可实现并获得不同脉宽的加载入射波和加载间隔时间,从而控制加载应变与卸载应变的大小。加载

入射波脉宽  $\tau = \frac{2l_{\text{Str}}}{c_{\text{Str}}}$ , 其中  $l_{\text{Str}}$  和  $c_{\text{Str}}$  分别为撞击杆长度和波速。针对某一应变率加载的实验,弹性体的加载应变由脉宽决定,即  $\varepsilon = \dot{\varepsilon}\tau = \frac{2\dot{\varepsilon}l_{\text{Str}}}{c_{\text{Str}}}$ 。加

载间隔时间也对应于图 3 中的卸载回复期,等于循环周期减去加载期,即为  $2\tau_{\text{Inc}} - \frac{2l_{\text{Str}}}{c_{\text{Str}}}$ 。对于本

文研究采用的同质撞击杆和入射杆,弹性波速一致,则简化为  $\frac{2(l_{\text{Inc}} - l_{\text{Str}})}{c_{\text{Str}}}$ 。因此对于固定的加载

脉宽,可以通过选用不同长度的入射杆实现加载间隔时间的调整,最终实现卸载应变大小的控制。

透射杆的阻抗大小也影响着卸载应变。对于本文所使用的加载系统,透射杆选用轻质的低阻抗 PMMA 杆,在同样弹性体试样回复力作用下,相较于高密度高波阻抗的金属质透射杆其更易被推开,实现变形弹性体的快速卸载和回复。因此,卸载参数也可由透射杆阻抗进行调节。

若需要实现弹性体试样近乎完全回复,可以通过选用更长入射杆获得更长的卸载回复时间、更低阻抗的透射杆实现弹性体回复力的尽快释放这两条途径实现。

## 4 结论

本文研究了适用于弹性体的 Mullins 效应动态加载方法,并基于 Hopkinson 压杆动态测试平台和优化设计选配系统组元,搭建了该加载系统,顺利开展了丁苯橡胶的动态循环加载试验。试验分析表明,该加载系统可实现近似恒幅值应力波多次加载,确保加载工程应变率的一致性;基于弹性体应力软化特征实现了其 Mullins 效应动态应

变递增加载。加载参数影响分析为加载参数的可调可控提供了研究方向。

## 参考文献 (References)

- [1] 张立群. 橡胶纳米复合材料: 基础与应用[M]. 北京: 化学工业出版社, 2018.  
ZHANG L Q. Rubber nanocomposites: basics and applications[M]. Beijing: Chemical Industry Press, 2018. (in Chinese)
- [2] 毕红华, 李明慧, 袁浩泽, 等. 炭黑用量对小应变下轮胎胶料 Mullins 效应的影响[J]. 弹性体, 2022, 32(2): 61-66.  
BI H H, LI M H, YUAN H Z, et al. Effects of carbon black contents on Mullins effect of tire compounds under small strain[J]. China Elastomerics, 2022, 32(2): 61-66. (in Chinese)
- [3] MULLINS L. Softening of rubber by deformation[J]. Rubber Chemistry and Technology, 1969, 42(1): 339-362.
- [4] MIAO Y G. Mechanism analysis on the increased stress softening of Mullins effect for rubber matrix composites[J]. Plastics, Rubber and Composites, 2019, 48(5): 226-233.
- [5] 吴长河, 冯晓伟, 叶培, 等. 应变率对硫化橡胶压缩力学性能的影响[J]. 功能材料, 2013, 44(8): 1098-1101.  
WU C H, FENG X W, YE P, et al. Effect of strain rate on mechanical properties of vulcanized rubber[J]. Journal of Functional Materials, 2013, 44(8): 1098-1101. (in Chinese)
- [6] 魏家威, 石膏鹏, 冯振宇. 应变率相关的橡胶本构模型研究[J]. 高压物理学报, 2022, 36(2): 105-115.  
WEI J W, SHI X P, FENG Z Y. Strain rate dependent constitutive model of rubber [J]. Chinese Journal of High Pressure Physics, 2022, 36(2): 105-115. (in Chinese)
- [7] 龚臣成, 陈艳, 戴兰宏. 聚脲弹性体力学性能与本构关系研究进展[J]. 力学学报, 2023, 55(1): 1-23.  
GONG C C, CHEN Y, DAI L H. Review on mechanical behavior and constitutive relation of polyurea elastomer[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2023, 55(1): 1-23. (in Chinese)
- [8] MIAO Y G, LI Y L, LIU H Y, et al. Determination of dynamic elastic modulus of polymeric materials using vertical split Hopkinson pressure bar [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2016, 108/109: 188-196.
- [9] MIAO Y G, ZHANG H N, HE H, et al. Mechanical behaviors and equivalent configuration of a polyurea under wide strain rate range[J]. Composite Structures, 2019, 222: 110923.
- [10] MIAO Y G, DU W X, YIN J P, et al. Characterizing multi mechanical behaviors for epoxy-like materials under wide strain rate range[J]. Polymer Testing, 2022, 116: 107804.
- [11] 李凡珠. 天然橡胶纳米复合材料的疲劳失效和滞后温升性能热耦合的模拟研究[D]. 北京: 北京化工大学, 2017.  
LI F Z. Numerical simulation study of fatigue failure and hysteretic heat build-up based on thermo-mechanical coupling approach for natural rubber nanocomposites [D]. Beijing: Beijing University of Chemical Technology, 2017. (in Chinese)
- [12] WANG L L. Foundations of stress waves [M]. Oxford: Elsevier, 2007.

- [13] KOLSKY H. An investigation of the mechanical properties of materials at very high rates of loading[J]. Proceedings of the Physical Society Section B, 1949, 62(11): 676–700.
- [14] HOPKINSON B. A method of measuring the pressure produced in the detonation of high explosives or by the impact of bullets [J]. Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 1914, 89(612): 411–413.
- [15] MIAO Y G, DU B, MA C B, et al. Some fundamental problems concerning the measurement accuracy of the Hopkinson tension bar technique[J]. Measurement Science and Technology, 2019, 30(5): 055009.
- [16] MIAO Y G, YIN J P, DU W X, et al. Mechanical behavior of nanorubber reinforced epoxy over a wide strain rate loading[J/OL]. Nano Materials Science, 2023[2023–03–16]. [https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2589965123000077? via%3Dihub](https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2589965123000077?via%3Dihub).
- [17] 林玉亮, 卢芳云, 卢力. 高应变率下硅橡胶的本构行为研究[J]. 高压物理学报, 2007, 21(3): 289–294.  
LIN Y L, LU F Y, LU L. Constitutive behaviors of a silicone rubber at high strain rates [J]. Chinese Journal of High Pressure Physics, 2007, 21(3): 289–294. (in Chinese)
- [18] LI M, LI Z H, HE H, et al. Mechanical behaviors and constitutive relations under wide strain rate range for CMDB propellant[J]. Polymer Testing, 2022, 116: 107806.
- [19] CHEN W, ZHANG B, FORRESTAL M J. A split Hopkinson bar technique for low-impedance materials[J]. Experimental Mechanics, 1999, 39(2): 81–85.
- [20] MIAO Y, GOU X, SHEIKH M Z. A technique for in-situ calibration of semiconductor strain gauges used in Hopkinson bar tests [J]. Experimental Techniques, 2018, 42(6): 623–629.
- [21] ZHANG J X, MIAO Y G, QIN Q H, et al. Static and dynamic experiments on hydrogels; effects of the chemical composition of the fluid[J]. Mechanics of Materials, 2021, 154: 103717.
- [22] NEMAT-NASSER S, ISAACS J B, STARRETT J E. Hopkinson techniques for dynamic recovery experiments[J]. Proceeding of the Royal Society A, 1991, 435: 371–391.
- [23] MIAO Y G, WANG Y S, DU W X, et al. Theoretical instructions for experimenting controllable Hopkinson pressure bar[J]. Polymer Testing, 2022, 108: 107520.
- [24] MIAO Y G. On loading ceramic-like materials using split Hopkinson pressure bar[J]. Acta Mechanica, 2018, 229: 3437–3452.
- [25] MIAO Y G, LI Y L, DENG Q, et al. Investigation on experimental method of low-impedance materials using modified Hopkinson pressure bar [J]. Journal of Beijing Institute of Technology, 2015, 24(2): 269–276.