

改进的固定边界上方气泡射流方向判定准则*

陈启航, 张阿漫, 李 帅

(哈尔滨工程大学 船舶工程学院, 黑龙江 哈尔滨 150001)

摘要:前人应用开尔文冲量理论得到了判断固定边界上方气泡射流方向的 Blake 准则,但其预测精度在特定参数范围内不足。为此,通过考虑气泡内压力变化并引入边界效应,提出了改进的气泡射流方向判断准则,使用边界元方法模拟结果对其进行验证,比较了改进模型与传统 Blake 准则的预测结果,并分析了无量纲强度参数对改进模型预测结果的影响。研究表明,改进的模型比传统 Blake 准则具有更高的预测精度。改进的理论模型能够为水下爆炸、海底资源勘探等领域提供理论参考。

关键词:气泡动力学; Blake 准则; 改进的判断准则; 边界元方法

中图分类号: O358 文献标志码: A 开放科学(资源服务)标识码(OSID):

文章编号: 1001-2486(2023)04-147-06



听语音
与作者互动
聊科研

Modified criteria for jet direction of bubbles above a rigid boundary

CHEN Qihang, ZHANG Aman, LI Shuai

(College of Shipbuilding Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

Abstract: The Blake criterion, which determines the bubble jet direction above a rigid boundary, was obtained through the Kelvin impulse theory. However, the theoretical model has lower prediction accuracy under a specific parameter range. Therefore, a modified judgment criterion for the bubble jet direction was proposed by considering pressure variation inside the bubble and introducing the boundary effect. The boundary element method was used to simulate the results and verify them. Meanwhile, the prediction results of the modified model and the traditional Blake criterion were compared, and the influence of dimensionless strength parameters on the prediction results of the modified model was investigated. Results show that the modified model has higher prediction accuracy than the traditional Blake criterion. The modified theoretical model provides a valuable reference for underwater explosion, seabed geophysical exploration, and related fields.

Keywords: bubble dynamics; Blake criterion; modified judgment criterion; boundary element method

固定边界附近脉动的气泡在坍塌阶段常常会形成破坏性强的水射流现象,会对水下局部结构造成严重破坏^[1-3]。因此,对气泡射流方向进行精确预测具有重要的工程应用价值。在已有文献中,许多学者采用电火花或激光实验手段和数值方法^[4-9]准确模拟了刚性壁面附近气泡的脉动特性,精准预测了气泡的射流方向。理论研究方面,前人基于势流理论,应用开尔文冲量^[10-11]描述自由液面、固定边界、惯性边界和不同密度流体液面等边界条件下气泡的迁移方向和坍塌阶段气泡射流的方向。与此同时,许多学者基于球形气泡假设,应用 Rayleigh-Plesset 方程,采用 Bjerknes 效应和开尔文冲量理论来阐述气泡射流的成因^[12-14],最终得到表征气泡形心迁移方向的

流场动量。近年来,许多学者也开展了很多开尔文冲量理论应用研究^[15-17]。其中,对于固定边界上方的脉动气泡,Blake 等^[14]应用开尔文冲量理论,考虑流体浮力的影响,获得了预测气泡射流方向的 Blake 准则(与无量纲浮力参数 δ 和距离参数 γ 有关, $\delta\gamma = 0.442$)。Blake 准则属于 Besant-Rayleigh 问题^[18],其假设气泡内部为真空,忽略了边界效应,然而许多研究表明^[4,19] Blake 准则在 $\delta\gamma < 0.442$ 时不能准确预测固定边界上方气泡的射流方向。因此,开展固定边界上方气泡射流方向判断准则的理论研究具有重要的学术意义。

首先应用开尔文冲量理论,采用气体绝热状态方程近似模拟气泡内部压力的变化,应用 Zhang 等^[20]建立的气泡统一方程,建立考虑边界

* 收稿日期:2023-03-09

基金项目:国家重点研发计划资助项目(2022YFC2803503);黑龙江省自然科学基金优秀青年资助项目(YQ2022E017)

作者简介:陈启航(1998—),男,河北张家口人,博士研究生,E-mail:13730322447@163.com;

李帅(通信作者),男,湖北宣恩人,副教授,博士,博士生导师,E-mail:lishuai@hrbeu.edu.cn

效应的理论模型,从而获得改进的气泡射流方向判断准则。然后,采用边界元方法模拟相同参数工况下固定边界上方气泡的脉动,对判断准则的理论模型进行有效性验证。最后,采用边界元方法^[17,21-24]模拟不同参数工况下气泡的脉动,将 Blake 准则与改进的判断准则进行对比,系统开展固定边界上方气泡射流方向判断准则的理论与数值研究,探究改进的判断准则的优越性。

1 理论与数值模型

本文对无穷大固定边界上方气泡的脉动问题进行理论与数值研究,示意图如图 1 所示。理论模型建立球坐标系 $O-R\theta\varphi$,数值模型引入柱坐标系 $O-r\theta z$,以球形气泡中心为坐标系原点 O , R 轴垂直于球面向外, r 轴水平向右, z 轴方向与重力方向相反, φ 为 R 轴与 r 轴顺时针方向的夹角, θ 绕 z 轴逆时针方向旋转,气泡中心距固定边界距离为 h 。

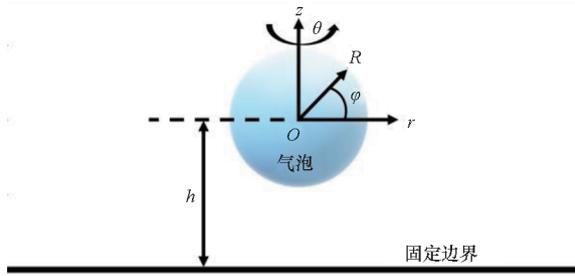


图 1 固定边界上方的气泡脉动示意图

Fig.1 Sketch of the bubble pulsation above a rigid boundary

1.1 理论模型

对于无黏无旋不可压缩流体中固定边界上方的球形气泡,只考虑气泡径向速度,无其他分量。考虑流体的浮力效应,应用开尔文冲量理论^[10-11,14],浮力和刚性边界施加在流体上的力 F_z 。只有 z 方向的分量 $F_z(t)$:

$$F_z(t) = \rho g V - \frac{\rho m^2(t)}{16\pi h^2} \quad (1)$$

其中, ρ 为流体密度, g 为重力加速度, V 为气泡体积, $m(t)$ 为点源时的源强。则气泡可等效为:

$$m(t) = 4\pi R^2 \dot{R} \quad (2)$$

式中, R 为气泡半径, \dot{R} 为气泡脉动速度。

选择气泡的最大半径 R_m 、流体密度 ρ 及气泡中心初始位置水平方向无穷远处的流场压力 p_∞ 作为特征量,将所有变量进行无量纲化处理,并引入以下无量纲参数:

$$\begin{cases} \delta = \left(\frac{\rho g R_m}{p_\infty} \right)^{1/2} \\ \gamma = \frac{h}{R_m} \\ \varepsilon = \frac{p_0}{p_\infty} \end{cases} \quad (3)$$

其中, δ 为浮力参数, ε 为气泡的强度参数, γ 为距离参数^[4,17], p_0 为气泡内部初始压力,如无特殊说明,后续出现的物理量均为无量纲形式。在式(2)基础上将相应的无量纲参数代入式(1),可得式(1)的无量纲形式为:

$$F_z = \delta^2 \frac{4}{3} \pi R^3 - \pi \frac{R^4}{\gamma^2} \dot{R}^2 \quad (4)$$

同时,在气泡脉动一个周期 T_R 的流体冲量 I_z 为零:

$$I_z = \int_0^{T_R} F_z dt = 0 \quad (5)$$

其中,式(4)的气泡脉动速度可由描述气泡运动的 Rayleigh-Plesset 方程获得:

$$R\ddot{R} + \frac{3}{2} \dot{R}^2 = p_b - 1 \quad (6)$$

其中, \ddot{R} 为气泡脉动的加速度, p_b 为气泡内部压力。水下爆炸气泡内气体分为可冷凝的气体(如水蒸气)和不可冷凝的气体,忽略可冷凝气体(饱和蒸汽压)的影响,气泡内部不可冷凝气体压力近似满足绝热状态方程,即:

$$p_b = \varepsilon \left(\frac{R_0}{R} \right)^{3\lambda} \quad (7)$$

其中: R_0 为气泡初始半径; λ 为绝热指数,理想气体取 1.4。同时,在球形气泡假设下,气泡的初始半径、强度参数与绝热指数^[25]存在以下关系:

$$\frac{\varepsilon}{\lambda - 1} (R_0^{3\lambda} - R_0^3) = R_0^3 - 1 \quad (8)$$

已知气泡脉动一个周期的初始半径为 R_0 ,初始脉动速度为 0,将式(6)进行一次积分可得气泡脉动速度为:

$$\dot{R}^2 = \frac{2}{3} \frac{\varepsilon}{\lambda - 1} \left(\frac{R_0^3}{R^3} - \frac{R_0^{3\lambda}}{R^{3\lambda}} \right) + \frac{2}{3} \left(\frac{R_0^3}{R^3} - 1 \right) \quad (9)$$

式(9)得到了自由场中气泡脉动速度 \dot{R} ,将其代入式(4)可得:

$$F_z = \delta^2 \frac{4}{3} \pi R^3 - \frac{2}{3} \pi \frac{R^4}{\gamma^2} \left[\frac{\varepsilon}{\lambda - 1} \left(\frac{R_0^3}{R^3} - \frac{R_0^{3\lambda}}{R^{3\lambda}} \right) + \frac{R_0^3}{R^3} - 1 \right] \quad (10)$$

将式(5)和式(10)联立,可得自由场中考虑气泡内部压力变化的气泡射流方向判断准则:

$$\delta \gamma = \sqrt{\frac{\int_0^{T_R} R^4 \left[\frac{\varepsilon}{\lambda - 1} \left(\frac{R_0^3}{R^3} - \frac{R_0^{3\lambda}}{R^{3\lambda}} \right) + \frac{R_0^3}{R^3} - 1 \right] dt}{2 \int_0^{T_R} R^3 dt}} \quad (11)$$

判断准则式(11)是自由场中基于 Rayleigh-Plesset 方程得到的,其未考虑固定边界对气泡脉动的影响。因此,在式(11)的基础上引入边界效应,将边界上方的气泡近似为两个关于边界对称的同相脉动气泡,应用 Zhang 等^[20]的方程,建立双气泡耦合数学模型。在无黏无旋不可压缩流体的假设下,其中一个脉动气泡的半径为 R_i ,考虑气泡间的耦合作用,气泡的运动控制方程为:

$$R_i \ddot{R}_i + \frac{3}{2} \dot{R}_i^2 = p_i - 1 - \frac{\ddot{R}_j R_j^2 + 2 \dot{R}_j^2 R_j}{l} \quad i \neq j \quad (12)$$

其中: p_i 为气泡*i*内部压力,满足绝热状态方程; l 为两个气泡中心间的距离,满足 $l = 2\gamma$ 。式(11)和式(12)构成了改进的气泡射流方向判断准则的理论模型。

若气泡强度参数趋于无穷大,通过式(8)可知,初始半径趋近于零,此时无法直接求得改进的判断准则的理论值,但后续计算发现其趋近于 0.442。若自由场中存在一个真空的气泡,即 $\varepsilon = 0$,由式(8)可知初始半径 $R_0 = 1$,式(11)变为:

$$\delta\gamma = \sqrt{\frac{\frac{1}{2} \int_0^{R_0} R^4 \left(\frac{1}{R^3} - 1 \right) dt}{\int_0^{R_0} R^3 dt}} \quad (13)$$

其中,时间积分为:

$$\int_0^{R_0} dt = \int_0^1 \sqrt{\frac{3R^3}{2 \times (1 - R^3)}} dR \quad (14)$$

将时间积分式(14)代入式(13),并借助 B 函数求解,可以得到 Blake 准则^[14]:

$$\delta\gamma \approx 0.442 \quad (15)$$

1.2 数值模型

采用边界元方法^[17,21-24]对固定边界上方气泡的脉动进行数值模拟,并对改进的判断准则的理论模型进行验证。基于流体无黏无旋不可压缩的假设,在流场中引入速度势 ϕ ,满足 Laplace 方程和边界积分方程:

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (16)$$

$$\lambda(r,t)\phi(r,t) = \iint_S \left[\frac{\partial \phi(q,t)}{\partial n} G(r,q) - \phi(q,t) \frac{\partial G(r,q)}{\partial n} \right] dS \quad (17)$$

其中, λ 为流场控制点*r*处观察流场的立体角, S 为气泡表面流场边界面, n 为流场边界上的法向量大小, q 为边界上的积分点。对于近固定边界气泡^[21],满足壁面不可穿透条件的格林函数为:

$$G(r,q) = \frac{1}{|r-q|} + \frac{1}{|r-q'|} \quad (18)$$

其中, q' 为*q*关于固定边界的镜像点。气泡表面满足运动学和动力学边界条件:

$$\frac{dr}{dt} = \nabla \phi \quad (19)$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{|\nabla \phi|^2}{2} + 1 - \varepsilon \left(\frac{R_0}{R} \right)^{3\lambda} - \delta^2 z \quad (20)$$

使用边界元方法进行数值计算时采用式(17)和有限差分法获得气泡表面速度,采用式(7)对气泡内部压力进行更新,利用式(19)更新气泡边界节点位置,通过式(20)更新气泡表面速度势。同时,采用四阶龙格-库塔法对计算时间进行离散,为了使计算过程更稳定,必须严格控制每一步的时间步长^[22-23],即:

$$\Delta t = \frac{\Delta \phi}{\max \left| 1 - \varepsilon \left(\frac{R_0}{R} \right)^{3\lambda} + \frac{1}{2} |u|^2 - \delta^2 z \right|} \quad (21)$$

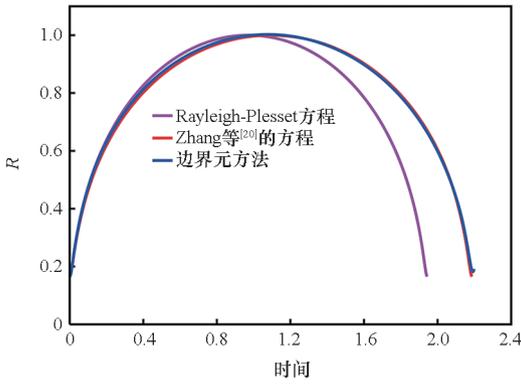
式中, $\Delta \phi$ 为一个定值,在理论模型中*u*为 \dot{R} ,在边界元方法中*u*为 $\nabla \phi$ 。

2 理论模型的有效性验证

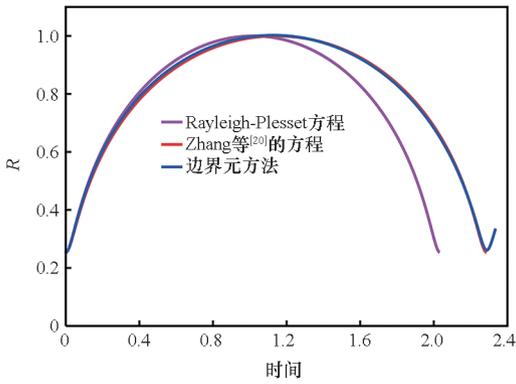
本节选取距离参数 γ 为 1.5,不同气泡强度参数 ε 下的两种工况,利用 Rayleigh-Plesset 方程和边界元方法对采用 Zhang 等^[20]的方程建立的理论模型进行有效性验证。

首先选取理论模型式(12)的距离参数 γ 为 1.5,气泡强度参数 ε 分别为 30 和 100 两种工况下进行迭代计算,并应用判断准则式(11)可得两种工况下浮力参数 δ 的数值解。采用轴对称边界元方法在上述相同参数工况下进行固定边界上方气泡脉动的数值计算。然后,采用 Rayleigh-Plesset 方程对强度参数分别为 30 和 100 的两种工况进行计算。最后,将 Rayleigh-Plesset 方程、采用 Zhang 等^[20]的方程建立的理论模型和边界元方法的计算结果进行对比,图 2 为气泡强度参数分别为 100 和 30 时三种模型计算结果对比曲线。观察图 2, Rayleigh-Plesset 方程计算结果偏差很大,考虑边界效应的理论模型和边界元的计算结果是接近的。然而,球形气泡的假设会导致理论模型与数值模型的计算结果存在误差。根据线性气泡动力学理论,气泡的强度参数越小,其固有频率越小,脉动的周期越长,气泡强度参数为 30 时气泡脉动周期显然更长,符合气泡的演化规律。综上所述,相同参数工况下理论模型与边界元计算结果趋势一致,验证了理论模

型的有效性。



(a) $\epsilon = 100$



(b) $\epsilon = 30$

图 2 无量纲气泡半径时历计算结果对比曲线

Fig.2 Comparison curves of the dimensionless bubble radius

3 结果分析

距离参数 γ 为 1.5, 改变气泡的强度参数 ϵ , 应用改进的判断准则进行计算, 并研究强度参数对改进的判断准则的影响, 图 3 是气泡强度参数对改进的判断准则的影响规律。观察图 3, 判断准则与 Blake 准则存在明显差异, 当气泡的强度参数 ϵ 大于 1 时, 气泡先膨胀后坍塌循环脉动, 若强度参数 ϵ 趋于无穷, 判断准则趋近于 0.442; 当气泡的强度参数 ϵ 小于 1 时, 气泡处于坍塌阶段, 若强度参数 ϵ 等于 0, 判断准则退化为 Blake 准

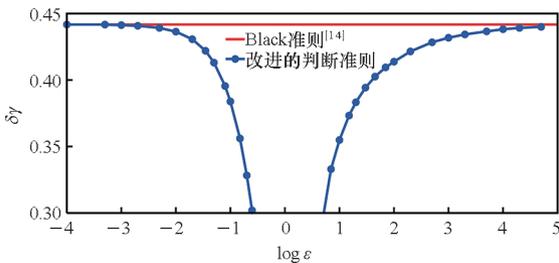


图 3 无量纲强度参数对改进的判断准则的影响

Fig.3 Effects of dimensionless strength parameter on the modified judgment criterion

则。然而, 工程应用中不存在气泡的强度参数趋于无穷大或等于 0 的实际问题, 因此需要考虑气泡内部压力的变化, 引入边界效应, 采用改进的判断准则预测气泡射流方向。

选取气泡强度参数 ϵ 为 100 和 30, 距离参数 γ 在 [1.0, 2.0] 范围内变化, 浮力参数 δ 在 [0, 0.6] 范围内变化的多种工况, 采用边界元方法模拟气泡的向上射流、向下射流、气泡撕裂和中性坍塌等现象, 并将 Blake 准则和改进的判断准则进行对比。图 4 是气泡强度参数为 30, 距离参数为 1.5 时不同浮力参数下边界元的计算结果, 图中黑色实线代表固定边界。图 5(a) 是气泡强度参数为 100 时不同无量纲距离参数和浮力参数的计算结果, 图 5(b) 是气泡强度参数为 30 时不同无量纲距离参数和浮力参数的计算结果。观察图 4 和图 5, δ 与 γ 的乘积处于改进的判断准则下方时,

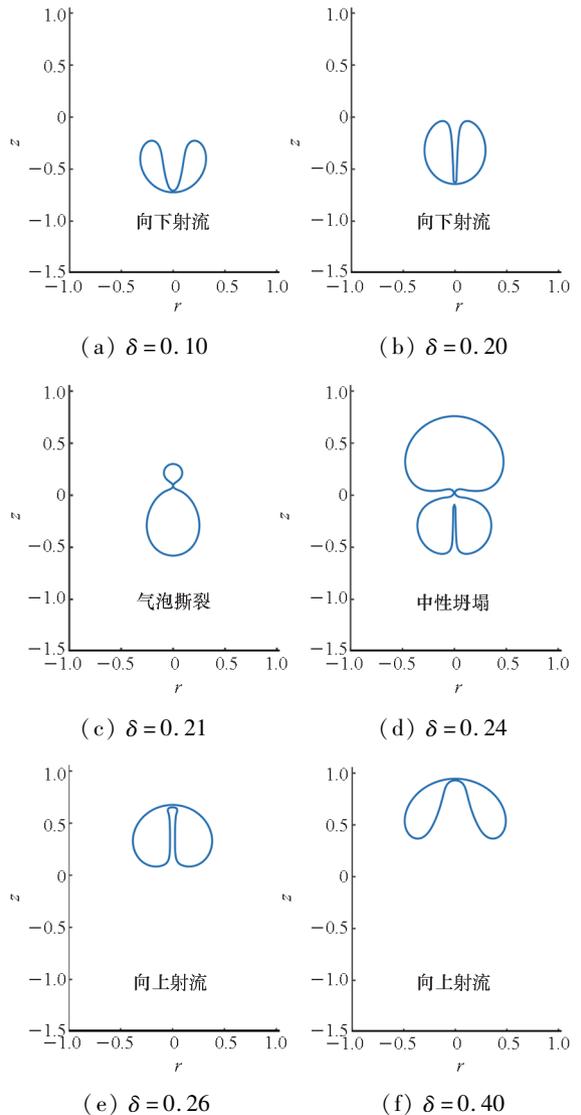


图 4 不同无量纲浮力参数下边界元的计算结果

Fig.4 Results of the boundary element method with different dimensionless buoyancy parameters

气泡存在向上射流、向下射流、撕裂和中性坍塌等现象,两个准则都不能准确预测; $\delta\gamma$ 在判断准则的上方时,气泡会向上射流,相比于 Blake 准则,改进的判断准则对气泡向上射流现象预测更准确。进一步观察图 5,气泡的强度参数 ε 为 30 时,判断准则预测气泡向上射流现象的准确度会提高。综上可见,改进的判断准则比 Blake 准则预测气泡向上射流现象的精度高;气泡强度参数较小时,判断准则预测结果的准确性会进一步提升。

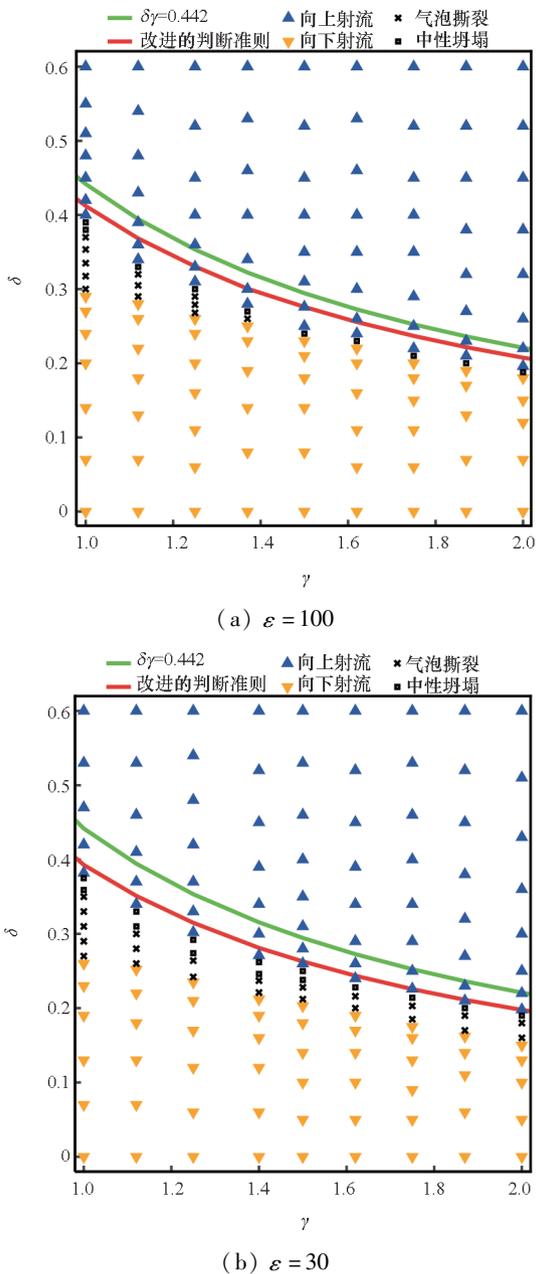


图5 不同无量纲距离参数和浮力参数下理论模型和边界元的计算结果

Fig. 5 Results of the theoretical model and boundary element method with different dimensionless distance parameters and buoyancy parameters

4 结论

本文采用理论和边界元数值方法研究了固定边界上方气泡射流方向的判断准则。首先应用开尔文冲量理论,使用绝热状态方程近似模拟气泡内部气体压力变化。通过双气泡耦合模型引入边界效应,获得了改进的气泡射流方向判断准则。当气泡的无量纲强度参数等于零或者无穷大时,不考虑边界效应时,改进的判断准则可退化为经典 Blake 准则。接着,采用边界元方法模拟不同工况下固定边界上方气泡的射流、撕裂和中性坍塌等动力学行为。将改进的判断准则与 Blake 准则进行对比,以探究改进的判断准则的优越性。研究表明,改进的判断准则比 Blake 准则在预测气泡向上射流现象时具有更高的精度;对于强度参数较小的气泡,改进的判断准则的预测结果的准确性将得到提升。文中的方法同样可以应用于求解自由液面边界、水油界面边界附近的气泡动力学问题。

参考文献 (References)

- [1] ZONG Z. A hydroplastic analysis of a free-free beam floating on water subjected to an underwater bubble[J]. Journal of Fluids and Structures, 2005, 20(3): 359 – 372.
- [2] 李海涛, 朱锡, 黄晓明, 等. 近场脉动气泡作用下船体梁模型动响应试验研究[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2008, 29(8): 773 – 778.
LI H T, ZHU X, HUANG X M, et al. Experimental study on dynamic response of a ship-like model subjected to near field underwater explosion bubbles [J]. Journal of Harbin Engineering University, 2008, 29 (8): 773 – 778. (in Chinese)
- [3] DULAR M, POŽAR T, ZEVNIK J, et al. High speed observation of damage created by a collapse of a single cavitation bubble[J]. Wear, 2019, 418/419: 13 – 23.
- [4] ZHANG A M, CUI P, CUI J, et al. Experimental study on bubble dynamics subject to buoyancy[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2015, 776: 137 – 160.
- [5] BEIG S A, ABOULHASANZADEH B, JOHNSEN E. Temperatures produced by inertially collapsing bubbles near rigid surfaces[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2018, 852: 105 – 125.
- [6] ZENG Q Y, AN H J, OHL C D. Wall shear stress from jetting cavitation bubbles: influence of the stand-off distance and liquid viscosity[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2022, 932: A14.
- [7] SAINI M, TANNE E, ARRIGONI M, et al. On the dynamics of a collapsing bubble in contact with a rigid wall[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2022, 948: A45.
- [8] SUN Y R, DU Y X, YAO Z F, et al. The effect of surface geometry of solid wall on the collapse of a cavitation bubble[J]. Journal of Fluids Engineering: Transactions of the ASME, 2022, 144(7): 071402.
- [9] YANG X B, LIU C, LI J Q, et al. Implosion of a bubble pair

- near a solid surface [J]. *Physical Review Fluids*, 2023, 8(2): 023602.
- [10] BLAKE J R, CERONE P. A note on the impulse due to a vapour bubble near a boundary [J]. *The ANZIAM Journal*, 1982, 23(4): 383–393.
- [11] BLAKE J R, LEPPINEN D M, WANG Q X. Cavitation and bubble dynamics: the Kelvin impulse and its applications [J]. *Interface Focus*, 2015, 5(5): 20150017.
- [12] PHILIPP A, LAUTERBORN W. Cavitation erosion by single laser-produced bubbles [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1998, 361: 75–116.
- [13] BENJAMIN T B, ELLIS A T. A discussion on deformation of solids by the impact of liquids, and its relation to rain damage in aircraft and missiles, to blade erosion in steam turbines, and to cavitation erosion: The collapse of cavitation bubbles and the pressures thereby produced against solid boundaries [J]. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London Series A, Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 1966, 260(1110): 221–240.
- [14] BLAKE J R, TAIB B B, DOHERTY G. Transient cavities near boundaries. Part 1. rigid boundary [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1986, 170: 479–497.
- [15] SUPPONEN O, OBRESCHKOW D, TINGUELY M, et al. Scaling laws for jets of single cavitation bubbles [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2016, 802: 263–293.
- [16] KANG Y J, CHO Y. Gravity-capillary jet-like surface waves generated by an underwater bubble [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2019, 866: 841–864.
- [17] HAN R, ZHANG A M, TAN S C, et al. Interaction of cavitation bubbles with the interface of two immiscible fluids on multiple time scales [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2022, 932: A8.
- [18] DUCLAUX V, CAILLÉ F, DUEZ C, et al. Dynamics of transient cavities [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2007, 591: 1–19.
- [19] BRUJAN E A, PEARSON A, BLAKE J R. Pulsating, buoyant bubbles close to a rigid boundary and near the null final Kelvin impulse state [J]. *International Journal of Multiphase Flow*, 2005, 31(3): 302–317.
- [20] ZHANG A M, LI S M, CUI P, et al. A unified theory for bubble dynamics [J]. *Physics of Fluids*, 2023, 35: 033323.
- [21] ZHANG A M, LI S, CUI J. Study on splitting of a toroidal bubble near a rigid boundary [J]. *Physics of Fluids*, 2015, 27(6): 809–822.
- [22] 胡振宇, 曹卓尔, 李帅, 等. 水中高压脉动气泡与浮体流固耦合特性研究 [J]. *力学学报*, 2021, 53(4): 944–961.
- HU Z Y, CAO Z E, LI S, et al. Fluid-structure interaction between a high-pressure pulsating bubble and a floating structure [J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2021, 53(4): 944–961. (in Chinese)
- [23] CUI R N, LI S, WANG S P, et al. Pulsating bubbles dynamics near a concave surface [J]. *Ocean Engineering*, 2022, 250: 110989.
- [24] LI S M, ZHANG A M, CUI P, et al. Vertically neutral collapse of a pulsating bubble at the corner of a free surface and a rigid wall [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2023, 962: A28.
- [25] KLASEBOER E, HUNG K C, WANG C, et al. Experimental and numerical investigation of the dynamics of an underwater explosion bubble near a resilient/rigid structure [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2005, 537: 387–413.