

装备寿命预测的平行仿真模型在线演化方法*

邸彦强, 李 婷, 冯少冲, 刘琼瑶

(陆军工程大学 石家庄校区, 河北 石家庄 050003)

摘要:在面向装备剩余寿命预测的平行仿真技术研究基础上,统一了不同退化状态下的状态方程,提出了预测模型形态库的构建方法和预测模型形态选择算法,设计了“模型形态库构建—模型选择—数据同化—模型演化”的模型在线演化工作流程,运用扩展卡尔曼滤波和极大似然估计算法,实现了面向装备剩余寿命预测的平行仿真模型在线动态演化。通过仿真实验验证了模型形态选择算法和模型在线演化工作流程的有效性,取得了较好的仿真效果。

关键词:平行仿真;预测模型库构建;参数演化;剩余寿命预测

中图分类号:TP391.9 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2023)04-205-10

Online evolution method of parallel simulation model for equipment life prediction

DI Yanqiang, LI Ting, FENG Shaochong, LIU Qiongyao

(Shijiazhuang Campus, Army Engineering University, Shijiazhuang 050003, China)

Abstract: Based on the research of parallel simulation technology for equipment remaining life prediction, the state equations under different degradation states was unified, the construction method of prediction model library and the selection algorithm of predictive model morphological were proposed, and the online model evolution workflow of “model morphology library construction—model selection—data assimilation—model evolution” was designed. Using extended Kalman filter and maximum likelihood estimation algorithm, the online dynamic evolution of parallel simulation model for equipment remaining life prediction was realized. The effectiveness of the model morphology selection algorithm and the model online evolution workflow is verified by simulation experiments, and good simulation results are obtained.

Keywords: parallel simulation; prediction model library construction; parameter evolution; remaining useful life prediction

在装备维修保障领域中,故障预测与健康管理(prognostic and health management, PHM)是实现装备精确维修的基础环节和重要手段。PHM通过预测装备剩余寿命(remaining useful life, RUL)实现装备的合理维修,以保证装备运行的安全性、可靠性和经济性。PHM的关键技术主要包括RUL预测和健康管理两个方面,其中RUL预测为其核心内容和关键环节^[1]。剩余寿命是指从当前时刻到装备发生故障的时间间隔^[2],是维修决策的重要依据和基本前提。然而,装备的剩余寿命通常无法直观地获得,因此,很多学者对装备剩余寿命的预测方法展开研究,从不同角度提出了装备剩余寿命预测方法,包括基于时间序列模型的剩余寿命预测方法、基于随机过程的剩余寿命预测方法、基于随机滤波的剩余寿命预测方法等,基于这些方法建立了多种模型以准确预测

装备剩余寿命,如随机系数回归模型^[3]、灰色模型^[4]、神经网络模型^[5]、相似性模型^[6]、隐(半)马尔可夫模型^[7]、支持向量机模型^[8]等。

然而应用这些模型进行剩余寿命预测,主要存在以下不足:一是模型多为静态模型,缺乏模型在线选择和模型参数动态演化能力,模型参数一般根据同类装备的历史数据以离线估计的形式得到,难以实现模型参数演化和RUL预测结果自适应修正;二是模型仅能离线使用,目前关于RUL预测的研究,普遍采用的方法是采集监测设备在线监测的装备运行状态退化数据,然后采用离线预测方法进行RUL预测,即使用“在线监测,离线预测”的方法,其本质还是属于离线预测方法,这使得RUL预测的在线能力不强;三是仿真模型适宜性差,装备运行环境的复杂性使得装备健康状态复杂多变、不确定性强,特别是对安全性要求高

* 收稿日期:2022-03-15

基金项目:河北省自然科学基金资助项目(F2019506029)

作者简介:邸彦强(1973—),男,河北保定人,教授,博士,博士生导师,E-mail:yq.simu@139.com;

李婷(通信作者),女,河北石家庄人,讲师,硕士,E-mail:jxxyiting@163.com

的装备迫切要求准确掌控装备剩余寿命,预测的准确性很大程度上取决于仿真模型与装备运行状态的逼近程度,即模型的适宜性,根据装备状态研究能够动态演化的仿真模型,为维修人员及时作出维修决策提供依据,成为当前 RUL 研究中的难点^[9]。

装备平行仿真是面向军用仿真领域提出的一种新兴仿真技术,其核心思想是在实际装备和仿真系统之间建立交互,在仿真过程中动态注入实时采集的装备状态数据,支撑仿真运行,并将仿真结果反馈给实际装备,影响装备的运行,进而提升装备的运用和保障效能。文献[10]提出面向装备剩余寿命预测的平行仿真概念及技术框架;文献[11]提出了装备平行仿真理论框架;文献[12]提出了以装备退化状态空间模型为基础的预测模型演化建模框架;文献[13]提出了面向 RUL 预测的平行仿真模型参数动态演化算法;文献[14]提出了一种混合退化装备的平行仿真模型形态动态演化算法。但是,文献[13]和文献[14]的算法都是以模型基本形态已知为前提的,然而,在实际应用中,更多的时候会面临模型形态未知的情况,因此,本文针对特征量连续退化情形,统一了线性退化和非线性退化的状态方程,提出预测模型形态库构建方法及预测模型形态选择算法,解决模型形态确定问题,并在此基础上设计平行仿真系统工作流程和处理算法,实现对已有研究成果的补充完善。

1 装备 RUL 预测平行仿真模型构建

装备 RUL 可利用装备性能退化状态进行预测,而装备性能退化可以通过对表征装备退化状态的物理量(简称退化特征量)进行刻画,故装备 RUL 预测可针对装备退化特征量构建平行仿真模型,并利用平行仿真模型对退化特征量进行估计,进而预测装备的 RUL。面向装备 RUL 预测的平行仿真建模的基本思想是对退化特征量预测值和退化特征量观测值进行数据同化,以排除系统噪声的影响,更准确地估计装备实际退化状态,并以此为依据构建剩余寿命预测模型,实现对装备 RUL 的预测,因此,面向装备 RUL 预测的平行仿真模型 M_{ps} 包含 3 个子模型,即

$$M_{ps} = \{D_p, D_s, L_p\} \quad (1)$$

其中, D_p 为退化特征值预测模型, D_s 为退化特征量观测模型, L_p 为剩余寿命预测模型。

1.1 退化特征值预测模型

实际武器装备一般认为是一个动态系统,描

述动态系统常用的方法是建立系统的状态空间模型(state space model, SSM),而装备运行中的退化现象可以认为是一个 Wiener 过程,将状态空间模型建模法与 Wiener 过程结合,构建 Wiener 状态空间模型(Wiener state space model, WSSM)。具体地,基于 Wiener 过程的装备退化状态预测方程可表示为:

$$x(t) = x(0) + \eta H(t, b) + \sigma_B B(t) \quad (2)$$

其中: $x(t)$ 表示 t 时刻装备退化状态; $x(0)$ 为初始退化状态,一般设为 0; η 为漂移系数, σ_B 为扩散系数, η, σ_B 都是未知参数; $B(t)$ 是标准 Brownian 运动^[15],与 η 相互独立,且服从均值为 0、方差为 t 的正态分布,即 $B(t) \sim N(0, t)$; $H(t, b)$ 是包含参数 b 的时间 t 的连续函数。 b 可以是一个参数,也可以是多个参数构成的参数集,若装备退化状态为线性退化,则 $H(t, b) = t$; 若装备退化状态为非线性退化,则 $H(t, b) = \int_0^t h(\tau, b) d\tau$ 为时间 t 的非线性函数,表征 $x(t)$ 的非线性特征, b 为漂移项参数, $H(t, b)$ 的常见形式有幂函数 $H(t, b) = t^b$ 、指数函数 $H(t, b) = e^{bt} - 1$ 等,相应的退化特征值预测模型称为幂退化模型、指数退化模型等。

为了方便预测装备在时刻 t_k (简称 k 时刻)为退化状态,对式(2)进行 Euler 离散化,可得在离散时间点 $t_k (k = 1, 2, \dots)$ 上的退化状态方程即为退化特征值预测模型,如式(3)所示。

$$x_k = x_{k-1} + \eta(H(t_k, b) - H(t_{k-1}, b)) + \sigma_B \sqrt{\Delta t} \bar{\omega}_k \quad (3)$$

其中, Δt 为传感器采样时间间隔,离散时间点 $t_k = k\Delta t (k = 1, 2, \dots)$, $x_k = x(t_k)$ 表示时刻 t_k 的预测退化状态, $B(\Delta t) = \sqrt{\Delta t} \bar{\omega}_k$ 为标准布朗运动,且 $\bar{\omega}_k$ 为服从标准正态分布的噪声序列。

1.2 退化特征量观测模型

在装备实际运行过程中,受到各种因素的干扰,很难获取到准确的装备实际退化特征值,一般情况下,通过传感器测量获得装备退化状态观测数据 $y(t)$,其与退化特征量 $x(t)$ 的关系可通过观测方程描述,即

$$y(t) = g(x(t); \mathbf{v}) + \lambda(t) \quad (4)$$

其中: $g(x(t); \mathbf{v})$ 为观测函数,表征观测数据与退化特征量的对应关系, \mathbf{v} 为 $g(x(t); \mathbf{v})$ 的参数; $\lambda(t) \sim N(0, \phi^2)$, ϕ^2 为测量噪声的方差,且 $\lambda(t)$ 与 Brownian 运动 $B(t)$ 相互独立。

为了方便对装备在时刻 t_k (简称 k 时刻)的退化状态进行估计,对式(4)进行 Euler 离散化,可

得在离散时间点 $t_k (k=1,2,\dots)$ 上的观测方程即为退化特征量观测模型 D_s , 如式(5)所示。

$$y_k = g(x_k; \mathbf{v}) + \phi \omega_k \quad (5)$$

其中: $y_k = y(t_k)$ 表示 k 时刻的退化特征量观测值; 当退化特征量能够通过传感器等硬件设备直接观测得到时, $g(x_k; \mathbf{v}) = x_k$, 若观测数据与退化特征量非线性相关, 则 $g(x_k; \mathbf{v})$ 为 x_k 的非线性函数; ω_k 为噪声序列, 且与预测方程的噪声序列 $\bar{\omega}_k$ 独立同分布。

退化特征值预测模型 D_p 和退化特征量观测模型 D_s 共同构成了基于 Wiener 过程和状态空间建模的 WSSM 即为平行仿真模型:

$$\begin{cases} x_k = x_{k-1} + \eta(H(t_k, b) - H(t_{k-1}, b)) + \sigma_B \sqrt{\Delta t} \bar{\omega}_k \\ y_k = g(x_k; \mathbf{v}) + \phi \omega_k \end{cases} \quad (6)$$

其中, 模型参数 $\Theta = \{\eta, b, \sigma_B, \mathbf{v}, \phi\}$ 。

1.3 RUL 预测模型

装备的寿命一般通过首次时 (first hitting time, FHT) 来刻画, 即装备退化特征值首次达到失效阈值的时间。设装备失效阈值为 w , 则装备的寿命可表示为^[16]:

$$T = \inf\{t: x(t) \geq w | x(0) < w\} \quad (7)$$

对于满足 Wiener 退化过程的装备, 其 RUL 的分布近似服从逆高斯分布, 其剩余寿命 T 的概率密度函数可近似表示为:

$$f_T(t) \approx \frac{w - \eta H(t, b) + \eta t h(t, b)}{t \sigma_B \sqrt{2\pi t}} \exp\left[-\frac{(w - \eta H(t, b))^2}{2\sigma_B^2 t}\right] \quad (8)$$

则装备的剩余寿命预测值 T 为该概率密度函数的数学期望, 即

$$T = E(T) = \int_0^{+\infty} t f_T(t) dt \quad (9)$$

式(9)即为 RUL 预测模型 L_p 。

由于本文主要研究平行仿真模型演化问题, 因此, 后文不再针对 RUL 预测展开讨论。

2 模型在线演化

在状态空间建模方式下, 通过退化特征量观测值驱动 WSSM 运行, 获得真实退化状态估计值, 同时对 WSSM 的模型参数进行修正, 实现 WSSM 的动态演化, 使模型运行不断逼近装备真实运行状态。

2.1 模型演化思路

平行仿真模型的动态演化以模型的构建为基础和前提, 也就是需要首先确定模型形态, 即确定

式(2)中 $H(t, b)$ 的表达式。然而, 前期的研究中, 均采用经验法确定该表达式的形式, 缺少理论支撑和数据驱动。

为了更精准地构建平行仿真模型, 本文将平行仿真模型的动态演化过程分为 2 个环节 3 个步骤, 2 个环节分别是退化特征值预测模型构建环节和并行仿真模型参数在线动态演化环节, 3 个步骤分别是退化特征值预测模型构建、预测数据与观测数据融合和仿真模型参数动态演化。通过在以往模型演化方法基础上, 增加退化特征值预测模型构建环节, 解决模型形态确定问题, 使仿真模型能够更好地逼近装备状态。

退化特征值预测模型构建的主要目标是大体估计退化特征量的退化规律, 即确定式(1)中 $H(t, b)$ 的形式及模型初始参数。 $H(t, b)$ 可通过如下三种途径确定:

1) 根据领域专家知识或装备本身的退化特性确定;

2) 根据历史数据拟合出退化特征量变化曲线, 将获得的拟合曲线作为 $H(t, b)$;

3) 先验知识和历史数据均不足时, 由于该环节主要获取退化特征值的变化趋势, 对参数精度要求不高, 所以可忽略噪声的影响, 利用退化特征量预测值与退化特征量观测值的关系, 先利用退化特征量观测值进行曲线拟合, 将获得的拟合曲线与对应关系的复合函数作为 $H(t, b)$ 的初始形态。本文主要研究此情况下的初始模型构建方法。

平行仿真模型的在线动态演化环节包括数据同化和参数在线估计两个步骤。具体地, 一方面, 在平行仿真模型运行中, 要利用退化特征量预测数据和观测数据, 估计装备实际的退化特征值, 这一过程通过数据同化来实现; 另一方面, 由于实际装备本身会逐渐发生变化, 要根据观测数据对模型参数进行修正, 使仿真模型不断逼近实际装备, 这一过程通过模型参数在线估计来实现。

卡尔曼滤波器族是信息处理领域最著名、最流行的数据同化算法之一^[17], 它包括卡尔曼滤波 (Kalman filter, KF)、扩展卡尔曼滤波 (extended Kalman filter, EKF) 等。卡尔曼滤波适用于线性系统, 扩展卡尔曼滤波是该算法的改进, 适用于线性系统和非线性系统。扩展卡尔曼滤波作用于非线性状态空间模型, 其基本思想^[18] 就是利用 Taylor 公式, 对函数 $H(t_k, b)$ 在 $t = t_{k-1}$ 处进行一阶 Taylor 展开, $g(x_k; \mathbf{v})$ 在 $x_k = \hat{x}_{k|k-1}$ 处进行一阶 Taylor 展开, 则有

$$H(t_k, b) \approx H(t_{k-1}, b) + h(t_{k-1}, b) \Delta t \quad (10)$$

$$g(x_k; \nu) \approx \hat{g}(\hat{x}_{k|k-1}; \nu) + g'(\hat{x}_{k|k-1}; \nu)(x_k - \hat{x}_{k|k-1}) \quad (11)$$

其中, $\hat{x}_{k|k-1}$ 为 k 时刻退化状态特征量预测值, Δt 为采样时间间隔。特别地, 当 $H(t_k, b)$ 、 $g(x_k; \nu)$ 为线性函数时, 以式(11)为例, 将 $g(x_k; \nu) = x_k$ 代入式(11)右侧可知, 式(11)依然成立。因此, 无论是线性退化系统还是非线性退化系统, 均可以使用扩展卡尔曼滤波算法实现数据同化, 即利用观测数据对预测数据进行修正, 提升退化状态预测的准确性。

极大似然估计是建立在极大似然原理基础上的一种统计方法, 是参数估计的一种常用方法, 用于通过给定观测数据估计模型参数^[19], 即“模型已定, 参数未知”的情形。由式(6)可知, y_k 基于 x_k 的后验分布 $y_k | x_k \sim N(g(x_k; \nu), \varphi^2)$, 而 x_k 基于 x_{k-1} 的后验分布 $x_k | x_{k-1} \sim N(x_{k-1} + \eta(H(t_k, b) - H(t_{k-1}, b)), \sigma_B^2 \Delta t)$, 在此基础上, 求取仿真退化状态向量 $X_k = [x_0, x_1, x_2, \dots, x_k]$ 和观测向量 $Y_k = [y_0, y_1, y_2, \dots, y_k]$ 的联合对数似然函数, 然后对各参数求偏导数, 并令偏导数为 0, 求解方程组, 可得到平行仿真模型参数 $\Theta = \{\eta, b, \sigma_B, \nu, \varphi\}$ 的在线估计值。

模型参数在线演化的过程如图 1 所示, 具体

过程如下:

Step 1: 当有新的装备退化特征量观测值注入仿真系统时, 首先判断退化特征值预测模型是否已确定, 若否, 则进入退化特征值预测模型构建环节, 执行 Step 2; 若是, Step 4 则进入平行仿真模型参数演化环节, 执行 Step 4。

Step 2: 将退化特征观测值分别注入退化特征值预测模型库中的所有模型, 首先判断现有数据数量是否足够支撑模型参数解算, 若是, 对观测数据进行曲线拟合, 得到每个模型下的拟合曲线和拟合误差, 并根据具体拟合算法找到拟合误差最小的模型 D_{pj} 作为退化特征值预测模型的初始形态, 然后执行 Step 3; 若否, 则回到 Step 1, 继续等待新的特征值注入。

Step 3: 将求得的预测模型注入平行仿真模型参数演化环节, 执行 Step 5。

Step 4: 判断是否存在当前时刻退化特征量的预测值, 若不存在, 将退化特征观测值注入数据同化模块, 执行 Step 5, 若存在, 判断根据退化特征量预测值估计的该时刻观测值与注入的观测值的方差是否小于阈值 t_2 , 若是, 将退化特征观测值注入数据同化模块, 执行 Step 5; 若否, 将所有退化特征观测值注入退化特征值预测模型构建环节, 执行 Step 2, 重新确定预测模型形态。

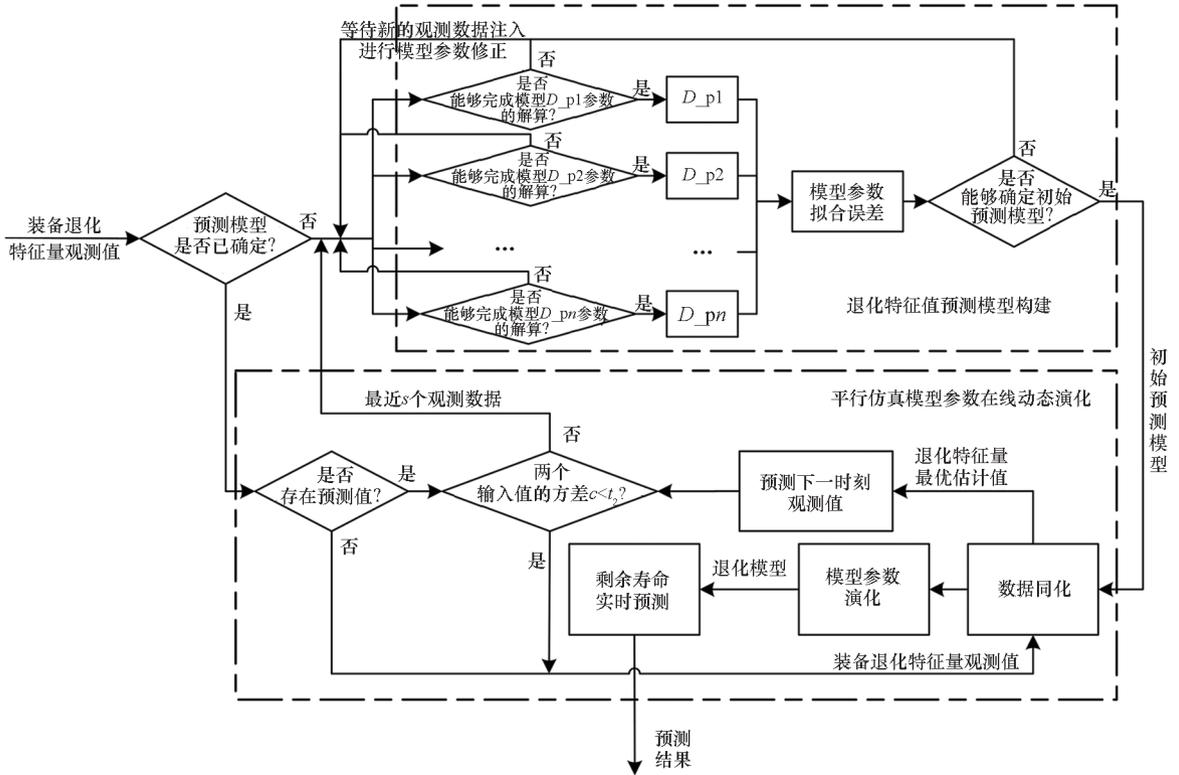


图 1 模型参数动态演化过程

Fig. 1 Dynamic evolution process of model parameters

Step 5: 运用 Step 3 注入的预测模型对当前时刻的退化特征值进行预测,存储该预测值,并将该值与 Step 4 注入的退化特征观测值进行数据同化,求得当前时刻的退化特征量后验估计值,然后执行 Step 6。

Step 6: 运用已有退化状态特征量后验估计值和退化状态特征观测值进行平行仿真模型参数演化,然后执行 Step 7。

Step 7: 运用当前平行仿真模型进行 RUL 预测,估计系统的剩余寿命。

2.2 退化特征值预测模型构建

首先,利用最小二乘曲线拟合方法,求取典型形态退化特征模型,构建退化特征值预测模型库;当有观测数据注入时,利用预测模型库进行退化规律的初步辨识及预测方程参数的初始化。

2.2.1 最小二乘拟合公式^[20]

最小二乘曲线拟合的基本思想是构造经过点列 $(x_i, f(x_i))$ “附近”的函数 $s(x)$,使得由式(12)求得的误差最小,其中, $i = 1, 2, \dots, m$, $s(x)$ 属于由线性无关的函数组 $\varphi_0, \varphi_1, \dots, \varphi_n$ 构成的张量空间 $\Phi = span\{\varphi_0, \varphi_1, \dots, \varphi_n\}$ 。

$$\sqrt{\sum_{j=0}^m (f(x_j) - s(x_j))^2} \quad (12)$$

由于 $\Phi = span\{\varphi_0, \varphi_1, \dots, \varphi_n\}$, 对 $\forall s \in \Phi$, 有

$$s(x) = \sum_{i=0}^n a_i \varphi_i(x) \quad (13)$$

因此,确定函数 $s(x)$ 实际上就是求解使式(12)最小的参数 $a_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 。根据函数极值求解相关知识,该问题等价于求解线性方程组,即:

$$\begin{bmatrix} (\varphi_0, \varphi_0) & (\varphi_0, \varphi_1) & \cdots & (\varphi_0, \varphi_n) \\ (\varphi_1, \varphi_0) & (\varphi_1, \varphi_1) & \cdots & (\varphi_1, \varphi_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (\varphi_n, \varphi_0) & (\varphi_n, \varphi_1) & \cdots & (\varphi_n, \varphi_n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (f, \varphi_0) \\ (f, \varphi_1) \\ \vdots \\ (f, \varphi_n) \end{bmatrix} \quad (14)$$

其中, $(\varphi_i, \varphi_j) = \sum_{k=0}^m \varphi_i(x_k) \varphi_j(x_k)$, $(f, \varphi_j) = \sum_{k=0}^m f(x_k) \varphi_j(x_k)$, $m + 1$ 为样本数量。

2.2.2 不同形态的退化特征值预测方程

当有观测数据注入时,由于需要根据观测值求取退化特征量,因此 $x_k \approx g^{-1}(y_k; \mathbf{v})$, 其中, $g^{-1}(t; \mathbf{v})$ 表示观测方程中映射函数 $g(t; \mathbf{v})$ 的逆函数。因为本步骤仅需近似确定退化规律,退化

特征量初始值和模型参数会在后续的数据同化过程中被快速地修正,对剩余寿命预测结果基本不会产生影响,因此,在确定退化特征值预测方程形态时,可对模型进行简化,忽略噪声的影响,并需要根据需要设定退化特征量初值 $x_0 = 0$ 。下文仅以退化特征量能够直接观测得到的情况为例,即 $x_k \approx y_k$ 情况下,进行拟合公式的推导,其他情况类似。

若退化特征函数为线性函数,即 $H(t, b) = t$, 则 $x_k \approx y_k \approx x_0 + \eta t$, 使用一次多项式对输入的观测数据进行拟合,因此,线性退化特征函数属于空间 $\Phi = span\{1, t\}$, 线性方程组(14)可简化为:

$$\begin{bmatrix} m + 1 & \sum_{k=0}^m t_k \\ \sum_{k=0}^m t_k & \sum_{k=0}^m t_k^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ \eta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{k=0}^m y_k \\ \sum_{k=0}^m y_k t_k \end{bmatrix} \quad (15)$$

其中, t_k 为观测时间点, y_k 为观测值。求解线性方程可得初值 x_0 和参数 η ,将初值 x_0 和参数 η 代入 $x_k = x_0 + \eta t$ 即可求得线性退化模型的初始状态,并可根据式(11)求得拟合误差。

若退化特征函数为幂函数,即 $H(t, b) = t^\beta$, 则 $x_k \approx y_k \approx x_0 + \eta t^\beta$, 为了使用线性拟合方法,用 $t = t_0$ 处的带Lagrange形余项的二阶Taylor公式近似表示该幂函数,则

$$y_k \approx x_0 + \eta t_0^\beta + \eta \beta t_0^{\beta-1} (t - t_0) + \frac{\eta \beta (\beta - 1) t_0^{\beta-2}}{2} (t - t_0)^2 + \frac{\eta \beta (\beta - 1) (\beta - 2) t_0^{\beta-3}}{6} (t - t_0)^3 \quad (16)$$

式(16)为三次多项式,该函数属于空间 $\Phi = span\{1, t, t^2, t^3\}$, 将空间 Φ 的基 $\{1, t, t^2, t^3\}$ 代入线性方程组(13)中的 $\varphi_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 可得方程组(17),求解方程组(17),得到 a_0, a_1, a_2 和 a_3 ,进而根据 a_0, a_1, a_2 和 a_3 与式(16)中系数的对应关系,求解方程组(18),从而求得初值 x_0 和参数 η, β 的值如式(19)所示,将求得的初值 x_0 和参数 η, β 的值代入 $x_k = x_0 + \eta t^\beta$ 即可得到幂退化模型的初始状态,并根据式(12)求得拟合误差。

$$\begin{bmatrix} m + 1 & \sum_{k=0}^m t_k & \sum_{k=0}^m t_k^2 & \sum_{k=0}^m t_k^3 \\ \sum_{k=0}^m t_k & \sum_{k=0}^m t_k^2 & \sum_{k=0}^m t_k^3 & \sum_{k=0}^m t_k^4 \\ \sum_{k=0}^m t_k^2 & \sum_{k=0}^m t_k^3 & \sum_{k=0}^m t_k^4 & \sum_{k=0}^m t_k^5 \\ \sum_{k=0}^m t_k^3 & \sum_{k=0}^m t_k^4 & \sum_{k=0}^m t_k^5 & \sum_{k=0}^m t_k^6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{k=0}^m y_k \\ \sum_{k=0}^m y_k t_k \\ \sum_{k=0}^m y_k t_k^2 \\ \sum_{k=0}^m y_k t_k^3 \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\begin{cases} a_0 = x_0 + \eta t_0^\beta - \frac{3\eta\beta t_0^\beta}{2} + \frac{\eta\beta^2 t_0^\beta}{2} - \\ \frac{\eta\beta(\beta-1)(\beta-2)\xi^{\beta-3} t_0^3}{6} \\ a_1 = 2\eta\beta t_0^{\beta-1} - \eta\beta^2 t_0^{\beta-1} + \\ \frac{\eta\beta(\beta-1)(\beta-2)\xi^{\beta-3} t_0^2}{2} \\ a_2 = \frac{\eta\beta^2 t_0^{\beta-2}}{2} - \frac{\eta\beta t_0^{\beta-2}}{2} \\ a_3 = \frac{\eta\beta(\beta-1)(\beta-2)\xi^{\beta-3}}{6} \end{cases} \quad (18)$$

$$\begin{cases} \beta = \frac{a_1 + 4a_2 t_0 + 9a_3 t_0^2}{a_1 + 2a_2 t_0 + 3a_3 t_0^2} \\ \eta = \frac{a_1 + 2a_2 t_0 + 3a_3 t_0^2}{\beta t_0^{\beta-1}} \\ x_0 = a_0 + a_1 t_0 + a_2 t_0^2 + a_3 t_0^3 - \eta t_0^\beta \end{cases} \quad (19)$$

若退化特征函数为指数函数, 即 $H(t, b) = e^{\delta t} - 1$, 则 $x_k \approx y_k \approx x_0 + \eta(e^{\delta t} - 1)$, 为了使用线性拟合方法, 用 $t = t_0$ 处的带 Lagrange 形余项的二阶 Taylor 公式表示该指数函数, 即

$$y_k \approx x_0 - \eta + \eta e^{\delta t_0} + \eta\delta e^{\delta t_0}(t - t_0) + 0.5\eta\delta^2 e^{\delta t_0}(t - t_0)^2 + \frac{1}{6}\eta\delta^3 e^{\delta t_0}(t - t_0)^3 \quad (20)$$

式(20)为三次多项式, 因此, 同样求解方程组(17), 得到 a_0, a_1, a_2 和 a_3 , 进而根据 a_0, a_1, a_2 和 a_3 与式(20)中系数的对应关系, 求解方程组(21), 得到初值 x_0 和参数 η, δ 如(22)所示, 将求得的初值 x_0 和参数 η, δ 代入 $x_k = x_0 + \eta(e^{\delta t} - 1)$ 可得到指数退化模型的初始状态, 并根据式(12)求得拟合误差。

$$\begin{cases} a_0 = x_0 - \eta + \eta e^{\delta t_0} - \eta\delta t_0 e^{\delta t_0} + 0.5\eta\delta^2 t_0^2 e^{\delta t_0} - \\ \frac{1}{6}\eta\delta^3 t_0^3 e^{\delta t_0} \\ a_1 = \eta\delta e^{\delta t_0} - \eta\delta^2 t_0 e^{\delta t_0} + 0.5\eta\delta^3 t_0^2 e^{\delta t_0} \\ a_2 = 0.5\eta\delta^2 e^{\delta t_0} - 0.5\eta\delta^3 t_0 e^{\delta t_0} \\ a_3 = \frac{1}{6}\eta\delta^3 e^{\delta t_0} \end{cases} \quad (21)$$

$$\begin{cases} \delta = \frac{2a_2 + 6a_3 t_0}{a_1 + 2a_2 t_0 + 3a_3 t_0^2} \\ \eta = \frac{a_1 + 2a_2 t_0 + 3a_3 t_0^2}{\delta e^{\delta t_0}} \\ x_0 = \eta - \eta e^{\delta t_0} + a_0 + a_1 t_0 + a_2 t_0^2 + a_3 t_0^3 \end{cases} \quad (22)$$

需要说明的是, 由于使用 Taylor 公式近似表

示非线性函数要求 t 的取值要在 t_0 “附近”, 因此, 此方法仅适用于样本数量不太大时进行曲线拟合。一般地, 对于任意连续退化特征函数, 均可使用指数函数曲线拟合的思想, 利用 $t = t_0$ 处的 N 阶 Taylor 公式近似该退化特征函数, 即:

$$H(t, b) \approx H(t_0, b) + H'(t_0, b)(t - t_0) + \dots + \frac{H^{(N)}(t_0, b)(t - t_0)^N}{N!} \quad (23)$$

其中, $H'(t_0, b)$ 为 $H(t, b)$ 在 $t = t_0$ 处的一阶导数, $H^{(N)}(t_0, b)$ 为 $H(t, b)$ 在 $t = t_0$ 处的 N 阶导数, 则 $y_k \approx x_k = x_0 + \eta H(t, b)$, 利用线性方程组(14)求得各项系数, 进而求得参数集 b 的值。一般地, t_0 和 N 的取值根据 $H(t, b)$ 的形态确定, 取值的基本原则是 $H'(t_0, b), H''(t_0, b), \dots, H^{(N)}(t_0, b)$ 不全为 0; N 等于 b 中参数的个数加 1。

2.2.3 退化特征值预测模型选择及初始化

当有观测数据注入时, 需要在模型库中选择一个“最恰当”的模型形态, 并求取模型的初始参数。具体的初始化步骤如下:

Step 1: 当观测数据 y_i 注入系统时, 根据系统已有观测数据数量及模型 D_{pi} 的参数数量, 判断当前数据数量是否能够支撑拟合方程的解算, 即根据观测数据求得的线性方程组(14)的系数矩阵是否为非奇异矩阵, 若是, 则求解线性方程组(14), 并求得模型参数集 b_{ij} 和拟合误差 r_{ij} 。

Step 2: 比较所有模型的上次拟合误差和本次拟合误差, 若模型 D_{pi} 满足 $r_{ij} < r_{ij-1}$, 说明该模型的拟合精度还在提升, 等待下一观测数据注入, 若对模型 D_{pi} , 存在整数 j , 使 $r_{ij} > r_{ij-1} > r_{ij-2} > r_{ij-3}$ 且 $r_{ij-3} < r_{ij-4}$, 则 $t_i = t_{j-3}$ 时刻模型 D_{pi} 达到最佳拟合状态, 此时的拟合误差记为 r_i 。

Step 3: 退化特征值预测模型 D_p 由式(24)确定, 将模型 D_p 作为退化特征值预测模型构建步骤的输出, 并将满足式(24)的拟合误差 r_i 对应的时刻 t_i 作为数据同化的起始时刻。

$$D_p = \{D_{pi} | \forall k \in [1, n], r_i \leq r_k\} \quad (24)$$

其中, n 为退化特征模型库中的模型数量。

2.3 平行仿真模型数据同化

利用 EKF 算法实现平行仿真模型的数据同化, 该算法是一种递推算法, 递推步骤如下^[17]:

Step 1: 初始化。在 $k = 0$ 时刻, 给定退化状态预测初始值 $\hat{x}_{0| -1}$ 和估计误差 $P_{0| -1}$ 。

从统计意义来说, 退化状态预测初始值 $\hat{x}_{0| -1}$ 是一个概率分布, 一般取该分布的均值作为估计值, 方差作为估计误差。当退化状态预测初始值的概率分布未知时, 可任意规定初始值, EKF 算法

的递推过程会逐渐修改初始值偏差。

Step 2: 预测。 $k-1$ 时刻结束、 k 时刻到来之前,利用 $k-1$ 时刻退化状态特征值 x_{k-1} 的最优化估计值 $\hat{x}_{k-1|k-1}$ 及方差 $P_{k-1|k-1}$, 根据式(3)、式(10),预测 k 时刻的退化状态特征值,并计算其方差,即:

$$\hat{x}_{k|k-1} = \hat{x}_{k-1|k-1} + \eta(h(t_k; b) - h(t_{k-1}; b)) \quad (25)$$

$$P_{k|k-1} = P_{k-1|k-1} + \sigma^2 \Delta t \quad (26)$$

Step 3: 更新。 利用 k 时刻退化状态特征预测值 $\hat{x}_{k|k-1}$ 及方差 $P_{k|k-1}$ 以及观测值 y_k , 根据式(6)、式(10)、式(11)及 EKF 算法,计算 k 时刻退化状态特征值 x_k 的最优化估计值及方差,即:

$$\hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k|k-1} + K_k(y_k - g'(\hat{x}_{k|k-1}; \mathbf{v}) \cdot \hat{x}_{k|k-1}) \quad (27)$$

$$P_{k|k} = (I - K_k \cdot g'(\hat{x}_{k|k-1}; \mathbf{v}))P_{k|k-1} \quad (28)$$

其中, K_k 称为 Kalman 增益,表达式如为:

$$K_k = P_{k|k-1} \cdot g'(\hat{x}_{k|k-1}; \mathbf{v}) (g'(\hat{x}_{k|k-1}; \mathbf{v})^2 P_{k|k-1} + \varphi^2)^{-1} \quad (29)$$

循环执行 Step 2、Step 3, 实现 EKF 算法的递推,求解下一时刻退化状态特征值的最优估计。需要特别指出的是,每执行完一次 Step 3, 均需要执行平行仿真模型参数演化,完成参数的更新后,才能进入下一次循环去执行 Step 2。

2.4 平行仿真模型参数演化

由平行仿真模型(6)可知,退化状态特征值为 x_k 时,观测值 y_k 服从以 $g(x_k; \mathbf{v})$ 为均值,以 φ^2 为方差的正态分布,即:

$$p(y_k | x_k; \mathbf{v}) \sim N(g(x_k; \mathbf{v}), \varphi^2) = \frac{1}{\varphi \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(y_k - g(x_k; \mathbf{v}))^2}{2\varphi^2}} \quad (30)$$

而 $k-1$ 时刻退化状态特征值为 x_{k-1} 时, k 时刻退化状态特征预测值 x_k 服从以 $x_{k-1} + \eta(H(t_k, b) - H(t_{k-1}, b))$ 为均值,以 $\sigma_B^2 \Delta t$ 为方差的正态分布,即

$$p(x_k | x_{k-1}; b) \sim N(x_{k-1} + \eta(H(t_k, b) - H(t_{k-1}, b)), \sigma_B^2 \Delta t) \\ = \frac{1}{\sigma_B \sqrt{2\pi \Delta t}} \exp \left[-\frac{(x_k - x_{k-1} - \eta(H(t_k, b) - H(t_{k-1}, b)))^2}{2\sigma_B^2 \Delta t} \right] \quad (31)$$

因此,在 $k-1$ 时刻退化状态特征值为 x_{k-1} 的条件下, k 时刻退化状态特征预测值为 x_k , 观测值为 y_k 的联合概率分布 $p(x_k, y_k | x_{k-1}; \Theta) = p(y_k | x_k; \mathbf{v}) \cdot p(x_k | x_{k-1}; b)$, 其中, Θ 为模型参数集, $\Theta = \{\eta, b, \sigma_B, \mathbf{v}, \varphi\}$ 。记 k 时刻的仿真退化状态向量 $\mathbf{X}_k = [x_0, x_1, x_2, \dots, x_k]$, 观测数据向量 $\mathbf{Y}_k = [y_0, y_1, y_2, \dots, y_k]$, 则到 k 时刻,仿真退化状态向

量为 \mathbf{X}_k , 观测数据向量为 \mathbf{Y}_k 的联合概率分布 $p(\mathbf{X}_k, \mathbf{Y}_k; \Theta)$ 由式(32)给出, $p(\mathbf{X}_k, \mathbf{Y}_k; \Theta)$ 即为参数 Θ 的似然函数。

$$p(\mathbf{X}_k, \mathbf{Y}_k; \Theta) = \prod_{i=1}^k p(x_i, y_i | x_{i-1}; \Theta) \\ = \prod_{i=1}^k p(y_i | x_i; \mathbf{v}) \prod_{i=1}^k p(x_i | x_{i-1}; b) \quad (32)$$

由于 $p(\mathbf{X}_k, \mathbf{Y}_k; \Theta)$ 为以正态分布为基础的联合概率分布,对式两边求对数能够使运算更简便,因此,运用对数极大似然法,对平行仿真模型参数 Θ 进行估计步骤如下:

Step 1: 求联合概率分布 $p(\mathbf{X}_k, \mathbf{Y}_k; \Theta)$ 的对数似然函数 $L(\mathbf{X}_k, \mathbf{Y}_k; \Theta)$, 表达式如式(33)所示。

$$L(\mathbf{X}_k, \mathbf{Y}_k; \Theta) = \ln p(\mathbf{X}_k, \mathbf{Y}_k; \Theta) \\ = \ln \left(\prod_{i=1}^k p(y_i | x_i; \mathbf{v}) \right) + \ln \left(\prod_{i=1}^k p(x_i | x_{i-1}; b) \right) \\ = \sum_{i=1}^k \ln(p(y_i | x_i; \mathbf{v})) + \sum_{i=1}^k \ln(p(x_i | x_{i-1}; b)) \\ = -k \ln(2\pi \sqrt{\Delta t}) - k \ln \sigma_B - k \ln \varphi - \\ \frac{\sum_{i=1}^k (y_i - g(x_i; \mathbf{v}))^2}{2\varphi^2} - \\ \frac{\sum_{i=1}^k (x_i - x_{i-1} - \eta(H(t_i, b) - H(t_{i-1}, b)))^2}{2\sigma_B^2 \Delta t} \quad (33)$$

Step 2: 求 $L(\mathbf{X}_k, \mathbf{Y}_k; \Theta)$ 的极大值, 即令 $L(\mathbf{X}_k, \mathbf{Y}_k; \Theta)$ 参数集 Θ 中各参数求偏导数等于 0, 构造偏微分方程组(34), 并求解。

$$\frac{\partial(L(\mathbf{X}_k, \mathbf{Y}_k; \Theta))}{\partial \Theta} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\partial(L(\mathbf{X}_k, \mathbf{Y}_k; \Theta))}{\partial \eta} = 0 \\ \frac{\partial(L(\mathbf{X}_k, \mathbf{Y}_k; \Theta))}{\partial b} = 0 \\ \frac{\partial(L(\mathbf{X}_k, \mathbf{Y}_k; \Theta))}{\partial \sigma_B} = 0 \\ \frac{\partial(L(\mathbf{X}_k, \mathbf{Y}_k; \Theta))}{\partial \mathbf{v}} = 0 \\ \frac{\partial(L(\mathbf{X}_k, \mathbf{Y}_k; \Theta))}{\partial \varphi} = 0 \end{cases} \quad (34)$$

每求解出一组新的模型参数,就完成了平行仿真模型的一次在线演化。后续,一方面需要将模型演化结果输出给剩余寿命预测环节,对装备的剩余寿命进行实时预测;另一方面,等待新的退化特征观测值注入,开始下一时刻的退化状态估计和下一次模型在线演化。

3 应用实例

本文针对平行仿真模型参数演化方法进行研究,因此仅针对模型参数演化过程进行仿真实验。本文实验数据来自 PHM Society (2010) 公开数据集,该数据集为刀具磨损实验数据。本文使用 1 号实验刀具的实验数据,进行 315 次切削实验,并记录每次切削后的刀具磨损情况,该磨损情况由刀具后刀面磨损带中间区域的平均宽度(单位: μm)来描述。为说明本文所述模型参数演化处理流程,验证本文算法的有效性,以刀具磨损情况为观测数据,使用拟合算法构建预测模型的初始形态,运用本文所述模型初始化方法和参数演化流程,实现对刀具磨损情况的预测。

3.1 模型初始化

为本实验构建由线性退化模型、幂退化模型和指数退化模型构成的退化模型库,将 1 号刀具的观测数据逐一注入退化模型库的各个模型中,取 $t_0 = 0$ 将观测数据分别代入式(15)、式(17)~(19)、式(21)~(22),计算各退化模型参数,并将参数对应代入式(14)、式(16)、式(20)以确定该时刻各退化模型方程。当注入数据数量为 4 时,所有模型均能够完成解算,随着注入数据数量的增加,将各拟合数据与观测数据代入式(12),求得各模型部分拟合误差如表 1 所示。根据 2.3 节模型初始化的算法步骤,确定注入 11 个观测数据时,指数退化模型的拟合结果为退化特征量预测模型初始状态,此时,模型的初始参数为: $x_0 = 37.5225$, $\eta = -59.2600$, $\delta = -0.0367$, 拟合曲线与观测数据曲线的对比如图 2 所示。

表 1 各模型不同数据量下的拟合误差
Tab. 1 Fitting error of each model with different data amounts

数据数量	线性退化模型	幂退化模型	指数退化模型
4	0.099 8	0.149 1	0.348 8
5	0.153 3	0.292 0	0.556 7
6	0.225 4	0.553 9	0.523 3
9	0.578 0	1.922 7	0.212 9
11	0.931 8	3.393 7	0.032 1
12	1.144 7	4.320 3	0.097 4
13	1.381 6	5.382 6	0.197 0
14	1.642 5	6.585 5	0.303 8

3.2 模型参数演化

根据模型初始化分析可知,本实验适用的平

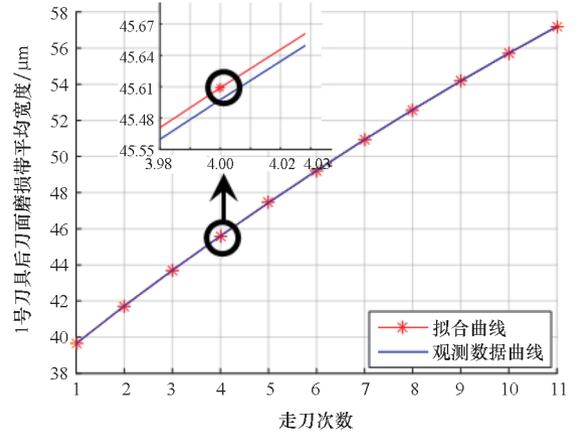


图 2 拟合曲线与观测数据曲线的对比
Fig. 2 Comparison of the fitted curve and the observed data curve

行仿真模型为指数退化平行仿真模型,其状态方程的漂移项为指数函数,观测方程为线性函数,模型形态如式(35)所示。

$$\begin{cases} x_k = x_{k-1} + \eta(e^{\delta k \Delta t} - e^{\delta(k-1)\Delta t}) + \sigma_B \sqrt{\Delta t} \tau \\ y_k = \gamma_1 x_k + \varphi \omega_k \end{cases} \quad (35)$$

将退化特征量初始预测模型作为数据同化的初始状态,将已有观测数据注入模型参数动态演化环节,开始进行平行仿真模型参数在线动态演化,EKF 算法的初始值由模型初始化阶段求得,本实验注入的初始值 $\hat{x}_{0|-1} = 37.5225$ 和估计误差 $P_{0|-1} = 0.3038$ 。后续获得的观测数据直接注入 EKF 算法,进行模型数据同化及参数演化。1 号刀具的仿真退化轨迹与实际观测退化轨迹对比如图 3 所示,该仿真数据前 11 项由模型初始化环节的拟合算法求得,后续仿真数据为模型参数演化过程求得。

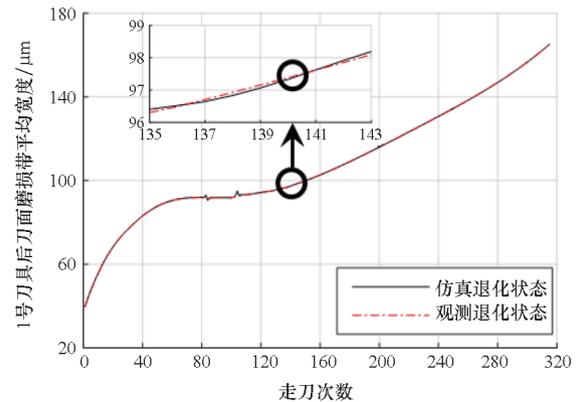


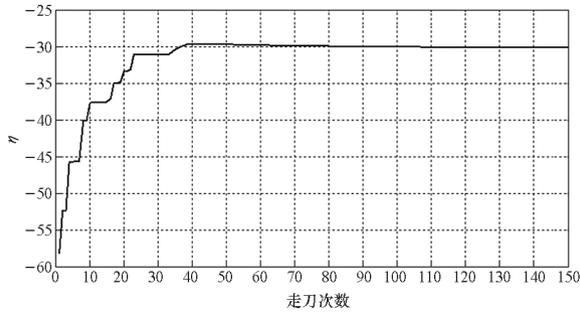
图 3 退化轨迹对比
Fig. 3 Comparison of degenerate trajectories

从图 3 中不难看出,本文算法能够有效地对刀具的性能退化过程进行仿真,在 80~85 刀之间以及 105 刀左右仿真数据偏离实际观测数据使误

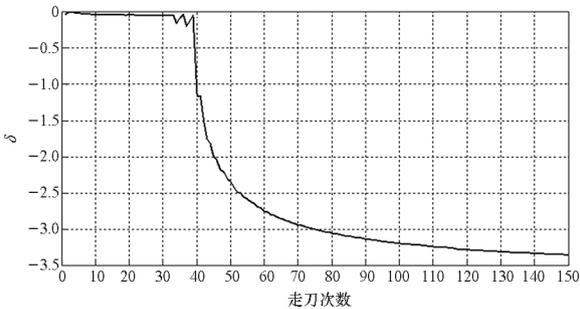
差达到规定阈值后,仿真系统根据本文算法对模型进行调整,使仿真数据能够继续逼近真实观测数据。通常利用式(36)所示的均方根误差(root mean square error, RMSE)来度量仿真精度,求得的仿真结果与实际观测数据的均方根误差为0.002 3。

$$R = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \left(\frac{y_k - \hat{x}_{klk}}{y_k} \right)^2} \quad (36)$$

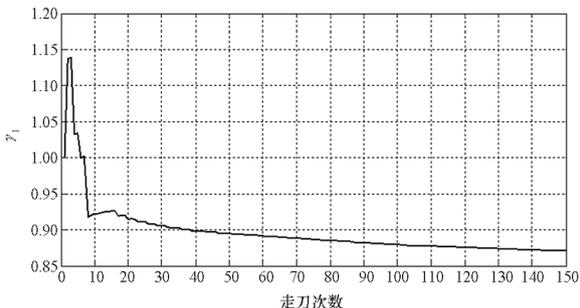
仿真过程中,仿真模型参数的演化如图4所示。图4表明,随着观测数据的注入,模型参数能够进行动态演化并快速收敛至真实值附近,漂移系数 η 的收敛值约为-30.098 8,指数系数 δ 的收敛值约为-3.354 7,观测方程参数 γ_1 的收敛值约为0.87。



(a) 漂移系数 η 在线演化
(a) Online evolution of η



(b) 指数系数 δ 在线演化
(b) Online evolution of δ



(c) 观测系数 γ_1 在线演化
(c) Online evolution of γ_1

图4 参数在线演化

Fig. 4 Online evolution of parameters

4 结论

本文针对前期研究中线性退化过程和非线性退化过程使用不同的模型表达不利于后续研究深入开展的状况,统一了不同退化状态下的平行仿真模型表达,为后续研究深入开展奠定基础;针对前期研究中模型初始形态由经验确定的不足,提出通过构建平行仿真初始模型库并设计模型选择算法的思路,具体设计了平行仿真初始预测模型库的构建方法和模型选择算法,解决模型初始形态确定问题;在此基础上进一步设计和完善了平行仿真模型在线演化的具体工作流程,实现了平行仿真模型的在线动态演化,使模型仿真状态实时逼近装备实际状态。将本文设计的演化方法应用于刀具磨损情况预测,仿真实验显示,本文方法能够使模型参数快速收敛,并达到较好的预测效果。

本文完整地构建了面向剩余寿命预测的平行仿真模型参数演化方法,为平行仿真技术在装备维修保障中的应用提供了理论依据和算法支撑。然而,复杂系统的退化过程往往不会呈现单一退化规律,因此平行仿真模型的演化也不仅仅是参数的演化,还涉及模型形态的演化。此外,系统运行过程中,还有可能受到外界因素影响,使退化过程存在离散冲击。为了在这些退化情况下平行仿真模型仍能很好地逼近系统的运行状态,还需要对平行仿真模型演化过程中的模型形态切换问题进行深入的探讨,设计恰当的模型切换算法,减小模型切换过程中的仿真误差。

参考文献 (References)

- [1] MEHTA P, WERNER A, MEARS L. Condition based maintenance-systems integration and intelligence using Bayesian classification and sensor fusion [J]. Journal of Intelligent Manufacturing, 2015, 26: 331 - 346.
- [2] GEBRAEEL N, ELWANY A, PAN J. Residual life predictions in the absence of prior degradation knowledge [J]. IEEE Transactions on Reliability, 2009, 58(1): 106 - 117.
- [3] LU C J, MEEKER W O. Using degradation measures to estimate a time-to-failure distribution [J]. Technometrics, 1993, 35(2): 161 - 174.
- [4] ZHOU Z J, HU C H. An effective hybrid approach based on grey and ARMA for forecasting gyro drift [J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2008, 35(3): 525 - 529.
- [5] GEBRAEEL N, LAWLEY M, LIU R, et al. Residual life predictions from vibration-based degradation signals: a neural network approach [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2004, 51(3): 694 - 700.
- [6] YOU M Y, MENG G. A generalized similarity measure for similarity-based residual life prediction [J]. Proceedings of

- the Institution of Mechanical Engineers, Part E: Journal of Process Mechanical Engineering, 2011, 225(3): 151–160.
- [7] SOUALHI A, RAZIK H, CLERC G, et al. Prognosis of bearing failures using hidden Markov models and the adaptive neuro-fuzzy inference system [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2014, 61(6): 2864–2874.
- [8] LOUTAS T H, ROULIAS D, GEORGIOULAS G. Remaining useful life estimation in rolling bearings utilizing data-driven probabilistic E-support vectors regression [J]. IEEE Transactions on Reliability, 2013, 62(4): 821–832.
- [9] SI X S, WANG W B, HU C H, et al. Remaining useful life estimation: a review on the statistical data driven approaches[J]. European Journal of Operational Research, 2011, 213(1): 1–14.
- [10] 葛承堃, 朱元昌, 邸彦强, 等. 面向装备 RUL 预测的平行仿真框架[J]. 系统仿真学报, 2018, 30(6): 2216–2224.
GE C L, ZHU Y C, DI Y Q, et al. Equipment RUL prediction oriented parallel simulation framework[J]. Journal of System Simulation, 2018, 30(6): 2216–2224. (in Chinese)
- [11] 葛承堃, 朱元昌, 邸彦强, 等. 装备平行仿真实论框架研究[J]. 指挥与控制学报, 2017, 3(1): 48–56.
GE C L, ZHU Y C, DI Y Q, et al. Theoretical framework for equipment parallel simulation[J]. Journal of Command and Control, 2017, 3(1): 48–56. (in Chinese)
- [12] 葛承堃, 朱元昌, 邸彦强, 等. 装备平行仿真中演化建模框架研究[J]. 火力与指挥控制, 2018, 43(5): 72–77.
GE C L, ZHU Y C, DI Y Q, et al. Research on evolution modeling framework for equipment parallel simulation [J]. Fire Control & Command Control, 2018, 43(5): 72–77. (in Chinese)
- [13] 葛承堃, 朱元昌, 邸彦强. 面向装备 RUL 预测的平行仿真技术[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(4): 725–736.
GE C L, ZHU Y C, DI Y Q. Equipment RUL prediction oriented parallel simulation technology[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(4): 725–736. (in Chinese)
- [14] GE C L, ZHU Y C, DI Y Q. Hybrid degradation equipment remaining useful life prediction oriented parallel simulation considering model soft switch[J]. Computational Intelligence and Neuroscience, 2019, 2019: 1–18.
- [15] WANG W B, CARR M, XU W J, et al. A model for residual life prediction based on Brownian motion with an adaptive drift[J]. Microelectronics Reliability, 2011, 51(2): 285–293.
- [16] SI X S, WANG W B, CHEN M Y, et al. A degradation path-dependent approach for remaining useful life estimation with an exact and closed-form solution[J]. European Journal of Operational Research, 2011, 226(1): 53–66.
- [17] REICHLER H, WALKER J P, KOSTER R D, et al. Extended versus ensemble Kalman filtering for land data assimilation[J]. Journal of Hydrometeorology, 2002, 3(6): 728–740.
- [18] BOLOGNANI S, TUBIANA L, ZIGLIOTTO M. EKF-based sensorless IPM synchronous motor drive for flux-weakening applications [J]. IEEE Transactions on Industry Applications, 2003, 39(3): 768–775.
- [19] 魏宗舒. 概率论与数理统计教程[M]. 3 版. 北京: 高等教育出版社, 2020.
WEI Z S. Course of probability theory and mathematical statistics[M]. 3rd ed. Beijing: Higher Education Press, 2020. (in Chinese)
- [20] 关治, 陆金甫. 数值分析基础[M]. 3 版. 北京: 高等教育出版社, 2019.
GUAN Z, LU J F. Fundamentals of numerical analysis[M]. 3rd ed. Beijing: Higher Education Press, 2019. (in Chinese)