doi:10.11887/j.cn.202305019

http://journal. nudt. edu. cn

使用等效偏移角稀疏测量的面阵相机序贯图像几何校正^{*}

安成锦1,李 振1,陈 军1,樊建鹏1,马 晨2

(1. 国防科技大学 电子科学学院, 湖南 长沙 410073; 2. 中国人民解放军 32035 部队, 陕西 西安 710000)

摘 要:天基光学相机实际在轨对地观测成像的畸变需通过几何校正抑制。目前主流面阵相机对地观测获得的小尺寸、高帧频序贯图像很难满足传统几何校正方法逐帧解算对单帧图像控制点数量与空域分布的要求且计算量巨大。针对这一问题,提出一种使用等效偏移角稀疏测量的面阵相机序贯观测图像几何校正方法,将逐帧校正参数解算问题转化为时域稀疏测量条件下等效偏移角信号恢复问题,利用等效偏移角信号时频信息可有效降低对单帧图像控制点数量和空域分布要求。通过高分四号卫星面阵相机在轨实测图像数据验证了所提方法的可行性目其能大大降低序贯图像几何校正处理的计算量。

关键词:等效偏移角稀疏测量;面阵相机;序贯观测图像;几何校正;高分四号卫星 中图分类号:TP751.1 文献标志码:A 开放科学(资源服务)标识码(OSID): 文章编号:1001-2486(2023)05-164-09



Sequential image geometric correction of area array camera using equivalent bias angle sparse measurement

AN Chengjin¹, LI Zhen¹, CHEN Jun¹, FAN Jianpeng¹, MA Chen²

(1. College of Electronic Science and Technology, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China;

2. The PLA Unit 32035, Xi'an 710000, China)

Abstract: The distortion in the imaging of space-based optical cameras for actual in-orbit earth observations needs to be suppressed by geometric correction. At present, the small size and high frame rate sequential images obtained by mainstream area array cameras for ground observation are difficult to meet the requirements of traditional geometric correction methods for calculating the number of control points and spatial distribution of frame-by-frame solution, and the computational complexity is huge. To address this issue, a geometric correction method by using equivalent bias angle sparse measurement for sequential observation image of area-array sensor was proposed. The problem of parameters solution for each frame converted to the problem of equivalent bias angle recovery under the time-domain sparse measurement. The requirement for the number and spatial distribution of control points in a single frame image were reduced by using the time-frequency information of equivalent bias angle signal. Meanwhile, the real image data from the area-array camera of Gaofen-4 satellite was used to verify the validity and low computation of the proposed method.

Keywords: equivalent bias angle sparse measurement; area-array camera; sequential observation image; geometric correction; Gaofen-4 satellite

当前,对地观测平台呈现"三多"(多平台、多 传感器、多视角)和"四高"(高时间分辨、高空间 分辨、高光谱分辨和高辐射分辨)的发展趋势,且 为了满足观测任务全天时、全天候、全区域覆盖的 总体要求,对地观测系统产生了一系列新变化:一 是观测图像数据量急剧增加;二是部分红外波段 的观测图像纹理特征不明显;三是观测场景中存 在云遮挡、海洋、沙漠以及冰雪覆盖的南北极等纹 理特征不明显或分布不均的区域等^[1-2]。这些新 变化在我国 2015 年 12 月 29 日发射的首颗地球 同步轨道对地遥感观测卫星——高分四号中体现 得更加明显^[2-3]。

几何校正技术作为对地观测图像处理的核心 技术,用以消除观测图像中的畸变来保证对地定 位精度以便于后续应用处理,自提出就得到国内 外学者的持续关注^[1]。对于我国第一颗民用立 体观测资源三号卫星搭载的三线列相机,Zhang 等^[4]提出了使用严格成像模型而不依赖地面控

收稿日期:2023-04-20
 基金项目:国家自然科学基金资助项目(62101567)
 作者简介:安成锦(1982—),女,山东曹县人,副教授,博士,E-mail:anchengjin06@nudt.edu.cn;
 陈军(通信作者),男,湖南常德人,副教授,博士,硕士生导师,E-mail:chenjun11@nudt.edu.cn

制点的多条带光束区域网平差方法,取得了水平 方向和垂直方向13~15 m的校正精度;对于高分 二号卫星全色波段观测图像,马世斌等^[5]使用有 理函数模型分析地面控制点数量对几何校正精度 的影响;对于高分七号卫星激光测高仪,Chen 等^[6]首先构建了严格几何定位模型,然后分析了 各种误差源影响,最终达到了0.7个像元的在轨 几何定位精度。上述几何校正方法均采用逐帧处 理模式,需先从待处理图像中提取足够高精度的 控制点,再进行校正参数解算和图像校正,但受限 于校正模型和解算方法,存在如下缺点[4-7]:一是 未考虑待校正误差的帧间关联性;二是对地面控 制点数量和分布要求较高,当图像场景的控制点 分布不均或数量不足导致观测方程奇异时,校正 精度急剧下降:三是逐帧进行控制点提取和参数 求解运算量较大。与高分专项其他成员以及资源 三号卫星不同的是:高分四号卫星搭载了一台高 分辨、多波段、小幅宽面阵相机,通过定点凝视可 以有效实现对热点区域高时间分辨和高空间分辨 的观测,同时结合卫星姿态机动或二维指向机构 运动来实现我国及周边地区的广域观测^[2-3]。目 前,国内外对高分四号卫星面阵相机观测图像几 何校正研究较少且这样特有的工作方式也为几何 校正带来了新的挑战。

Candès^[8]和 Donoho^[9]等在 2006 年提出了能 够将稀疏或非直接稀疏信号从远低于 Nyquist 采 样频率的测量中准确恢复的压缩感知理论,这为 在低频次测量条件下获得高精度的参数估计结果 提供了理论基础。Chen 等^[10]提出了一种使用稀 疏恢复的几何方法来消除线列推扫型传感器误 差,实现了对地球观测卫星一号(EO-1)和先进 陆地观测卫星(ALOS)观测数据的高精度校正。 如果将影响成像过程的主要误差项视为一维或多 维随时间变化的信号,只需优选序列图像中部分 观测条件较好的图像提取高精度控制点作为低频 次测量值,构造恰当的测量矩阵以及采用适当的 恢复算法,即可完成对待估计误差信号的

因此,本文针对现有几何校正方法存在的瓶 颈问题,开展了使用等效偏移角稀疏观测的面阵 相机序贯观测图像几何校正方法研究。

1 面阵相机几何校正模型

面阵相机对地观测成像的过程就是将三维物 空间中的点投影到二维焦平面的点的过程,这一 过程或者是三维空间坐标点与二维像点之间的对 应数学关系称之为成像模型[4-7,11]。

1.1 面阵相机成像过程建模

面阵相机对地观测成像涉及的主要坐标变换 包括:地心固连坐标系⇒地心惯性坐标系⇒卫星 轨道坐标系⇒卫星本体坐标系 ⇒传感器坐标 系⇒指向机构坐标系⇒焦平面坐标系。在实际对 地观测成像过程中,面阵相机会受到各种误差的 影响,即成像参数包含误差,故其严格成像模 型^[4-7,11]可以表示为:

$$\begin{bmatrix} x_{\rm f} - X_{\rm f} \\ y_{\rm f} - Y_{\rm f} \\ z_{\rm f} - Z_{\rm f} \end{bmatrix} = \kappa \mathbf{R}_{\rm ECF}^{\rm ECF} \mathbf{R}_{\rm ORB}^{\rm ECI} \left(\theta_{\Omega} + \Delta \theta_{\Omega}, \theta_{\rm i} + \Delta \theta_{\rm i}, \theta_{\omega} + \Delta \theta_{\omega} \right) \cdot \mathbf{R}_{\rm body}^{\rm ORB} \left(\varphi + \Delta \varphi, \varepsilon + \Delta \varepsilon, \psi + \Delta \psi \right) \cdot \mathbf{R}_{\rm sen}^{\rm ORB} \left(\phi_{\chi} + \Delta \phi_{\chi}, \phi_{\chi} + \Delta \phi_{\chi}, \phi_{\chi} + \Delta \phi_{\chi}, \phi_{\chi} + \Delta \phi_{\chi} \right) \cdot \mathbf{R}_{\rm sen}^{\rm sen} \left(\theta_{0} + \Delta \theta_{0}, \theta_{\rm c} + \Delta \theta_{\rm c} \right) \mathbf{R}_{\rm foc}^{\rm pointing} \begin{bmatrix} x_{\rm foc} \\ y_{\rm foc} \\ -f \end{bmatrix}$$
(1)

式中: $(x_f, y_f, z_f)^{\mathrm{T}}$ 表示地心固连坐标系下待投影 点的位置; $(X_t, Y_t, Z_t)^{\mathrm{T}}$ 表示地心固连坐标系下卫 星的位置;κ表示成像比例因子;**R**_{ECF}表示地心惯 性坐标系到地心固连坐标系的旋转矩阵; R_{OBB}^{ECI} 表 示卫星轨道坐标系到地心惯性坐标系的旋转矩 阵, θ_{Ω} 表示升交点赤经, θ_{i} 表示轨道面倾斜角, θ_{ω} 表示近心点角距, $\Delta \theta_{0}$ 、 $\Delta \theta_{i}$ 、 $\Delta \theta_{o}$ 表示卫星轨道根 数误差;R^{ORB}表示卫星本体坐标系到卫星轨道坐 标系的旋转矩阵, φ 、 ε 、 ψ 分别表示卫星的滚动 角、俯仰角和偏航角, $\Delta \varphi$ 、 $\Delta \varepsilon$ 、 $\Delta \psi$ 表示卫星姿态 角误差;R^{body}表示传感器坐标系到卫星本体坐标 系的旋转矩阵, ϕ_x 、 ϕ_y 、 ϕ_z 分别表示传感器与卫 星本体坐标系 $X_{\rm b}$ 轴、 $Y_{\rm b}$ 轴、 $Z_{\rm b}$ 轴的安装夹角, $\Delta \phi_X$ 、 $\Delta \phi_Y$ 、 $\Delta \phi_Z$ 表示安装角度误差; $R_{\text{pointing}}^{\text{sen}}$ 表示指 向机构坐标系到传感器坐标系的旋转矩阵, θ_0 表 示二维指向机构方位角,θ。表示二维指向机构俯 仰角, $\Delta\theta_0$ 、 $\Delta\theta_c$ 表示二维指向角误差; $R_{foc}^{pointing}$ 表示 焦平面坐标系到指向机构坐标系的旋转矩阵, (x_{for}, y_{for}) 表示焦平面坐标系下成像点的坐标, f 表示传感器焦距。

1.2 几何校正模型化简

为了进行观测图像的几何校正处理,由 式(1)可知需要使用多个地面控制点来估计影响 成像过程的这些误差源。由先前的研究工作可 知^[10,12-13],一些不同的误差对成像的影响效果相 同,可以依据旋转矩阵相乘的有关性质来进行合 并化简,在不影响几何校正精度的条件下使用数 量更少的地面控制点来估计合并之后的误差 参数。

绕 X 轴和 Y 轴旋转的旋转矩阵 $R_{X}(\omega)$ 和 $R_{Y}(\xi)$ 定义如下:

$$\begin{cases} \boldsymbol{R}_{\boldsymbol{X}}(\boldsymbol{\omega}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\boldsymbol{\omega} & \sin\boldsymbol{\omega} \\ 0 & -\sin\boldsymbol{\omega} & \cos\boldsymbol{\omega} \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{R}_{\boldsymbol{Y}}(\boldsymbol{\xi}) = \begin{bmatrix} \cos\boldsymbol{\xi} & 0 & -\sin\boldsymbol{\xi} \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\boldsymbol{\xi} & 0 & \cos\boldsymbol{\xi} \end{bmatrix} \end{cases}$$
(2)

其中: ω 表示绕 X 轴的旋转角; ξ 表示绕 Y 轴的旋转角;

1.2.1 同轴旋转关系

对于同轴的相继旋转,存在如下关系:

$$\boldsymbol{R}_{X}(\boldsymbol{\omega}_{1})\boldsymbol{R}_{X}(\boldsymbol{\omega}_{2}) = \boldsymbol{R}_{X}(\boldsymbol{\omega}_{1} + \boldsymbol{\omega}_{2}) =$$

$$\boldsymbol{R}_{X}(\boldsymbol{\omega}_{2} + \boldsymbol{\omega}_{1}) = \boldsymbol{R}_{X}(\boldsymbol{\omega}_{2})\boldsymbol{R}_{X}(\boldsymbol{\omega}_{1}) \qquad (3)$$

式中, $\boldsymbol{\omega}_{1}$ 和 $\boldsymbol{\omega}_{2}$ 均表示绕 X 轴的旋转角。

由式(3)可知,当同轴相继旋转的旋转角包 含小角度误差时,它们之间存在如下关系:

$$\boldsymbol{R}_{X}(\boldsymbol{\omega}_{1} + \Delta\boldsymbol{\omega}_{1})\boldsymbol{R}_{X}(\boldsymbol{\omega}_{2} + \Delta\boldsymbol{\omega}_{2})$$

= $\boldsymbol{R}_{X}(\Delta\boldsymbol{\omega}_{1})\boldsymbol{R}_{X}(\boldsymbol{\omega}_{1})\boldsymbol{R}_{X}(\Delta\boldsymbol{\omega}_{2})\boldsymbol{R}_{X}(\boldsymbol{\omega}_{2})$
= $\boldsymbol{R}_{X}(\Delta\boldsymbol{\omega}_{1})\boldsymbol{R}_{X}(\Delta\boldsymbol{\omega}_{2})\boldsymbol{R}_{X}(\boldsymbol{\omega}_{1})\boldsymbol{R}_{X}(\boldsymbol{\omega}_{2})$
= $\boldsymbol{R}_{X}(\Delta\boldsymbol{\omega}_{1} + \Delta\boldsymbol{\omega}_{2})\boldsymbol{R}_{X}(\boldsymbol{\omega}_{1} + \boldsymbol{\omega}_{2})$

 $= \mathbf{R}_{X}(\Delta \omega_{1} + \Delta \omega_{2})\mathbf{R}_{X}(\omega_{1} + \omega_{2})$ (4) 式中, $\Delta \omega_{1}$ 和 $\Delta \omega_{2}$ 表示 ω_{1} 和 ω_{2} 旋转角中包含的 小角度误差。

1.2.2 异轴旋转关系

对于包含小角度误差的异轴相继旋转,存在 如下关系:

 $\boldsymbol{R}_{X}(\boldsymbol{\omega}+\Delta\boldsymbol{\omega}) \; \boldsymbol{R}_{Y}(\boldsymbol{\xi}+\Delta\boldsymbol{\xi})$

= $R_X(\Delta\omega)R_X(\omega)R_Y(\Delta\xi)R_Y(\xi)$ (5) 式中: ω 表示绕 X 轴的旋转角, Δω 表示 ω 中包含 的小角度误差; ξ 表示绕 Y 轴的旋转角, Δξ 表示 ξ 中包含的小角度误差。

由式(2)得:

$$\begin{cases} \boldsymbol{R}_{\boldsymbol{X}}(\boldsymbol{\omega})\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{Y}}(\Delta\boldsymbol{\xi}) = \begin{bmatrix} \cos\Delta\boldsymbol{\xi} & 0 & -\sin\Delta\boldsymbol{\xi} \\ \sin\omega\sin\Delta\boldsymbol{\xi} & \cos\omega & \sin\omega\cos\Delta\boldsymbol{\xi} \\ \cos\omega\sin\Delta\boldsymbol{\xi} & -\sin\omega & \cos\omega\cos\Delta\boldsymbol{\xi} \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{R}_{\boldsymbol{Y}}(\Delta\boldsymbol{\xi})\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{X}}(\boldsymbol{\omega}) = \begin{bmatrix} \cos\Delta\boldsymbol{\xi} & \sin\Delta\boldsymbol{\xi}\sin\boldsymbol{\omega} & -\sin\Delta\boldsymbol{\xi}\cos\boldsymbol{\omega} \\ 0 & \cos\omega & \sin\omega \\ \sin\Delta\boldsymbol{\xi} & -\cos\Delta\boldsymbol{\xi}\sin\boldsymbol{\omega} & \cos\Delta\boldsymbol{\xi}\cos\boldsymbol{\omega} \end{bmatrix} \end{cases}$$
(6)

卫星在轨工作主要的误差源是热变形误差, 能够达到1000 μrad 每个方向^[14];对于三轴稳定 的卫星,最大的姿态误差可达0.05°每个方向。 在这样的误差量级的条件下,由式(6)可得:

$$\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{X}}(\boldsymbol{\omega})\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{Y}}(\Delta\boldsymbol{\xi}) \approx \boldsymbol{R}_{\boldsymbol{Y}}(\Delta\boldsymbol{\xi})\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{X}}(\boldsymbol{\omega}) \qquad (7)$$

因而,式(5)可以近似为:

$$R_{\chi}(\omega + \Delta \omega)R_{\chi}(\xi + \Delta \xi)$$

 $= R_{\chi}(\Delta \omega)R_{\chi}(\omega)R_{\chi}(\Delta \xi)R_{\chi}(\xi)$
 $\approx R_{\chi}(\Delta \omega)R_{\chi}(\Delta \xi)R_{\chi}(\omega)R_{\chi}(\xi)$ (8)

1.2.3 利用旋转关系化简校正模型

由于实际成像过程中,成像参数往往都包含 了无法区分的小角度误差,式(1)表示的实际成 像模型可以依据式(4)和式(8)进行化简,具体 如下:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{R}_{\text{ECI}}^{\text{ECF}} \boldsymbol{R}_{\text{ORB}}^{\text{ECI}} \left(\theta_{\Omega} + \Delta \theta_{\Omega}, \theta_{i} + \Delta \theta_{i}, \theta_{\omega} + \Delta \theta_{\omega} \right) \cdot \\ \boldsymbol{R}_{\text{body}}^{\text{ORB}} \left(\varphi + \Delta \varphi, \varepsilon + \Delta \varepsilon, \psi + \Delta \psi \right) \cdot \\ \boldsymbol{R}_{\text{sen}}^{\text{body}} \left(\phi_{X} + \Delta \phi_{X}, \phi_{Y} + \Delta \phi_{Y}, \phi_{Z} + \Delta \phi_{Z} \right) \cdot \\ \boldsymbol{R}_{\text{sen}}^{\text{sen}} \left(\theta_{0} + \Delta \theta_{0}, \theta_{c} + \Delta \theta_{c} \right) \\ \approx \boldsymbol{R}_{\text{ECI}}^{\text{ECF}} \boldsymbol{R}_{\text{ORB}}^{\text{ECI}} \left(\theta_{\Omega}, \theta_{i}, \theta_{\omega} \right) \boldsymbol{R}_{\text{ORB}}^{\text{ECI}} \left(\Delta \theta_{\Omega}, \Delta \theta_{i}, \Delta \theta_{\omega} \right) \cdot \\ \boldsymbol{R}_{\text{body}}^{\text{odeg}} \left(\varphi, \varepsilon, \psi \right) \boldsymbol{R}_{\text{body}}^{\text{ORB}} \left(\Delta \varphi, \Delta \varepsilon, \Delta \psi \right) \cdot \\ \boldsymbol{R}_{\text{body}}^{\text{odeg}} \left(\phi_{X}, \phi_{Y}, \phi_{Z} \right) \boldsymbol{R}_{\text{sen}}^{\text{sen}} \left(\Delta \phi_{0}, \Delta \phi_{Y}, \Delta \phi_{Z} \right) \cdot \\ \boldsymbol{R}_{\text{sen}}^{\text{sen}} \left(\theta_{0}, \theta_{c} \right) \boldsymbol{R}_{\text{sen}}^{\text{sen}} \left(\Delta \phi_{0}, \Delta \varepsilon, \Delta \psi \right) \cdot \\ \boldsymbol{R}_{\text{ornsing}}^{\text{body}} \left(\Delta \phi_{X}, \Delta \phi_{Y}, \Delta \phi_{Z} \right) \boldsymbol{R}_{\text{body}}^{\text{sen}} \left(\Delta \phi_{0}, \Delta \varepsilon, \Delta \psi \right) \cdot \\ \boldsymbol{R}_{\text{onsen}}^{\text{body}} \left(\Delta \phi_{X}, \Delta \phi_{Y}, \Delta \phi_{Z} \right) \boldsymbol{R}_{\text{body}}^{\text{sen}} \left(\Delta \theta_{0}, \Delta \theta_{c} \right) \\ \approx \boldsymbol{R}_{\text{CEI}}^{\text{ECI}} \left(\Delta \theta_{\Omega}, \theta_{i}, \theta_{0} \right) \boldsymbol{R}_{\text{body}}^{\text{ornsen}} \left(\Delta \theta_{0}, \Delta \theta_{c} \right) \cdot \\ \boldsymbol{R}_{\text{sen}}^{\text{body}} \left(\phi_{X}, \phi_{Y}, \phi_{Z} \right) \boldsymbol{R}_{\text{pointing}}^{\text{sen}} \left(\Delta \theta_{0}, \Delta \theta_{c} \right) \cdot \\ \boldsymbol{R}_{\text{sen}}^{\text{body}} \left(\phi_{X}, \phi_{Y}, \phi_{Z} \right) \boldsymbol{R}_{\text{pointing}}^{\text{sen}} \left(\theta_{0}, \theta_{c} \right) \\ \approx \boldsymbol{R}_{\text{sen}}^{\text{cerv}} \left(\phi_{X}, \phi_{Y}, \phi_{Z} \right) \boldsymbol{R}_{\text{pointing}}^{\text{sen}} \left(\theta_{0}, \theta_{c} \right) \cdot \\ \boldsymbol{R}_{\text{body}}^{\text{body}} \left(\varphi, \varepsilon, \psi \right) \boldsymbol{R}_{\text{body}}^{\text{sen}} \left(\phi_{X}, \phi_{Y}, \phi_{Z} \right) \boldsymbol{R}_{\text{pointing}}^{\text{sen}} \left(\theta_{0}, \theta_{c} \right) \cdot \\ \boldsymbol{R}_{\text{body}}^{\text{body}} \left(\varphi, \varepsilon, \psi \right) \boldsymbol{R}_{\text{body}}^{\text{sen}} \left(\phi_{X}, \phi_{Y}, \phi_{Z} \right) \boldsymbol{R}_{\text{pointing}}^{\text{sen}} \left(\theta_{0}, \theta_{c} \right) \cdot \\ \boldsymbol{R}_{\text{body}}^{\text{body}} \left(\varphi, \varepsilon, \psi \right) \boldsymbol{R}_{\text{body}}^{\text{body}} \left(\phi_{X}, \phi_{Y}, \phi_{Z} \right) \boldsymbol{R}_{\text{pointing}}^{\text{sen}} \left(\theta_{0}, \theta_{c} \right) \\ \end{cases}$$

式中, α , β 、 θ 表示等效偏移角, $\mathbf{R}_{Eq}(\alpha,\beta,\theta)$ 表示等效偏移角旋转矩阵。

$$\boldsymbol{R}_{Eq}(\alpha,\beta,\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha \\ 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(10)

在实际成像过程中,控制相机空间指向的方 法包括两种:一是控制卫星平台的姿态;二是控制 相机的指向。因此,将不可区分的误差对成像的 影响等效为偏移角对成像的影响是完全合理的, 将式(9)代入式(1),基于等效偏移角的面阵相机 的校正模型^[10-11]可以表示为:

$$\begin{bmatrix} x_{\rm f} - X_{\rm f} \\ y_{\rm f} - Y_{\rm f} \\ z_{\rm f} - Z_{\rm f} \end{bmatrix} = \kappa R_{\rm Eq}(\alpha, \beta, \theta) R_{\rm ECI}^{\rm ECF} R_{\rm ORB}^{\rm ECI}(\theta_{\Omega}, \theta_{\rm i}, \theta_{\omega}) \cdot R_{\rm ECI}^{\rm ORB}(\phi_{\Omega}, \theta_{\omega}, \theta_{\omega}) \cdot R_{\rm ECI}^{\rm ORB}(\phi_{\Omega}, \theta_{\omega}) \cdot R_{\rm ECI}^{\rm OR}(\phi_{\Omega}, \theta_{\omega}) \cdot R_{\rm ECI}^{\rm OR}(\phi_{\Omega},$$

$$\boldsymbol{R}_{\text{foc}}^{\text{pointing}} \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_{\text{foc}} \\ \boldsymbol{y}_{\text{foc}} \\ -f \end{bmatrix}$$
(11)

因此,一个高维误差参数求解的问题转换成 三维等效偏移角的估计问题。

1.3 等效偏移角模型

由于环形的绕地轨道,所有在轨卫星都会经 历冷热循环的太空环境,由卫星进出地球阴影而 导致的热变形误差是成像过程中最大的误差 源^[14]。热变形误差的周期大约与卫星的轨道周 期相同,且三个方向是独立的,受太阳直射方向的 热变形误差最大。受制造工艺限制引起的光学畸 变误差以及由安装工艺水平和卫星发射与入轨引 起的误差都是固定不变或者变化缓慢的长周期误 差。由卫星力学结构、热变化、轨道或姿态控制等 引起的姿态抖动误差也是一个重要的误差源,一 般表现为幅值较小、频率较高的短周期误差特 性^[10,15]。卫星轨道与姿态参数的测量误差一般 为高斯随机误差,后续几何校正处理所使用的优 化估计方法能够有效地抑制这一类随机噪声,因 此在建模时不需要考虑。基于这些主要误差的特 性,等效偏移角可以由常值分量和一系列余弦变 化的周期分量来进行描述,如式(12)所示^[10,15]:

$$\begin{cases} \alpha(t) = v_{\alpha} + \sum_{i}^{n} A_{\alpha i} \cos(2\pi f_{\alpha i}t + \zeta_{\alpha i}) \\ \beta(t) = v_{\beta} + \sum_{i}^{n} A_{\beta i} \cos(2\pi f_{\beta i}t + \zeta_{\beta i}) \\ \theta(t) = v_{\theta} + \sum_{i}^{n} A_{\theta i} \cos(2\pi f_{\theta i}t + \zeta_{\theta i}) \end{cases}$$
(12)

其中, v_{α} 、 v_{β} 、 v_{θ} 表示常值分量; $A_{\alpha i}$ 、 $A_{\beta i}$ 、 $A_{\theta i}$ 表示第i个余弦分量的幅值; $f_{\alpha i}$ 、 $f_{\beta i}$ 、 $f_{\theta i}$ 表示第i个余弦分量 的频率; $\zeta_{\alpha i}$ 、 $\zeta_{\beta i}$ 、 $\zeta_{\theta i}$ 表示第i个余弦分量的相位。

2 面阵相机几何校正的简化思路

一般情况下,传统几何校正方法可以通过复 杂的运算对观测的序贯图像逐帧提取足够多且分 布均匀的地面控制点解算校正参数。但当受到面 阵相机观测视场、波段特性(红外波段)或观测场 景(沙漠、海洋等纹理特征较弱的区域)等限制 时,易导致图像场景中包含的地面控制点数量不 足或分布不均,传统几何校正方法精度受到影响 甚至是失效^[4,10]。针对这一实际问题,本文研究 提出了基于等效偏移角稀疏测量的序贯观测图像 几何校正方法,从序贯观测图像中随机挑选少量 成像条件较好的图像作为测量提取的地面控制点 来解算等效偏移角,将解算得到的等效偏移角作 为测量点,使用压缩感知理论来恢复全时段的等 效偏移角信号,从而完成几何校正处理。下面对 所提方法进行详细介绍。

2.1 校正方法原理

三维的等效偏移角信号可认为是三个独立随时间变化的一维信号。因此,三维等效偏移角信号的恢复问题转换成了对三个独立的一维信号同时恢复的问题。测量方程可以表示如下:

$$\begin{cases} \boldsymbol{U} = \boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\alpha} \\ \boldsymbol{V} = \boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\beta} \\ \boldsymbol{W} = \boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\theta} \end{cases}$$
(13)

其中: $\boldsymbol{\Phi} \in M \times N$ 的测量矩阵, $M \ll N; \boldsymbol{U} \setminus \boldsymbol{V} \setminus \boldsymbol{W}$ 是三维等效偏移角信号的 $M \times 1$ 的不完全测量; $\boldsymbol{\alpha} \cdot \boldsymbol{\beta} \cdot \boldsymbol{\theta}$ 是一维的等效偏移角信号,它们可以表示为:

$$\left\{ \boldsymbol{\alpha} = \begin{bmatrix} \alpha(\Delta T) \\ \vdots \\ \alpha(N \times \Delta T) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha(1) \\ \vdots \\ \alpha(N) \end{bmatrix}$$

$$\left\{ \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta(\Delta T) \\ \vdots \\ \beta(N \times \Delta T) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta(1) \\ \vdots \\ \beta(N) \end{bmatrix}$$

$$\left\{ \boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} \theta(\Delta T) \\ \vdots \\ \theta(N \times \Delta T) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta(1) \\ \vdots \\ \theta(N) \end{bmatrix}$$

$$(14)$$

ΔT 是等效偏移角信号的采样间隔,在本节的研究 中忽略等效偏移角在图像帧周期内的变化,因而, 将等效偏移角信号的采样间隔选定为相机的成像 帧周期。

由式(12)的模型可知,等效偏移角是非直接 稀疏信号,需要在稀疏表示后才能使用压缩感知 来进行恢复。经过稀疏表示后,式(13)表示的测 量方程可以重新描述为:

$$\begin{cases} U = \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\Psi} \boldsymbol{f}_{\alpha} \\ V = \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\Psi} \boldsymbol{f}_{\beta} \\ W = \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\Psi} \boldsymbol{f}_{\theta} \end{cases}$$
(15)

其中: $\Psi \in N \times N$ 的稀疏基; f_{α} 、 f_{β} 、 $f_{\theta} \in \alpha \land \beta \land \theta$ 在稀疏基 Ψ 上的稀疏表示。

2.1.1 稀疏基

文献[16]的研究表明:经过1-D的傅里叶 变换后,非直接稀疏的等效偏移角信号在频率内 是稀疏的。基于式(12)的1-D等效偏移角信号 经过傅里叶变换的结果如图1所示。

由图1(b)可知,1-D的等效偏移角信号在 频域上仅有有限个频点信息是稀疏的,说明它可 以由傅里叶基稀疏表示。因此,选取1-D的傅 里叶基作为稀疏基 Ψ,其定义如下:

$$(n,v) = \mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi nv/N} \tag{16}$$

式中,N是待变换信号的长度。



图 1 仿真的 1 – D 等效偏移角信号与傅里叶变换结果 Fig. 1 Simulated 1 – D equivalent bias angle and Fourier transform result

为便于分析,定义1×N的向量:

 $a(n) = [a(n,0) \cdots a(n,N-1)]$ (17) 傅里叶稀疏基可以表示为:

$$\Psi = \frac{1}{N} \begin{bmatrix} a(0)^{\mathrm{T}} & \cdots & a(N-1)^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \\ = \begin{bmatrix} e^{j2\pi(0\times0)/N} & e^{j2\pi(1\times0)/N} & \cdots & e^{j2\pi[(N-1)\times0]/N} \\ e^{j2\pi(0\times1)/N} & e^{j2\pi(1\times1)/N} & \cdots & e^{j2\pi[(N-1)\times1]/N} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ e^{j2\pi[0\times(N-1)]/N} & e^{j2\pi[1\times(N-1)]/N} & \cdots & e^{j2\pi[(N-1)\times(N-1)]/N} \end{bmatrix}$$
(18)

对其他的稀疏基(比如离散小波基、离散余弦 基等)都进行了测试,但它们的稀疏效果都不如 1-D傅里叶基,且傅里叶基满足 RIP 准则^[16-17]。 2.1.2 测量矩阵

等效偏移角的采样间隔为相机的成像帧间隔, 因而测量矩阵的大小取决于待校正图像序列的帧 数。如果从序列图像中获得了M个等效偏移角测量,则M个行向量 b_1, b_2, \dots, b_M 可定义如下:

$$\boldsymbol{b}_i = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 1 & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$
(19)

式中: b_i 是一个 $1 \times N$ 的向量,且只在 p_i 位置的元 素为1,其他位置的元素均为0; p_i 计算如下

$$p_i = F \times T / \Delta T = F \tag{20}$$

其中, F 是图像帧序列号, T 是相机成像间隔, ΔT 是等效偏移角采样间隔, $\pm \Delta T = T$ 。

测量矩阵可以表示为如下形式:

$$\boldsymbol{\Phi} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{b}_1^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{b}_2^{\mathrm{T}} & \cdots & \boldsymbol{b}_M^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
(21)

为了保证构建的测量矩阵与稀疏基是高度不 相关的,测量帧图像必须随机选取^[10]。

2.1.3 恢复算法

最后一个关键的问题是选择合适的恢复算法 来恢复等效偏移角信号。常用的恢复算法主要包 括基追踪法、匹配追踪法、迭代阈值法等^[18-20]。 其中,匹配追踪法相比于其他恢复算法,具有较低 的算法复杂度。因此,在本节采用正交匹配追踪 算法(orthogonal matching pursuit, OMP)来恢复等 效偏移角信号。为了保证迭代的最优化,OMP 方 法采用循环递归的方法来实现子元素的正交 化^[18]。因此,该方法具有比匹配追踪法更低的计 算复杂度。

2.2 校正方法流程

该方法的流程如图2所示。

步骤1:测量帧地面控制点提取与匹配。首 先,使用随机采样的方法从序列图像中挑选少量 的图像帧作为测量帧;然后,计算测量场景对应大 致的经纬度范围来确定是否存在地面控制点,如 果存在,地面控制点的匹配模板需要使用全球高 程数字模型数据实时生成;最后,完成地面控制点 的提取与匹配,并获得地面控制点实际的像平面 位置和经纬度^[21-22]。

步骤2:测量帧等效偏移角估计。在完成地 面控制点的提取与匹配之后,可以获得地面控制 点的实际像平面位置和经纬度等信息。这一处理 步骤中使用了地面控制点信息、成像参数以及基 于等效偏移角的严格成像模型。联合多个(两个 以上)分布均匀的控制点来估计每帧测量场景的 等效偏移角。同时,利用最优估计的方法(比如 最小二乘法、牛顿迭代法等)来提高等效偏移角 的估计精度。

步骤3:等效偏移角信号恢复。等效偏移角 信号的恢复是分步恢复法最为核心的步骤。这一 步的核心思想是将三维的等效偏移角信号视为三 个独立随时间变化的一维信号。将步骤2估计得 到的测量帧等效偏移角作为待恢复等效偏移角信 号的测量。剩下的工作就是选择合适的稀疏基, 构建恰当的测量矩阵,采用适当的恢复算法来高 精度恢复等效偏移角信号。

步骤4:图像校正。图像校正是分步恢复法的最后一步。当获得整个随时间变化的等效偏移 角信号后,使用成像参数和由式(14)给出的基于 等效偏移角的校正模型来计算得到校正后的图像 位置。获得校正后的图像位置后,需要对原始图 像进行重采样,双线性插值法可依据原始图像的 灰度值来获取校正后的图像灰度值^[23]。



图 2 所提校正方法流程 Fig. 2 Flow chart of the proposed correction method

3 试验验证与结果分析

为了验证使用等效偏移角稀疏测量的几何校 正方法的可行性、时效性与鲁棒性,设计了两个使 用高分四号卫星面阵凝视相机实际在轨观测数据 的仿真试验来对比所提方法与二阶有理函数法。 第一个是方法性能对比验证试验,主要比较两种 方法的校正处理精度与处理时延,验证所提方法 的可行性与时效性;第二个是方法鲁棒性对比验 证试验,主要比较地面控制点(ground control points, GCPs)数量与分布对两种方法校正精度的影响,验证所提方法的鲁棒性。

3.1 方法性能对比验证试验

- 3.1.1 试验准备
 - (1)试验数据准备

本试验选取高分四号卫星面阵相机 2016 年 5 月 15 日 10:40 开始的 100 帧红外波段序贯图像数 据作为试验数据。对于所提校正方法而言,随机选 取 40 帧试验数据作为测量数据,并每帧提取 30 个 分布均匀的 GCPs,如图 3(a)所示,GCPs 用红色加 号标出;选取剩下的 60 帧试验数据作为检验数据, 每帧设置 50 个分布均匀的随机检查点(random check points, RCPs),如图 3(b)所示,RCPs 用蓝色 三角形标出。对于二阶有理函数法而言,每帧试验 数据都需要提取 30 个分布均匀的 GCPs 和设置 50 个分布均匀的 RCPs,如图 3(c)所示。GCPs 的作 用是作为两种几何校正方法的输入,而 RCPs 的作 用是精确地评价两种方法的性能。



(a) 所提校正方法的测量场景



(b) Check scenario of proposed correction method

(a) Measurement scenario of proposed correction method





图 3 测量场景与检查场景展示

Fig. 3 Exhibition of measurement and check scenario

(2)试验平台准备

试验选用八路服务器作为处理平台,为两种 方法提供充足的计算资源,服务器详细配置信息 如表1所示。

表1 处理平台详细配置参数信息

processing platform 配置 参数 8 抉 Intel Xeon 6226 CPU 28 核
配置 参数 8 抉 Intel Xeon 6226 CPU 28 核
8 抉 Intel Xeon 6226 CPU 28 核
处理器 @ 2.9 GHz
内存 48 块 DDR4,单块 32 GB
硬盘 1 TB
操作系统 Linux 麒麟 V4 0813
处理工具 MATLAB R2021a

3.1.2 试验结果

(1)校正处理精度

使用多次蒙特卡罗仿真得到校正残差的均值 和均方根误差(root mean square error, RMSE)作 为评价指标来精确地评价两种方法的校正精度, 两种方法的校正结果统计如表2所示。

表 2 两种方法校正结果统计

Tab. 2 Statistical results of two correction methods

单位:像元

		里位: 像兀
方法	均值	RMSE
所提校正方法	1.12	0.82
二阶有理函数法	0.95	0.71

从表2统计结果可知,所提校正方法的校正 精度要稍差于二阶有理函数法:所提校正方法的 校正残差均值是1.12 像元,RMSE 是0.82 像元; 而二阶有理函数法校正残差的均值是0.95 像元, RMSE 是0.71 像元。这主要是对所提校正方法 使用的校正模型进行了近似导致。表2 统计结果 还表明在每帧图像都均匀分布 30 个 GCPs 条件 下两种方法校正残差均值能达到1 个像元左右, 即两种方法均可实现高分四号卫星面阵载荷红外 波段图像对地400 m 高精度定位,这也证明了所 提校正方法的可行性。

(2)校正处理时延

使用多次蒙特卡罗仿真得到的100帧总共处 理时间与每帧的平均处理时间作为评价指标来精 确地评价两种方法的处理时延。统计的处理时延 仅包括校正参数估计时间,未包括 GCPs 的提取 与匹配以及图像重采样的时间。两种方法的处理 时间统计如表3 所示。

表 3 两种方法的处理时间统计

Tab. 3 Statistical processing time of two correction methods

		单位:s
评价指标	所提校正方法	二阶有理函数法
总处理时间	7.04	16.35
帧处理时间	0.0704	0.163 5

对于所提校正方法,解算 40 帧测量图像的等效偏移角共耗时 6.46 s,恢复等效偏移角信号共耗时 0.58 s。对于二阶有理函数法,计算所有帧图像的正则化地面坐标和图像坐标耗时 14.12 s,求解每帧的二阶有理函数模型系数耗时 2.23 s。由表 3 可知,所提校正方法的总处理时间和帧处理时间都明显少于二阶有理函数法,这说明所提校正方法具有更低的运算复杂度和更高的时效性。同时,需要注意的是,所提校正方法的计算复杂度与待恢复信号的长度、稀疏性等有紧密关系。

3.2 方法鲁棒性对比验证试验

3.2.1 试验准备

本试验所选用处理平台与上一小节试验相同,但试验数据变为高分四号卫星面阵相机 2016 年 5 月 30 日 11:17 开始的 240 帧红外波段序贯 图像数据。使用单因素分析法来仿真分析 GCPs 的数量与分布对所提校正方法和二阶有理函数法 校正性能的影响。当仿真分析 GCPs 数量的影响 时,假定地面控制点均匀分布,统计不同 GCPs 数 量的 10 个场景(GCPs 数量分别为 5,10,15,…, 50)的校正结果;当仿真分析 GCPs 分布的影响 时,假定每帧试验数据存在 30 个 GCPs,设计 3 种 典型的分布场景(全图均匀分布、图像上端分布、 图像左端分布)。同时,在每帧图像上设置 50 个 均匀分布的 RCPs 并统计校正残差的均值和 RMSE,来统计分析所提校正方法和二阶有理函 数法在不同 GCPs 数量与分布条件下的鲁棒性。

3.2.2 试验结果

(1)GCPs 数量的影响

在不同 GCPs 数量条件下,使用多次蒙特卡 罗仿真得到 RCPs 校正残差的均值和 RMSE 作为 评价指标来精确地评价两种方法的校正精度, GCPs 数量与 RCPs 校正残差的均值之间的关系 如图 4(a) 所示, GCPs 数量与 RCPs 校正残差的 RMSE 之间的关系如图 4(b) 所示。





Fig. 4 Effect of GCPs number on the correction performance of two methods

从图 4 可知,两种方法的校正精度会随 GCPs 数量的变化而变化,但所提校正方法变化趋势相 对较缓,鲁棒性较好。同时可以看出二阶有理函 数法在 GCPs 数量为 5、10、15 的三个场景中失效 了,且在 GCPs 数量为 20、25 的场景中校正精度 要差于所提校正方法;但是当 GCPs 数量超过阈 值 30 时,二阶有理函数法的校正精度优于所提校 正方法。这主要是因为求解二阶有理函数模型系 数需要最少 19 个 GCPs,而所提校正方法所要求 测量帧的 GCPs 数量要远小于 19。因此,相比于 二阶有理函数法,所提校正方法在 GCPs 数量较 少的条件下能取得更高的校正精度。

(2) GCPs 分布的影响

三种典型 GCPs 分布场景下,使用多次蒙特 卡罗仿真得到校正残差的均值和 RMSE 作为评价 指标来精确地评价两种方法的校正精度,两种方 法的校正结果统计如表4 所示。

表 4 三种典型 GCPs 分布场景下两种方法校正结果统计

Tab. 4 Statistical result of two methods for three typical GCPs distribution scenario

					单位	立:像元
	全图均匀分布		图像上端分布		图像左端分布	
评价	所提	二阶	所提	二阶	所提	二阶
指标	校正	有理	校正	有理	校正	有理
	方法	函数法	方法	函数法	方法	函数法
均值	1.10	0.97	1.35	1.53	1.33	1.54
RMSE	0.81	0.70	0.96	1.18	0.98	1.12

从表4统计结果可知,所提校正方法校正精 度在三种典型场景中波动较小,但二阶有理函数 法的校正精度波动较大。也就是说,当GCPs分 布不均时,所提方法校正精度的鲁棒性要好于二 阶有理函数法。图像左端分布的场景与图像上端 分布的场景两种校正方法取得的校正精度相当, 这说明面阵相机在图像行方向(沿轨迹方向)与 列方向(垂直轨迹方向)的几何一致性要优于线 列推扫型相机。

4 结论

本文针对传统几何校正方法在图像存在地面 控制点数量不足、分布不均等条件下校正精度较 差且未考虑序贯图像处理等实际问题,提出了基 于等效偏移角稀疏观测的面阵相机序贯观测图像 几何校正方法,将几何校正处理中高维误差参数 逐帧求解的问题转化为稀疏观测条件下三维等效 偏移角信号恢复的问题,这既拓展了压缩感知理 论应用范围,又为对地观测图像几何校正处理提 供了一种全新的思路,具有重大意义。通过高分 四号卫星面阵相机红外序贯图像数据仿真验证, 所提校正方法得益于压缩感知理论的应用可有效 应对某些图像场景控制点数量不足或分布不均的 情况,同时可大大降低运算量。

参考文献(References)

- [1] 袁修孝,曹金山.高分辨率卫星遥感精确对地目标定位 理论与方法[M].北京:科学出版社,2012.
 YUAN X X, CAO J S. Theory and method of accurate positioning of high-resolution satellite remote sensing to ground targets[M]. Beijing: Science Press, 2012. (in Chinese)
- [2] WANG M, HE L X, CHANG X L, et al. Superresolution of single Gaofen-4 visible-light and near-infrared (VNIR) image based on texture image extraction [J]. IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, 2019, 12(8): 2654 – 2662.
- [3] LI F, XIN L, GUO Y, et al. Super-resolution for GaoFen-4 remote sensing images [J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2018, 15(1): 28-32.
- [4] ZHANG Y J, ZHENG M T, XIONG X D, et al. Multistrip bundle block adjustment of ZY-3 satellite imagery by rigorous sensor model without ground control point [J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2015, 12 (4): 865 - 869.
- [5] 马世斌,杨文芳,皮英楠,等. 基于 RFM 模型的 GF-2 卫 星数据几何校正精度探讨[J]. 自动化技术与应用, 2020,39(9):57-60.
 MA S B, YANG W F, PI Y N, et al. Research on

geometrical calibration precision of GF-2 satellite data based on RFM model [J]. Techniques of Automation and Applications, 2020, 39(9): 57-60. (in Chinese)

- [6] CHEN J Y, ZHANG B, TANG X M, et al. On-orbit geometric calibration and accuracy validation for laser footprint cameras of GF-7 satellite [J]. Remote Sensing, 2022, 14(6): 1408.
- [7] POLI D, TOUTIN T. Review of developments in geometric modelling for high resolution satellite pushbroom sensors [J]. The Photogrammetric Record, 2012, 27(137): 58 - 73.
- [8] CANDÈS E J, ROMBERG J, TAO T. Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(2): 489 – 509.
- [9] DONOHO D L. Compressed sensing [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(4): 1289 – 1306.
- [10] CHEN J, SHA Z C, YANG J G, et al. Proposal of a geometric calibration method using sparse recovery to remove

linear array push-broom sensor bias [J]. Sensors, 2019, 19(18): 4003.

- HAN J, TAO Z, XIE Y, et al. Radiometric cross-calibration of GF-4/PMS based on radiometric block adjustment [J].
 IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2021, 59(6): 4522 - 4534.
- [12] WANG P, AN W, DENG X P, et al. A jitter compensation method for spaceborne line-array imagery using compressive sampling [J]. Remote Sensing Letters, 2015, 6 (7): 558-567.
- [13] KISTOSTURIAN H G. On obit calibration of satellite antenna pointing errors [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1990, 26(1): 88 – 112.
- [14] EPPLER W G, PAGLIERONI D W, MARCUS L, et al. GOES landmark positioning system [C]//Proceedings of the International Society for Optical Engineering, 1996.
- [15] CLEMONS T M, CHANG K C. Sensor calibration using insitu celestial observations to estimate bias in space-based missile tracking [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2012, 48(2): 1403 – 1427.
- [16] RUDELSON M, VERSHYNIN R. Sparse reconstruction by convex relaxation: Fourier and Gaussian measurements[C]// Proceedings of 2006 40th Annual Conference on Information Sciences and Systems, 2006.
- [17] CANDÈS E J. The restricted isometry property and its implications for compressed sensing [J]. Comptes Rendus Mathématique, 2008, 346(9/10): 589 - 592.
- [18] TROPP J A, GILBERT A C. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2007, 53 (12): 4655-4666.
- [19] AHARON M, ELAD M, BRUCKSTEIN A. K-SVD: an algorithm for designing overcomplete dictionaries for sparse representation[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54(11): 4311-4322.
- [20] BLUMENSATH T, DAVIES M E. Gradient pursuits [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56 (6): 2370-2382.
- [21] CHOATE M J, RENGARAJAN R, STOREY J C, et al. Landsat 9 geometric characteristics using underfly data [J]. Remote Sensing, 2022, 14(15): 3781.
- [22] 韩松来,王钰婕,王星,等. 多尺度 PCA-HOG 遥感异源 图像匹配算法[J]. 国防科技大学学报,2022,44(1): 146-155.
 HAN S L, WANG Y J, WANG X, et al. Remote sensing multi-modal image matching algorithm based on multi-scale PCA-HOG[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2022,44(1):146-155. (in Chinese)
- [23] ZHOU P, TANG X M, LI D D, et al. Combined block adjustment of stereo imagery and laser altimetry points of the ZY3-03 satellite[J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2022, 19: 1-5.