

## 智能反射面辅助的无线网络加权和速率优化设计\*

牛和昊<sup>1,2</sup>, 林志<sup>1,2</sup>, 王勇<sup>1,2</sup>, 王磊<sup>1,2</sup>, 赵青松<sup>1,2</sup>

(1. 国防科技大学 电子对抗学院, 安徽 合肥 230037;

2. 国防科技大学 电子制约技术安徽省重点实验室, 安徽 合肥 230037)

**摘要:**针对智能反射面(intelligent reflecting surface, IRS)辅助的无线网络传输设计的目标是通过联合设计基站处的发送波束形成向量和 IRS 的反射系数,在满足基站发射功率和 IRS 单位模约束的条件下,使多个地面用户的加权和速率最大化。为了求解非凸的目标函数,提出一种交替优化方法,其中采用黎曼流形梯度(Riemannian manifold gradient, RMG)方法来优化反射系数,使用二分搜索法优化发送波束形成向量。此外,为了降低 RMG 方法的复杂度,设计了一种智能元素块坐标下降方法。仿真结果验证了所提算法的有效性,并且表明通过优化设计反射系数,IRS 可显著提高无线网络的频谱效率。

**关键词:**智能反射面;加权和速率优化;黎曼流形梯度算法;智能元素块坐标下降方法

**中图分类号:**TN92 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2023)06-056-08

## Weighted sum rate optimization for intelligent reflecting surface-aided wireless network

NIU Hehao<sup>1,2</sup>, LIN Zhi<sup>1,2</sup>, WANG Yong<sup>1,2</sup>, WANG Lei<sup>1,2</sup>, ZHAO Qingsong<sup>1,2</sup>

(1. College of Electronic Engineering, National University of Defense Technology, Hefei 230037, China;

2. Anhui Province Key Laboratory of Electronic Restriction, National University of Defense Technology, Hefei 230037, China)

**Abstract:** For the transmission design problem in an IRS(intelligent reflecting surface)-enabled network, by jointly designing the transmit beamforming and IRS reflecting coefficient, the goal of this paper was to maximize the weighted sum rate for multiply ground users, subject to the transmit power and the unit modulus constraint. To solve the non-convex objective, we developed an alternating optimization method, where the phase shifter optimization was solved by the RMG(Riemannian manifold gradient) method, and the beamforming was obtained by the bisection search method. Furthermore, an element-wise block coordinate descent-based method was proposed to reduce the complexity of the RMG method. Simulation results verify the effectiveness of the proposed algorithm, and demonstrate that IRS can significantly improve the spectrum efficiency, when the reflecting coefficients are properly optimized.

**Keywords:** intelligent reflecting surface; weighted sum rate optimization; Riemannian manifold gradient algorithm; element-wise block coordinate descent method

智能反射面(intelligent reflecting surface, IRS),也被称为可重构智能表面(reconfigurable intelligent surfaces, RIS),作为一种新兴的无线通信技术受到了科学家的广泛关注。该技术通过在平面上集成大量的无源反射元件,智能地重置无线传播环境,从而显著地提升无线网络的覆盖率和频谱效率等性能<sup>[1]</sup>。具体地说,IRS是由大量低成本、亚波长结构和独立可控的无源电磁反射元件集成的均匀阵列平面。其主要功能是根据通信链路信息,通过软件编程的方式调整反射信

号的幅度和相位,使反射信号与其他路径的信号构造性相加,从而增强接收端期望信号功率,提高通信质量<sup>[2]</sup>。

同基于信号再生和重传机制的有源中继通信相比,IRS不使用任何有源发射模块如功率放大器,而仅将接收到的信号反射,降低了功率消耗<sup>[3]</sup>。此外,有源中继通常以半双工模式运行,因此其频谱效率会低于基于全双工模式运行的IRS<sup>[4]</sup>。而传统的全双工中继需要采用自干扰消除技术,其实现成本和复杂度均高于IRS辅助网

\* 收稿日期:2022-04-10

**基金项目:**国家自然科学基金资助项目(61901490,62201592,61671454);中国科协青年人才托举工程资助项目(2021-JCJQ-QT-048);澳门青年学者计划资助项目(AM2022011);国防科技大学科研计划资助项目(ZK21-33)

**作者简介:**牛和昊(1988—),男,安徽芜湖人,讲师,博士,E-mail:niuhaonupt@foxmail.com;

林志(通信作者),男,安徽池州人,副教授,博士,硕士生导师,E-mail:linzhi@nudt.edu.cn

络<sup>[5]</sup>。此外,与传统的反向散射通信不同,IRS用于增强发射端与目的端之间的通信链接,而不是额外发送信息。因此,IRS辅助通信不需要反向散射通信中常用的自干扰消除器,节约了硬件开销<sup>[6]</sup>。而当直传链路被高楼等建筑物遮挡导致该链路质量很差时,IRS可以通过反射链路为目的端提供新的通信链接,因而可以有效增加无线网络覆盖范围。

当前,已有诸多关于IRS的研究工作。例如,文献[7-8]研究了点对点通信情况下基于IRS反射的波束形成设计,分别实现了系统吞吐量的最大化和基站发射功率的最小化。文献[9]研究了IRS辅助的无线携能网络的联合有源和无源波束成形的优化设计问题,验证了IRS可以提高无线网络的频谱效率和能量传输效率。同时,文献[10]研究了IRS离散相位结构下的反射系数优化设计,仿真结果表明IRS离散相位在降低硬件复杂度的前提下,可获得接近于IRS连续相位结构的性能。

进一步,文献[11]研究了大规模多输入多输出(multiple-input multiple-output, MIMO)信道中基站发送预编码和IRS反射系数的联合优化设计。文献[12]研究了IRS辅助的下行多输入单输出(multiple-input single-output, MISO)网络的反射系数优化问题。文献[13]研究了IRS辅助的毫米波信道的联合发送波束成形和发射系数的设计问题。为降低信道估计开销,文献[14]提出了一种基于双时间尺度的波束成形和发射系数的优化方式,其中基站波束成形矢量基于瞬时信道状态信息设计,IRS反射系数基于统计信道状态信息设计。另外,文献[15]针对基站不能获取理想信道状态信息的情况,提出了一种部分反射单元关闭的设计方式,以提高系统鲁棒性。文献[16]研究了IRS辅助下上行MISO网络的发送功率最小化设计问题,结果表明IRS能有效降低无线网络能量消耗。上述文献中的优化算法主要有半正定优化法<sup>[6]</sup>、连续凸近似法<sup>[7]</sup>、交替方向乘数法(alternating direction method of multipliers, ADMM)<sup>[11-13]</sup>和惩罚对偶分解(penalty dual decomposition, PDD)法<sup>[14-16]</sup>。

然而,现有的IRS辅助的无线网络优化问题的求解过程较为复杂,多数情况下无法得到闭式解,从而不适用于实际通信中的实时传输场景。因此,IRS辅助的无线网络联合优化设计问题仍有待进一步研究。因此,研究低计算复杂度的发送波束成形和IRS反射系数的联合优化设计具有

重要的理论意义和现实价值。本文主要针对IRS辅助的下行多用户MISO网络,在满足基站发射功率限制和反射系数恒模约束的前提下,通过联合优化基站的发射波束形成和IRS反射系数,研究系统的加权和速率(weighted sum rate, WSR)最大化问题。由于原优化问题是一个具有恒模约束的非凸优化问题,本文提出了一种基于交替优化(alternating optimization, AO)方法和黎曼流形梯度(Riemannian manifold gradient, RMG)方法的迭代算法。此外,为进一步降低RMG方法的计算复杂度,设计了一种智能元素块坐标下降(element-wise block coordinate descent, EBCD)方法。

## 1 系统模型和优化问题

### 1.1 反射系数模型

对于1个有 $M$ 个反射单元的IRS,令 $\theta_m, m \in \mathcal{M} \triangleq \{1, \dots, M\}$ 代表第 $m$ 个单元的反射系数。则该IRS的反射系数矩阵可写作 $\Theta = \sqrt{\eta} \text{diag}(\theta_1, \dots, \theta_M)$ (其中 $\eta \leq 1$ 表示反射效率。为不失一般性,本文假设 $\eta = 1$ )。实际应用中, $M$ 的取值通常超过1 000。

本文考虑两种反射系数模型,第一种是连续系数模型,即 $|\theta_m| = 1$ 。因 $\theta_m$ 的相位可取任意值,因此有:

$$\mathcal{T}_1 = \{\theta_m \mid \theta_m = e^{j\phi_m}, \phi_m \in [0, 2\pi)\} \quad (1)$$

第二种反射系数模型是离散系数模型,即反射系数仅取部分有限值。本文假设 $\theta_m$ 在单位圆上等间距取 $\tau$ 个值,因此有:

$$\mathcal{T}_2 = \left\{ \theta_m \mid \theta_m = e^{j\phi_m}, \phi_m \in \left\{ 0, \frac{2\pi}{\tau}, \dots, \frac{2\pi(\tau-1)}{\tau} \right\} \right\} \quad (2)$$

在实际应用中,基于连续系数模型的IRS硬件实现较难、成本较高,因此,将离散系数模型应用在反射元件上更为现实。然而,离散系数在数学上很难直接优化,研究连续系数的优化对离散系数的设计具有直接的指导意义。

### 1.2 系统模型

图1所示的是多用户下行MISO网络,该网络由1个基站,1个智能反射面和 $K$ 个用户构成,用户集合记做 $\{U_1, \dots, U_K\}$ 。基站配备 $N_1$ 个天线,反射面配备 $M$ 个反射元素,而用户均配备单天线。基站至反射面、反射面至第 $k$ 个用户的信道分别记作 $\mathbf{G} \in \mathbf{C}^{N_1 \times M}$ ,  $\mathbf{h}_k \in \mathbf{C}^{M \times 1}$ 。假设上述信道状态信息在基站处完全可知,而基站和用户间

的直传链路被高层建筑遮挡造成了严重衰减,可以直接忽略。

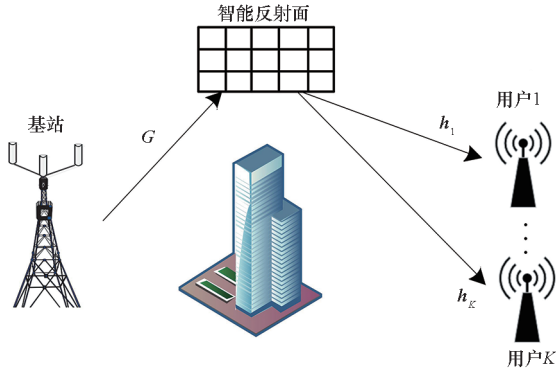


图 1 系统模型

Fig. 1 System model

基站在同一频段发送  $K$  个独立数据流至  $K$  个用户。这里令  $s_k$  表示基站发送给第  $k$  个用户的信号,满足  $E\{|s_k|^2\} = 1$ 。则基站的发送信号可表示为  $\mathbf{x} = \sum_{k=1}^K \mathbf{f}_k s_k$ , 其中  $\mathbf{f}_k \in \mathbb{C}^{N_t \times 1}$  表示信号  $s_k$  的波束形成向量,并定义  $\mathbf{F} = [\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2, \dots, \mathbf{f}_K] \in \mathbb{C}^{N_t \times K}$ 。

因此,第  $k$  个用户的接收信号可表示为:

$$y_k = \mathbf{h}_k^H \boldsymbol{\Theta}^H \mathbf{G} \sum_{k=1}^K \mathbf{f}_k s_k + n_k \quad (3)$$

其中,  $n_k$  表示第  $k$  个用户处的噪声,假设服从零均值的复高斯分布,方差为  $\sigma_k^2$ 。

由式(3)可知,第  $k$  个用户的信干噪比 (signal-to-interference-noise-ratio, SINR) 为:

$$\gamma_k = \frac{|\mathbf{h}_k^H \boldsymbol{\Theta}^H \mathbf{G} \mathbf{f}_k|^2}{\sum_{i \neq k} |\mathbf{h}_k^H \boldsymbol{\Theta}^H \mathbf{G} \mathbf{f}_i|^2 + \sigma_k^2} = \frac{|\boldsymbol{\theta}^H \mathbf{H}_k \mathbf{f}_k|^2}{\sum_{i \neq k} |\boldsymbol{\theta}^H \mathbf{H}_k \mathbf{f}_i|^2 + \sigma_k^2} \quad (4)$$

式中,  $\boldsymbol{\theta} = [e^{j\phi_1}, \dots, e^{j\phi_M}]^T$ ,  $\mathbf{H}_k = \text{diag}(\mathbf{h}_k^H) \mathbf{G}$ 。

由式(4)可知,信道估计的复杂度与用户数成正比,用户数的增加造成信道估计的复杂度提高。此外,用户数增加会造成用户间干扰的增加,降低用户的信息速率。

### 1.3 优化问题

本文的目标是通过联合设计波束形成向量和反射系数,最大化该网络中用户的加权和速率性能。该问题可表述为:

$$P1: \max_{\mathbf{F}, \boldsymbol{\theta}} f_1(\mathbf{F}, \boldsymbol{\theta}) = \sum_{k=1}^K \omega_k \log_2(1 + \gamma_k) \\ \text{s. t.} \begin{cases} \sum_{k=1}^K \|\mathbf{f}_k\|^2 \leq P_s \\ |\boldsymbol{\theta}_m| = 1, \forall m \in \mathcal{M} \end{cases} \quad (5)$$

其中,加权因子  $\omega_k (0 \leq \omega_k \leq 1, \sum_{k=1}^K \omega_k = 1)$  用来表示第  $k$  个用户的优先级,  $P_s$  是基站的最大发射功率。

由于非凸目标函数  $f_1(\mathbf{F}, \boldsymbol{\theta})$  的存在,难以直接求解问题(5)。本文主要工作是设计低复杂度算法对  $P1$  进行求解。

## 2 对偶交替优化算法

### 2.1 拉格朗日对偶变换

为了有效处理  $P1$  中对数形式的目标函数,采用拉格朗日对偶变换方法进行求解<sup>[17]</sup>。首先将  $P1$  等价地转换成:

$$P1': \max_{\mathbf{F}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\alpha}} f_{1\alpha}(\mathbf{F}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\alpha}) \\ \text{s. t.} \sum_{k=1}^K \|\mathbf{f}_k\|^2 \leq P_s \quad (6)$$

其中,  $\boldsymbol{\alpha} \triangleq [\alpha_1, \dots, \alpha_K]^T$ ,  $\alpha_k$  是对应于  $\gamma_k$  的辅助变量。而新的目标函数定义为:

$$f_{1\alpha}(\mathbf{F}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\alpha}) = \sum_{k=1}^K \omega_k \log_2(1 + \alpha_k) - \sum_{k=1}^K \omega_k \alpha_k + \sum_{k=1}^K \frac{\omega_k (1 + \alpha_k) \gamma_k}{1 + \gamma_k} \quad (7)$$

此外,根据文献[17],当固定  $\boldsymbol{\alpha}$  时,关于  $\{\mathbf{F}, \boldsymbol{\theta}\}$  的优化问题可简化为:

$$P1'': \max_{\mathbf{F}, \boldsymbol{\theta}} \sum_{k=1}^K \frac{\tilde{\alpha}_k \gamma_k}{1 + \gamma_k} \\ \text{s. t.} \sum_{k=1}^K \|\mathbf{f}_k\|^2 \leq P_s \quad (8)$$

其中,  $\tilde{\alpha}_k = \omega_k (1 + \alpha_k)$ 。

考虑到  $P1''$  是多个分式规划问题 (fractional programming, FP) 的加权和,很难直接进行求解。下面将采用 AO 方法对原问题  $P1''$  进行迭代求解。每轮迭代中,首先更新  $\boldsymbol{\alpha}$ ,接着更新  $\{\mathbf{F}, \boldsymbol{\theta}\}$ ,重复该过程直到系统和速率性能趋于稳定。利用式(4),  $P1''$  中的目标函数可以写为:

$$f_2(\mathbf{F}, \boldsymbol{\theta}) = \sum_{k=1}^K \frac{\tilde{\alpha}_k \gamma_k}{1 + \gamma_k} = \sum_{k=1}^K \frac{|\boldsymbol{\theta}^H \mathbf{H}_k \mathbf{f}_k|^2}{\sum_{i=1}^K |\boldsymbol{\theta}^H \mathbf{H}_k \mathbf{f}_i|^2 + \sigma_k^2} \quad (9)$$

因此,当给定  $\boldsymbol{\alpha}$  时,  $\{\mathbf{F}, \boldsymbol{\theta}\}$  的优化问题可写成:

$$P2: \max_{\mathbf{F}, \boldsymbol{\theta}} f_2(\mathbf{F}, \boldsymbol{\theta}) \\ \text{s. t.} \sum_{k=1}^K \|\mathbf{f}_k\|^2 \leq P_s \quad (10)$$

本小节引入了拉格朗日对偶变换方法将问题(5)转换为问题(10)。下一小节中将提出一种有效的算法求解问题(10)。

## 2.2 交替优化算法

根据文献[18]提出的二次变换方法,  $f_2(\mathbf{F}, \boldsymbol{\theta})$  可转换为:

$$f_{2\beta}(\mathbf{F}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\beta}) = \sum_{k=1}^K 2\sqrt{\tilde{\alpha}_k} R\{\boldsymbol{\beta}_k^* \boldsymbol{\theta}^H \mathbf{H}_k \mathbf{f}_k\} - \sum_{k=1}^K |\boldsymbol{\beta}_k|^2 \left( \sum_{i=1}^K |\boldsymbol{\theta}^H \mathbf{H}_k \mathbf{f}_i|^2 + \sigma_k^2 \right) \quad (11)$$

式中,  $\boldsymbol{\beta}$  是引入的辅助变量,  $\boldsymbol{\beta} \triangleq [\beta_1, \dots, \beta_K]^T$ ,  $\beta_k \in \mathbf{C}, \forall k \in \{1, \dots, K\}$ 。

由文献[14]知,  $P2$  可等价表示为:

$$P2' \max_{\mathbf{F}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\beta}} f_{2\beta}(\mathbf{F}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\beta}) \quad \text{s. t.} \quad \sum_{k=1}^K \|\mathbf{f}_k\|^2 \leq P_s \quad (12)$$

基于文献[14]的结论,当  $P2'$  得到求解时,

最优的  $\alpha_k^*$  为  $\alpha_k^* = \frac{\rho_k}{2}(\rho_k + \sqrt{\rho_k^2 + 4})$ , 其中  $\rho_k = R\{\boldsymbol{\beta}_k^* \boldsymbol{\theta}^H \mathbf{H}_k \mathbf{f}_k\}$ 。下文主要工作在于求解  $P2'$ 。实际上,关于  $P2'$  有以下结论:

当固定任意两个优化变量时,  $f_{2\beta}$  为关于剩余变量的凸函数。这是因为  $f_{2\beta}$  是线性函数和二次函数的差,即该问题关于任一变量均是凸的<sup>[19]</sup>。因此,对于  $f_{2\beta}$ ,可交替地求解相应的子问题来更新变量。

此外,根据一阶最优性条件,最优的  $\beta_k$  为:

$$\beta_k^* = \frac{\sqrt{\tilde{\alpha}_k} \boldsymbol{\theta}^H \mathbf{H}_k \mathbf{f}_k}{\sum_{i=1}^K |\boldsymbol{\theta}^H \mathbf{H}_k \mathbf{f}_i|^2 + \sigma_k^2} \quad (13)$$

最优的  $\mathbf{f}_k$  为:

$$\mathbf{f}_k^* = \sqrt{\tilde{\alpha}_k} \beta_k (\lambda \mathbf{I} + \sum_{i=1}^K |\beta_i|^2 \mathbf{H}_k^H \boldsymbol{\theta} \boldsymbol{\theta}^H \mathbf{H}_k)^{-1} \mathbf{H}_k^H \boldsymbol{\theta} \quad (14)$$

式中,  $\lambda$  是功率约束的对偶变量,可表示为:

$$\lambda = \min\{\lambda \geq 0; \sum_{k=1}^K \|\mathbf{f}_k\|^2 \leq P_s\} \quad (15)$$

上式的最优解  $\lambda^*$  可通过二分搜索方法获得<sup>[20]</sup>。解决  $P2'$  的关键在于如何求解  $\boldsymbol{\theta}$ 。接下来,将提出两种方法来求解问题(11)。

## 2.3 黎曼梯度法

恒模约束  $|\boldsymbol{\theta}_m| = 1$  构成一个黎曼流形<sup>[21]</sup>,通常表示为  $\mathcal{M} = \{\boldsymbol{\theta} \in \mathbf{C}^M \mid |\theta_1| = \dots = |\theta_M| = 1\}$ 。对于黎曼流形空间中的凸问题,通常采用黎曼梯度法来解决,主要有三个步骤:

首先,对于  $\mathcal{M}$  中的任意  $\boldsymbol{\theta}$ ,  $\boldsymbol{\theta}$  的切线空间表示为包含所有  $\boldsymbol{\theta}$  的切线向量构成的空间,定义为:

$$\mathcal{T}_{\boldsymbol{\theta}} \mathcal{M} = \{\mathbf{z} \in \mathbf{C}^M \mid [\mathbf{z}(\boldsymbol{\theta}^i)^H]_{m,m} = \mathbf{0}\} \quad (16)$$

式中,  $\mathbf{z}$  表示  $\boldsymbol{\theta}^i$  处的切线向量。 $\boldsymbol{\theta}^i$  处的黎曼梯度  $\text{grad}f(\boldsymbol{\theta}^i)$  是一个切线向量,即欧几里德得度在  $\mathcal{T}_{\boldsymbol{\theta}^i} \mathcal{M}$  上的正交投影,由式(17)给出。

$$\text{grad}f(\boldsymbol{\theta}^i) = \nabla f_{\boldsymbol{\theta}^i} - R\{\nabla f_{\boldsymbol{\theta}^i} \odot (\boldsymbol{\theta}^i)^* \} \odot \boldsymbol{\theta}^i \quad (17)$$

式中,  $\odot$  表示逐元素相乘。

因此,问题(11)的欧几里德得度为:

$$\nabla f_{\boldsymbol{\theta}^i} = \sum_{k=1}^K 2\sqrt{\tilde{\alpha}_k} \mathbf{H}_k \mathbf{f}_k \beta_k^* - \sum_{k=1}^K \mathbf{H}_k |\beta_k|^2 \left( \sum_{i=1}^K \mathbf{f}_i \mathbf{f}_i^H \right) \mathbf{H}_k^H \boldsymbol{\theta} \quad (18)$$

然后,将欧氏空间的优化方法用于黎曼流形上。根据欧氏空间中的共轭梯度下降算法,梯度的更新公式为:

$$\mathbf{d}^{i+1} = -\nabla f_{\boldsymbol{\theta}^{i+1}} + \delta_1^{i+1} \mathbf{d}^i \quad (19)$$

式中,  $\mathbf{d}^i$  是  $\boldsymbol{\theta}^i$  处的搜索方向,  $\delta_1^{i+1}$  是 Polak-Ribiere 参数<sup>[19]</sup>,为了实现快速收敛,该参数可表示为:

$$\delta_1^{i+1} = \frac{R\{(\nabla f_{\boldsymbol{\theta}^{i+1}})^H (\nabla f_{\boldsymbol{\theta}^{i+1}} - \nabla f_{\boldsymbol{\theta}^i})\}}{(\nabla f_{\boldsymbol{\theta}^i})^H \nabla f_{\boldsymbol{\theta}^i}} \quad (20)$$

然而,式(19)中的  $\mathbf{d}^i$  和  $\mathbf{d}^{i+1}$  分布于两个不同的切线空间  $\mathcal{T}_{\boldsymbol{\theta}^i} \mathcal{M}$  和  $\mathcal{T}_{\boldsymbol{\theta}^{i+1}} \mathcal{M}$  中,无法直接获得搜索方向。针对该问题,文献[22]提出一种将  $\mathbf{d}^i$  映射到  $\mathcal{T}_{\boldsymbol{\theta}^{i+1}} \mathcal{M}$  的方法,可表示为:

$$\mathcal{T}_{\boldsymbol{\theta}^i \rightarrow \boldsymbol{\theta}^{i+1}}(\mathbf{d}^i) \triangleq \mathcal{T}_{\boldsymbol{\theta}^i} \mathcal{M} \rightarrow \mathcal{T}_{\boldsymbol{\theta}^{i+1}} \mathcal{M}; \mathbf{d}^i \rightarrow \mathbf{d}^i - R\{\mathbf{d}^i \odot (\boldsymbol{\theta}^{i+1})^* \} \odot \boldsymbol{\theta}^{i+1} \quad (21)$$

与式(19)类似,  $\mathcal{M}$  上搜索方向的更新如式(22)所示。

$$\mathbf{d}^{i+1} = -\text{grad}f(\boldsymbol{\theta}^{i+1}) + \delta_1^{i+1} \mathcal{T}_{\boldsymbol{\theta}^i \rightarrow \boldsymbol{\theta}^{i+1}}(\mathbf{d}^i) \quad (22)$$

最后,在获得  $\mathbf{d}^i$  后,为了保证梯度下降所获得的点仍在该流形上,需要进行回溯操作。在  $\boldsymbol{\theta}^i$  处,  $\mathbf{d}^i$  的回溯定义为:

$$\text{Ret}_{\boldsymbol{\theta}^i}(\delta_2^i \mathbf{d}^i) \triangleq \mathcal{T}_{\boldsymbol{\theta}^i} \mathcal{M} \rightarrow \mathcal{M}; [\tau_2^i \mathbf{d}^i]_m \rightarrow [\boldsymbol{\theta}^i + \delta_2^i \mathbf{d}^i]_m / |[ \boldsymbol{\theta}^i + \delta_2^i \mathbf{d}^i ]_m| \quad (23)$$

式中,  $\delta_2^i$  被称作 Armijo 回溯步长<sup>[23]</sup>。至此,完成了RMG算法的全过程,该算法可利用流形优化工具包 Manopt 求解<sup>[24]</sup>。

在黎曼梯度算法结束后,将  $\phi_m$  映射到集合  $\mathcal{T}$  中最近的离散点可获得对应的离散系数  $\phi_m^*$ ,如式(24)所示。

$$\phi_m^* = \text{round}\left\{ \frac{\phi_m}{2\pi/2^\tau} \right\} \times \frac{2\pi}{2^\tau} \quad (24)$$

其中,  $\text{round}\{\cdot\}$  表示舍入到最接近的整数。

## 2.4 智能元素优化算法

为进一步降低计算复杂度,本节将研究智能元素优化算法以求解问题(11)。定义  $\mathbf{A} =$

$$\sum_{k=1}^K \mathbf{H}_k |\beta_k|^2 \left( \sum_{i=1}^K \mathbf{f}_i \mathbf{f}_i^H \right) \mathbf{H}_k^H, \mathbf{b} = \sum_{k=1}^K 2\sqrt{\tilde{\alpha}_k} \beta_k^* \mathbf{H}_k \mathbf{f}_k,$$

并将  $\mathbf{A}$  的第  $i$  行、第  $j$  列的元素记为  $a_{i,j}$ , 向量  $\mathbf{b}$  的第  $i$  个元素记为  $b_i$ 。则  $\boldsymbol{\theta}^H \mathbf{A} \boldsymbol{\theta}$  可被分解为:

$$\boldsymbol{\theta}^H \mathbf{A} \boldsymbol{\theta} = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \theta_i^* a_{i,j} \theta_j = \theta_m^* a_{m,m} \theta_m + 2R \left\{ \sum_{j=1, j \neq m}^M \theta_m^* a_{m,j} \theta_j \right\} + \sum_{i=1, i \neq m}^M \sum_{j=1, j \neq m}^M \theta_i^* a_{i,j} \theta_j \quad (25)$$

因为  $\mathbf{A}$  是共轭对称矩阵, 式(25) 利用了  $a_{i,j} = a_{j,i}^*$  这一性质。类似地,  $\boldsymbol{\theta}^H \mathbf{b}$  可被分解为:

$$\boldsymbol{\theta}^H \mathbf{b} = \sum_{i=1}^M \theta_i^* b_i = \theta_m^* b_m + \sum_{i=1, i \neq m}^M \theta_i^* b_i \quad (26)$$

将式(25) 和式(26) 代入式(11) 中, 当固定其余  $\theta_i, i \in \mathcal{M}, i \neq m$  时, 可获得下述关于  $\theta_m$  的优化问题:

$$\begin{aligned} \min_{\theta_m} & \theta_m^* a_{m,m} \theta_m - 2R \left\{ \theta_m^* b_m - \sum_{j=1, j \neq m}^M \theta_m^* a_{m,j} \theta_j \right\} \\ \text{s. t.} & \quad |\theta_m| = 1, \forall m \in \mathcal{M} \end{aligned} \quad (27)$$

由于  $|\theta_m|^2 = 1$ , 式(27) 的目标函数可化简为  $a_{m,m} \theta_m - 2R \left\{ \theta_m^* \bar{b}_m \right\}$ , 其中,  $\bar{b}_m = b_m - \sum_{j=1, j \neq m}^M a_{m,j} \theta_j$ 。易知上述问题的最优解为  $\theta_m^* = \bar{b}_m / |\bar{b}_m|$ 。

因此, 按照  $m = 1$  到  $m = M$  的顺序逐一求解问题(27), 可获得全部的反射系数。对于离散系数情况, 可利用舍入运算进行求解, 与式(24) 类似, 这里不再赘述。

## 2.5 整体算法设计

结合上述过程, 本文算法主要步骤如算法 1 所示。

算法 1 交替优化算法

Alg. 1 Alternating optimization algorithm

- 1: 设置初始值  $\{\mathbf{F}^0, \boldsymbol{\theta}^0, \boldsymbol{\alpha}^0, \boldsymbol{\beta}^0\}$ , 设置  $t = 0$
- 2: 求解  $\mathbf{F}^t$
- 3: 利用 RMG 算法或 EBCD 算法求解  $\boldsymbol{\theta}^t$
- 4: 利用式(13) 及  $\alpha_k^* = \frac{\rho_k}{2} (\rho_k + \sqrt{\rho_k^2 + 4})$  得到  $\boldsymbol{\beta}^t$  和  $\boldsymbol{\alpha}^t$
- 5: 更新  $\{\mathbf{F}^{t+1}, \boldsymbol{\theta}^{t+1}, \boldsymbol{\alpha}^{t+1}, \boldsymbol{\beta}^{t+1}\} \leftarrow \{\mathbf{F}^t, \boldsymbol{\theta}^t, \boldsymbol{\alpha}^t, \boldsymbol{\beta}^t\}$
- 6:  $t \leftarrow t + 1$
- 7: 直到收敛
- 8: 输出  $\{\mathbf{F}^*, \boldsymbol{\theta}^*\}$

## 2.6 计算复杂度对比

本节比较本文所提算法和其他算法的计算复杂度。根据文献[25] 的分析, 在获得相同的求解精确度  $\varepsilon$  时, 智能元素块坐标下降 (element-wise block coordinate descent, EBCD) 算法的复杂度是  $O\left(\ln\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)M^2\right)$ , 而由于式(17)、

式(20)、式(21) 分别执行了  $M^2$  次乘法运算, RMG 算法的复杂度是  $O\left(\ln\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)3M^2\right)$ 。由上述对比可知, 在获得相同的精确度时, RMG 算法的计算复杂度更高。仿真分析将给出两种算法的收敛速度。另一方面, 采用半正定优化方法设计  $\boldsymbol{\theta}$  时, 计算复杂度为  $O(M^{4.5})$  [8-9]。而当采用 ADMM 或者 PDD 算法设计  $\boldsymbol{\theta}$  时, 计算复杂度为  $O(T_{\text{ADMM/PDD}}M^2 + M^3)$ , 其中  $T_{\text{ADMM/PDD}}$  表示 ADMM 或者 PDD 算法的迭代次数 [13, 16]。由此可知, 本文提出的方法的计算复杂度较低, 尤其当  $M$  较大时, 复杂度明显低于其他算法。

## 3 仿真分析

这里对算法性能进行仿真验证。仿真场景如图 2 所示, 包含 1 个基站、1 个 IRS、3 个用户。基站和 IRS 的坐标分别为 (10 m, 0 m) 和 (0 m, 50 m)。用户假设均匀分布在一个圆内, 圆心为 (10 m, 50 m), 半径为 5 m。此外, 基站、ISR、用户的天线高度分别为 10 m、10 m、2 m。

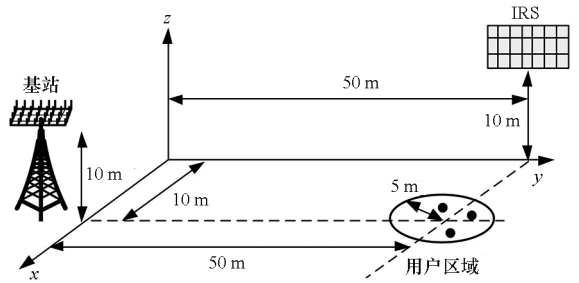


图 2 仿真场景

Fig. 2 Simulation scenario

主要仿真参数为:  $P_s = 10$  dBm,  $N_l = 6$ ,  $M = 40$ ,  $\tau = 16$ ,  $\sigma_k^2 = -80$  dBm,  $\omega_k = 1/K$ 。大尺度衰减系数为  $PL = PL_0 - 10\alpha \log_{10}(d/d_0)$ , 其中,  $PL_0$  是在参考距离  $d_0$  处的衰减系数,  $d$  表示链路距离,  $\alpha$  为衰减指数。本文设置  $PL_0 = -30$  dB,  $d_0 = 1$  m, 与 IRS 相关的链路的衰减系数  $\alpha_R = 2.2$  [8]。此外, 小尺度衰减为莱斯信道, 以  $\mathbf{G}$  为例,  $\mathbf{G} = \sqrt{\beta/(\beta+1)} \mathbf{G}^{\text{LoS}} + \sqrt{1/(\beta+1)} \mathbf{G}^{\text{NLoS}}$ , 其中,  $\beta = 3$  dB 是莱斯因子,  $\mathbf{G}^{\text{LoS}}$  和  $\mathbf{G}^{\text{NLoS}}$  分别代表直传和非直传分量,  $\mathbf{G}^{\text{LoS}}$  建模为  $\mathbf{G}^{\text{LoS}} = \mathbf{a}\mathbf{b}^H$ ,  $\mathbf{a}$  和  $\mathbf{b}$  分别为接收端和发射端的导向矢量。  $\mathbf{G}^{\text{NLoS}}$  建模为瑞丽衰落。其余信道可按照类似方法建模。

首先验证本文算法的收敛性, 其中 AO 算法被称为外层迭代, 而 RMG 或 EBCD 算法被称为内层迭代。图 3 是不同  $M$  情况下 RMG 算法和 EBCD 算法的收敛性能。从图 3 可以看出, 两种

算法获得的 WSR 性能均随着迭代次数的增加而提升,并逐渐收敛。此外, $M$  的增加可提升 WSR。然而, $M$  的增加会导致需要优化的变量数增加,从而使收敛速度变慢。此外,在相同的条件下,EBCD 算法的收敛速度比 RMG 算法更快。然而,相比于 EBCD 算法,RMG 算法可以获得更好的 WSR 性能。

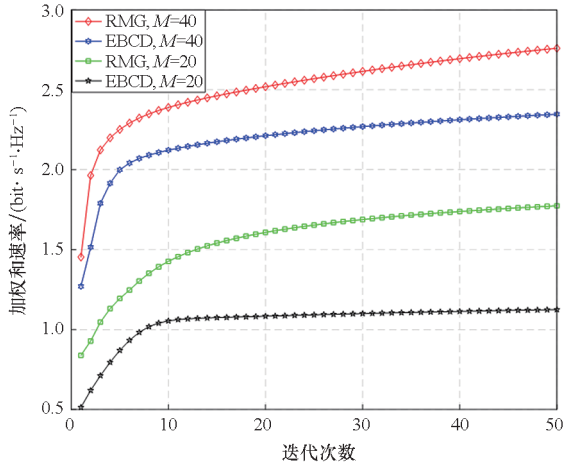


图 3 WSR 与内层迭代次数仿真结果

Fig. 3 Simulation result of WSR and the iteration number of the inner layer

然后验证外层 AO 算法的收敛性。图 4 给出了不同  $N_i$  和  $M$  的情况下,WSR 与迭代次数的关系。与内层迭代的结果类似, $N_i$  或  $M$  越大,迭代次数越多。然而,对于不同的  $N_i$  或  $M$ ,RMG-AO 算法和 EBCD-AO 算法均能在很少的迭代次数时收敛。

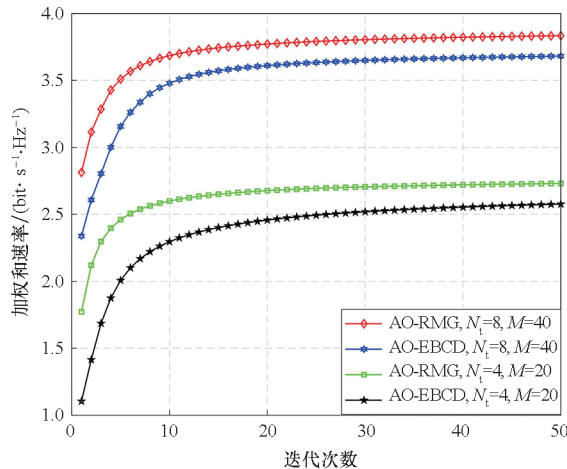


图 4 WSR 与外层迭代次数仿真结果

Fig. 4 Simulation result of WSR and the iteration number of the outer layer

对比图 3 和图 4 可看出,参数相同时内层算法获得的 WSR 比外层算法获得的 WSR 低很多,原因是在内层算法中,仿真是经过一定次数的内

层迭代得到的  $\{\mathbf{F}^l, \boldsymbol{\theta}^l\}$ , 以及对应的 WSR, 该  $\{\mathbf{F}^l, \boldsymbol{\theta}^l\}$  实际是外层优化的起始点。

接下来将研究系统主要参数对 WSR 性能的影响。为了验证本文所提方法的优越性,将与以下方法进行比较:①随机 IRS 方法<sup>[3]</sup>,即随机选择反射系数;②迫零(zero force, ZF)波束形成方法<sup>[5]</sup>,即基于 ZF 准则设计发射端的波束形成向量,以消除用户之间的内部干扰;③连续反射系数方法<sup>[10]</sup>,可视作离散系数情况的性能上界;④ ADMM;⑤ PDD 方法。本文方法和这几种方法分别记作 AO-RMG 方法、AO-EBCD 方法、随机 IRS、ZF 波束形成、连续反射系数、ADMM 和 PDD 方法。

图 5 给出了 WSR 与基站最大发射功率  $P_s$  之间的关系,从图中可以看出,所有方法的 WSR 性能均随着  $P_s$  的增大而提升,而本文所提出的 AO-RMG 方法的性能非常接近连续反射系数的性能,验证了本文所提离散系数设计的有效性。此外, AO-RMG 方法的性能和 ADMM、PDD 方法的性能十分接近,而 AO-RMG 方法的计算复杂度低于其他算法,验证了本文所提算法的实用性。此外, AO-EBCD 方法牺牲了部分性能换来了收敛速度的加快,因此可根据实际的通信需求灵活选择并应用 AO-RMG 及 AO-EBCD 算法。

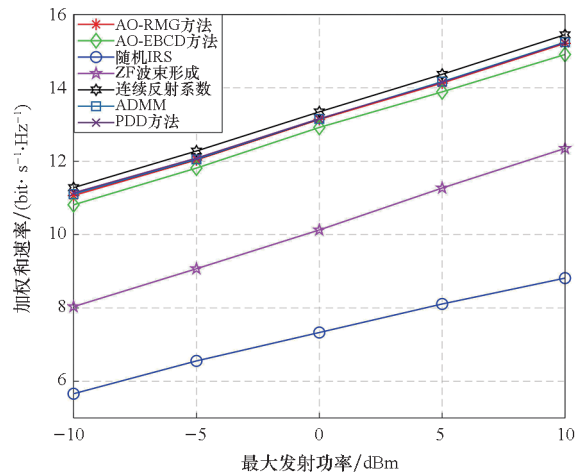


图 5 WSR 与最大发射功率的关系

Fig. 5 Relationship of WSR and the maximum transmit power

图 6 比较了不同方法获得的 WSR 与反射单元个数的关系。从图中可以看到, $M$  的增大可明显提升 WSR 性能。这主要有两个原因:首先, $M$  的增大可以提高 IRS 接收到的信号功率,从而获得更高的阵列增益。其次,在合理优化反射系数的前提下,随着  $M$  的增大,用户接收到的反射信号功率也随之增大。反之,由于随机 IRS 方法仅



能利用阵列增益来提升 WSR,性能增长较为缓慢。该结果表明,通过一定的方法优化反射系数后,增强反射单元个数可以明显提高无线网络的频谱效率。

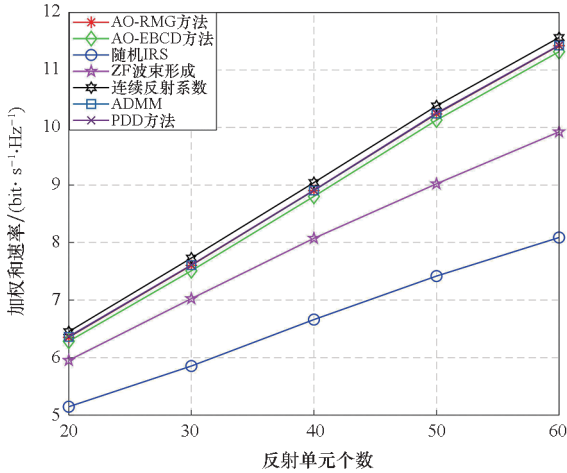


图 6 WSR 与反射单元个数的关系

Fig. 6 Relationship of WSR and the number of elements

最后,为了进一步验证本文算法的性能,图 7 给出了 AO-RMG 算法所获得的单用户速率与相应权值间的关系,其中实线对应的权值为  $[\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}]$  (记为权值 1),即用户 1 的权值最高,用户 2 和 3 权值较低;虚线对应的权值为  $[\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}]$  (记为权值 2),即 3 个用户的权值相同。由图 7 可知:对应第一种权值分配,用户 1 获得了更高的信息速率,用户 2 和用户 3 的信息速率较低;而对于第二种权值分配,3 个用户获得的信息速率大致相同。此外,无论哪种权值设计方式,3 个用户信息速率的比值与权值的比值非常

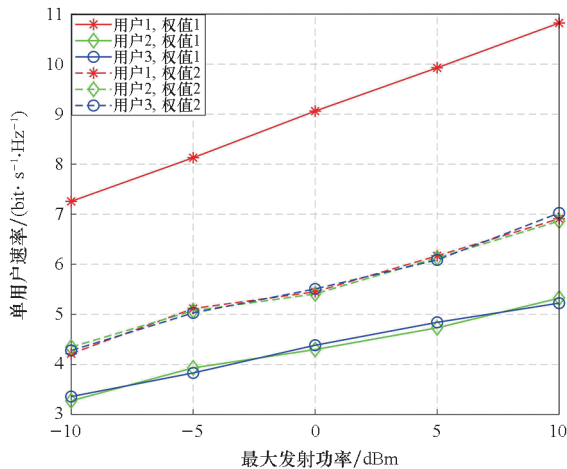


图 7 单用户信息速率与权值的关系

Fig. 7 Relationship of single user information rate and weight

接近。该结果进一步证实了本文算法可以根据不同用户的优先级灵活调整相应参数,使得不同用户获得不同的信息速率性能,有较好的自适应性。

实际上,本文算法经过适当修改可有效解决该问题。具体,当  $\omega_k$  为优化变量时,首先将  $\omega_k$  视作常量,即选定一组  $\omega_k$  的初值对其余变量进行优化求解,这里可直接使用本文中的方法。再求解得到其余变量后,回到式(7),将  $\omega_k$  视作优化变量进行优化,可得到以下优化问题:

$$\begin{aligned} \max_{\omega_k} \quad & \sum_{k=1}^K \omega_k \log_2(1 + \alpha_k) - \sum_{k=1}^K \omega_k \alpha_k + \sum_{k=1}^K \frac{\omega_k(1 + \alpha_k)\gamma_k}{1 + \gamma_k} \\ \text{s. t.} \quad & \sum_{k=1}^K \omega_k = 1, \\ & 0 \leq \omega_k \leq 1, \forall k \end{aligned} \quad (28)$$

该问题关于  $\omega_k$  是凸问题,可用优化工具包 CVX 求解。在得到优化的  $\omega_k$  后,再利用本文算法求解其他优化变量,然后求解上述问题得到  $\omega_k$ 。上述过程交替迭代,可获得优化后的  $\omega_k$  和其他变量。

为验证上述方法的有效性,针对多用户进行权值分配的场景,研究了该网络的加权和速率与最大发射功率的关系,这里除了权值为优化变量外,其余设定和图 5 一致。仿真结果如图 8 所示。对比该图结果和图 5 可知,最优权值分配可提升多用户网络的加权和速率性能。

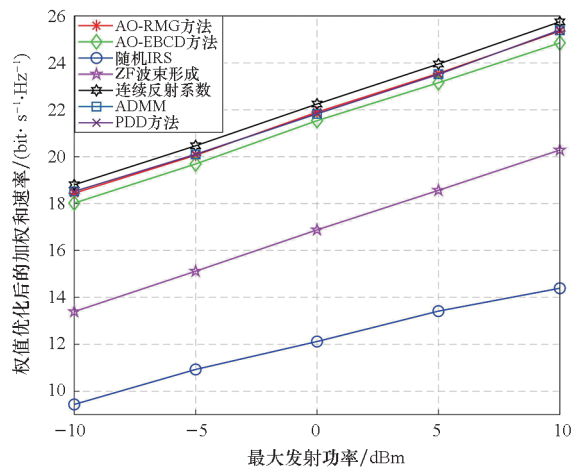


图 8 权值优化后 WSR 与最大发射功率的关系

Fig. 8 Relationship of WSR and the maximum transmit power after weight optimization

## 4 结论

本文研究了 IRS 辅助多用户下行网络的波束形成和反射系数的联合优化问题,最大限度地提升系统用户的加权和速率。为了求解非凸的目标函数,提出了一种 AO 方法,其中采用 RMG 方法

来优化反射系数,并使用二分搜索法优化发送波束形成向量。此外,为了降低 RMG 方法的复杂度,设计了一种 EBCD 方法。仿真结果验证了本文算法的有效性,与随机反射系数等方法相比,本文所提的波束形成和反射系数联合优化方法能有效提高网络频谱效率,实际性能与 ADMM 及 PDD 算法非常接近。此外,通过设计不同的权值参数,不同用户实际可获得不同的信息速率性能,因此本文算法有很强的灵活性和实用性。

## 参考文献 (References)

- [1] HU S, RUSEK F, EDFORS O. Beyond massive MIMO: the potential of data transmission with large intelligent surfaces[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2018, 66(10): 2746–2758.
- [2] WU Q Q, ZHANG R. Towards smart and reconfigurable environment: intelligent reflecting surface aided wireless network [J]. *IEEE Communications Magazine*, 2020, 58(1): 106–112.
- [3] TANG W K, DAI J Y, CHEN M Z, et al. MIMO transmission through reconfigurable intelligent surface: system design, analysis, and implementation[J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2020, 38(11): 2683–2699.
- [4] 朱政宇, 徐金雷, 孙钢灿, 等. 基于 IRS 辅助的 SWIPT 物联网系统安全波束成形设计[J]. *通信学报*, 2021, 42(4): 185–193.  
ZHU Z Y, XU J L, SUN G C, et al. Secure beamforming design for IRS-assisted SWIPT internet of things system[J]. *Journal on Communications*, 2021, 42(4): 185–193. (in Chinese)
- [5] WU Q Q, ZHANG R. Intelligent reflecting surface enhanced wireless network via joint active and passive beamforming[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2019, 18(11): 5394–5409.
- [6] LYU J B, ZHANG R. Spatial throughput characterization for intelligent reflecting surface aided multiuser system[J]. *IEEE Wireless Communications Letters*, 2020, 9(6): 834–838.
- [7] ZHOU G, PAN C H, REN H, et al. Intelligent reflecting surface aided multigroup multicast MISO communication systems[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2020, 68: 3236–3251.
- [8] PAN C H, REN H, WANG K Z, et al. Multicell MIMO communications relying on intelligent reflecting surfaces[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2020, 19(8): 5218–5233.
- [9] PAN C H, REN H, WANG K Z, et al. Intelligent reflecting surface aided MIMO broadcasting for simultaneous wireless information and power transfer[J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2020, 38(8): 1719–1734.
- [10] WU Q Q, ZHANG R. Beamforming optimization for wireless network aided by intelligent reflecting surface with discrete phase shifts [J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2020, 68(3): 1838–1851.
- [11] HU Y B, KANG K, ZHU H B, et al. Serving mobile users in intelligent reflecting surface assisted massive MIMO system[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2022, 71(6): 6384–6396.
- [12] HU J L, LIANG Y C, PEI Y Y. Reconfigurable intelligent surface enhanced multi-user MISO symbiotic radio system[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2021, 69(4): 2359–2371.
- [13] YANG H Y, YUAN X J, FANG J, et al. Reconfigurable intelligent surface aided constant-envelope wireless power transfer[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2021, 69: 1347–1361.
- [14] ZHAO M M, WU Q Q, ZHAO M J, et al. Intelligent reflecting surface enhanced wireless networks: two-timescale beamforming optimization[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2021, 20(1): 2–17.
- [15] ZHAO M M, WU Q Q, ZHAO M J, et al. Exploiting amplitude control in intelligent reflecting surface aided wireless communication with imperfect CSI [J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2021, 69(6): 4216–4231.
- [16] LIU Y, ZHAO J, LI M, et al. Intelligent reflecting surface aided MISO uplink communication network: feasibility and power minimization for perfect and imperfect CSI[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2021, 69(3): 1975–1989.
- [17] SHEN K M, YU W. Fractional programming for communication systems: part I: power control and beamforming[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2018, 66(10): 2616–2630.
- [18] SHEN K M, YU W. Fractional programming for communication systems: part II: uplink scheduling via matching [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2018, 66(10): 2631–2644.
- [19] GORSKI J, PFEUFFER F, KLAMROTH K. Biconvex sets and optimization with biconvex functions: a survey and extensions[J]. *Mathematical Methods of Operations Research*, 2007, 66(3): 373–407.
- [20] BOYD S, VANDENBERGHE L. *Convex optimization*[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.
- [21] ALHUIJAILI K, MONGA V, RANGASWAMY M. Transmit MIMO radar beampattern design via optimization on the complex circle manifold [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2019, 67(13): 3561–3575.
- [22] WANG H M, BAI J L, DONG L M. Intelligent reflecting surfaces assisted secure transmission without eavesdropper's CSI [J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2020, 27: 1300–1304.
- [23] GUO H Y, LIANG Y C, CHEN J, et al. Weighted sum-rate maximization for reconfigurable intelligent surface aided wireless networks [J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2020, 19(5): 3064–3076.
- [24] BOUMAL N, MISHRA B, ABSIL P A, et al. Manopt, a MATLAB toolbox for optimization on manifolds[J]. *Journal of Machine Learning Research*, 2014, 15: 1455–1459.
- [25] WANG K Y, SO A M C, CHANG T H, et al. Outage constrained robust transmit optimization for multiuser MISO downlinks: tractable approximations by conic optimization[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2014, 62(21): 5690–5705.