

地心甚高轨道星座构形协同捕获控制策略

孟云鹤¹, 吕健康^{2*}, 罗宇飞¹

(1. 中山大学人工智能学院, 广东 珠海 519082; 2. 中山大学物理与天文学院, 广东 珠海 519082)

摘要:针对地心甚高轨道星座构形协同捕获控制问题,基于虚拟编队方法设计了协同捕获控制策略,采用三脉冲燃耗最优轨迹规划算法对构形捕获轨迹进行协同规划;并且结合自适应全程积分滑模控制器对卫星各自转移轨迹进行跟踪控制。以10万km轨道高度的三星星座构形捕获为例进行仿真验证,仿真结果表明:该策略可以有效应用于地心甚高轨道星座构形捕获控制,能够在燃耗较少的情况下使星座中卫星同时到达各自的标称位置,同时具有较高的精度。

关键词:地心甚高轨道;星座构形捕获;协同规划;三脉冲燃耗最优;滑模控制

中图分类号:V448.23 文献标志码:A 开放科学(资源服务)标识码(OSID):

文章编号:1001-2486(2024)02-018-09



听语音
与作者互动
聊科研

Cooperative acquisition control strategy of geocentric very high orbit constellation configuration

MENG Yunhe¹, LYU Jiankang^{2*}, LUO Yufei¹

(1. School of Artificial Intelligence, Sun Yat-sen University, Zhuhai 519082, China;

2. School of Physics and Astronomy, Sun Yat-sen University, Zhuhai 519082, China)

Abstract: Aiming at the cooperative acquisition control problem of geocentric very high orbit constellations, a cooperative acquisition control strategy was designed on the basis of the virtual formation method, and a three-pulse burnup optimal trajectory planning algorithm was used to coordinate the trajectory of the conformation acquisition. And the adaptive whole integral sliding mode controller was combined to track and control the transfer trajectory of the satellites. Taking the three-star constellation configuration capture at an orbital altitude of 100 000 km as an example for simulation verification, simulation results show that this strategy can be effectively applied to the configuration control of the constellation with very high geocentric orbit. It can make the satellites in the constellation reach their nominal positions at the same time with less burn up, and at the same time has high accuracy.

Keywords: geocentric very high orbit; constellation configuration capture; collaborative planning; triple-pulse burnup optimization; sliding mode control

随着航天技术的不断发展,卫星轨道逐渐从低轨、中轨应用发展到高轨、甚高轨道。位于地心甚高轨道的卫星在通信、导航、预警以及气象等领域发挥着越来越重要的作用,这些卫星往往根据任务需求组成星座运行,并且大多数任务对星座构形稳定性有较高的要求,需要星座在进行初始部署时实现精确的构形捕获,以满足未来任务的应用需求。中国提出的地心空间引力波探测计划预计发射3颗相同的卫星,部署在10万km高的地心轨道,组成等边三角形星座。为实现引力波探测任务,探测器星座在科学探测期间需要能够维持稳定运行,因此需要星座构形实现精确捕获,

对于星座中单颗卫星入轨位置偏差要求优于5 m或速度偏差要求优于 $2 \text{ mm/s}^{[1-2]}$ 。

针对星座或编队的构形重构问题,一般有伪谱法^[3]、自适应控制^[4]等方法。Zhang等^[5]将勒让德伪谱法和进化粒子群优化算法结合,利用伪谱法解决远距离双星编队重构问题,采用粒子群算法提高求解精度,得到不错的效果。文献^[6]利用太阳辐射压力差来控制卫星编队构形,该方法能够通过改变卫星受太阳光照射的横截面积来调整卫星半长轴;但是该方法适用于月球附近的轨道,计算模型以三体效应作为主导,不适合地球轨道卫星编队控制。文献^[7]研究了合成孔径雷

收稿日期:2022-08-03

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61673390);广东省基础与应用基础研究重大资助项目(2019B030302001)

第一作者:孟云鹤(1978—),男,河北永清人,教授,博士,博士生导师,E-mail:mengyh7@mail.sysu.edu.cn

*通信作者:吕健康(1997—),男,湖北襄阳人,硕士研究生,E-mail:lvjk@mail2.sysu.edu.cn

达(synthetic aperture radar, SAR)卫星编队任务构形控制问题,提出了基于相对轨道的反馈控制律,考虑有限冲量、燃料和时间的空间交会方法。该方法将 Lambert 问题扩展为离散多脉冲传输,但这种交会问题的模型较为复杂,计算时可能结果不收敛。当航天器期望转移时间较短时, Lambert 问题有唯一解;当期望转移时间较长时,需要求解多圈问题,计算量会显著增加。黄煦等^[8]研究了欠驱动下的卫星编队构形重构问题,解析推导了编队重构所需的最小脉冲数,采用遗传算法求解了最优脉冲的控制问题。李君龙等^[9]针对空间快速接近定点任务,提出一种三脉冲最优转移方法,在时间和路径约束下将 Hill 方程和粒子群算法结合求取最优解。Liu 等^[10]针对近圆轨道编队卫星面内重构问题,提出了一种基于三脉冲的最优控制方法,给出了无摄动的时变传播系统,可用于计算三脉冲轨道机动解。相比传统的两脉冲构形重构方法,三脉冲精度更容易保证,推力实现更容易;而相比多脉冲控制,三脉冲方法更简便,优化计算量更小,因而有着较好的应用前景。

在协同控制方面,滑模控制方法由于其模型简单、应用灵活等优点,在多卫星协同控制领域得到广泛应用。文献[11]设计了一种基于行为控制方法的连续滑模控制器,确保了闭环系统的有限时间收敛特性,在有外部干扰的条件下能够完成编队卫星协同控制任务。文献[12]研究了存在外部扰动的多航天器分布式协同控制问题,提出一种结合固定时间终端滑模和自适应控制的协同控制方法,保证跟踪误差在固定时间内收敛至接近零。李亚菲等^[13]针对椭圆轨道编队卫星轨道控制问题,提出了一种基于积分滑模的高阶相对轨道控制律,该高阶积分型滑模控制器不仅能够抑制扰动,还能使系统在有限时间内稳定。

面向空间引力波探测器背景,针对地心甚高轨道的星座构形的高精度捕获控制问题,考虑微小推力器配置,本文提出一种协同捕获控制策略。首先基于虚拟编队将大尺度星座构形的捕获问题转化为若干近距离编队的交会问题来处理,使动力学模型得以简化为 CW (Clohessy-Wiltshire) 方程;接着基于 CW 方程采用粒子群算法优化出三脉冲燃耗最优的构形捕获轨迹;然后利用自适应全程积分滑模控制对每颗卫星的捕获轨迹进行跟踪控制;最后以地心轨道空间引力波探测任务为例进行仿真验证。

1 基于虚拟编队的相对运动动力学模型

地心甚高轨道星座在进行构形捕获时,星座中的卫星相对于各自标称位置的距离远小于轨道半长轴,此时为提高其入轨精度采用“虚拟编队”^[14-15]来描述卫星与标称位置的相对运动。假设有一虚拟卫星运行在标称轨道,与真实卫星组成虚拟编队,则地心甚高轨道星座中的卫星分别与对应的虚拟卫星组成若干个虚拟编队,如图 1 所示,星座中有 3 颗卫星则有 3 个虚拟编队。图中 S'_1, S'_2, S'_3 为虚拟卫星,构成任务需要的构形; S_1, S_2, S_3 为真实卫星,构成实际的构形。

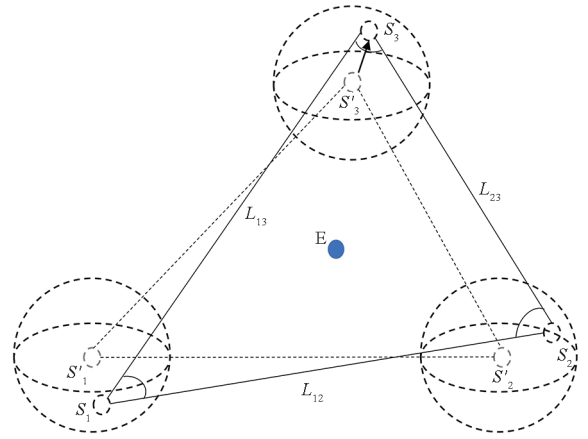


图 1 地心轨道构形示意图

Fig. 1 Schematic diagram of geocentric orbital configuration

由于真实卫星与虚拟卫星的相对位置远小于虚拟卫星的轨道半长轴,且虚拟卫星处于近圆轨道,可以建立以虚拟卫星为原点的轨道坐标系, Ox 轴沿虚拟卫星地心矢径方向, Oz 轴沿虚拟卫星轨道面正法线方向, Oy 由右手法则确定。

真实卫星相对于虚拟卫星的相对运动动力学方程经过线性化处理可以用 CW 方程^[16-17]来表示:

$$\begin{cases} \ddot{x} - 2n\dot{y} - 3n^2x = 0 \\ \ddot{y} + 2n\dot{x} = 0 \\ \ddot{z} + n^2z = 0 \end{cases} \quad (1)$$

式中: $n = \sqrt{\mu_e/a^3}$, μ_e 为地心引力常数, a 为虚拟卫星轨道半长轴。

由式(1)可以得出,相对运动法向运动与径向、迹向运动解耦,以下分析中主要考虑真实卫星在虚拟卫星轨道平面的相对运动。其解析解为:

$$\begin{cases} x(t) = \frac{\dot{x}_0}{n} \sin(nt) + \left(-3x_0 - \frac{2\dot{y}_0}{n}\right) \cos(nt) + 2\left(2x_0 + \frac{\dot{y}_0}{n}\right) \\ y(t) = 2\left(3x_0 + \frac{2\dot{y}_0}{n}\right) \sin(nt) + \frac{2\dot{x}_0}{n} \cos(nt) - \\ \quad 3(2nx_0 + \dot{y}_0)t + \left(-\frac{2\dot{x}_0}{n} + y_0\right) \\ z(t) = \frac{\dot{z}_0}{n} \sin(nt) + z_0 \cos(nt) \\ \dot{x}(t) = (3nx_0 + 2\dot{y}_0) \sin(nt) + \dot{x}_0 \cos(nt) \\ \dot{y}(t) = 2(3nx_0 + 2\dot{y}_0) \cos(nt) - 2\dot{x}_0 \sin(nt) - 3(2nx_0 + \dot{y}_0) \\ \dot{z}(t) = \dot{z}_0 \cos(nt) - nz_0 \sin(nt) \end{cases} \quad (2)$$

2 星座构形协同捕获控制策略

2.1 三脉冲燃耗最优轨迹规划

本节基于 CW 方程针对多脉冲轨迹优化问题进行分析讨论。首先确定指标函数,取多脉冲轨道机动需要施加的三个方向的速度增量的二次范数形式,即:

$$J = \|\Delta \mathbf{v}\|_2 = \sqrt{(\Delta \mathbf{v})^T \Delta \mathbf{v}} \quad (3)$$

式中, $\Delta \mathbf{v} = [\Delta v_1^T \quad \Delta v_2^T \quad \Delta v_3^T \quad \cdots \quad \Delta v_m^T]$, $\Delta v_i = [\Delta v_{ix} \quad \Delta v_{iy} \quad \Delta v_{iz}]^T$, $i = 1, \dots, m$, m 为多脉冲施加的次数^[18]。

研究表明:当 $m = 3$ 时,即三脉冲最优轨道机动相对来说已经达到足够优化的结果^[19-20]。分别在 $t_1 = 0$ 时刻施加第一次脉冲作用,在 t_2 时刻施加第二次脉冲作用,在 t_f 时刻施加第三次脉冲作用,其中 $t_1 < t_2 < t_f$ 。

第三次施加脉冲作用主要用于消除速度偏差,而对于空间引力波探测卫星而言,因对构形控制要求极高,配置了微小推力系统,因此最后阶段不宜长时间机动,需要对最后的速度偏差有更严格的控制。考虑到这一背景,将第三次需要施加的脉冲速度增量作为非线性规划问题的约束进行限制,是合理的。于是这一问题变成了对 $t_2, t_f, \Delta v_1, \Delta v_2$ 进行优化选择,使三脉冲不定时间最优轨道机动指标 J 取到最小值,即以下非线性规划问题:

$$\min J_1 = \sum_{i=1}^3 \Delta v_i^T \cdot \Delta v_i$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} \begin{bmatrix} \Phi_{xv}(t_f) & \Phi_{xv}(t_f - t_2) \\ \Phi_{vv}(t_f) & \Phi_{vv}(t_f - t_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta v_1 \\ \Delta v_2 \end{bmatrix} = \\ - \begin{bmatrix} \Phi_{xx}(t_f) & \Phi_{xx}(t_f) \\ \Phi_{vx}(t_f) & \Phi_{vv}(t_f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(0) \\ \mathbf{v}(0) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \Delta v_3 \end{bmatrix} \\ 0 \leq t_2 \leq t_f \leq t_{\max} \\ |\Delta v_{3x}| \leq u_{\max} \\ |\Delta v_{3y}| \leq u_{\max} \\ |\Delta v_{3z}| \leq u_{\max} \end{cases} \quad (4)$$

其中:

$$\begin{cases} \Phi_{xx}(t) = \begin{bmatrix} 4 - 3\cos(nt) & 0 & 0 \\ 6[\sin(nt) - nt] & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \cos(nt) \end{bmatrix} \\ \Phi_{xv}(t) = \frac{1}{n} \begin{bmatrix} \sin(nt) & 2[1 - \cos(nt)] & 0 \\ -2[1 - \cos(nt)] & 4\sin(nt) - 3nt & 0 \\ 0 & 0 & \sin(nt) \end{bmatrix} \\ \Phi_{vx}(t) = \begin{bmatrix} 3n\sin(nt) & 0 & 0 \\ 6n[\cos(nt) - t] & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -n\sin(nt) \end{bmatrix} \\ \Phi_{vv}(t) = \begin{bmatrix} \cos(nt) & 2\sin(nt) & 0 \\ -2\sin(nt) & 4\cos(nt) - 3 & 0 \\ 0 & 0 & \cos(nt) \end{bmatrix} \end{cases}$$

u_{\max} 为最大机动脉冲。

对于三脉冲轨迹优化问题,可以采取线性约束的非线性规划的典型算法,如可行方向法等求解,但是由于其中含有的时间参量与其他参量存在严重耦合,会出现诸如收敛于局部极小点的情况。粒子群是一种全局优化算法,适应性强,效率更高,因此这里提出利用粒子群算法^[21]求解的思路。

首先,建立一个 8 维目标搜索空间,一共有 N 个粒子组成一个群落,其中第 i 个粒子 ($i = 1, 2, \dots, N$) 表示一个 8 维的向量:

$$\mathbf{X}_i = [t_2 \quad t_f \quad \Delta v_{1x} \quad \Delta v_{1y} \quad \Delta v_{1z} \quad \Delta v_{2x} \quad \Delta v_{2y} \quad \Delta v_{2z}]^T$$

第 i 个粒子的“飞翔”速度为一个 8 维的向量:

$$\mathbf{V}_i = [v_{i1} \quad v_{i2} \quad v_{i3} \quad v_{i4} \quad v_{i5} \quad v_{i6} \quad v_{i7} \quad v_{i8}]^T$$

第 i 个粒子在当前搜索到的最优位置作为个体极值,记作:

$$\mathbf{p}_{\text{best}} = [p_{i1} \quad p_{i2} \quad p_{i3} \quad p_{i4} \quad p_{i5} \quad p_{i6} \quad p_{i7} \quad p_{i8}]^T$$

整个粒子群在当前搜索到的最优位置作为全局极值,记作:

$$\mathbf{g}_{\text{best}} = [g_{i1} \quad g_{i2} \quad g_{i3} \quad g_{i4} \quad g_{i5} \quad g_{i6} \quad g_{i7} \quad g_{i8}]^T$$

在找到这两个最优值时,每个粒子根据式(5)、式(6)来更新自己的速度和位置:

$$v_{ij}(k+1) = \kappa v_{ij}(k) + c_1 r_1(k) [p_{ij}(k) - x_{ij}(k)] + c_2 r_2(k) [p_{gj}(k) - x_{ij}(k)] \quad (5)$$

$$x_{ij}(k+1) = x_{ij}(k) + v_{ij}(k+1) \quad (6)$$

其中: $r_1(k), r_2(k)$ 为区间 $[0, 1]$ 的两个独立随机数。 N 为粒子种群规模数,其数目越大越容易找到全局最优解,本节中 $N = 500$ 。 κ 为惯性权重,其用来控制粒子群算法的开发和探索能力。惯性权重较小时,粒子群算法寻找局部最优解的能力比较强,寻找全局最优解的能力比

较弱;惯性权重较大时,粒子群算法寻找全局最优解的能力比较强,寻找局部最优解的能力比较弱。在本节中 κ 取0.65。 c_1 、 c_2 为加速常数,这两个参数分别决定粒子个体经验和群体经验对粒子运动所起的作用,在本节中 $c_1 = c_2 = 1.65$ 。

2.2 自适应全程积分滑模控制

在规划出星座中卫星的转移轨迹后,每颗卫星得到自己的运动轨迹,接着通过控制算法使每颗卫星运动至标称位置处。由于外部干扰的模型并不精确,再考虑到微小推力器的幅值严格受限,因此本文用滑模控制算法^[22-23]使卫星沿期望轨迹运动。

将式(1)写为矩阵形式,有:

$$\ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{A}_1 \mathbf{r} + \mathbf{A}_2 \dot{\mathbf{r}} + \mathbf{u} + \mathbf{d} \quad (7)$$

式中, $\mathbf{r} = [x \ y \ z]^T$ 表示位置坐标, $\dot{\mathbf{r}} = [\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z}]^T$ 表示速度坐标, \mathbf{A}_1 、 \mathbf{A}_2 分别为位置和速度对应的雅可比矩阵, $\mathbf{u} = [u_x \ u_y \ u_z]^T$ 代表推力加速度, $\mathbf{d} = [d_x \ d_y \ d_z]^T$ 代表摄动加速度。

设 $\mathbf{e} = \mathbf{r} - \mathbf{r}_d$ 、 $\dot{\mathbf{e}} = \dot{\mathbf{r}} - \dot{\mathbf{r}}_d$ 分别为位置和速度偏差,其中 \mathbf{r}_d 为优化出的相对转移轨迹的相对位置, $\dot{\mathbf{r}}_d$ 为优化出的相对转移轨迹的相对速度,那么相对运动的偏差动力学为:

$$\ddot{\mathbf{e}} = \mathbf{A}_1 \mathbf{e} + \mathbf{A}_2 \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{u} + \mathbf{d} - \ddot{\mathbf{r}}_d \quad (8)$$

为了提高系统的稳态精度以及对摄动变化的鲁棒性,设计自适应全程积分滑模地心轨道空间引力波探测星座卫星轨迹跟踪控制律。滑模面函数选择为:

$$\mathbf{s} = \mathbf{c}\mathbf{e} + \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{k}_1 \int_0^t \mathbf{e} dt - [\mathbf{c}\mathbf{e}(0) + \dot{\mathbf{e}}(0)] \quad (9)$$

式中, \mathbf{c} 、 \mathbf{k}_1 均为实数矩阵。

趋近律选择为指数趋近律式(10),指数趋近中,趋近速度从一个较大值逐步减小到0,这使得趋近运动时间大大缩短,同时使运动到达滑模切换面的速度很小。

$$\dot{\mathbf{s}} = -\hat{\varepsilon} \text{sgn}(\mathbf{s}) - \mathbf{k}\mathbf{s} \quad (10)$$

式中, \mathbf{k} 为大于零的实数矩阵。在地心轨道空间引力波探测任务的空间背景中,地心轨道空间引力波探测星座卫星所受摄动项上界难以准确得到。因此采用自适应的方法对摄动项 $\|\mathbf{d}\|$ 的上界进行自适应估计。

自适应律设计为:

$$\dot{\hat{\varepsilon}} = \frac{\|\mathbf{s}\|}{\eta} \quad (11)$$

式中, η 为自适应项的增益,其取值为大于0的实数。

对滑模面函数求导得到:

$$\dot{\mathbf{s}} = \mathbf{c}\dot{\mathbf{e}} + \ddot{\mathbf{e}} + \mathbf{k}_1 \mathbf{e} \quad (12)$$

综上得到的控制律为:

$$\mathbf{u} = -\mathbf{A}_1 \mathbf{r} - \mathbf{A}_2 \dot{\mathbf{r}} + \ddot{\mathbf{r}}_d - \mathbf{k}_1 \mathbf{e} - \mathbf{c}\dot{\mathbf{e}} - \hat{\varepsilon} \text{sgn}(\mathbf{s}) - \mathbf{k}\mathbf{s} \quad (13)$$

滑模控制不连续开关的特性会引起系统的抖动,因此采用饱和函数来替换符号函数以削弱抖动,则:

$$\mathbf{u} = -\mathbf{A}_1 \mathbf{r} - \mathbf{A}_2 \dot{\mathbf{r}} + \ddot{\mathbf{r}}_d - \mathbf{k}_1 \mathbf{e} - \mathbf{c}\dot{\mathbf{e}} - \hat{\varepsilon} \text{sat}(\mathbf{s}, \varepsilon_1) - \mathbf{k}\mathbf{s} \quad (14)$$

其中饱和函数 $\text{sat}(\mathbf{s}, \varepsilon_1)$ 为:

$$\text{sat}(\mathbf{s}, \varepsilon_1) = \begin{cases} s_i / \varepsilon_1 & |s_i| < \varepsilon_1 \\ \text{sgn}(s_i) & |s_i| \geq \varepsilon_1 \end{cases} \quad (15)$$

3 仿真分析

以地心轨道空间引力波探测任务为例,对提出的星座构形协同捕获控制策略进行仿真分析。考虑地球非球形摄动、日月三体引力摄动、太阳光压摄动下,对基于虚拟编队的甚高轨道卫星星座控制开展高精度仿真。地心轨道空间引力波探测星座中三颗卫星初始标称轨道参数^[24]如表1所示。假设地心轨道空间引力波探测星座中三颗卫星相对于各自虚拟卫星的初始相对状态如表2所示。自适应全程积分滑模控制算法式(14)中的参数如表3所示。

表1 卫星初始标称轨道参数

(J2000地惯系,2034.5.22 12:00:00 UTC)

Tab.1 Initial nominal orbital parameters of satellites

(J2000 ECI,2034.5.22 12:00:00 UTC)

卫星	轨道参数		
	半长轴/km	偏心率	轨道倾角/ (°)
卫星 A	99 995.528 141	0.000 430	74.536
卫星 B	100 011.431 277	0.000 000	74.541
卫星 C	99 993.054 350	0.000 306	74.547

卫星	轨道参数		
	升交点赤 经/(°)	近地点幅 角/(°)	真近点 角/(°)
卫星 A	211.600	346.494	61.389
卫星 B	211.593	146.552	21.310
卫星 C	211.596	347.916	299.927

表 2 卫星相对初始状态

Tab.2 Relative initial state of satellites

卫星	初始相对位置/ km	初始相对速度/ (km/s)
卫星 A	$r_1 = [10 \ 0 \ 0]^T$	$v_1 = [0 \ 0 \ 0]^T$
卫星 B	$r_2 = [-8 \ 6 \ 0]^T$	$v_2 = [0 \ 0 \ 0]^T$
卫星 C	$r_3 = [5 \ 5\sqrt{3} \ 0]^T$	$v_3 = [0 \ 0 \ 0]^T$

表 3 自适应全程积分滑模控制参数

Tab.3 Adaptive global integral sliding mode control parameters

参数	取值
c	$\begin{bmatrix} 6.32 \times 10^{-5} & -2.24 \times 10^{-7} \\ -2.24 \times 10^{-7} & 6.32 \times 10^{-5} \end{bmatrix}$
k_1	$\begin{bmatrix} 2.81 \times 10^{-7} & 4.73 \times 10^{-15} \\ 4.73 \times 10^{-15} & 2.81 \times 10^{-7} \end{bmatrix}$
k	$\begin{bmatrix} 6.32 \times 10^{-10} & -2.24 \times 10^{-12} \\ -2.24 \times 10^{-12} & 6.32 \times 10^{-10} \end{bmatrix}$
η	1×10^{-5}
ε_1	0.001

第三次冲量的分量大小约束为 $u_{max} \leq 0.002 \text{ m/s}$,从图 2 的粒子群算法收敛曲线可以看出,采用粒子群算法经过 400 次迭代即可求出第

二次和第三次施加脉冲速度增量的时间: $t_2 = 42.07 \text{ h}$ 、 $t_f = 129.48 \text{ h}$ 。

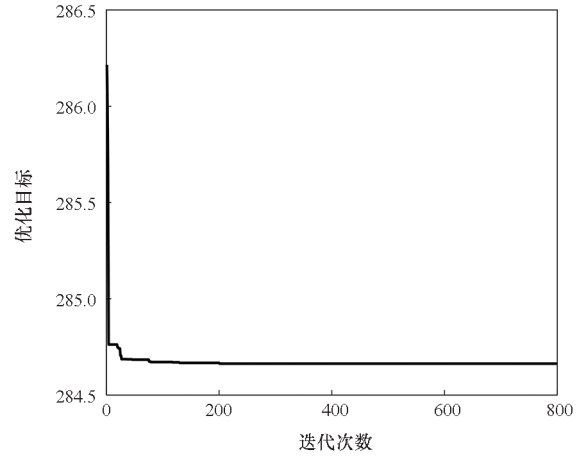


图 2 粒子群算法收敛曲线

Fig.2 Particle swarm optimization convergence curve

地心轨道空间引力波探测星座中三颗卫星经过三脉冲轨迹优化至各自虚拟卫星处需要施加的三次脉冲速度增量如表 4 所示。

由于第三次施加的脉冲使卫星相对于标称位置的相对速度消除为 0,而卫星的入轨偏差允许其有 2 mm/s 的入轨偏差,因此采用三脉冲最优轨迹规划出需要施加的脉冲速度增量总和约为 1.4 m/s,而在相同时间下双脉冲作用所需能耗约为 3.0 m/s,具体请见表 4 和表 5。

表 4 施加三脉冲速度增量

Tab.4 Applied three-pulse speed increment

卫星	$t_0 = 0$ 时刻 速度增量	$t_2 = 42.07 \text{ h}$ 时刻 速度增量	$t_f = 129.48 \text{ h}$ 时刻 速度增量	前两次冲量 之和
卫星 A	$[-0.117 \ -0.346 \ 0]$	$[-0.103 \ -0.055 \ 0]$	$[-0.002 \ 0.002 \ 0]$	0.621
卫星 B	$[0.124 \ 0.276 \ 0]$	$[0.112 \ 0.045 \ 0]$	$[0.002 \ -0.002 \ 0]$	0.557
卫星 C	$[-0.008 \ -0.175 \ 0]$	$[-0.002 \ -0.027 \ 0]$	$[-0.001 \ 0.002 \ 0]$	0.212

单位:m/s

表 5 施加双脉冲速度增量

Tab.5 Applied two-pulse speed increment

卫星	$t_0 = 0$ 时刻速度增量	$t_f = 129.48 \text{ h}$ 时刻速度增量	两次冲量之和
卫星 A	$[-0.445 \ -0.337 \ 0]$	$[-0.443 \ -0.063 \ 0]$	1.288
卫星 B	$[0.395 \ 0.267 \ 0]$	$[0.386 \ 0.052 \ 0]$	1.100
卫星 C	$[-0.168 \ -0.167 \ 0]$	$[-0.162 \ -0.03 \ 0]$	0.527

单位:m/s

图 3 展示了经过优化的三星最优轨迹,图 4 描述了轨迹转移后星座构形变化,图 5 展示了转

移过程中三星的状态变化。结果表明:采用该多脉冲能耗最优轨迹规划算法,在约 2 个周期内,三

颗卫星依各自规划出的轨迹,实现相对标称状态的相对位置、速度偏差均减小至误差允许范围以内。由此,在整体上实现了甚高轨道星座构形的捕获规划。

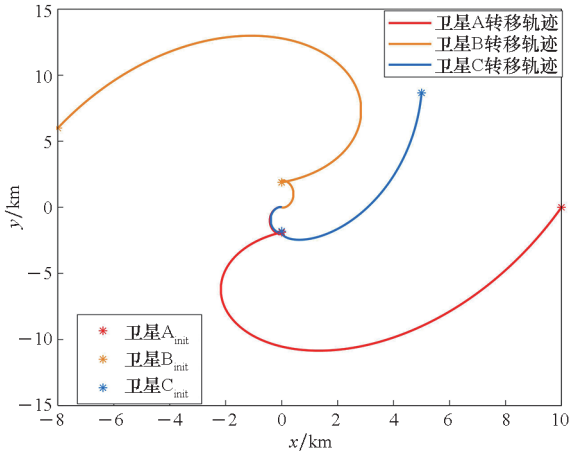


图 3 多脉冲最优轨迹

Fig. 3 Multipulse optimal trajectory

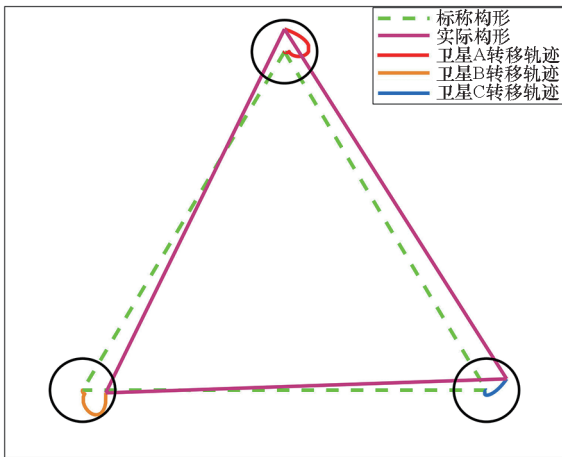
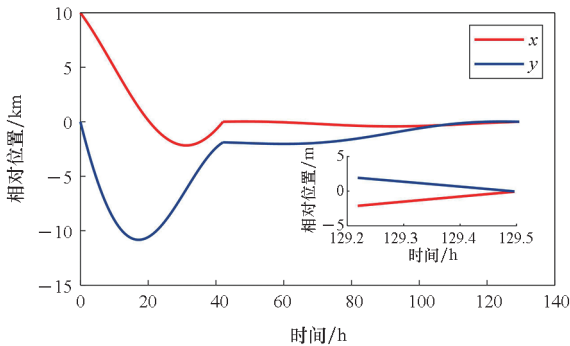


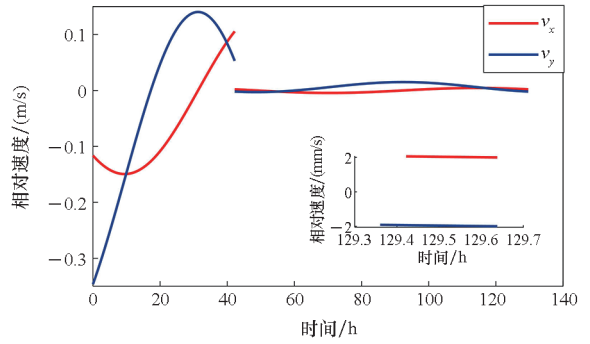
图 4 基于虚拟编队的多星转移示意图

Fig. 4 Transfer diagram based on virtual formation



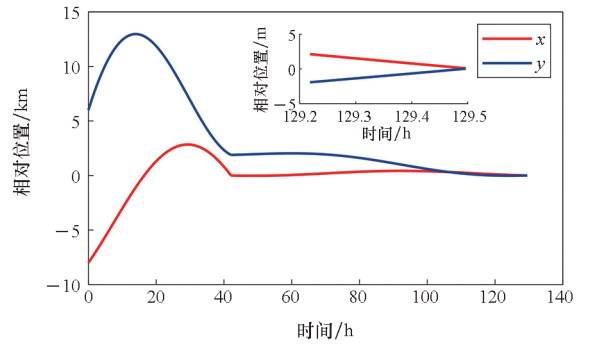
(a) 卫星 A 相对位置

(a) Satellite A relative position



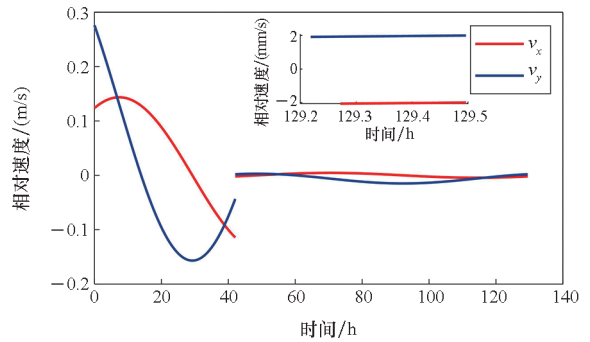
(b) 卫星 A 相对速度

(b) Satellite A relative velocity



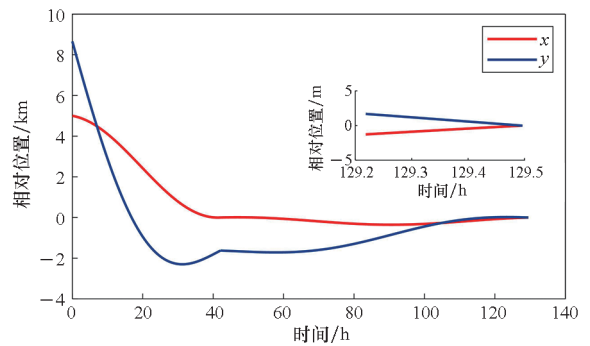
(c) 卫星 B 相对位置

(c) Satellite B relative position



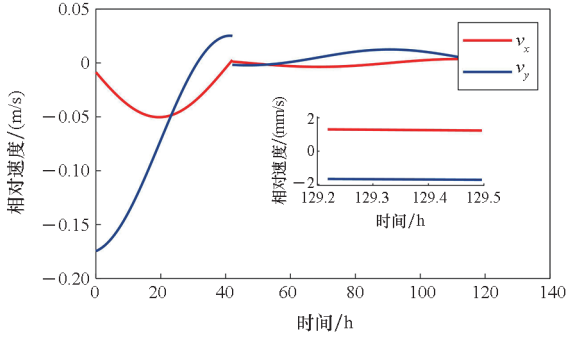
(d) 卫星 B 相对速度

(d) Satellite B relative velocity



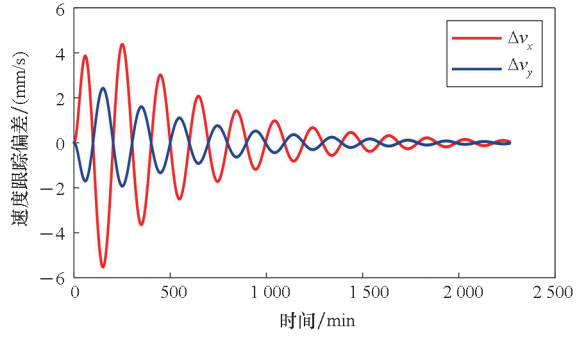
(e) 卫星 C 相对位置

(e) Satellite C relative position



(f) 卫星 C 相对速度

(f) Satellite C relative velocity



(b) 相对速度跟踪误差

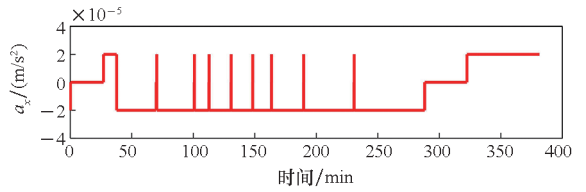
(b) Relative velocity tracking error

图 5 虚拟编队中卫星相对位置和相对速度变化
Fig. 5 Relative velocity and relative position changes of satellites in virtual formation

图 7 相对跟踪误差

Fig. 7 Relative tracking error

图 6 为控制作用下跟踪脉冲作用规划的参考轨迹的相对运动轨迹,由于脉冲作用较大,首先采用有限推力作用实现脉冲作用的效果,接着采用滑模控制进行轨迹跟踪。



(a) x 轴推力加速度

(a) Thrust acceleration along the x-axis

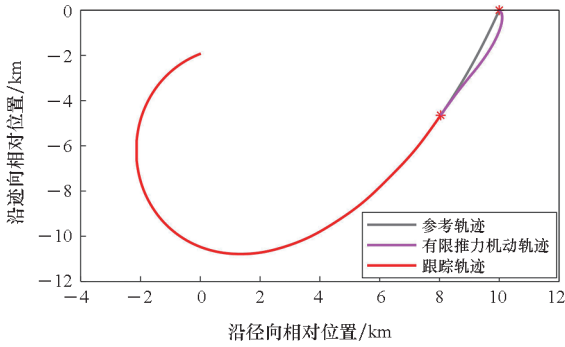
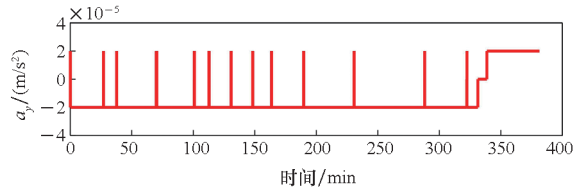


图 6 相对运动轨迹

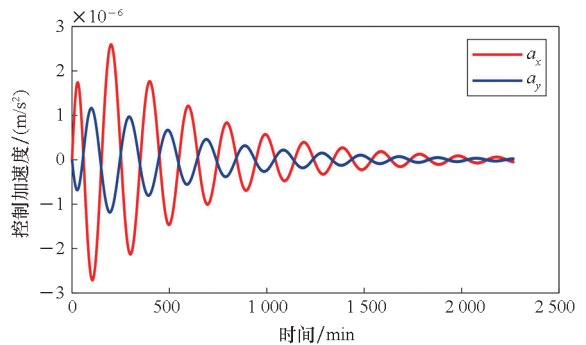
Fig. 6 Relative motion trajectory



(b) y 轴推力加速度

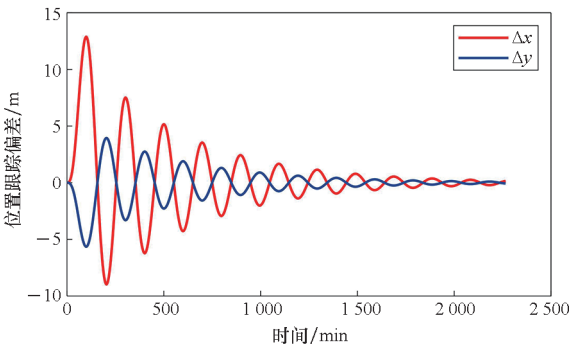
(b) Thrust acceleration along the y-axis

图 7 展示了控制过程中相对位置、速度的跟踪偏差。从图中可以看出,在该自适应全程积分滑模控制作用下,卫星相对于参考轨迹的跟踪效果很好,在 2 200 s 后相对位置偏差减小到 0.015 m 以内,相对速度偏差减小到 0.02 mm/s 以内。同时,推力加速度输出也很小,如图 8 所示。



(c) 有限推力输出

(c) Limited thrust output



(a) 相对位置跟踪误差

(a) Relative position tracking error

图 8 控制输出

Fig. 8 Control output

综上,上述仿真分析验证了本文所提方法的有效性。

4 结论

针对一个新的特殊背景,即 10 万 km 甚高轨道的引力波探测星座的构形捕获控制问题,设计

了基于虚拟编队的协同捕获控制策略,采用三脉冲燃耗最优轨迹规划算法对星座构形捕获轨迹进行了规划,利用自适应全程积分滑模控制对规划的轨迹进行跟踪控制,实现了甚高轨道星座卫星在摄动力模型不精确情况下的构形捕获,有以下结论:

1) 相比于绝对轨道的控制,本文基于虚拟编队采用 CW 方程描述星座中的卫星相对于各自标称位置的相对运动情况并设计控制器,这样将大尺度星座的高精度构形重构问题转化为了多个单星的近距离交会制导问题,可以实现更高精度的构型控制,方法有效。

2) 本文设计的三脉冲燃耗最优轨迹规划模型结合粒子群算法可以规划出总燃耗最优的构形捕获轨迹,模型中将第三冲量建模为约束条件,更符合实际探测器微推力器的工程背景,而相对二冲量规划,三冲量有更好的弹性和性能指标,能更好适应本研究背景。

3) 自适应全程积分滑模控制可以提高卫星在轨迹跟踪过程中的鲁棒性,并具有响应速度快、适合微小推力器实现等特点,高精度仿真分析验证了方法的有效性。

综上,本文针对甚高轨道的星座构形捕获控制问题,提出了“虚拟编队+三冲量相对轨迹规划+自适应全程积分滑模控制”的解决思路,并通过高精度数值仿真验证了方法的有效性;关于三冲量轨迹规划的简化求解等问题,还可以进一步深化研究。

参考文献 (References)

- [1] LUO J, CHEN L S, DUAN H Z, et al. TianQin: a spaceborne gravitational wave detector[J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2016, 33(3): 035010.
- [2] YE B B, ZHANG X F, DING Y W, et al. Eclipse avoidance in TianQin orbit selection [J]. *Physical Review D*, 2021, 103(4): 042007.
- [3] 岳晓奎, 段逊. 基于伪谱同伦算法的编队飞行任务设计研究[J]. *上海航天*, 2016, 33(6): 44-52.
YUE X K, DUAN X. Design of formation flying mission based on pseudo spectral homotopy algorithm[J]. *Aerospace Shanghai*, 2016, 33(6): 44-52. (in Chinese)
- [4] 王蛟龙. 基于自适应卡尔曼滤波器的编队卫星相对导航技术研究[D]. 上海: 上海交通大学, 2019.
WANG J L. Research on the relative navigation of formation flying satellites based on adaptive Kalman filter [D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2019. (in Chinese)
- [5] ZHANG S M, BAO X L, XIANG M L, et al. Optimal satellite formation reconfiguration using pseudospectral method and co-evolutionary particle swarm optimization [C]// *Proceedings of the 40th Chinese Control Conference (CCC)*, 2021: 1727-1732.
- [6] NIE T, GURFIL P, ZHANG S J. Lunar satellite formation keeping using differential solar radiation pressure[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2020, 43(4): 754-766.
- [7] SERVIDIA P A, ESPAÑA M. On autonomous reconfiguration of SAR satellite formation flight with continuous control[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2021, 57(6): 3861-3873.
- [8] 黄煦, 王健, 龚秋武. 椭圆轨道欠驱动编队重构最优脉冲控制[J]. *宇航学报*, 2021, 42(5): 591-602.
HUANG X, WANG J, GONG Q W. Optimal impulsive control of underactuated spacecraft formation reconfiguration in elliptic orbits[J]. *Journal of Astronautics*, 2021, 42(5): 591-602. (in Chinese)
- [9] 李君龙, 李松洲, 周获. 一种多约束条件下的三脉冲交会优化设计方法[J]. *系统工程与电子技术*, 2022, 44(8): 2612-2620.
LI J L, LI S Z, ZHOU D. Optimization method for three-impulse rendezvous under multi-constraints [J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2022, 44(8): 2612-2620. (in Chinese)
- [10] LIU X C, CHEN D H, LIAO W H, et al. The fuel consumption analysis for satellite formation reconfiguration based on three-impulsive approach [J]. *Energy Reports*, 2021, 7: 65-77.
- [11] LIANG H Z, SUN Z W, WANG J Y. Finite-time attitude synchronization controllers design for spacecraft formations via behavior-based approach[J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, 2013, 227(11): 1737-1753.
- [12] SUI W S, DUAN G R, HOU M Z, et al. Distributed fixed-time attitude synchronization control for multiple rigid spacecraft[J]. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 2019, 17(5): 1117-1130.
- [13] 李亚菲, 刘向东, 吕鑫. 椭圆参考轨道卫星编队飞行的高阶积分滑模控制[J]. *北京理工大学学报*, 2014, 34(10): 1044-1048.
LI Y F, LIU X D, LYU X. Higher order integral sliding mode control for spacecraft formations in eccentric reference orbits[J]. *Transactions of Beijing Institute of Technology*, 2014, 34(10): 1044-1048. (in Chinese)
- [14] 杜耀珂, 杨盛庆, 完备, 等. 近地卫星严格回归轨道保持控制[J]. *航空学报*, 2018, 39(12): 334-344.
DU Y K, YANG S Q, WAN B, et al. Strictly-regressive orbit maintenance control of near earth satellites [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2018, 39(12): 334-344. (in Chinese)
- [15] 黄文涛, 师鹏, 赵育善, 等. 空间激光干涉引力波探测器轨道修正方法[J]. *北京航空航天大学学报*, 2020, 46(3): 598-607.
HUANG W T, SHI P, ZHAO Y S, et al. Orbit correction method of space-based laser interferometric gravitational wave detector[J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2020, 46(3): 598-607. (in Chinese)
- [16] CLOHESSEY W H, WILTSHIRE R S. Terminal guidance system for satellite rendezvous[J]. *Journal of the Aerospace Sciences*, 1960, 27(9): 653-658.
- [17] LIU G P, ZHANG S J. A survey on formation control of small satellites[J]. *Proceedings of the IEEE*, 2018, 106(3): 440-457.

- [18] 刘鲁华, 孟云鹤, 安雪滢. 航天器相对运动轨道动力学与控制[M]. 北京: 中国宇航出版社, 2013.
LIU L H, MENG Y H, AN X Y. Orbit dynamics and control of spacecraft relative motion[M]. Beijing: China Astronautic Publishing House, 2013. (in Chinese)
- [19] 刘鲁华. 航天器自主交会制导与控制方法研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2007.
LIU L H. Research on autonomous rendezvous guidance and control for spacecraft[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2007. (in Chinese)
- [20] 湛颖, 王旭东. 多冲量最优交会[J]. 航天控制, 1992(1): 25 - 32.
SHEN Y, WANG X D. Optimal multiple-impulse rendezvous[J]. Aerospace Control, 1992(1): 25 - 32. (in Chinese)
- [21] 包子阳, 余继周, 杨杉. 智能优化算法及其 MATLAB 实例[M]. 3 版. 北京: 电子工业出版社, 2020.
BAO Z Y, YU J Z, YANG S. Intelligent optimization algorithm and its MATLAB example[M]. 3rd ed. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2020. (in Chinese)
- [22] GAMBHIRE S J, KISHORE D R, LONDHE P S, et al. Review of sliding mode based control techniques for control system applications [J]. International Journal of Dynamics and Control, 2021, 9(1): 363 - 378.
- [23] 李程. 椭圆轨道卫星编队保持控制算法研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2014.
LI C. Algorithm on satellite formation keeping along eccentric orbit[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2014. (in Chinese)
- [24] YE B B, ZHANG X F, ZHOU M Y, et al. Optimizing orbits for TianQin[J]. International Journal of Modern Physics D, 2019, 28(9): 1950121.

(编辑: 熊立桃, 罗茹馨)