

地心轨道引力波探测无拖曳系统平动控制策略

郝立维¹, 张锦绣^{2*}, 王继河², 张 谕³, 孙 玥^{4,5}

- (1. 哈尔滨工业大学 卫星技术研究所, 黑龙江 哈尔滨 150001; 2. 中山大学 航空航天学院, 广东 深圳 518107;
3. 中山大学 天琴中心, 广东 珠海 519082; 4. 上海市空间智能控制技术重点实验室, 上海 201109;
5. 上海航天控制技术研究所, 上海 201109)

摘要:探讨了一种针对空间引力波探测任务的在轨无拖曳控制技术,基于未来可行的地心轨道探测任务背景进行分析设计,并对搭载两颗检验质量的在轨无拖曳系统进行航天器与质量块间相对运动动力学及耦合特性建模。同时,初步分析了任务中无拖曳系统指标和摄动,并设计了基于频域 H_{∞} 最优控制理论的系统相对平动控制律。数值仿真结果表明,当双检验质量在轨无拖曳系统各检验质量按激光测距呼吸角排列时,采用无固定追踪点策略且在非敏感轴无悬浮控制输入的情况下,可以实现航天器对基准点的追踪,并满足系统频域性能指标的要求。同时,每颗检验质量的时域偏移量可以控制在微米级别,从而获得任务所需的纯引力基准。

关键词:空间引力波探测;无拖曳控制;双检验质量; H_{∞} 控制

中图分类号:V44 文献标志码:A 开放科学(资源服务)标识码(OSID):

文章编号:1001-2486(2024)02-036-13



听语音
与作者互动
聊科研

Translational tracking strategy of drag-free system for gravitational wave detection in geocentric orbit

HAO Liwei¹, ZHANG Jinxiu², WANG Jihe², ZHANG Yu³, SUN Yue^{4,5}

- (1. Research Center of Satellite Technology, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China;
2. School of Aeronautics and Astronautics, Sun Yat-Sen University, Shenzhen 518107, China;
3. TianQin Research Center, Sun Yat-Sen University, Zhuhai 519082, China;
4. Shanghai Key laboratory of Aerospace Intelligent Control Technology, Shanghai 201109, China;
5. Shanghai Institute of Spaceflight Control Technology, Shanghai 201109, China)

Abstract: An on-orbit drag-free control technique for spaceborne gravitational wave detection missions was discussed. Based on the analysis and design of a possible future geocentric orbit detection mission, the relative motion dynamics and coupling characteristics between the spacecraft and mass blocks of an on-orbit drag-free system with two test masses were modeled. At the same time, the performance index and perturbation of the drag-free system in the mission were preliminarily analyzed, and a relative translational control law based on frequency domain H_{∞} optimal control theory was designed. Numerical simulation results show that when the test masses of the two-test-mass on-orbit drag-free system are arranged according to the breathing angle of laser rangefinder, without a fixed tracking point strategy and without suspension control input along the non-sensitive axis, the spacecraft can achieve tracking of the reference point while meeting the frequency domain performance index of the system. At the same time, the time domain displacement of each test mass can be controlled to the micron level, thus obtaining the pure gravitational reference required by the mission.

Keywords: spaceborne gravitational wave detection; drag-free control; two-test-mass; H_{∞} theory

空间引力波探测计划以欧航局的 LISA 任务^[1-2]为代表,该计划将通过三颗无拖曳航天器构成大型星间激光干涉仪,通过每两颗航天器间往返链路的延迟干涉测距,探测中低频段引力波。

LISA 任务以深空日心轨道为背景,而本文将基于未来可行的地心轨道引力波探测任务进行分析设计,例如天琴计划。天琴计划^[3-6]是由中山大学牵头的国际空间引力波探测计划,该任务航天器

收稿日期:2022-07-28

基金项目:广东省基础与应用基础研究重大资助项目(2019B030302001)

第一作者:郝立维(1995—),男,安徽安庆人,博士研究生,E-mail:haolw@hit.edu.cn

*通信作者:张锦绣(1978—),男,山西阳泉人,教授,博士,博士生导师,E-mail:zhangjinxiu@sysu.edu.cn

编队运行在十万千米地心轨道,三颗航天器组成等边三角形构型,在科学模式下,每颗航天器通过无拖曳控制补偿其与引力基准的受摄差,提供可供引力波观测的窗口。

引力波探测航天器需要攻关的关键技术之一是多检验质量的在轨无拖曳控制技术^[7],引力波探测编队中每颗航天器内含两个真空腔体,质量块处腔体中,两检验质量敏感轴所成夹角为测距呼吸角,航天器对两颗检验质量提供的惯性基准进行追踪,进而实现测距所需平台的超静超稳。航天器执行机构常用 FEED 微推进器^[8]、胶体或冷气微推进器^[9],质量块执行机构为腔体内静电悬浮控制极板,航天器与质量块间敏感器为电容位移传感器,量测各质量块在腔体内的偏移量。

针对多检验质量在轨无拖曳控制方法与控制策略的研究主要有以下成果。Fichter 等以质量块 1 的三轴位置、质量块 2 的两条非敏感轴向相对位置、质量块 1 沿 X 轴的姿态角六个自由度为无拖曳系统追踪对象^[10],由于 LISA Pathfinder 双检验质量平行放置,使得这种追踪具有可行性。随后该团队在对系统参数量级分析的基础上,解耦 LISA Pathfinder 的无拖曳动力学模型,整个系统分为无拖曳系统、质量块悬浮系统和卫星姿态系统后,将动力学模型进一步简化为单输入单输出的 12 个回路^[11],并基于 H_2 最优控制理论对各轴进行单独的控制器设计,随后将其嵌入非线性动力学进行仿真,验证了这种解耦模型处理方式的合理性和控制器的可行性,保证了无拖曳控制中的性能指标,并分析了系统在参数摄动下的稳定性^[12],除此之外该团队对 LISA 任务基于同样的思路进行设计^[13],该文追踪策略被描述为一个选择矩阵的形式,期望于平衡卫星对 XOZ 面内质量块 2 和质量块 1 的 X 、 Z 轴的追踪;Wu 等通过回路解耦的思路对 LISA Pathfinder 动力学进行处理,与文献^[12]采用相同的控制策略,基于定量反馈理论对各轴控制律进行设计与仿真^[14],通过对系统性能和鲁棒稳定性的权衡,在达成既定指标同时留有一定的稳定裕度。

当前各类文献针对无拖曳控制的研究多集中于单检验质量情况,对多检验质量无拖曳系统的研究和分析并没有一个成熟的方案,同时缺乏对各类平动控制策略的详解和仿真^[10-15],本文也以此为出发点,重点考量双检验质量无拖曳系统追踪策略,特别是,目前的双检验质量研究文献,其背景大多针对 LISA 日心轨道^[10-14],国内外均没有相关文献面向地心轨道多检验质量航天器进行

平动控制策略研究分析,与日心轨道相比,地心轨道在非敏感轴向上承受更高的非保守力摄动,同时航天器与检验质量间的引力梯度摄动量级也将比日心轨道情况高,这都是本文在设计中需要注意的新问题。

引力波探测编队航天器姿态通过激光链路进行捕获和校准,在轨道面内达成指向姿态稳定,因此,对空间引力波探测编队航天器,其无拖曳追踪策略以平动自由度的追踪为主要任务,本文将对地心轨道引力波探测任务中单颗航天器内双检验质量无拖曳相对平动系统的动力学、控制算法、追踪策略等问题进行初步的研究和探讨。

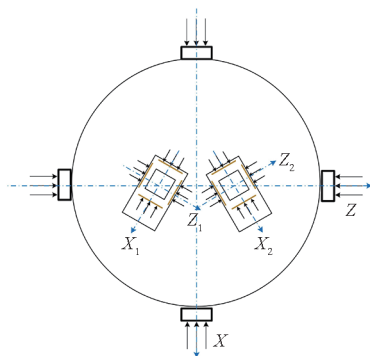
1 无拖曳系统相对平动动力学

无拖曳航天器控制过程分为两个阶段,空间探测试验执行之前,将针对质量块进行第一阶段控制,用以补偿质量块初释放误差,这一阶段后,无拖曳科学模式运行,其中第二阶段的质量块控制信号会受到严格的指标约束,在后文会详细叙述。本节所研究追踪策略为后一阶段即无拖曳科学模式阶段控制策略,系统的边界条件为第一阶段控制结果。

无拖曳科学模式中,双质量块无拖曳系统所追踪惯性基准点与两个质量块相关联^[1],因此有多种追踪策略,下面对三种典型平动追踪策略进行简述,无拖曳系统示意图见图 1,图中 TM1、TM2 分别表示质量块 1 和质量块 2,CoMsc 表示质心,追踪策略示意图见图 2。

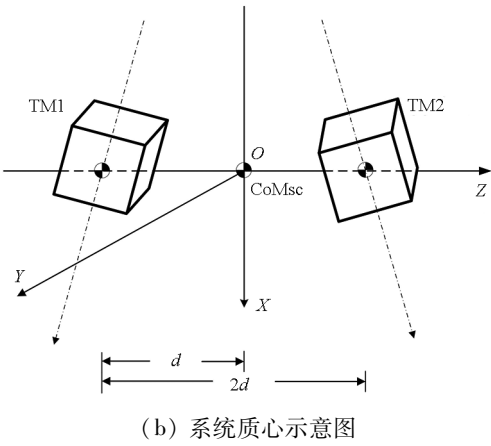
引力波探测航天器中首先考虑以单颗检验质量为基准的追踪方案。这种追踪策略中,航天器追踪其中一颗检验质量的平动,另一颗检验质量追踪其所在腔体运动,悬浮回路作用于后一颗检验质量。

LOS 点作为两条激光链路的反向延长线交点,是一个很好确认、衡量、解算且切实有效的追踪点,



(a) 无拖曳系统简图

(a) Diagram of the drag-free system



(b) 系统质心示意图

(b) Diagram illustrating the center of mass of the system

图 1 双检验质量无拖曳系统示意图

Fig. 1 Diagram of the two-test-mass drag-free system

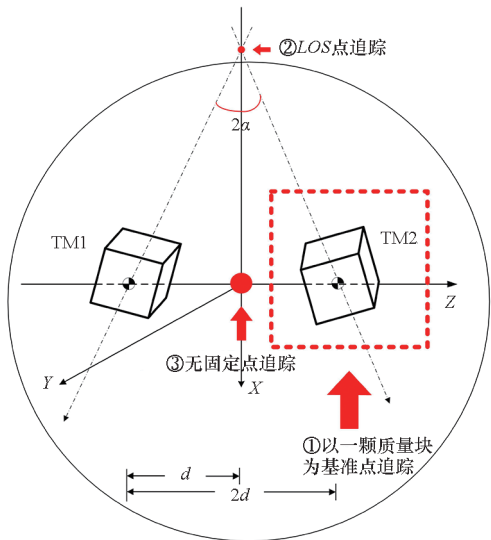


图 2 三种追踪策略示意图

Fig. 2 Schematic diagram of three tracking strategies

这一策略中,无拖曳控制期望于航天器相对 LOS 点位置稳定,其对非敏感轴向的补偿达到最优。

无固定追踪点策略期望于将问题转化为航天器体坐标系 XOZ 面内的三点追踪问题,航天器相对于两颗质量块所组成的系统保持稳定,将位移偏差解算到体坐标系下进行补偿。

上述追踪策略均可分为两种情况,即敏感轴向有无悬浮控制信号。引入敏感轴控制信号的优势在于额外的控制补偿会带来更小的时域偏差和更短的修正时间,但敏感轴无控制输入情况可减少检验质量残余噪声来源,简化测距轴向的噪声分析,而这一点正是引力波探测任务关注的重点。本文所探求的是无敏感轴悬浮控制情况下的可行追踪策略。

双检验质量无拖曳系统动力学模型包含航天

器、质量块姿态动力学与无拖曳系统相对运动动力学。在无拖曳科学模式中,不采用轨道机动,本文中航天器编队每两颗之间组成激光链路,指向姿态角保持稳定,即视航天器轨道坐标系与体坐标系固连,主要探讨航天器与检验质量的平动控制策略。记航天器体坐标系三轴为 X、Y、Z,质量块体坐标系三轴为 $X_i、Y_i、Z_i (i=1,2)$ 。由于航天器 X、Z 轴向的微推控制均会与质量块测距轴向产生耦合(即质量块的敏感轴向),因此在分析中,将两轴均视为航天器的敏感轴,Y 轴视为航天器的非敏感轴。

1.1 检验质量与腔体间相对运动动力学模型

质量块、航天器及腔体间平动问题即为惯性空间三个质点间相对运动问题,假定检验质量理想悬浮点为腔体中心,以腔体中心为过渡点来推导航航天器与质量块间动力学方程,方程的最终目的应为建立质量块在腔体内偏移量的微分方程。质量块与腔体间相对运动方程为:

$$T_0^S \ddot{\mathbf{r}}_{OM} = 2\boldsymbol{\omega}_S \times T_0^S \dot{\mathbf{r}}_{MO} + \dot{\boldsymbol{\omega}}_S \times (T_0^S \mathbf{r}_{MO} + \mathbf{r}_{SO}) + \boldsymbol{\omega}_S \times [\boldsymbol{\omega}_S \times (T_0^S \mathbf{r}_{MO} + \mathbf{r}_{SO})] + (\mathbf{a}_M^S - \mathbf{a}_S) \quad (1)$$

式中: T_0^S 为从腔体到航天器的坐标转换矩阵; $\boldsymbol{\omega}_S$ 表示航天器角速度; \mathbf{r}_{MO} 表示从质量块到航天器位置矢量; \mathbf{r}_{SO} 表示航天器到腔体位置矢量; $\mathbf{a}_M^S、\mathbf{a}_S$ 分别表示质量块、航天器所受外力造成的加速度总和; $(\mathbf{a}_M^S - \mathbf{a}_S)$ 项则用来描述质量块与航天器间受力差值,该项主要包含质量块与航天器的非保守力与执行机构控制力、质量块与航天器间耦合力以及质量块与航天器分属不同轨道引起的引力梯度。

地心引力波探测轨道背景下^[5],航天器所受非保守力以太阳光压为主,记为 \mathbf{d}_{SC} ,航天器微推控制记为 \mathbf{u}_{SC} ,质量块非保守力记为 \mathbf{d}_{TM} ,质量块悬浮机构控制力记为 \mathbf{u}_{TM} 。质量块非保守力主要由四部分组成:行星际空间和内部磁场带来的磁干扰,宇宙射线、残余气体和光子辐射引入的环境摄动,温度波动引起的摄动,质量块与传感器间库仑力^[16]。

质量块与航天器间引力梯度记为 $\Delta\mathbf{G}$,是由无拖曳系统航天器质心与质量块质心不重合导致,航天器与质量块分属不同轨道,受到星体引力不同。引力梯度包含中心天体引力梯度 $\Delta\mathbf{G}_{Earth}$,非球形摄动加速度差值 $\Delta\mathbf{G}_{J_2}$,其他星体造成引力梯度 $\Delta\mathbf{G}_O$:

$$\begin{cases} \Delta \mathbf{G} = \Delta \mathbf{G}_{\text{Earth}} + \Delta \mathbf{G}_{\text{J2}} + \Delta \mathbf{G}_0 \\ \Delta \mathbf{G}_{\text{Earth}} = -\frac{GM_{\text{Earth}}}{\|\mathbf{r}_{\text{TM}}\|^3} \mathbf{r}_{\text{TM}} + \frac{GM_{\text{Earth}}}{\|\mathbf{r}_{\text{SC}}\|^3} \mathbf{r}_{\text{SC}} \\ \Delta \mathbf{G}_{\text{J2}} = \ddot{\mathbf{r}}_{\text{J2}}^{\text{TM}} - \ddot{\mathbf{r}}_{\text{J2}}^{\text{SC}} \\ \Delta \mathbf{G}_0 = GM_0 \left[\frac{\mathbf{r}_{\text{mt}}}{\|\mathbf{r}_{\text{mt}}\|^3} - \frac{\mathbf{r}_{\text{mt}} - \mathbf{r}_{\text{me}}}{\|\mathbf{r}_{\text{mt}} - \mathbf{r}_{\text{me}}\|^3} - \left(\frac{\mathbf{r}_{\text{st}}}{\|\mathbf{r}_{\text{st}}\|^3} - \frac{\mathbf{r}_{\text{st}} - \mathbf{r}_{\text{se}}}{\|\mathbf{r}_{\text{st}} - \mathbf{r}_{\text{se}}\|^3} \right) \right] \end{cases} \quad (2)$$

其中, M_{Earth} 表示地球质量, M_0 表示对应星体的质量, \mathbf{r}_{TM} 、 \mathbf{r}_{SC} 分别表示质量块、航天器相对地球的位置, \mathbf{r}_{mt} 、 \mathbf{r}_{me} 分别表示扰动星体分析中质量块到扰动星体和地球的位置矢量, \mathbf{r}_{st} 、 \mathbf{r}_{se} 分别表示扰动星体分析中航天器到扰动星体和地球的位置矢量, $\ddot{\mathbf{r}}_{\text{J2}}^{\text{TM}}$ 、 $\ddot{\mathbf{r}}_{\text{J2}}^{\text{SC}}$ 分别表示 J2 项对质量块与航天器的影响, G 为万有引力常数。引力梯度由航天器与质量块间质心初始间距 d 和质量块在腔体内偏移量 $\|\mathbf{r}_{\text{MO}}\|$ 决定, 但由于 $\|\mathbf{r}_{\text{MO}}\|$ 作为被控项, 量级远低于图 2 中 d 量级 (0.1 m 级), 因此控制律设计将此项视为扰动项, 并基于此进行模型线性化。

航天器与质量块间的相对运动耦合项主要包含航天器与质量块间的自引力、质量块与腔体间的电荷效应、磁效应等。这些摄动的作用随质量块在腔体中的偏移量发生改变, 在无拖曳系统中将这一部分力统称为寄生刚度耦合^[17], 这一改变的系数称为刚度系数。定义平动自由度刚度耦合系数矩阵为 $[\mathbf{\Omega}_{i1} \quad \mathbf{\Omega}_{i2}]_{3 \times 6}$, 耦合力可表示为:

$$\mathbf{F}_i = [\mathbf{\Omega}_{i1} \quad \mathbf{\Omega}_{i2}] \begin{bmatrix} \mathbf{r}_i^{\text{S}} \\ \dot{\mathbf{r}}_i^{\text{S}} \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中, \mathbf{r}_i^{S} ($i=1, 2$) 表示质量块在航天器内的偏移量, 下标 i 取 1、2 分别表示质量块 1、2。则有质量块 1 与质量块 2 方程相对腔体方程如下:

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{r}}_1^{\text{S}} &= \dot{\boldsymbol{\omega}} \times (-\mathbf{r}_1^{\text{S}} + \mathbf{r}_{01}) + \boldsymbol{\omega} \times [\boldsymbol{\omega} \times (-\mathbf{r}_1^{\text{S}} + \mathbf{r}_{01})] - \\ &2\boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{r}}_1^{\text{S}} + \frac{\mathbf{d}_1^{\text{S}} + \mathbf{u}_1^{\text{S}}}{m_1} - \frac{\mathbf{d}_{\text{SC}} + \mathbf{u}_{\text{SC}}}{m_{\text{SC}}} + \Delta \mathbf{G}_1 + \mathbf{F}_1 \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{r}}_2^{\text{S}} &= \dot{\boldsymbol{\omega}} \times (-\mathbf{r}_2^{\text{S}} + \mathbf{r}_{02}) + \boldsymbol{\omega} \times [\boldsymbol{\omega} \times (-\mathbf{r}_2^{\text{S}} + \mathbf{r}_{02})] - \\ &2\boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{r}}_2^{\text{S}} + \frac{\mathbf{d}_2^{\text{S}} + \mathbf{u}_2^{\text{S}}}{m_2} - \frac{\mathbf{d}_{\text{SC}} + \mathbf{u}_{\text{SC}}}{m_{\text{SC}}} + \Delta \mathbf{G}_2 + \mathbf{F}_2 \end{aligned} \quad (5)$$

式中, \mathbf{r}_{0i} 表示腔体到质量块位移, \mathbf{d}_i^{S} 、 \mathbf{u}_i^{S} 、 $\Delta \mathbf{G}_i$ 分别表示质量块所受非保守力扰动、控制和引力梯度, \mathbf{d}_{SC} 、 \mathbf{u}_{SC} 分别表示航天器所受扰动和控制。

以 $\boldsymbol{\zeta} = [\mathbf{r}_1^{\text{S}} \quad \mathbf{r}_2^{\text{S}} \quad \dot{\mathbf{r}}_1^{\text{S}} \quad \dot{\mathbf{r}}_2^{\text{S}}]^{\text{T}}$ 表示系统状态变量, \mathbf{A}_{i1} 、 \mathbf{A}_{i2} 表示式 (4) ~ (5) 中相对运动方程系数矩阵, $\mathbf{\Omega}_{i1}$ 、 $\mathbf{\Omega}_{i2}$ 表示刚度耦合系数矩阵, 前文所分析系统总扰动标记为 $\boldsymbol{\omega}_i$, 其中 i 取 1、2 用以表示不同质量块所处系统, 以上矢量均表示在航天器体坐标系下。本文研究中, 忽略航天器指向姿态

误差, 假定呼吸角为 2α , 电容位移传感器输出在腔体坐标系, 转化到航天器坐标系, $\mathbf{r}_1^{\text{S}} = \mathbf{T}_1 \mathbf{r}_1$, $\mathbf{r}_2^{\text{S}} =$

$$\mathbf{T}_2 \mathbf{r}_2, \text{ 其中转换矩阵 } \mathbf{T}_1 = \begin{bmatrix} \cos\alpha & 0 & \sin\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\alpha & 0 & \cos\alpha \end{bmatrix}, \mathbf{T}_2 =$$

$$\begin{bmatrix} \cos(-\alpha) & 0 & \sin(-\alpha) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(-\alpha) & 0 & \cos(-\alpha) \end{bmatrix}, \text{ 记 } \boldsymbol{\eta} =$$

$[\mathbf{r}_1 \quad \mathbf{r}_2 \quad \dot{\mathbf{r}}_1 \quad \dot{\mathbf{r}}_2]^{\text{T}}, \mathbf{T} = \text{diag}(\mathbf{T}_1, \mathbf{T}_2, \mathbf{T}_1, \mathbf{T}_2)$, diag 函数表示对角矩阵, 则有:

$$\begin{cases} \mathbf{T}\dot{\boldsymbol{\eta}} = \\ \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ \mathbf{A}_{i1} + \mathbf{\Omega}_{i1} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{A}_{i2} + \mathbf{\Omega}_{i2} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{A}_{21} + \mathbf{\Omega}_{21} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{A}_{22} + \mathbf{\Omega}_{22} \end{bmatrix} \mathbf{T}\boldsymbol{\eta} + \\ \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{6 \times 1} \\ -\frac{\mathbf{I}_{3 \times 3}}{m_{\text{SC}}} \mathbf{u}_{\text{SC}} \\ -\frac{\mathbf{I}_{3 \times 3}}{m_{\text{SC}}} \mathbf{u}_{\text{SC}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{6 \times 1} \\ \frac{\mathbf{I}_{3 \times 3}}{m_{\text{TM}}} \mathbf{u}_1 \\ \frac{\mathbf{I}_{3 \times 3}}{m_{\text{TM}}} \mathbf{u}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{6 \times 6} \\ \mathbf{I}_{6 \times 6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega}_1 \\ \boldsymbol{\omega}_2 \end{bmatrix}_{6 \times 1} \\ \mathbf{y} = \mathbf{J}_{3 \times 12} \mathbf{T}\boldsymbol{\eta} \end{cases} \quad (6)$$

式(6)记为双检验质量平动系统动力学方程, 为方便, 将式(6)记为:

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\eta}} = \mathbf{A}_{\text{df}} \boldsymbol{\eta} + \mathbf{B}_{\text{dfu}} \mathbf{u}_{\text{SC}} + \mathbf{B}_{\text{dfm}} \mathbf{u}_{\text{TM}} + \mathbf{B}_{\text{dfd}} \boldsymbol{\omega} \\ \mathbf{y} = \mathbf{J}_{3 \times 12} \mathbf{T}\boldsymbol{\eta} \end{cases} \quad (7)$$

1.2 选取标准检验质量追踪策略

传统的在轨无拖曳控制以一颗检验质量为追踪基准, 通过微推补偿航天器所受非保守力, 但在多检验质量系统中, 各质量块和航天器分属于不同轨道, 引入的引力梯度带来难被补偿的摄动, 因此这种策略实现难度增大。双检验质量无拖曳系统中, 记 $c = \cos\alpha$, $h = \sin\alpha$, 假定 TM2 为追踪基准, 式(7)中航天器追踪系数矩阵为:

$$\mathbf{J}_{3 \times 12} \mathbf{T} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & c & 0 & -h \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \mathbf{0}_{3 \times 6} \\ 0 & 0 & 0 & h & 0 & c \end{bmatrix} \quad (8)$$

1.3 LOS 点追踪策略

以两条激光链路交点作为追踪基准, 策略的逻辑即为通过航天器追踪的形式保证敏感轴正交向上的自由, 质量块的敏感轴上的自由移动对航天器的追踪控制无影响, 其几何关系示意图见图 3。

LOS 点的追踪策略, 可以对两颗质量块的 X 轴外所有自由度进行补偿, 航天器在 XOZ 面内自

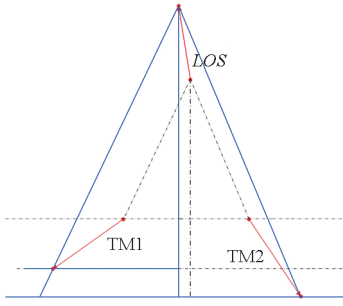


图 3 LOS 点追踪策略示意图

Fig. 3 Schematic diagram of LOS point tracking strategy

由度的追踪可以充分解耦到质量块非敏感轴即 Z_1 、 Z_2 轴进行补偿。 XOZ 面内的 LOS 点几何关系方程如下：

$$\begin{cases} \frac{d}{-z_1 + d + z} = \frac{\sqrt{3}d}{x_1 + \sqrt{3}d - x} \\ \frac{d}{z_2 + d - z} = \frac{\sqrt{3}d}{x_2 + \sqrt{3}d - x} \end{cases} \quad (9)$$

其中, (x, z) 为 LOS 点的偏移坐标量, (x_1, z_1) 、 (x_2, z_2) 为检验质量的坐标偏移量, $2d$ 为两检验质量中心初始距离。 $c_3 = \sqrt{3}c$, $h_3 = \sqrt{3}h$, 解算结果如下：

$$J_{3 \times 12} T = \begin{bmatrix} \frac{c-h_3}{2} & 0 & \frac{h+c_3}{2} & \frac{c-h_3}{2} & 0 & \frac{-h-c_3}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{c-h_3}{2\sqrt{3}} & 0 & \frac{h+c_3}{2\sqrt{3}} & \frac{c-h_3}{2\sqrt{3}} & 0 & \frac{h+c_3}{2\sqrt{3}} \end{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 6} \quad (10)$$

1.4 无固定追踪点策略

无固定追踪点策略记为 NDP (no defined drag-free point) 策略, 策略期望系统转化为敏感轴面即 XOZ 面内多点追踪问题, 通过补偿航天器来平衡多检验质量与航天器间的相对运动, 同时通过悬浮回路限制质量块在腔体的偏移量, 式(11)为追踪矩阵。

$$J_{3 \times 12} T = \begin{bmatrix} \frac{c}{2} & 0 & \frac{h}{2} & \frac{c}{2} & 0 & \frac{-h}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{-h}{2} & 0 & \frac{c}{2} & \frac{h}{2} & 0 & \frac{c}{2} \end{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 6} \quad (11)$$

这种追踪策略航天器在体坐标系三轴对纯引力基准点补偿, 质量块悬浮回路控制信号对质量块在腔体内的非敏感轴偏移量进行辅助性的

补偿。

1.5 检验质量平动动力学模型

记 $\Omega_{M1} = (\lambda_{ij}^2)_{3 \times 6}$, $\Omega_{M2} = (\mu_{ij}^2)_{3 \times 6}$ 为质量块 1、2 体坐标系下的耦合系数矩阵, 刚度系数矩阵有如下基本结论^[13,18]。刚度耦合矩阵的主导因素为腔体内执行机构与质量块间的耦合, 在腔体内沿各轴的刚度耦合摄动可忽略与相对速度相关系数, 且与位置矢量相关系数对其他轴的串扰影响量级比所在主轴系数数量级小两阶以上, 即在分析中, 耦合影响因素以矩阵前三列对角元素为主导。同时检验质量作为追踪基准, 在理想情况下沿纯引力轨道运动, 无拖曳系统中, 由于系统耦合项的量级远高于深空轨道相对运动方程系数数量级, 质量块运动可简化为各轴上弹簧系统^[13], 刚度耦合系数体现为质量块受摄系数, 式(7)中 \mathbf{A}_{dr} 项可简化为耦合系数矩阵的对角项。

以质量块 1 为例, 检验质量动力学表示为：

$$\ddot{\mathbf{r}}_1 = \Omega_{M1} [\mathbf{r}_1 \quad \dot{\mathbf{r}}_1]^T + \mathbf{u}_1 / m_{TM} \quad (12)$$

视 Ω_{M1} 与速度关联项系数为 0, 与位移关联项各轴耦合函数为 0, 传递函数形式表示为：

$$\mathbf{P}_{M1}(s) = \frac{1}{m_{TM}} \text{diag} \left(\frac{1}{s^2 - \lambda_{11}^2}, \frac{1}{s^2 - \lambda_{22}^2}, \frac{1}{s^2 - \lambda_{33}^2} \right) \quad (13)$$

式中, s 为控制学科传递函数通用频域自变量。质量块的动力学被充分解耦, 其传递函数形式是一个经典的二阶非最小相位系统。

1.6 系统指标分析

引力波探测任务科学模式中, 位于航天器内的两颗检验质量提供测距基准, 作为基准的检验质量理想情况下沿纯引力轨道运动, 因此对于非引力项, 都为质量块上的残余噪声, 残余加速度噪声总体需求为 $3 \times 10^{-15} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{Hz}^{-1/2}$ 以下, 引力波探测频段为 1 mHz 到 1 Hz^[3,13]。残余噪声通常分为质量块所受非保守力项、质量块与航天器间耦合力项、质量块执行机构输出, 质量块内部非保守力项又会向下分级, 包括残余气体、宇宙射线、残余电荷引发的电磁干扰等^[16]。质量块内部非保守力为硬件指标, 体现在对质量块的电荷管理、腔体内残余气体控制等方面, 在本文后续仿真中, 给出指标量级的白噪声来代替质量块内部非保守力, 用以模拟最糟糕的内部条件。

式(3)中所分析耦合项噪声, 耦合系数波动范围不超过 10^{-7} 量级, 因此设定相应偏移量指标, 用以限制耦合噪声。敏感轴偏移量指标为 $3 \times$

$10^{-9} \text{ m} \cdot \text{Hz}^{-1/2}$, 非敏感轴指标为 $9 \times 10^{-9} \text{ m} \cdot \text{Hz}^{-1/2}$, 而在控制设计中, 考虑耦合系数为 10^{-6} 量级, 保证设计具有裕度^[13]。

质量块悬浮回路控制输出指标, 敏感轴为 $10^{-16} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{Hz}^{-1/2}$ 。为了防止非敏感轴带来的串扰, 对非敏感轴各项变量引入指标限制, 非敏感轴质量块悬浮回路控制输出指标^[12]为 $10^{-13} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{Hz}^{-1/2}$ 。

2 检验质量控制律设计

由于空间任务对相关变量的功率谱密度结果有着极为严格的指标约束, 本文将基于频域设计方法对系统进行控制律计算。

依据前文所述刚度系数有关结论, 分析耦合影响因素以矩阵前三列对角元素为主导。以十万千米近圆轨道为背景^[3], 取 $\boldsymbol{\omega}_s = [0 \ 1 \ 0]^T \boldsymbol{\omega}_0$, $\boldsymbol{\omega}_0$ 为航天器角速度标量, 设计中忽略非对角元。在此简化基础上, 以两质量块在腔体内位移偏移量 $[\boldsymbol{r}_1 \ \boldsymbol{r}_2]^T$ 作为系统输出, 将系统解耦为航天器无拖曳控制回路和质量块悬浮控制回路。先对检验质量悬浮回路进行单轴控制律设计, 针对不稳定悬浮系统, 通过闭环反馈消除其不稳定极点; 后对航天器进行三轴的平动控制律计算, 航天器控制回路中, 由于检验质量的控制信号受前述指标约束, 量级远低于航天器控制信号, 因此无拖曳控制回路设计中, 将质量块控制信号视为微小扰动。

控制系统框图见图 4, 检验质量悬浮回路闭环构成稳定系统, 此回路输出检验质量在腔体内的偏移量, 解算两颗检验质量共 6 个自由度获得航天器追踪基准, 再通过航天器控制律形成闭环, 达成对基准的追踪, 在设计中, 要求无拖曳系统回路带宽高于 0.1 Hz, 悬浮系统回路带宽远低于无拖曳回路^[12]。

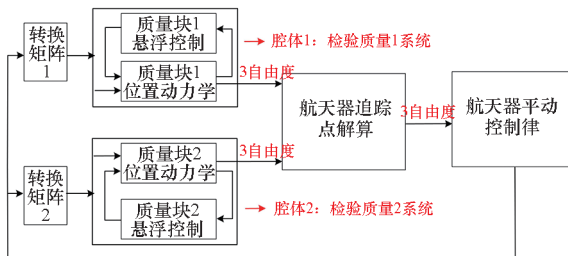


图4 控制系统框图

Fig. 4 Block diagram of the control system

2.1 质量块平动控制律

由于无拖曳控制需求, 需静电悬浮控制在频域上满足极为苛刻的指标, 因此系统需提供探测

频段上的超低带宽控制, 基于这一原则, 参照回路成形理论的控制律结构^[19], 基于频域设计方法对质量块平动控制律设计。针对系统广义对象和前述的解耦处理, 设计中三轴的名义对象均为:

$$\frac{1}{m_{\text{TM}}} \cdot G_{\text{M}}(s) = \frac{1}{m_{\text{TM}}} \cdot \frac{1}{s^2 - \lambda_{\text{diag}}^2} \quad (14)$$

式中, λ_{diag} 表示耦合系数中位移关联项矩阵的对角元。为了保证探测频段内的性能, 同时保证控制律输出在加速度指标之下, 选择权值矩阵:

$$\begin{cases} W_1 = \rho_s \\ W_2 = \frac{s + 0.0001}{s + 0.01} \end{cases} \quad (15)$$

为了简化控制律, 系统输入端权值矩阵为常数, 便于直接调整系统控制增益, 输出端权值矩阵选取为一阶, 且考虑质量块控制输出集中在低频段。

假定控制律 $u_{\text{sus}} = \frac{1}{s + k_s}$, 质量块位置动力学系统开环传递函数表示为:

$$\begin{aligned} L(s) &= W_1 \cdot \frac{1}{m_{\text{TM}}} \cdot G_{\text{M}}(s) \cdot u_{\text{sus}} \cdot W_2 \\ &= \rho_s \frac{1}{m_{\text{TM}}} \cdot \frac{1}{s^2 - \lambda_{\text{diag}}^2} \frac{1}{s + k_s} \frac{s + 1}{s + 0.01} \end{aligned} \quad (16)$$

假定系统处于极度不稳定状况, 取 $\lambda_{\text{diag}}^2 = 10^{-6}$, $m_{\text{TM}} = 1.45 \text{ kg}$, 依据系统开环截止频率进行参数整定, 配置 $k_s = 0.1$, $\rho_s = 0.0001$, 控制律表示为:

$$u_{\text{m}} = W_2 \cdot W_1 \cdot u_{\text{sus}} = \frac{0.0001}{s + 0.1} \frac{s + 1}{s + 0.01} \quad (17)$$

系统开环截止频率为 0.005 Hz, 闭环回路带宽为 $8.5 \times 10^{-5} \text{ Hz}$, 此时系统闭环传递函数表示为:

$$C_{\text{M}}(s) = \frac{G_{\text{M}}(s)}{m_{\text{TM}} + u_{\text{m}}(s) G_{\text{M}}(s)} \quad (18)$$

式中, u_{m} 即为质量块平动控制律。作为非最小相位系统, 需配置闭环极点在复平面左半面, 则可从闭环极点配置证明稳定性, 此处系统闭环极点为 -0.1051 , $-0.0024 + 0.0208i$, $-0.0024 - 0.0208i$, -1.467×10^{-5} 。易证系统参数摄动范围 $-1 \times 10^{-6} < \lambda_{\text{diag}} < 0$, 闭环极点均在复平面左半面。即检验质量三轴控制律表示为:

$$\boldsymbol{u}_{\text{TM}} = \text{diag}(0, -u_{\text{m}}, -u_{\text{m}}) \quad (19)$$

2.2 航天器平动控制律

本节将结合前述所建立追踪策略, 进行航天器平动控制律计算。检验质量悬浮回路动力学表示为:

$$\mathbf{P}_M(s) = \text{diag}(G_M(s), C_M(s), C_M(s)) \quad (20)$$

记 $\mathbf{J}_{3 \times 12} \mathbf{T}$ 前六列为 $\mathbf{J}_r = [\mathbf{J}_{r1} \quad \mathbf{J}_{r2}]$, 在图 4 中, 针对腔体-检验质量系统, 设计中期望降低航天器控制律构成的闭环系统对悬浮回路的依赖, 因此腔体-检验质量系统名义对象选取各检验质量系统开环传递函数 G_M , 即设计名义对象为:

$$\mathbf{J}_r \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1(s) \\ \mathbf{r}_2(s) \end{bmatrix} = \mathbf{J}_r \begin{bmatrix} -\frac{\mathbf{T}_1^{-1}}{m_{SC} \mathbf{I}_{3 \times 3}} \mathbf{P}_M(s) \\ -\frac{\mathbf{T}_2^{-1}}{m_{SC} \mathbf{I}_{3 \times 3}} \mathbf{P}_M(s) \end{bmatrix} \mathbf{u}(s) \quad (21)$$

2.2.1 非敏感轴控制律

基于前述刚度耦合系数基本结论、所建立方程(7)以及追踪策略式(8)、(10)~(11), 对于非敏感轴向的追踪即选取质量块 1、2 偏移量的平均, 同时由于 Y 轴受到的引力梯度较小, 致使此轴相对运动量级较另外两轴小, 因此将此轴单独设计, 设计中期望通过航天器控制律构成的闭环消除悬浮回路中的不稳定极点, 降低系统对悬浮回路的依赖。考虑模型输入端扰动问题, 基于频域 H_∞ 混合灵敏度 PS/T 问题^[20] 进行控制律求解, 设计名义对象选取为 $G_{SCy}(s) = -\frac{1}{m_{SC}}$ 。

$$\frac{1}{s^2 - \lambda_{\text{diag}}^2}, \text{优化目标 } \min \left\| \begin{bmatrix} W_1 PS \\ W_2 T \end{bmatrix} \right\|。$$

设计问题中权值矩阵 W_1 与 W_2 选取期望于系统带宽后闭环性能衰减, 同时考虑未建模动态及不确定性, 确保鲁棒性, 权值函数包含参数 ρ_{1y} 、 ρ_{2y} , 用于调整增益, 非敏感轴系统控制输出带带宽要求较低, 依此调整权值函数零极点, 对于不同探测背景, 可依据不同带宽选取权值函数进行整定, 此处选取:

$$\begin{cases} W_{1y} = \rho_{1y} \frac{s+20}{s+0.000001} \\ W_{2y} = \rho_{2y} \frac{-s^2+0.002s+0.005}{(0.00001s+1)^2} \end{cases} \quad (22)$$

和日心轨道相异的是, 地心轨道背景会带来较大的非敏感轴向太阳光压, 需提高系统开环截止频率, 取 $m_{SC} = 250 \text{ kg}$, 计算过程中参数整定 $\rho_{1y} = \rho_{2y} = 1$, 闭环极点为 $-63.257, -63.234, -2.377, -1.191 + 2.058i, -1.191 - 2.058i, -0.083 + 0.075i, -0.083 - 0.075i$, 闭环系统带宽为 0.1238 , 非敏感轴控制律为:

$$u_y = \frac{0.15s^4 + 3.055s^3 + 1.5 \times 10^7 s^2 + 2.4 \times 10^6 s + 167.822}{s^5 + 131.4s^4 + 4.635s^3 + 21.246s^2 + 50.404s + 699.5} \quad (23)$$

2.2.2 敏感轴控制律

依据追踪策略式(8)、(10)~式(11), 结合式(14)可计算航天器敏感轴向设计名义对象。考虑最糟糕情况 $\lambda_{\text{diag}}^2 = 10^{-6}$, 其传递函数形式将被表示为:

$$\begin{bmatrix} r_x(s) \\ r_z(s) \end{bmatrix} = \frac{-0.004}{(s+0.001)(s-0.001)} \begin{bmatrix} 1 & \\ & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_x(s) \\ u_z(s) \end{bmatrix} \quad (24)$$

与非敏感轴相比, 需略抬高系统开环截止频率, 选取权值函数:

$$\begin{cases} W_{1xz} = \frac{s+60}{s+0.000001} \begin{bmatrix} \rho_{1x} & \\ & \rho_{1z} \end{bmatrix} \\ W_{2xz} = \frac{-s^2+0.002s+0.005}{(0.00001s+1)^2} \begin{bmatrix} \rho_{2x} & \\ & \rho_{2z} \end{bmatrix} \end{cases} \quad (25)$$

选取参数 $\rho_{1x} = \rho_{1z} = 2, \rho_{2x} = \rho_{2z} = 1$ 。配置闭环极点在复平面左半面, 系统对角元的闭环极点为 $-63.2584, -63.2327, -2.6369, -1.2813 + 2.2704i, -1.2813 - 2.2704i, -0.0990 + 0.1318i, -0.0990 - 0.1318i$, 闭环系统带宽为 0.1646 , 敏感轴向控制律结果为:

$$u_{xz} = \frac{0.2s^4 + 4.111s^3 + 2.1 \times 10^7 s^2 + 3.9 \times 10^6 s + 48.691}{s^5 + 132s^4 + 4.697s^3 + 23.458s^2 + 61.052s + 1.266} \quad (26)$$

控制律可表示为:

$$\text{diag} \begin{bmatrix} \frac{0.2s^4 + 4.111s^3 + 2.1 \times 10^7 s^2 + 3.9 \times 10^6 s + 48.691}{s^5 + 132s^4 + 4.697s^3 + 23.458s^2 + 61.052s + 1.266} \\ \frac{0.15s^4 + 3.055s^3 + 1.5 \times 10^7 s^2 + 2.4 \times 10^6 s + 167.822}{s^5 + 131.4s^4 + 4.635s^3 + 21.246s^2 + 50.404s + 699.5} \\ \frac{0.2s^4 + 4.111s^3 + 2.1 \times 10^7 s^2 + 3.9 \times 10^6 s + 48.691}{s^5 + 132s^4 + 4.697s^3 + 23.458s^2 + 61.052s + 1.266} \end{bmatrix} \quad (27)$$

3 数值仿真及结果分析

航天器及检验质量仿真相关参数见表 1, 航天器初始轨道根数见表 2。数值仿真中的初始条件设定为, 质量块 1、2 在腔体内的三轴初始偏移量为 100 nm , 初始相对速度为 1 nm/s 。仿真中, 质量块内部非保守力考虑前文所述最糟糕情况为仿真条件, 即非敏感轴为 10^{-13} m/s^2 (全频段), 在敏感轴为 10^{-16} m/s^2 (全频段), 利用该量级的白噪声来仿真模拟。本文分析中频域性能采用功率谱密度 (power spectral density, PSD) 指标。

表 1 航天器及质量块相关参数

Tab. 1 Parameters related of spacecraft and mass blocks

参量	数值
呼吸角	60°
航天器质量	250 kg
航天器面质比	0.05 m ² /kg
质量块质量	1.45 kg
航天器与每个质量块 质心初始间距	0.3 m
航天器姿态角速度	1.997 × 10 ⁻⁵ rad/s
对角元耦合系数	1 × 10 ⁻⁷ /s ²
非对角元耦合系数	1 × 10 ⁻¹⁰ /s ²

表 2 航天器初始轨道根数^[3]

Tab. 2 Initial orbit elements of spacecraft

参量	数值
半长轴	99 995.572 323 km
离心率	0.000 430
轨道倾角	94.697 997°
升交点赤经	210.445 892°
近心点幅角	358.624 463°
真近点角	61.329 603°

3.1 摄动仿真

本节对系统摄动项进行仿真,评估其频域性能。

对于十万千米高度的轨道背景,航天器所受非保守力以太阳光压为主,摄动结果如图 5 所示,引力梯度以中心天体引力梯度和日月星体引力梯度为主,引力梯度如图 6 所示。

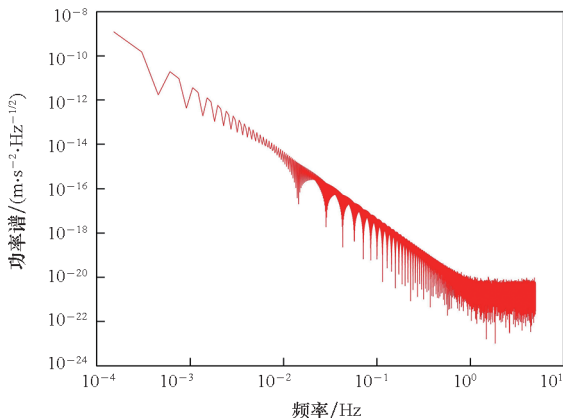
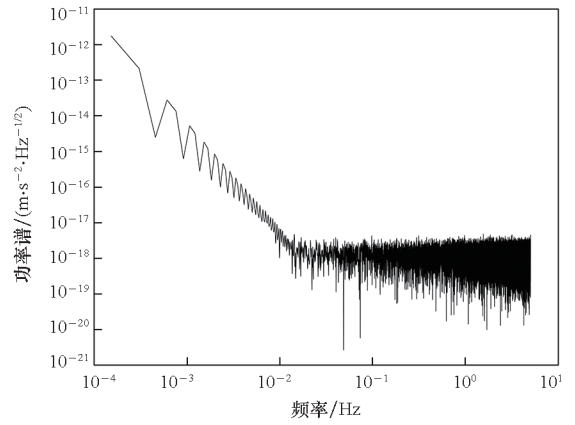


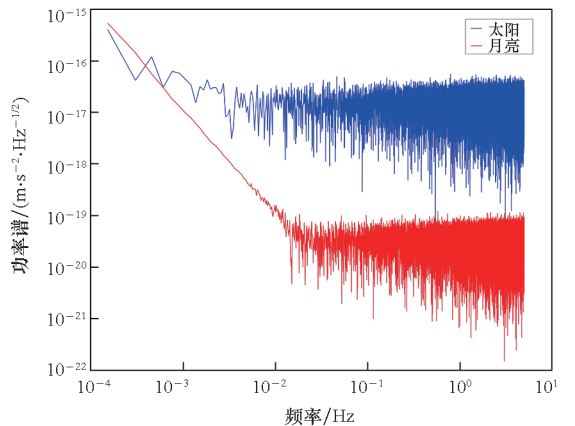
图 5 航天器所受太阳光压摄动

Fig. 5 Solar radiation pressure perturbation of spacecraft



(a) 中心天体引力梯度

(a) Gravity gradient caused by central celestial body



(b) 日月星体引力梯度

(b) Gravity gradient caused by sun and moon

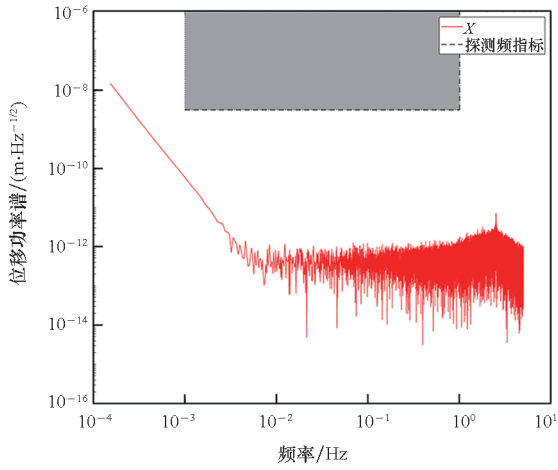
图 6 星体引力梯度

Fig. 6 Gravity gradient caused by celestial body

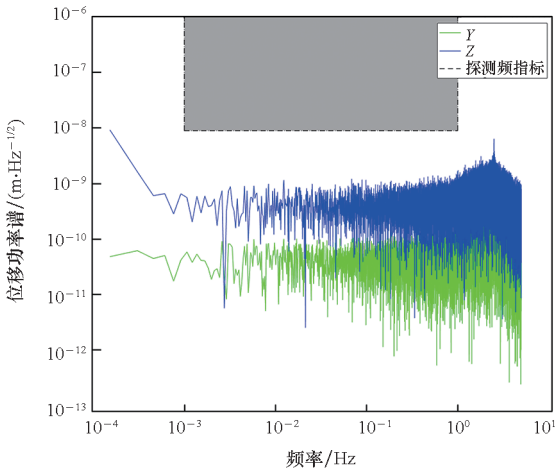
3.2 标准检验质量追踪策略

检验质量平行放置的双检验质量系统,引力梯度影响集中在单条敏感轴向,这类系统中,以一颗检验质量为追踪基准,可同时达成对两个检验质量的追踪,但在引力波探测航天器中很难实现。由于两质量块相对姿态稳定后,测距轴向 X_1 、 X_2 轴相交成呼吸角, Z_1 、 Z_2 轴也无法沿同一方向平行,使质量块 1、2 的 X 、 Z 轴向耦合问题变得复杂。以 TM2 为追踪对象,航天器补偿 TM2 三轴在腔体中偏移量 (x_2, y_2, z_2) 。此时对于 TM2,情况等效于单检验质量无拖曳系统的控制问题。

其控制结果见图 7, TM2 敏感轴的偏移量限制在 $3 \times 10^{-9} \text{ m} \cdot \text{Hz}^{-1/2}$ 以下,非敏感轴偏移量限制在 $9 \times 10^{-9} \text{ m} \cdot \text{Hz}^{-1/2}$ 。事实上,对 TM2 追踪控制结果,也是控制律对单检验质量无拖曳系统可行性的一种验证。仿真结果表明,这种追踪策略下,追踪基准检验质量的频域性能得到保证,但非



(a) X 轴
(a) X-axis



(b) Y、Z 轴
(b) Y-axis and Z-axis

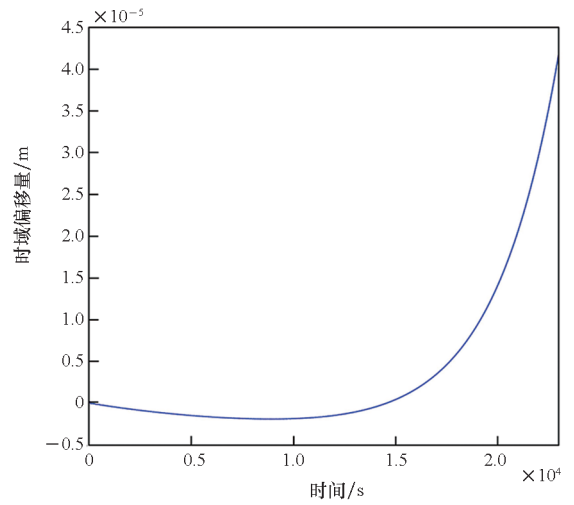
图 7 质量块 2 三轴偏移量功率谱密度结果

Fig. 7 PSD results of offset along three axes on TM2

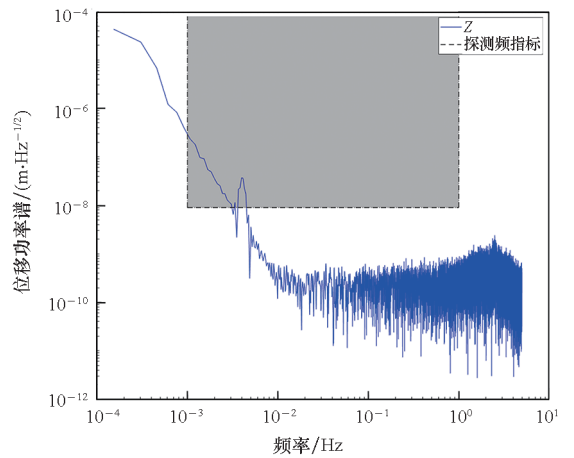
基准检验质量很难在无额外补偿信号的情况下满足要求,其时域偏移不断发散,频域性能也无法满足科学任务技术指标需求,以 TM1 的 Z 轴向为例,偏移量结果如图 8 所示。

3.3 LOS 点追踪策略

LOS 点追踪策略,逻辑在于利用航天器对 LOS 点的平动追踪,对两颗检验质量非敏感轴向的所有自由度进行补偿。非敏感轴偏移结果见图 9。从图 9 可以看出 LOS 点对非敏感轴追踪非常稳定,频域性能满足指标需求,偏移量均限制在 $9 \times 10^{-9} \text{ m} \cdot \text{Hz}^{-1/2}$ 以下。通过航天器质心对 LOS 点的追踪,可以对两条敏感轴外所有自由度进行补偿,并保证系统非敏感轴向的频域性能达到所需技术指标。



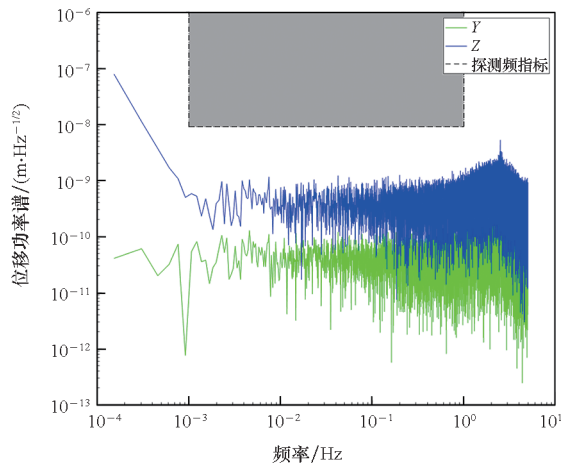
(a) 时域偏移量
(a) Time domain offset



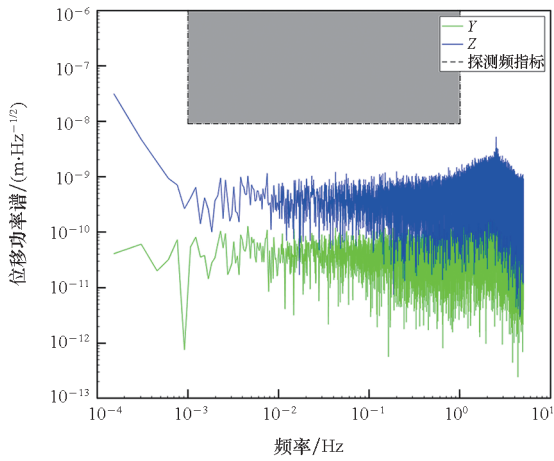
(b) 位移功率谱密度
(b) Displacement PSD

图 8 质量块 1 的 Z 轴偏移量

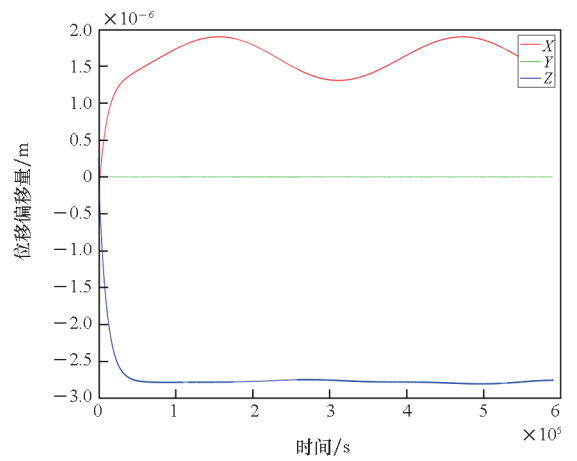
Fig. 8 Offset of TM1 along Z axis



(a) 质量块 1
(a) TM1



(b) 质量块 2
(b) TM2



(a) 质量块 1
(a) TM1

图 9 质量块 1、2 非敏感轴位移偏移量功率谱密度

Fig. 9 Displacement PSD results of offset along non-sensitive axes on TM1 and TM2

质量块 1、2 敏感轴偏移量如图 10 所示,这种策略中两检验质量敏感轴向偏移量将不断发散。后续通过引入两检验质量敏感轴额外信号进行补偿的方式可改善系统敏感轴时域偏移量和频域性能,情况相对于前述标准检验质量追踪策略有所简化。但在本文探究前提下,敏感轴不采取补偿信号时,此跟踪策略实现难度较大。

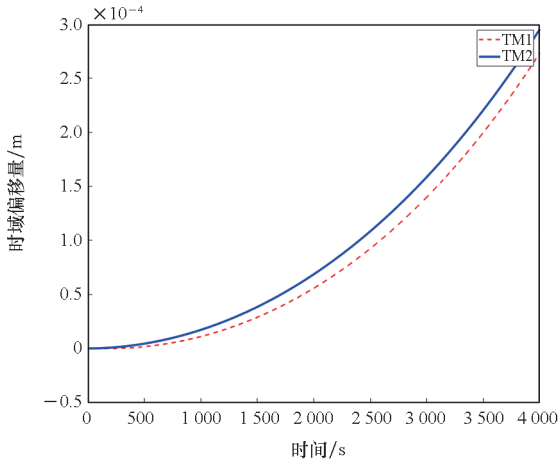
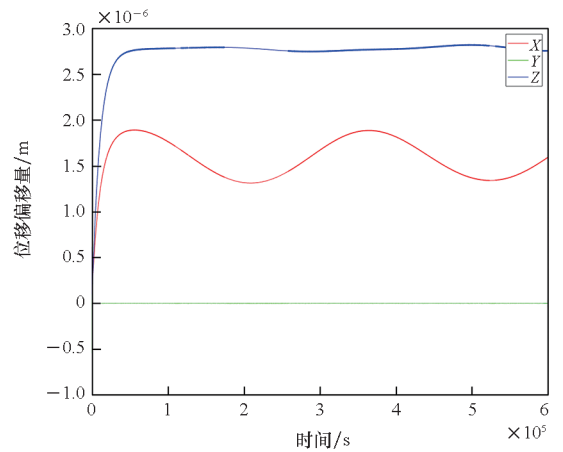


图 10 质量块 1、2 敏感轴偏移量

Fig. 10 Offset of TM1 and TM2 along sensitive axes

3.4 无固定追踪点策略

无固定追踪点策略期望系统转化为敏感轴面的多点追踪问题,通过补偿航天器来平衡多检验质量与航天器间相对运动,同时通过悬浮回路限制质量块在腔体的偏移量。此节仿真时长高于航天器一个轨道周期,时间选为 600 000 s。检验质量 1、2 仿真结果见图 11。



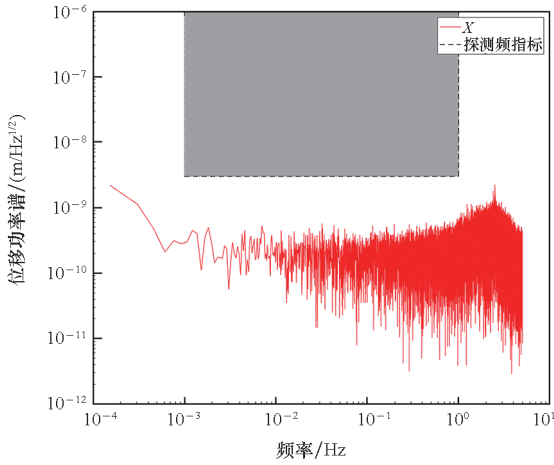
(b) 质量块 2
(b) TM2

图 11 质量块 1、2 的三轴位移偏移量
Fig. 11 Offset of TM1 and TM2 along all of the axes

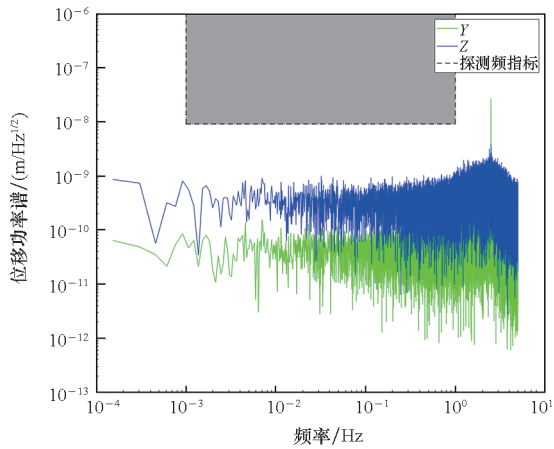
这种追踪策略,航天器在体坐标系三轴对纯引力基准点进行补偿,质量块悬浮回路控制将对质量块在腔体内非敏感轴偏移量进行限制。图 12 为系统频域性能,包括检验质量 1、2 腔体内三轴偏移量功率谱和非敏感轴控制输出功率谱。结果表明非敏感轴控制保持在 $10^{-13} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{Hz}^{-1/2}$ 前提下,检验质量腔体内偏移量可限制在敏感轴 $3 \text{ nm} \cdot \text{Hz}^{-1/2}$ 以下,非敏感轴 $9 \text{ nm} \cdot \text{Hz}^{-1/2}$ 以下。

对于这种追踪策略,可基于前述指标需求,引入敏感轴悬浮控制信号。为了探究可行的敏感轴信号对系统性能的影响,将信号保持在全频段 $10^{-15} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{Hz}^{-1/2}$ 以下,输出信号见图 13。以质量块 1 的 X 轴为例,引入敏感轴控制信号后时域偏移见图 14(a),频域性能见图 14(b)。

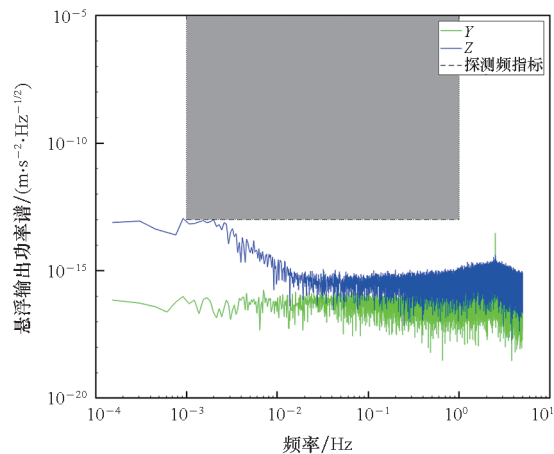
仿真结果可见,由于敏感轴悬浮输出信号受指标约束,其对系统性能影响较小。敏感轴无补偿信号前提下,无固定基准点方案可以稳定提供较长的观测周期(在仿真的一个航天器周期时长



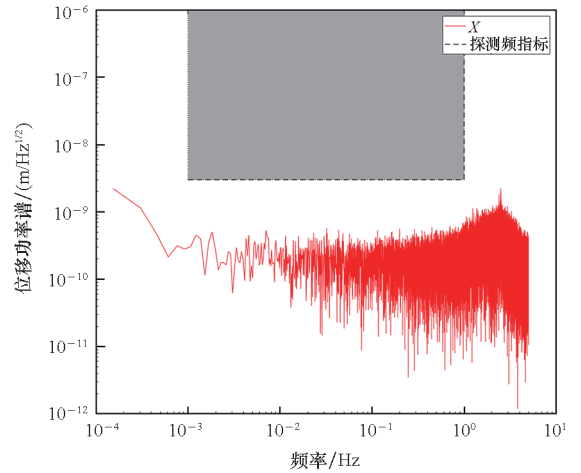
(a) 质量块 1 的 X 轴功率谱密度结果
(a) PSD results of offset along X-axis on TM1



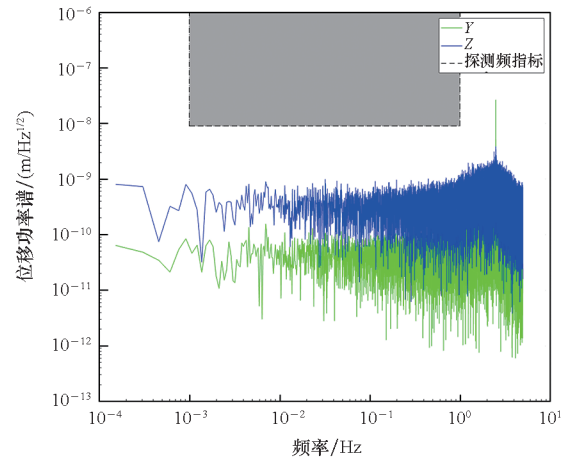
(b) 质量块 1 的 Y 轴功率谱密度结果
(b) PSD results of offset along Y-axis on TM1



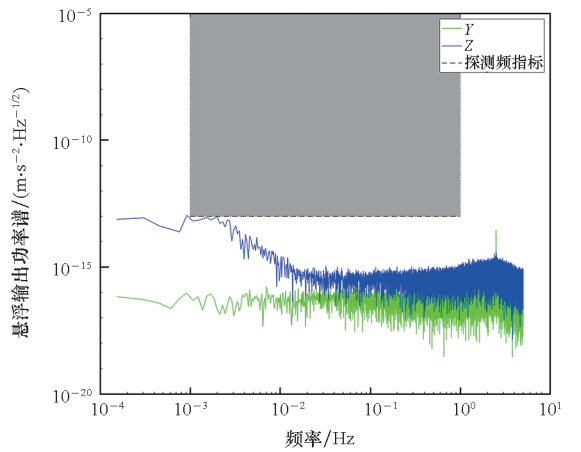
(c) 质量块 1 的 Z 轴功率谱密度结果
(c) PSD results of offset along Z-axis on TM1



(d) 质量块 2 的 X 轴功率谱密度结果
(d) PSD results of offset along X-axis on TM2

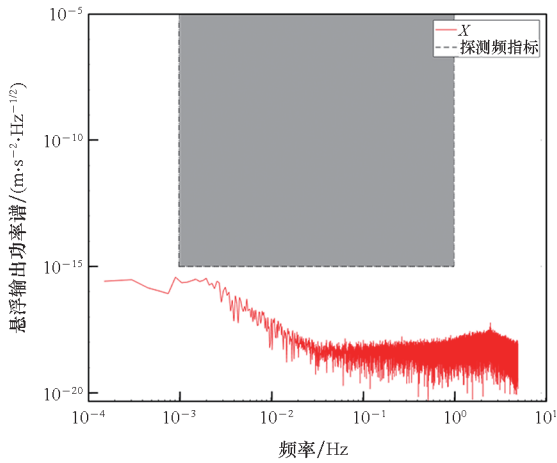


(e) 质量块 2 的 Y 轴功率谱密度结果
(e) PSD results of offset along Y-axis on TM2

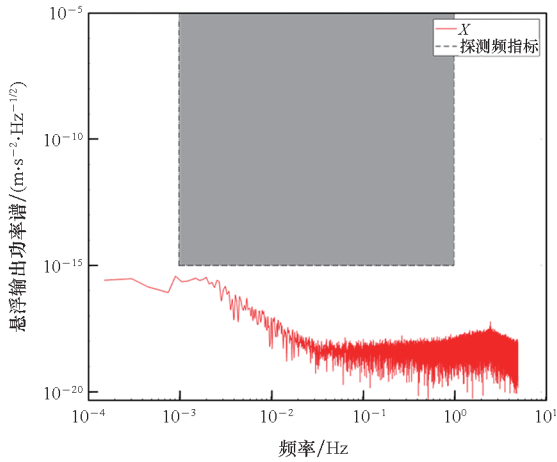


(f) 质量块 2 的 Z 轴功率谱密度结果
(f) PSD results of offset along Z-axis on TM2

图 12 无固定追踪点策略系统频域性能
Fig. 12 Frequency performance of the NDP strategy system

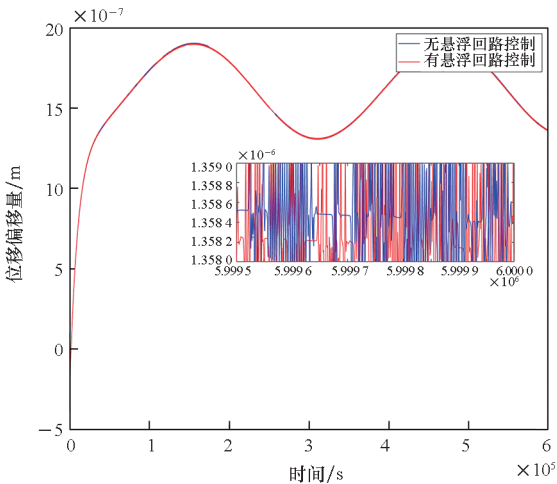


(a) 质量块 1
(a) TM1



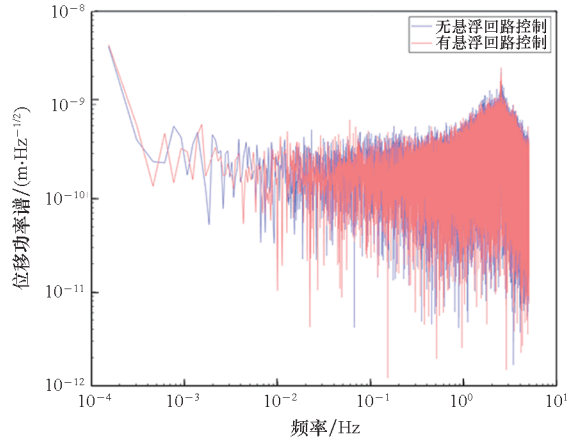
(b) 质量块 2
(b) TM2

图 13 质量块 1、2 敏感轴静电执行机构输出功率谱
Fig. 13 PSD results of suspension actuators along sensitive axes on TM1 and TM2



(a) 时域对比图

(a) Comparison diagram of time domain



(b) 功率谱密度对比图

(b) Comparison diagram of PSD

图 14 有无敏感轴悬浮对比图

Fig. 14 Suspension comparison diagram with and without sensitive axis

内均可满足探测任务技术指标),质量块控制信号保持在指标需求(非敏感轴 $10^{-13} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{Hz}^{-1/2}$)以下,质量块的运动在探测频段保持在敏感轴 $3 \text{ nm} \cdot \text{Hz}^{-1/2}$ 以下,非敏感轴 $9 \text{ nm} \cdot \text{Hz}^{-1/2}$ 以下。

4 结论

本文针对引力波探测编队航天器内特有的双检验质量无拖曳系统进行了分析和设计,并得出了地心轨道背景下的初步结论。在无额外补偿信号前提下,标准检验质量追踪策略更适用于平行放置的双检验质量系统,如 LISA Pathfinder 卫星,LOS 点追踪策略对非敏感轴的控制达到最优,但需在敏感轴向上施加额外控制信号来限制检验质量在测距轴的偏移量,无固定追踪点策略在激光链路成固定角度的呼吸角情况下,能够将质量块敏感轴非敏感轴悬浮控制信号保持在 $10^{-13} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{Hz}^{-1/2}$ 以下的同时,使质量块的敏感轴平动量级保持在 $3 \text{ nm} \cdot \text{Hz}^{-1/2}$ 以下,达成任务所需技术指标。

随着太极一号^[21-22]和天琴一号^[23-28]的成功发射,无拖曳控制技术在我国成功地获得了在轨验证,相对于目前已有在轨验证结果^[21,23],本文所针对的深空背景,具有更高的实现精度,但当前多检验质量无拖曳系统研究和在轨试验在国内仍处于起步阶段,有许多领域需进一步探索,包括多检验质量的成功在轨验证、星间长距离激光干涉测量等。

参考文献 (References)

[1] HECHLER F, FOLKNER W M. Mission analysis for the

- Laser Interferometer Space Antenna (LISA) mission [J]. *Advances in Space Research*, 2003, 32(7): 1277 – 1282.
- [2] ARMANO M, AUDLEY H, BAIRD J, et al. Beyond the required LISA free-fall performance: new LISA Pathfinder results down to 20 μHz [J]. *Physical Review Letters*, 2018, 120(6): 061101.
- [3] LUO J, CHEN L S, DUAN H Z, et al. TianQin: a spaceborne gravitational wave detector [EB/OL]. (2015 – 11 – 07) [2022 – 07 – 01]. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1512.02076>.
- [4] LUO J, MEI J W, SHAO C G, et al. TianQin mission concept [C]// *Proceedings of the 12th Asia-Pacific International conference on Gravitation, Astrophysics, and Cosmology*, 2016.
- [5] YE B B, ZHANG X F, ZHOU M Y, et al. Optimizing orbits for TianQin [J]. *International Journal of Modern Physics D*, 2019, 28(9): 1950121.
- [6] HU X C, LI X H, WANG Y, et al. Fundamentals of the orbit and response for TianQin [J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2018, 35(9): 095008.
- [7] LANGE B. The drag-free satellite [J]. *AIAA Journal*, 1964, 2(9): 1590 – 1606.
- [8] SCHARLEMANN C, BULDRINI N, KILLINGER R, et al. Qualification test series of the indium needle FEPP micro-propulsion system for LISA Pathfinder [J]. *Acta Astronautica*, 2011, 69(9/10): 822 – 832.
- [9] ZIEMER J K, MERKOWITZ S M. Microthrust propulsion for the LISA mission [C]// *Proceedings of the 40th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit*, 2004.
- [10] FICHTER W, GATH P, VITALE S, et al. LISA Pathfinder drag-free control and system implications [J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2005, 22(10): S139 – S148.
- [11] FICHTER W, SCHLEICHER A, BENNANI S, et al. Closed loop performance and limitations of the LISA Pathfinder drag-free control system [C]// *Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit*, 2007.
- [12] GATH P, FICHTER W, KERSTEN M, et al. Drag free and attitude control system design for the LISA Pathfinder mission [C]// *Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit*, 2004.
- [13] GATH P, SCHULTE H R, WEISE D, et al. Drag free and attitude control system design for the LISA science mode [C]// *Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit*, 2007.
- [14] WU S F, FERTIN D. Spacecraft drag-free attitude control system design with Quantitative Feedback Theory [J]. *Acta Astronautica*, 2008, 62(12): 668 – 682.
- [15] LIAN X B, ZHANG J X, LU L, et al. Frequency separation control for drag-free satellite with frequency-domain constraints [J]. *IEEE Transactions on Aerospace Electronic Systems*, 2021, 57(6): 4085 – 4096.
- [16] ZIEGLER T, FICHTER W. Test mass stiffness estimation for the LISA Pathfinder drag-free system [C]// *Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit*, 2007.
- [17] SCHUMAKER B L. Disturbance reduction requirements for LISA [J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2003, 20(10): S239 – S253.
- [18] 章楚, 贺建武, 段俐. 基于扩张状态观测器的无拖曳系统参数辨识 [J]. *空间科学学报*, 2019, 39(5): 670 – 676.
- ZHANG C, HE J W, DUAN L. Parameter identification of drag-free system based on extended state observer [J]. *Chinese Journal of Space Science*, 2019, 39(5): 670 – 676. (in Chinese)
- [19] FEYEL P. Loop-shaping robust control [M]. New York: John Wiley & Sons, Inc., 2013: 33 – 41.
- [20] KWAKERNAAK H. Robust control and H_∞ -optimization [J]. *Automatica*, 1993, 29(2): 255 – 273.
- [21] CAI Z M, DENG J F. Satellite architecture and preliminary in-orbit experiment of Taiji-1 [J]. *International Journal of Modern Physics A*, 2021, 36(11n12): 2140020.
- [22] The Taiji Scientific Collaboration. China's first step towards probing the expanding universe and the nature of gravity using a space borne gravitational wave antenna [J]. *Communications Physics*, 2021, 4: 34.
- [23] LUO J, BAI Y Z, CAI L, et al. The first round result from the TianQin-1 satellite [J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2020, 37: 185013.
- [24] LIANG Z C, HU Y M, JIANG Y, et al. Science with the TianQin observatory: preliminary results on stochastic gravitational-wave background [J]. *Physical Review D*, 2022, 105: 022001.
- [25] XIAO C Y, BAI Y Z, LI H Y, et al. Drag-free control design and in-orbit validation of TianQin-1 satellite [J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2022, 39(15): 155001.
- [26] 王继河, 张锦绣, 孟鹤, 等. 空间引力波探测系统编队动力学与控制技术综述 [J]. *中山大学学报(自然科学版)*, 2021, 60(1/2): 156 – 161.
- WANG J H, ZHANG J X, MENG Y H, et al. Review of formation dynamics and control technology of space-borne gravitational wave detection system [J]. *Acta Scientiarum Naturalium Universitatis SunYatseni*, 2021, 60(1/2): 156 – 161. (in Chinese)
- [27] 张立华, 黎明, 高永新, 等. 空间引力波探测航天器系统及平台技术 [J]. *中山大学学报(自然科学版)*, 2021, 60(1/2): 129 – 137.
- ZHANG L H, LI M, GAO Y X, et al. The spacecraft system and platform technologies for gravitational wave detection in space [J]. *Acta Scientiarum Naturalium Universitatis SunYatseni*, 2021, 60(1/2): 129 – 137. (in Chinese)
- [28] 李洪银, 叶小容, 刘佳恒, 等. 天琴无拖曳控制研究的关键问题 [J]. *中山大学学报(自然科学版)*, 2021, 60(1/2): 213 – 224.
- LI H Y, YE X R, LIU J H, et al. Key issues in the research on drag-free control of TianQin [J]. *Acta Scientiarum Naturalium Universitatis SunYatseni*, 2021, 60(1/2): 213 – 224. (in Chinese)