

## 发射波束域 MIMO-STAP 雷达发射接收联合设计方法

李志汇\*, 潘继飞, 周青松, 毛云祥, 刘方正, 石树杰  
(国防科技大学 电子对抗学院, 安徽 合肥 230037)

**摘要:**研究了信号相关杂波背景下机载多输入多输出(multiple-input multiple-output, MIMO)雷达发射波束形成和接收滤波器的联合设计问题,建立了机载 MIMO 雷达发射波束域空时自适应处理(space-time adaptive processing, STAP)信号模型。为了提升杂波环境下目标的检测性能,通过最大化输出信干噪比构建了发射波束形成和接收滤波器的联合设计问题;然后,设计了一种新的基于优化最小化(majorization-minimization, MM)框架的迭代优化算法来解决联合设计问题。该算法通过合理寻找目标函数的下界可以有效提升算法的收敛速度并降低算法的运行时间。此外,与传统的相控阵雷达和 MIMO 雷达相比,优化后的发射波束形成和接收滤波器可以显著提升输出信干噪比,仿真实验验证了所提方法的有效性。

**关键词:**多输入多输出雷达;空时自适应处理;发射波束形成;接收滤波器;输出信干噪比;联合设计

中图分类号:TN974 文献标志码:A 开放科学(资源服务)标识码(OSID):  
文章编号:1001-2486(2024)02-139-07



听语音  
与作者  
聊科研

## Joint design method of transmit-receive for transmit beamspace MIMO-STAP radar

LI Zhihui\*, PAN Jifei, ZHOU Qingsong, MAO Yunxiang, LIU Fangzheng, SHI Shujie

(College of Electronic Engineering, National University of Defense Technology, Hefei 230037, China)

**Abstract:** Joint design of transmit beamforming and receiving filter for airborne MIMO (multiple-input multiple-output) radar in the background of signal-dependent clutter was studied. Airborne MIMO radar transmit beamspace STAP (space-time adaptive processing) signal model was established. In order to ensure the target detection performance in clutter environment, the SINR (signal-to-interference-plus-noise ratio) was maximized and a new iterative optimization algorithm based on the MM (maximization-minimization) framework was designed to solve the joint design problem. By properly finding the lower bound of the objective function, the convergence speed of the proposed algorithm was effectively improved and the running time of the proposed algorithm was reduced. In addition, compared with the traditional phased array radar and MIMO radar, the optimized transmit beamforming and receive filter can significantly improve the output SINR. Simulation results demonstrate the effectiveness of the proposed method.

**Keywords:** multiple-input multiple-output radar; space-time adaptive processing; transmit beamforming; receive filter; output signal-to-interference-plus-noise ratio; joint design

在过去的几十年里,多输入多输出(multiple-input multiple-output, MIMO)雷达引起了国内外学者的广泛关注。不同于传统的相控阵(phased array, PA)雷达, MIMO 雷达采用多个天线发射多个正交的信号,并通过多个天线联合处理接收信号。相比于传统的 PA 雷达,在阵元数量相同时, MIMO 雷达具有更多的自由度,使得其在目标检测<sup>[1]</sup>、干扰/杂波抑制<sup>[2]</sup>、发射方向图设计<sup>[3]</sup>以及雷达波形优化设计<sup>[4]</sup>等方面具有显著的优

势,因此,其在雷达、通信、导航和声呐领域得到了广泛应用。

研究表明, MIMO 雷达相对于 PA 雷达的优越性能是以牺牲方向增益和空间选择性为代价的,近些年来,部分学者充分挖掘传统 MIMO 雷达和 PA 雷达的优点,开发了 MIMO 雷达和 PA 雷达结合的技术。这些技术可以分为两类:第一类是基于发射波束域(transmit beamspace, TB)设计的技术<sup>[5]</sup>,该类技术主要是权衡 MIMO 雷达相互正交

收稿日期:2021-11-24

基金项目:国家自然科学基金资助项目(62301581, 62071476);安徽省自然科学基金资助项目(2108085QF257);中国博士后科学基金面上资助项目(2023M734313)

\*第一作者:李志汇(1991—),男,河南周口人,副教授,博士,硕士生导师, E-mail: lizhihui\_16@163.com

波形的全向发射与获取更高发射相干处理增益之间的关系。TB-MIMO 雷达采用 TB 设计技术可将多个发射的正交波形的能量聚焦在感兴趣的目标所在的区域,其本质就是通过优化设计波形相关矩阵来获取发射相干处理增益或者期望的方向图。该类技术在波达方向(direction of arrival, DOA)估计<sup>[6]</sup>和 TB-MIMO 雷达模糊函数方面显示了优势。为了权衡输出信干噪比(signal-to-interference-plus-noise ratio, SINR)和期望的发射波束方向图,文献[7]通过设计迭代方案来考虑发射和接收波束形成权重的联合设计问题。第二类是发射子孔径(transmit subaperturing, TS) MIMO 雷达系统,该类系统可以平衡方向性增益和系统的干扰抑制能力<sup>[8]</sup>。Liu 等<sup>[9]</sup>研究了发射和接收波束形成的联合设计问题,以实现有源阵列的最大输出 SINR。为了提高 TS-MIMO 雷达的方向增益和获得更多的自由度,利用目标和干扰的先验知识,Zhou 等设计了发射和接收波束形成的联合设计方案<sup>[10]</sup>。在文献[11]中,Gao 等将联合发射和接收波束形成方法进一步扩展到主被动混合系统,并设计了一种使 SINR 最大化的序列优化方法。

针对机载 MIMO 雷达在信号相关干扰环境(如在空间和时间域耦合的地杂波)存在时的目标检测问题<sup>[12-13]</sup>,与传统的 MIMO 空时自适应处理(space-time adaptive processing, STAP)结构不同,本文利用 TB 处理技术设计了一种由多个方向性波形组成的 TB-MIMO STAP 方案。设计的目标是将机载 MIMO 雷达的全部能量集中在感兴趣的目标的空间区域,从而获取期望的杂波抑制性能。

本文研究了信号相关干扰下 MIMO-STAP 雷达系统中发射波束形成和接收滤波器的联合设计。在能量约束下,以 SINR 最大化为目标建立了联合设计问题。通过发射波束形成权重向量合成  $K$  (小于发射天线数) 个正交波形,并对其进行优化以获得所需的 SINR 和时空方向图特性,而后设计了一种基于优化最小化(majorization-minimization, MM)框架的迭代优化方法来解决该联合设计问题。仿真结果表明,该算法在计算效率方面优于传统迭代优化方法;与传统的 PA 和 MIMO 雷达相比,该算法具有更好的目标检测和杂波抑制性能。

## 1 信号模型和问题描述

考虑正侧视机载 TB-MIMO 雷达,发射阵元个

数为  $N_t$ ,接收阵元个数为  $N_r$ ,TB-MIMO 雷达通过 TB 矢量  $\mathbf{t} = [\mathbf{t}_1^T, \dots, \mathbf{t}_K^T]^T \in \mathbf{C}^{N_t \times K}$  形成了  $K$  ( $K < N_t$ ) 个正交波形,其中,  $\mathbf{t}_k \in \mathbf{C}^{N_t \times 1}$  表示形成第  $k$  个正交发射波形的波束形成权重向量。每个波形在一个相干处理间隔(coherent processing interval, CPI) 期间由  $M$  个脉冲组成,假设  $\varphi_{k,m}(t)$  为第  $k$  个波形的第  $m$  个脉冲。则辐射到波达角为  $\theta_i$  的目标的第  $m$  个脉冲信号为

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_m(t, \theta_i) &= \frac{1}{\sqrt{K}} \sum_{k=1}^K (\mathbf{t}_k^T \mathbf{a}(\theta_i)) \varphi_{k,m}(t) e^{j2\pi f_0 t} \\ &= \frac{1}{\sqrt{K}} [\mathbf{t}^T (\mathbf{I}_K \otimes \mathbf{a}(\theta_i))] \boldsymbol{\varphi}_m(t) e^{j2\pi f_0 t} \end{aligned} \quad (1)$$

式中,  $\mathbf{a}(\theta_i) \in \mathbf{C}^{N_t \times 1}$  表示角度为  $\theta_i$  的发射导向矢量,  $\boldsymbol{\varphi}_m(t) = [\varphi_{1,m}(t), \dots, \varphi_{K,m}(t)]^T$ ,  $f_0$  为载频。需要注意的是,发射阵列第  $m$  个脉冲的等效发射波形可以表示为  $(1/\sqrt{K}) \sum_{k=1}^K \mathbf{t}_k \varphi_{k,m}(t) e^{j2\pi f_0 t}$ 。

假设运动目标和载机之间的相对速度为  $v_i$ , 则接收阵列的回波信号可以表示为

$$\tilde{\mathbf{x}}_m(t, \theta_i) = \frac{1}{\sqrt{K}} \alpha_i \mathbf{b}(\theta_i) (\mathbf{t}^T \mathbf{a}(\theta_i)) \boldsymbol{\varphi}_m(t - \tau) e^{j2\pi(f_0 + f_d)(t - \tau)} \quad (2)$$

式中,  $\alpha_i$  表示目标复幅度,  $\mathbf{b}(\theta_i)$  为接收导向矢量,  $\tau$  表示时间延迟,  $f_d = 2v_i/\lambda$  表示目标的多普勒频率( $\lambda$  为波长)。

接收信号经过下变频,并由  $\varphi_{k,m}(t) e^{j2\pi f_0 t}$  进行匹配滤波。忽略脉冲内部多普勒频率,则第  $k$  个波形第  $m$  个脉冲的输出信号可以表示为

$$\tilde{\mathbf{x}}_{k,m} = \frac{1}{\sqrt{K}} \alpha_i e^{j2\pi(m-1)f_d T_r} (\mathbf{t}_k^T \mathbf{a}(\theta_i)) \mathbf{b}(\theta_i) \quad (3)$$

式中,  $T_r$  表示脉冲重复时间。

令  $\mathbf{x}_k = [\tilde{\mathbf{x}}_{k,1}^T, \dots, \tilde{\mathbf{x}}_{k,M}^T]^T$ , 则可以将第  $k$  个输出信号表示为  $N_r M \times 1$  的虚拟向量,即

$$\mathbf{x}_k = \frac{1}{\sqrt{K}} \alpha_i \mathbf{u}(f_d) \otimes [(\mathbf{t}_k^T \mathbf{a}(\theta_i)) \mathbf{b}(\theta_i)] \quad (4)$$

式中,  $\mathbf{u}(f_d) = [1, \dots, e^{j2\pi(M-1)f_d T_r}]^T$  表示时域导向矢量。

将式(4)中的  $k$  个向量构成一个  $N_r M K \times 1$  的列向量,可以得到

$$\mathbf{x}_i = [\mathbf{x}_1^T, \dots, \mathbf{x}_K^T]^T = \frac{1}{\sqrt{K}} \alpha_i \mathbf{A}(f_d, \theta_i) \mathbf{t} \quad (5)$$

式中,  $\mathbf{A}(f_d, \theta_i) = \mathbf{I}_K \otimes [\mathbf{u}(f_d) \otimes \mathbf{b}(\theta_i) \mathbf{a}^T(\theta_i)]$  表示空时导向矩阵。

根据文献[12]中的杂波模型,机载 TB-MIMO 雷达的杂波回波是 TB 相关的干扰,杂波回波由来自不同距离单元和方位角的多个独立杂波块组

成。那么与被检测距离单元相邻的  $2P + 1$  个距离门的杂波回波可以表示为

$$\mathbf{x}_c = \sum_{l=-P}^P \sum_{i=1}^{N_c} \frac{1}{\sqrt{K}} \alpha_{c,l,i} \mathbf{A}(f_{c,l,i}, \theta_{c,l,i}) \mathbf{t} \quad (6)$$

式中,  $N_c$  表示单个距离单元内独立杂波块的个数,  $\alpha_{c,l,i}$ ,  $f_{c,l,i}$  和  $\theta_{c,l,i}$  分别表示第  $l$  个距离门中第  $i$  个杂波块的复幅度、多普勒频率和角度。接下来, 采用  $\mathbf{A}_l$  和  $\mathbf{A}_{c,l,i}$  分别表示  $\mathbf{A}(f_d, \theta_l)$  和  $\mathbf{A}(f_{c,l,i}, \theta_{c,l,i})$ 。

假设  $\mathbf{x}_n \in \mathbf{C}^{N_c M K \times 1}$  表示接收的噪声向量, 其中, 噪声协方差矩阵为  $\sigma_n^2 \mathbf{I}_{N_c M K}$ ,  $\sigma_n^2$  表示噪声方差。则总的接收到的目标、杂波和噪声信号可以表示为

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_t + \mathbf{x}_c + \mathbf{x}_n \quad (7)$$

接收信号  $\mathbf{x}$  通过接收滤波器  $\mathbf{w} \in \mathbf{C}^{N_c M K \times 1}$  处理, 可以得到输出 SINR 为

$$\begin{aligned} \text{SINR}(\mathbf{t}, \mathbf{w}) &= \frac{\left(\frac{1}{K}\right) E\{|\alpha_t \mathbf{w}^H \mathbf{A}_t \mathbf{t}|^2\}}{\left(\frac{1}{K}\right) E\left\{\left|\mathbf{w}^H \sum_{l=-P}^P \sum_{i=1}^{N_c} \alpha_{c,l,i} \mathbf{A}_{c,l,i} \mathbf{t}\right|^2\right\} + \sigma_n^2 \mathbf{w}^H \mathbf{w}} \\ &= \frac{(\sigma_t^2/K) |\mathbf{w}^H \mathbf{A}_t \mathbf{t}|^2}{\mathbf{w}^H \mathbf{R}_c(\mathbf{t}) \mathbf{w} + \sigma_n^2 \mathbf{w}^H \mathbf{w}} \\ &= \frac{(\sigma_t^2/K) |\mathbf{t}^H \mathbf{A}_t^H \mathbf{w}|^2}{\mathbf{t}^H \mathbf{R}_c(\mathbf{w}) \mathbf{t} + \sigma_n^2 \mathbf{w}^H \mathbf{w}} \end{aligned} \quad (8)$$

式中,  $\sigma_t^2 = E(\alpha_t \alpha_t^*)$  表示目标的方差,  $\mathbf{R}_c(\mathbf{t})$  和  $\mathbf{R}_c(\mathbf{w})$  分别表示与  $\mathbf{t}$  和  $\mathbf{w}$  相关的杂波协方差矩阵, 它们可以表示为

$$\mathbf{R}_c(\mathbf{t}) = \frac{1}{K} \sum_{l=-P}^P \sum_{i=1}^{N_c} \sigma_{c,l,i}^2 \mathbf{A}_{c,l,i} \mathbf{t} \mathbf{t}^H \mathbf{A}_{c,l,i}^H \quad (9)$$

$$\mathbf{R}_c(\mathbf{w}) = \frac{1}{K} \sum_{l=-P}^P \sum_{i=1}^{N_c} \sigma_{c,l,i}^2 \mathbf{A}_{c,l,i}^H \mathbf{w} \mathbf{w}^H \mathbf{A}_{c,l,i} \quad (10)$$

其中,  $\sigma_{c,l,i}^2 = E(\alpha_{c,l,i} \alpha_{c,l,i}^*)$  表示第  $l$  个距离门第  $i$  个杂波块的方差。

不失一般性, 考虑发射波形的能量约束, 即单个脉冲内发射波形的总能量等于 1, 即

$$\int_{T_r} \left\| \frac{1}{\sqrt{K}} \sum_{k=1}^K \mathbf{t}_k \varphi_{k,m}(t) e^{j2\pi f_d t} \right\|^2 dt \leq 1 \Rightarrow \|\mathbf{t}\|_2^2 = K \quad (11)$$

因此, 能量约束下发射波束形成权矢量和接收滤波器联合设计问题可以表示为

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{t}, \mathbf{w}} \frac{(\sigma_t^2/K) |\mathbf{w}^H \mathbf{A}_t \mathbf{t}|^2}{\mathbf{w}^H \mathbf{R}_c(\mathbf{t}) \mathbf{w} + \sigma_n^2 \mathbf{w}^H \mathbf{w}} \\ \text{s. t. } \|\mathbf{t}\|_2^2 = K \end{aligned} \quad (12)$$

## 2 联合设计发射波束形成和接收滤波器

联合设计问题(12)是非凸和 NP 难的, 本文

提出一种基于 MM 框架的迭代优化算法来求解式(12)。首先, 固定发射波束形成权矢量  $\mathbf{t}$ , 优化接收滤波器  $\mathbf{w}$ ; 然后, 固定  $\mathbf{w}$ , 优化  $\mathbf{t}$ 。

固定发射波束形成权矢量  $\mathbf{t}$ , 通过最大化输出 SINR 来优化  $\mathbf{w}$ , 即

$$\max_{\mathbf{w}} \frac{|\mathbf{w}^H \mathbf{A}_t \mathbf{t}|^2}{\mathbf{w}^H \mathbf{R}_c(\mathbf{t}) \mathbf{w} + \sigma_n^2 \mathbf{w}^H \mathbf{w}} \quad (13)$$

上述问题是一个无约束最大化问题, 可以归结为最小方差无畸变响应 (minimum variance distortionless response, MVDR) 问题, 其解表示为

$$\mathbf{w} = \frac{(\mathbf{R}_c(\mathbf{t}) + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{N_c M K})^{-1} \mathbf{A}_t \mathbf{t}}{\mathbf{t}^H \mathbf{A}_t^H (\mathbf{R}_c(\mathbf{t}) + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{N_c M K})^{-1} \mathbf{A}_t \mathbf{t}} \quad (14)$$

接下来, 采用 MM 思想优化  $\mathbf{t}$ 。对于一个给定优化后的  $\mathbf{w}$ , 将式(14)的结果代入式(8)中, 得到输出 SINR 的表达式

$$\text{SINR}(\mathbf{t}, \mathbf{w}) = (\sigma_t^2/K) \mathbf{t}^H \mathbf{A}_t^H \mathbf{R}_{cn}^{-1}(\mathbf{t}) \mathbf{A}_t \mathbf{t} \quad (15)$$

式中,  $\mathbf{R}_{cn}(\mathbf{t}) = \mathbf{R}_c(\mathbf{t}) + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{N_c M K}$ 。因此, 给定  $\mathbf{w}$  条件下关于  $\mathbf{t}$  的优化问题可以表示为

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{t}} (\sigma_t^2/K) \mathbf{t}^H \mathbf{A}_t^H \mathbf{R}_{cn}^{-1}(\mathbf{t}) \mathbf{A}_t \mathbf{t} \\ \text{s. t. } \|\mathbf{t}\|_2^2 = K \end{aligned} \quad (16)$$

**准则 1**<sup>[14]</sup>: 将  $f(\mathbf{x}, \mathbf{A}) = \mathbf{x}^H \mathbf{A} \mathbf{x}$  表示为  $\mathbf{x}$  的二次函数, 其中  $\mathbf{A}$  为  $n \times n$  的正定厄米特矩阵。那么, 对于任意的点  $\mathbf{x} \in \mathbf{C}^{n \times 1}$ ,  $f(\mathbf{x}, \mathbf{A})$  的下界为

$$f(\mathbf{x}, \mathbf{A}) \geq \mathbf{x}_0^H \mathbf{A}_0^{-1} \mathbf{x}_0 + 2\text{Re}[(\mathbf{A}_0^{-1} \mathbf{x}_0)^H (\mathbf{x} - \mathbf{x}_0)] - \text{tr}[\mathbf{A}_0^{-1} \mathbf{x}_0 \mathbf{x}_0^H \mathbf{A}_0^{-1} (\mathbf{A} - \mathbf{A}_0)] \quad (17)$$

采用  $L_1(\mathbf{t})$  表示问题(16)的目标函数,  $\mathbf{t}^{(n)}$  表示  $\mathbf{t}$  的第  $n$  次迭代, 那么, 基于准则 1,  $L_1(\mathbf{t})$  的下界可以表示为

$$\begin{aligned} L_1(\mathbf{t}) &\geq L_1(\mathbf{t}^{(n)}) + 2\text{Re}[(\mathbf{h}^{(n)})^H \mathbf{A}_t (\mathbf{t} - \mathbf{t}^{(n)})] - \\ &\quad \text{tr}[\mathbf{h}^{(n)} (\mathbf{h}^{(n)})^H (\mathbf{R}_{cn}(\mathbf{t}) - \mathbf{R}_{cn}(\mathbf{t}^{(n)}))] \\ &= 2\text{Re}[(\mathbf{A}_t^H \mathbf{h}^{(n)})^H \mathbf{t}] - \mathbf{t}^H \mathbf{G}(\mathbf{h}^{(n)}) \mathbf{t} + B_1 \end{aligned} \quad (18)$$

其中,

$$\mathbf{h}^{(n)} = \mathbf{R}_{cn}^{-1}(\mathbf{t}^{(n)}) \mathbf{A}_t \mathbf{t}^{(n)} \quad (19)$$

$$\mathbf{G}(\mathbf{h}^{(n)}) = \sum_{l=-P}^P \sum_{i=1}^{N_c} \sigma_{c,l,i}^2 \mathbf{A}_{c,l,i}^H \mathbf{h}^{(n)} (\mathbf{h}^{(n)})^H \mathbf{A}_{c,l,i} \quad (20)$$

$B_1$  为与  $\mathbf{t}$  无关的常数。

将式(18)代入式(16)并忽略与  $\mathbf{t}$  无关的常数部分, 可以将优化问题(16)转化为

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{t}} 2\text{Re}[(\mathbf{A}_t^H \mathbf{h}^{(n)})^H \mathbf{t}] - \mathbf{t}^H \mathbf{G}(\mathbf{h}^{(n)}) \mathbf{t} \\ \text{s. t. } \|\mathbf{t}\|_2^2 = K \end{aligned} \quad (21)$$

为了得到问题(21)的闭式解, 进一步采用 MM 思想来简化问题(21)的目标函数, 即采用下面的准则寻找(21)目标函数的下界。

**准则 2**<sup>[15]</sup>: 假设  $L$  和  $M$  都为  $n \times n$  的厄米特矩阵, 且  $M \succeq L$ 。那么对于任意的点  $\mathbf{x}_0$ , 二次函数  $\mathbf{x}^H L \mathbf{x}$  的上界为

$$\mathbf{x}^H L \mathbf{x} \leq \mathbf{x}^H M \mathbf{x} + 2\text{Re}[\mathbf{x}^H (L - M) \mathbf{x}_0] + \mathbf{x}_0^H (M - L) \mathbf{x}_0 \quad (22)$$

基于准则 2, 可以得到  $\mathbf{t}^H \mathbf{G}(\mathbf{h}^{(n)}) \mathbf{t}$  的上界为

$$\begin{aligned} \mathbf{t}^H \mathbf{G}(\mathbf{h}^{(n)}) \mathbf{t} &\leq \lambda_m \mathbf{t}^H \mathbf{t} + 2\text{Re}[\mathbf{t}^H (\mathbf{G}(\mathbf{h}^{(n)}) - \lambda_m \mathbf{I}_{N_r}) \mathbf{t}^{(n)}] + \\ &(\mathbf{t}^{(n)})^H [\lambda_m \mathbf{I}_{N_r} - \mathbf{G}(\mathbf{h}^{(n)})] \mathbf{t}^{(n)} \\ &= 2\text{Re}[(\mathbf{G}(\mathbf{h}^{(n)}) \mathbf{t}^{(n)} - \lambda_m \mathbf{t}^{(n)})^H \mathbf{t}] + B_2 \end{aligned} \quad (23)$$

式中,  $\lambda_m$  表示  $\mathbf{G}(\mathbf{h}^{(n)})$  的最大特征值,  $B_2$  为与  $\mathbf{t}$  无关的常数, 且式 (23) 第二个等式中使用了  $\|\mathbf{t}\|_2^2 = K$ 。

因此, 将式 (23) 代入式 (21) 并忽略与  $\mathbf{t}$  无关的常数, 可以得到优化问题 (21) 的目标函数的第二个下界。因此, 将式 (21) 转化为如下优化问题

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{t}} \text{Re}[(\mathbf{p}^{(n)})^H \mathbf{t}] \\ \text{s. t. } \|\mathbf{t}\|_2^2 = K \end{aligned} \quad (24)$$

式中,

$$\mathbf{p}^{(n)} = \mathbf{A}_i^H \mathbf{h}^{(n)} - \mathbf{G}(\mathbf{h}^{(n)}) \mathbf{t}^{(n)} + \lambda_m \mathbf{t}^{(n)} \quad (25)$$

那么, 优化问题 (25) 的闭式解可以表示为

$$\mathbf{t} = \sqrt{K} \mathbf{p}^{(n)} / \|\mathbf{p}^{(n)}\| \quad (26)$$

进一步地, 考虑到  $(\mathbf{t}^{(n)})^H \mathbf{t}^{(n)} = K$  和  $(\mathbf{t}^{(n+1)})^H \mathbf{t}^{(n+1)} = K$  都满足能量约束, 则  $\text{Re}(\lambda_m (\mathbf{t}^{(n)})^H \mathbf{t})$  项在相邻的迭代之间可以近似保持恒定, 因此, 忽略此近似常数项, 可以将  $\mathbf{p}^{(n)}$  进一步简化为

$$\mathbf{p}^{(n)} = \mathbf{A}_i^H \mathbf{h}^{(n)} - \mathbf{G}(\mathbf{h}^{(n)}) \mathbf{t}^{(n)} \quad (27)$$

值得注意的是, 采用式 (27) 得到的关于  $\mathbf{t}$  的优化问题 (24) 比采用式 (25) 得到的更松弛, 需要更多的迭代次数才能达到收敛。因此, 在实际中应当在达到收敛时的迭代次数与单次迭代计算量之间进行权衡。其次, 该迭代过程的输出 SINR 与初始  $\mathbf{t}$  密切相关。因此, 应该选择适当的  $\mathbf{t}$ , 以使输出 SINR 最大化。当两个相邻步骤之间的输出 SINR 之差小于预定义值  $\varepsilon$  时, 该算法终止。另外, 由于目标函数是非递减且有界的, 因此算法的收敛性得到了保证。算法 1 给出了基于 MM 框架的发射波束形成和接收滤波器联合设计的整个流程。

算法 1 的计算复杂度与迭代次数和每次迭代的计算量有关。具体地说, 更新  $\mathbf{w}^{(n)}$  的复杂性为  $O((N_r MK)^3)$ ; 更新  $\mathbf{t}$  主要涉及  $\mathbf{p}^{(n)}$  的计算, 其计算量为  $O((N_r KM)^3 + [(4P + 2)N_c + 1] \cdot (N_r KM)^2)$ 。后面将通过仿真来分析算法的计算

效率。

### 算法 1 基于 MM 框架的联合设计算法

Alg. 1 Joint design algorithm based on MM framework

输入:  $f_d, \theta_i, \sigma_i^2, N_c, P, f_{c,i}, \theta_{c,i}, \sigma_{c,i}^2, \sigma_n^2, \varepsilon$

输出: 最优发射波束形成权矢量和接收滤波器对  $(\mathbf{w}^*, \mathbf{t}^*)$

步骤 1: 设置  $n = 1$ , 选择初始的发射波束形成权矢量  $\mathbf{t}^{(0)}$

步骤 2: 固定  $\mathbf{t}^{(n-1)}$ , 依据式 (14) 计算  $\mathbf{w}^{(n)}$ , 即

$$\mathbf{w}^{(n)} = \frac{(\mathbf{R}_c(\mathbf{t}) + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{N_r MK})^{-1} \mathbf{A}_i \mathbf{t}^{(n-1)}}{(\mathbf{t}^{(n-1)})^H \mathbf{A}_i^H (\mathbf{R}_c(\mathbf{t}) + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{N_r MK})^{-1} \mathbf{A}_i \mathbf{t}^{(n-1)}}$$

步骤 3: 固定  $\mathbf{w}^{(n)}$ , 依据式 (19) 和式 (20) 计算  $\mathbf{h}^{(n)}$  和  $\mathbf{G}(\mathbf{h}^{(n)})$ , 即

$$\mathbf{h}^{(n)} = \mathbf{R}_{cn}^{-1}(\mathbf{t}^{(n)}) \mathbf{A}_i \mathbf{t}^{(n)}$$

$$\mathbf{G}(\mathbf{h}^{(n)}) = \sum_{l=-P}^P \sum_{i=1}^{N_c} \sigma_{c,i}^2 \mathbf{A}_{c,i}^H \mathbf{h}^{(n)} (\mathbf{h}^{(n)})^H \mathbf{A}_{c,i}$$

步骤 4: 根据式 (25) 或式 (27) 计算  $\mathbf{p}^{(n)}$ :

$$\mathbf{p}^{(n)} = \mathbf{A}_i^H \mathbf{h}^{(n)} - \mathbf{G}(\mathbf{h}^{(n)}) \mathbf{t}^{(n)} + \lambda_m \mathbf{t}^{(n)}$$

或

$$\mathbf{p}^{(n)} = \mathbf{A}_i^H \mathbf{h}^{(n)} - \mathbf{G}(\mathbf{h}^{(n)}) \mathbf{t}^{(n)}$$

步骤 5: 根据式 (26) 计算  $\mathbf{t}^{(n)}$ , 即

$$\mathbf{t}^{(n)} = \sqrt{K} \mathbf{p}^{(n)} / \|\mathbf{p}^{(n)}\|$$

步骤 6: 采用式 (8) 计算输出 SINR 为

$$\text{SINR}^{(n)} = \frac{(\sigma_i^2 / K) |(\mathbf{w}^{(n)})^H \mathbf{A}_i \mathbf{t}^{(n)}|^2}{(\mathbf{w}^{(n)})^H \mathbf{R}_c(\mathbf{t}) \mathbf{w}^{(n)} + \sigma_n^2 (\mathbf{w}^{(n)})^H \mathbf{w}^{(n)}}$$

步骤 7: 设置  $n = n + 1$

步骤 8: 重复步骤 2 ~ 7, 当  $|\text{SINR}^{(n)} - \text{SINR}^{(n-1)}| \leq \varepsilon$  时停止迭代, 其中  $\varepsilon$  为控制迭代终止的参数

步骤 9: 输出  $\mathbf{w}^* = \mathbf{w}^{(n)}$  和  $\mathbf{t}^* = \mathbf{t}^{(n)}$

## 3 仿真分析

本节进行仿真分析来验证所提出的联合设计算法与 TB-MIMO STAP 雷达系统的性能。仿真过程中, 发射阵元、接收阵元、阵元间距、CPI 期间的脉冲数和脉冲重复频率 (pulse repetition frequency, PRF) 分别设置为  $N_t = 8$ 、 $N_r = 6$ 、 $d_i = d_r = \lambda/2$ 、 $M = 6$  和  $f_r = 1/T_r = 2000$ 。载波频率和波形带宽分别为 1 GHz 和 2.5 MHz, 平台高度为 9000 m, 平台速度为 150 m/s。对于杂波回波, 设置为  $P = 1$ ,  $N_c = 181$ , 杂波协方差为  $\sigma_{c,i}^2 = 1$ 。噪声协方差矩阵是  $\mathbf{I}_{N_r MK}$ 。该算法的终止条件为  $\varepsilon = 10^{-5}$ 。随机生成 100 个初始发射波束形成权值  $\mathbf{t}$ , 并选择初始的  $\mathbf{t}^{(0)}$ , 从而使得初始的输出 SINR 最大化。所提方法与传统的相控阵雷达和 MIMO 雷达系统进行了比较, 当  $K = N_t$  和  $\mathbf{t}_k = \mathbf{e}_k$  ( $\mathbf{e}_k$  表示一个向量, 其第  $k$  个元素为 1, 其余元素

为0)时,表示传统的 MIMO 雷达;当  $K=1$  和  $t = \mathbf{a}(\theta_0)$  时( $\theta_0$  表示阵列指向),为传统的相控阵雷达。

首先,分析不同算法的输出 SINR 随着迭代次数的变化情况。仿真过程中,增加了文献[9-11]中的传统迭代算法作为对比,同时,将式(25)计算  $\mathbf{p}^{(n)}$  的算法 1 记为算法 1-1,将采用式(27)计算  $\mathbf{p}^{(n)}$  的算法 1 记为算法 1-2。图 1 给出了不同方法的输出 SINR 随着迭代次数的变化趋势,仿真中,目标 DOA 为  $\theta_1 = -11.54^\circ$ ,目标的径向速度为  $v_1 = 45 \text{ m/s}$ 。

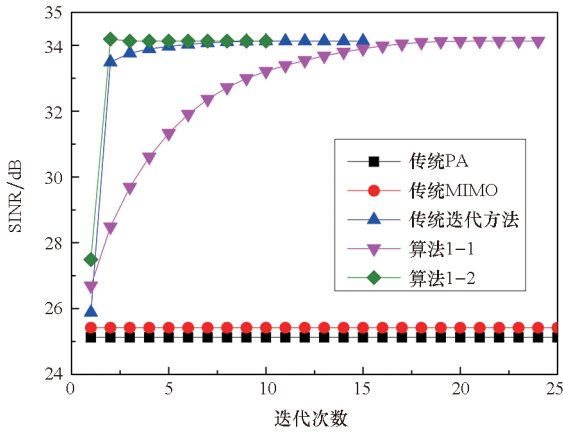
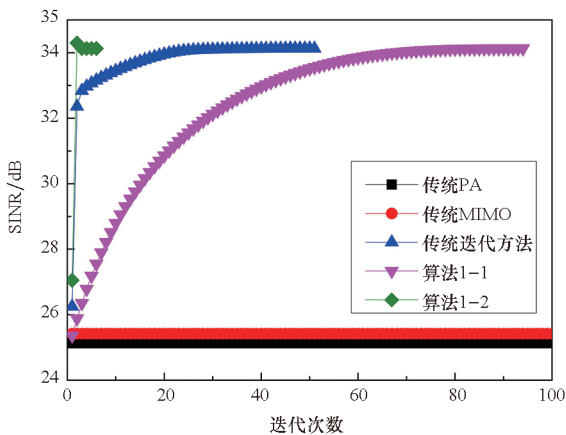
(a)  $K=2$ (b)  $K=6$ 

图 1 不同方法输出 SINR 随迭代次数的关系

Fig. 1 Output SINR versus the iteration number of different methods

从图 1 中可以看出,三种迭代优化算法均能够收敛,且最优输出 SINR 远高于传统的 PA 和传统的 MIMO 雷达;算法 1-2 达到收敛时的迭代次数小于传统迭代方法,而算法 1-1 的迭代次数明显高于传统迭代方法和算法 1-2。对比图 1(a)和图 1(b),当  $K$  增加时,传统迭代方法和算法 1-1 的迭代次数显著增加,而算法 1-2 的收敛迭代次数几乎保持不变。

下面分析不同算法达到收敛时的平均迭代次数和平均计算时间,如表 1 和表 2 所示,仿真试验次数为 100 次,其中,单次迭代平均计算时间为平均计算时间除以总的平均迭代次数,表 1 中  $K=2$ ,表 2 中  $K=6$ 。从表 1 和表 2 可以看出,三种算法的单次迭代平均计算时间非常接近,算法 1-1 的平均迭代次数和平均计算时间在  $K=2$  和  $K=6$  时均明显高于传统迭代方法,而算法 1-2 的平均迭代次数和平均计算时间在两种条件下均显著低于传统迭代方法。在保持最优输出 SINR 性能的同时,算法 1-2 的计算效率是最高的,因此,在接下来的仿真中,采用算法 1-2 进行分析。

表 1 平均迭代次数和平均计算时间( $K=2$ )Tab. 1 Average iteration number and average computational time ( $K=2$ )

算法	平均迭代次数	平均计算时间/s	单次迭代平均计算时间/s
传统迭代方法	18.94	4.833	0.255 0
算法 1-1	65.40	16.794	0.256 8
算法 1-2	4.61	1.170	0.253 8

表 2 平均迭代次数和平均计算时间( $K=6$ )Tab. 2 Average iteration number and average computational time ( $K=6$ )

算法	平均迭代次数	平均计算时间/s	单次迭代平均计算时间/s
传统迭代方法	41.42	17.729	0.428 0
算法 1-1	158.09	67.598	0.427 6
算法 1-2	4.58	1.964	0.428 8

图 2 给出了算法 1-2 不同  $K$  值的输出 SINR 与迭代次数的关系。从图 2 中可以看出,对于所有的  $K$  值,所提算法 1-2 的 SINR 曲线随着迭代次数单调增加,该方法在收敛时的 SINR 值均为 34.13 dB,显然优于传统的 PA(25.12 dB)和传统的 MIMO(25.42 dB)。值得注意的是,算法 1-2 在  $K$  取值不同时均能够快速收敛,且能够达到相同的最优输出 SINR。

图 3 给出了传统 PA、传统 MIMO 雷达和算法 1-2( $K=2$  和  $K=4$ )的空时响应图,其中  $\theta_1 = -11.54^\circ$  和  $v_1 = 45 \text{ m/s}$ 。这里空时响应图定义为

$$P_{w,t}(f_d, \theta) = |\mathbf{w}^H \mathbf{A}(f_d, \theta) \mathbf{t}|^2 \quad (28)$$

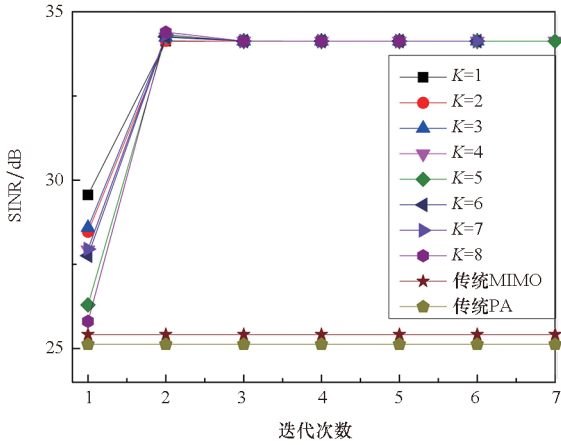
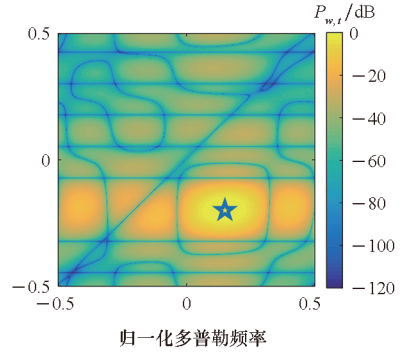


图 2 不同  $K$  值下输出 SINR 随迭代次数的关系  
Fig. 2 Output SINR versus the iteration number under different values of  $K$



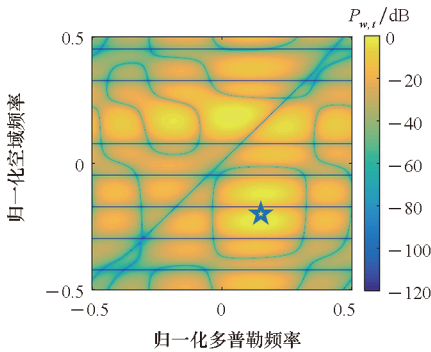
(d) 所提方法 ( $K=4$ )  
(d) Proposed method ( $K=4$ )

图 3 不同方法的空时响应图

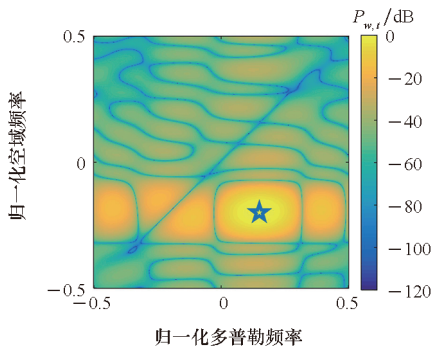
Fig. 3 Spatial-temporal beam pattern of different methods

从图 3 中可以看出,所有方法的主瓣都指向目标位置(0.15, -0.2)。此外,所有的方法都沿杂波脊处形成了凹陷。然而,传统的 PA 雷达由于旁瓣比较高,其空时响应图比传统的 MIMO 雷达和所提方法差。与传统的 MIMO 雷达相比,  $K=2$  和  $K=4$  时算法 1-2 能够在杂波脊处形成更深的凹陷。仿真结果与图 1 情况一致。

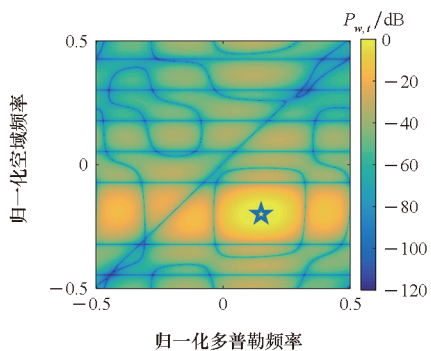
图 4 给出了算法 1-2、传统 PA 和传统 MIMO 雷达在  $v_t=45$  m/s 时输出 SINR 与目标归一化空间频率的关系。正如预期,  $K=2$  时算法 1-2 的输出 SINR 值与  $K=4$  时的输出 SINR 值相同,并且在整个目标空间角范围内都优于传统的 PA 和传统的 MIMO 雷达。当目标的归一化空间频率接近 0.15 时,算法 1-2 的输出 SINR 曲线能够获得比传统 PA 和传统 MIMO 更窄的凹口,说明通过联合优化设计,当目标靠近杂波脊线时,所提方法的目标检测性能更优。



(a) 传统的 PA  
(a) Traditional PA



(b) 传统的 MIMO  
(b) Traditional MIMO



(c) 所提方法 ( $K=2$ )  
(c) Proposed method ( $K=2$ )

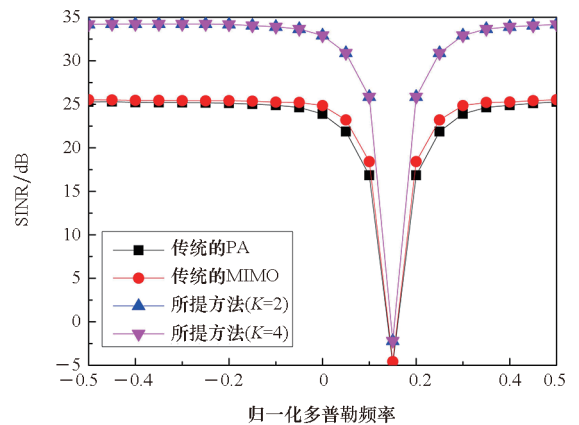


图 4 输出 SINR 随归一化空域频率的变化

Fig. 4 Output SINR versus the normalized spatial frequency

### 4 结论

为了提升信号相关杂波环境下机载雷达的目

标检测性能,本文研究了 TB-MIMO STAP 雷达发射波束形成和接收滤波器的联合设计问题。基于 MVDR 和 MM 思想,设计了一种在能量约束下使 SINR 最大化的迭代方法。仿真结果表明,与传统的迭代优化方法相比,所提算法 1-2 的迭代次数和计算时间显著降低;与传统的 PA-STAP 雷达和传统的 MIMO-STAP 雷达相比,所提方法可以在较大的空间范围内获得更好的杂波抑制能力和更高的输出 SINR。实际上,机载雷达不同工作模式下需要发射不同的波束,比如搜索模式下发射宽波束、跟踪模式下发射窄波束,在未来的研究中将加入发射波束的相似性约束,使得发射波束具有特定的形状。

## 参考文献 (References)

- [1] 何子述,程子扬,李军,等.集中式 MIMO 雷达研究综述[J].雷达学报,2022,11(5):805-829.  
HE Z S, CHENG Z Y, LI J, et al. A survey of colocated MIMO radar[J]. Journal of Radars, 2022, 11(5): 805-829. (in Chinese)
- [2] LI Z H, SHI J P, LIU W J, et al. Robust joint design of transmit waveform and receive filter for MIMO-STAP radar under target and clutter uncertainties[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2022, 71(2): 1156-1171.
- [3] FAN W, LIANG J L, YU G Y, et al. MIMO radar waveform design for quasi-equiripple transmit beampattern synthesis via weighted  $l_p$ -minimization[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2019, 67(13): 3397-3411.
- [4] YU X X, ALHUJAILI K, CUI G L, et al. MIMO radar waveform design in the presence of multiple targets and practical constraints[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2020, 68: 1974-1989.
- [5] LI Y Z, VOROBYOV S A, KOIVUNEN V. Ambiguity function of the transmit beamspace-based MIMO radar[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2015, 63(17): 4445-4457.
- [6] HASSANIEN A, VOROBYOV S A. Transmit energy focusing for DOA estimation in MIMO radar with colocated antennas[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(6): 2669-2682.
- [7] CHENG Z Y, LIAO B, HE Z S, et al. Joint design of the transmit and receive beamforming in MIMO radar systems[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2019, 68(8): 7919-7930.
- [8] LI H B, HIMED B. Transmit subaperturing for MIMO radars with co-located antennas[C]//Proceedings of 8th European Conference on Synthetic Aperture Radar, 2010: 1-4.
- [9] LIU J, LI H B, HIMED B. Joint optimization of transmit and receive beamforming in active arrays[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2014, 21(1): 39-42.
- [10] ZHOU J W, LI H B, CUI W. Joint design of transmit and receive beamforming for transmit subaperturing MIMO radar[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2019, 26(11): 1648-1652.
- [11] GAO Y C, LI H B, HIMED B. Joint transmit and receive beamforming for hybrid active-passive radar[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2017, 24(6): 779-783.
- [12] WARD J. Space-time adaptive processing for airborne radar[C]//Proceedings of the IEE Colloquium on Space-Time Adaptive Processing, 1998.
- [13] TANG B, TUCK J, STOICA P. Polyphase waveform design for MIMO radar space time adaptive processing[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2020, 68: 2143-2154.
- [14] SHI S N, HE Z S, WANG Z Y. Joint design of transmitting waveforms and receiving filter for MIMO-STAP airborne radar[J]. Circuits, Systems, and Signal Processing, 2020, 39(3): 1489-1508.
- [15] WU L L, BABU P, PALOMAR D P. Transmit waveform/receive filter design for MIMO radar with multiple waveform constraints[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2018, 66(6): 1526-1540.

(编辑:熊立桃,罗茹馨)