

形状记忆合金自复位减振装置研制与验证

麻越垠^{1,2,3}, 李道奎^{1,2}, 聂旭涛³, 张伟^{1,3}, 高鑫宇^{3*}, 陈万华³, 陈振华³

(1. 国防科技大学 空天科学学院, 湖南 长沙 410073; 2. 空天任务智能规划与仿真湖南省重点实验室, 湖南 长沙 410073;

3. 中国空气动力研究与发展中心 设备设计及测试技术研究所, 四川 绵阳 621000)

摘要:为改善第二喉道中的可调中心体机构(简称中心体)在工作状态下的流致振动,根据形状记忆合金(shape memory alloy, SMA)偏置双程驱动原理,设计制作一种能够满足中心体有限安装空间要求的SMA自复位减振装置;采用UMAT接口编制的SMA本构关系子程序实现减振装置最大压紧力的数值分析,数值分析与静态调试试验结果误差约为2.58%;搭建地面减振试验平台,测试SMA自复位减振装置分离和闭合状态下的中心体零部件振动响应。减振试验结果显示:SMA自复位减振装置闭合后,中心体振动响应明显降低,在0~100 Hz频带内,均有明显的减振效果,低频至55 Hz范围内,减振率均大于50%。

关键词:形状记忆合金;自复位减振装置;中心体机构;风洞;数值分析;减振试验

中图分类号:TH113.1 文献标志码:A 开放科学(资源服务)标识码(OSID):

文章编号:1001-2486(2024)03-105-11



听语音
聊科研
与作者
互动

Development and verification of shape memory alloy self-resetting vibration damping device

MA Yueyin^{1,2,3}, LI Daokui^{1,2}, NIE Xutao³, ZHANG Wei^{1,3}, GAO Xinyu^{3*}, CHEN Wanhua³, CHEN Zhenhua³

(1. College of Aerospace Science and Engineering, National University Defense Technology, Changsha 410073, China;

2. Hunan Key Laboratory of Intelligent Planning and Simulation for Aerospace Missions, Changsha 410073, China;

3. Facility Design and Instrumentation Institute, China Aerodynamics Research and Development Center, Mianyang 621000, China)

Abstract: In order to improve the flow induced vibration of the adjustable central flap mechanism deployed in the second throat in the working state, a SMA (shape memory alloy) self-resetting vibration damping device which could meet the limited installation space of the central flap mechanism was designed and manufactured according to the biasing two-way driving principle of SMA. The SMA constitutive relation subroutine compiled by UMAT interface was used to realize the numerical analysis of the maximum pressing force of the damping device, and the error between the numerical analysis and the static test results is about 2.58%. A ground vibration reduction test platform was built to test the vibration reduction effect of SMA self-resetting vibration damping device in the separated and closed states. The vibration reduction test results show that the vibration response of the central flap mechanism is significantly reduced with SMA self-resetting damping device activated. An obvious damping effect appear in the frequency band of 0~100 Hz, especially, the damping rate in the range of low frequency to 55 Hz is greater than 50%.

Keywords: shape memory alloy; self-resetting vibration damping device; central flap mechanism; wind tunnel; numerical analysis; vibration reduction test

先进飞行器的快速发展,对风洞试验数据的稳定性和精细化水平提出了更高的要求^[1-3]。二喉道作为连续式跨超声速风洞精确控制马赫数的部段,被布置在试验段下游。开展马赫数范围约为0.8~1.4的跨超声速风洞试验时,通过二喉道中的可调中心体机构(简称中心体),能够快速精确地改变二喉道有效节流面积,从而达到快速微

调试验段马赫数的目的^[4-5]。同时,在二喉道形成声速截面,能有效阻止下游的压力脉动和噪声向前传播,降低试验段的噪声和湍流度^[6],中心体性能的稳定性直接影响风洞试验精准度。中心体在二喉道的布局如图1所示,二喉道位于试验段下游,中心体沿气流方向垂直布置在第二喉道段左、右侧壁对称面位置,通过驱动轴调节中心体

收稿日期:2022-03-03

基金项目:中国空气动力研究与发展中心基础与前沿技术研究基金资助项目(PJD20200224)

第一作者:麻越垠(1987—),男,安徽阜阳人,博士研究生,E-mail:mayueyin@cardc.cn

*通信作者:高鑫宇(1985—),男,四川仁寿人,高级工程师,硕士,E-mail:gaokerry@126.com

至不同的型面状态,如图 1 中型面 1 和型面 2,改变截面 A-A 的节流面积,实现试验马赫数的精确调节。中心体常用构型是由活动薄板组合而成的菱形,通过转动薄板,调节菱形垂直于气流方向的对角边长,实现精确改变二喉道堵塞截面面积的能力。因为活动薄板需要转动,中心体与二喉道的上下壁板存在装配间隙,导致中心体在长跨距上缺少足够的边界约束,降低了中心体的动力学性能。风洞试验中,中心体承受流场中非定常气动载荷,极易产生流致振动,降低中心体精确调节马赫数的能力,影响设备使用安全,严重时会造成风洞在特定马赫数的停车现象。

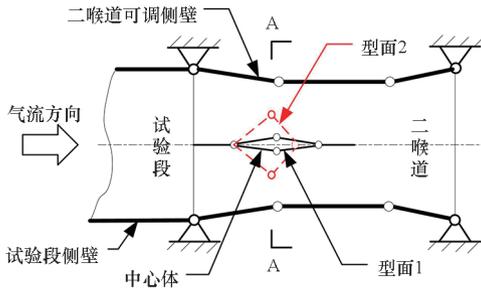


图 1 中心体在风洞二喉道中的布局

Fig. 1 Layout of the central flap mechanism in the second throat of the wind tunnel

为提高中心体的马赫数调节性能,陈旦等^[7]从运动控制角度,采用分段变参数模糊 PID 加串级控制的算法,提出二喉道和压缩机转速的组合控制流程。崔晓春等^[8]采用仿真和试验,验证了加长板中心体在总压损失和流场控制方面综合性能较好。孟凡民等^[9]对亚声速二喉道流场不对称现象开展研究,设计一种加长型的中心体,消除流场不对称。现有研究大多基于中心体控制或流场分析,鲜见从提高中心体结构抗震性角度研究中心体动态性能提升,难点在于在中心体长跨度活动薄板组合中,设计空间有限,且减振装置需要满足中心体薄板转动要求,对控制机构工作状态转换也提出了挑战。

形状记忆合金(shape memory alloy, SMA)具有独特的形状记忆效应和超弹性效应,广泛用于航空航天、机械工程领域。美国先后发起多个基于 SMA 驱动的变形机翼项目,如智能机翼项目^[10]、可变弯度连续后缘项目^[11]等。SMA 空间占用小,输出功率高,在仿生机器人领域(如八臂章鱼^[12]、仿生壁虎^[13]等)也有极高应用。在振动控制领域,利用 SMA 超弹性的迟滞现象,可以制作 SMA 阻尼器;也可以将 SMA 嵌入结构中,改变结构的力学性能和工作状态,进而实现振动主动

控制。本文采用 SMA 丝线作为驱动元件,根据 SMA 偏动式驱动原理,设计一种能够满足中心体有限空间要求的自复位减振装置,开展装置的三维数值仿真分析和静态调试试验,通过地面减振试验,验证装置的减振性能。

1 SMA 自复位减振装置设计

典型的中心体组成如图 2 所示,主要包括驱动轴、左/右调节片、左/右随动翻板、拖板和后隔板。其工作过程为:执行机构通过驱动轴带动左/右调节片同步转动,调节片带动随动翻板和拖板,拖板沿着后隔板的滑槽滑动。运动的结果是使左/右调节片之间产生一定角度,并与其他零件配合产生一个相对连续的型面。

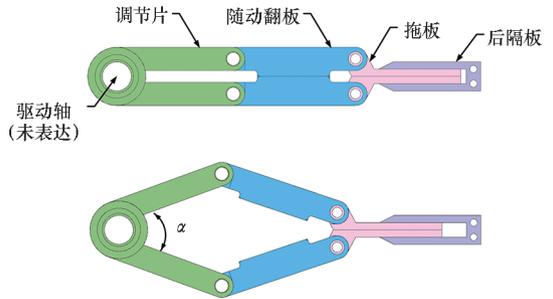


图 2 中心体组成及原理示意图

Fig. 2 Schematic diagram of the composition and principle of the central flap mechanism

中心体在上述截面调节过程中,调节片、随动翻板、拖板与二喉道上/下壁板之间存在相对运动,它们的相对位置会随着型面状态而改变。实际设计中,二喉道上/下壁板与中心体的活动部件之间会保留一定间隙,如图 3 所示,即二者始终处于分离状态。这种设计方案会导致试验过程中,中心体调节片、随动翻板和拖板在气流方向长跨

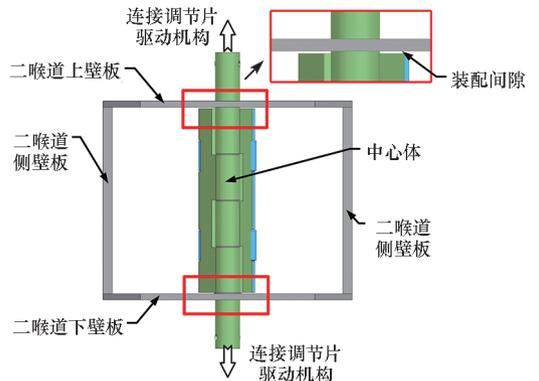


图 3 中心体与上/下壁板装配间隙(沿气流方向)
Fig. 3 Assembly gap between the central flap mechanism and the upper and lower wall panels (along the airflow direction)

距上缺少约束,这些活动部件极易产生明显、甚至严重的流致振动,引起左/右调节片之间夹角发生振荡,导致中心体调节马赫数的性能降低,同时对设备安全造成威胁。

1.1 SMA 特性和分析方法

SMA 是一类智能材料,兼具传感和驱动功能^[14-15],其驱动力大、结构简单紧凑,广泛应用于医疗、航空航天等领域^[16-17]。在典型温度范围内,SMA 通常含有两个组成相,高温奥氏体(austenite, A)相和低温马氏体(martensite, M)相。其中,马氏体又有两种形态,分别为孪晶马氏体(twin martensite, Mt)和退孪晶马氏体(detwin martensite, Md)。低温时,对处于孪晶马氏体状态的 SMA 施加载荷,某些 Mt 会转变成具有特定取向的 Md,此过程被称为退孪。退孪会产生宏观变形,而且将载荷卸除后变形不会消失。此时,如果升温至一定温度,SMA 将发生逆向相变,退孪引起的变形完全回复。随后,再次降温至一定温度,完成 SMA 正向相变,材料回复至初始相状态,如图 4 所示,这一过程中 SMA 表现出的特性被称为形状记忆效应^[18-19]。

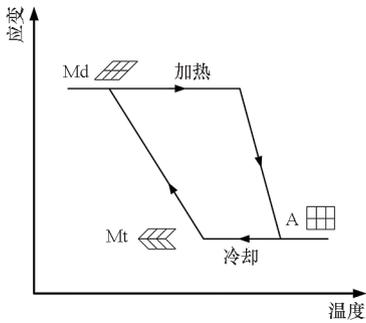


图 4 SMA 形状记忆效应

Fig. 4 Shape memory effect of SMA

SMA 的宏观力学特性源于其内部晶体的微观相变,这种特殊的行为给本构关系的描述带来很大难度。现有 SMA 本构关系模型可大致分为三类:微观热力学模型、细观力学模型和宏观唯象模型^[20-21]。微观热力学模型主要通过描述微元体的微观热力学过程来构造相变自由能,难以用于工程实际问题的分析。细观力学模型在 SMA 的宏观力学行为和微观结构特性之间建立了具有深刻物理意义的联系,该类模型目前还不成熟。宏观唯象模型建立在试验观测、热动力学和相变动力学的基础上,物理意义明确,构造形式简单,计算分析高效,在 SMA 的工程应用中发挥了巨大作用^[22-23]。SMA 的三维本构关系主要有 Boyd-Lagoudas 模型^[24]和

Ivshin-Pence 模型^[25]。Ivshin-Pence 模型相变演化方程较为复杂,在实际工程中没有得到广泛应用。Boyd-Lagoudas 模型利用等效应力代替一维应力,采用马氏体体积分数来描述 SMA 的相变过程,广泛应用于工程分析。Boyd-Lagoudas 模型为

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} [\varepsilon_{kl} - \varepsilon_{kl}^l - \alpha_{kl}(T - T_0)] \quad (1)$$

$$\varepsilon_{kl}^l = \lambda_{kl} \dot{\xi} \quad (2)$$

$$\lambda_{kl} = \begin{cases} -\frac{3}{2} \frac{\Omega}{D} \frac{s_{kl}}{\bar{\sigma}}, & \dot{\xi} > 0 \\ -\frac{\Omega}{D} \frac{\varepsilon_{kl}^l}{\bar{\varepsilon}^l}, & \dot{\xi} < 0 \end{cases} \quad (3)$$

其中: σ_{ij} 为应力张量; s_{kl} 为偏应力; $\bar{\sigma}$ 为等效应力; ε_{kl} 为应变张量; ε_{kl}^l 为相变应变; $\bar{\varepsilon}^l$ 为等效相变应变; Ω 为相变模量; D 为弹性模量; λ_{kl} 为相变张量; C_{ijkl} 为四阶弹性模量张量; α_{kl} 为热膨胀系数; T 为温度; T_0 为初始温度; $\dot{\xi}$ 为马氏体体积分数变化率, $\dot{\xi} = 0$ 表示没有相变,则 $\lambda_{kl} = 0$ 。

ANSYS、ABAQUS 等有限元软件,没有内置 SMA 材料分析模型,研究人员通常根据 SMA 力学试验得到关键参数,采用一定的本构模型编制材料子程序,开展 SMA 力学相关仿真。

1.2 设计原理

SMA 用作驱动器时,通常会设计与之相配合的偏置弹簧(或偏置弹性结构),使其在回复后,在偏置弹簧的作用下重新被拉伸,实现双程驱动^[26]。图 5 为 SMA 自复位减振装置的原理图,

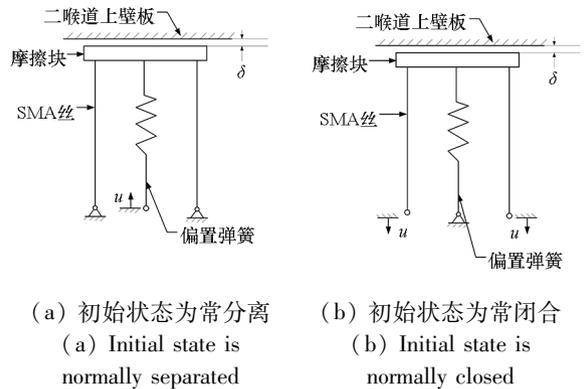


图 5 SMA 自复位减振装置原理

Fig. 5 Principle of SMA self-resetting vibration damping device

装置由两根(或多根)SMA 丝、偏置弹簧和摩擦块组成, δ 为中心体与二喉道上壁板安装间隙。根据装置的初始状态可以分为常分离式和常闭式 SMA 自复位减振装置,以图 5(a)为例,其工作流程为:

1) 初始安装预紧。高温 SMA 丝为奥氏体, 自复位减振装置安装到位后, 调整偏置弹簧压缩量 u , 消除摩擦块与上壁板的安装间隙 δ , 此时摩擦块与上壁板之间不存在法向压力, 或存在很小的法向压力 (以不影响中心体转动为准)。

2) 冷却闭合压紧。中心体转动到位后, 冷却 SMA 丝, 转换为马氏体, 马氏体状态的弹性模量小于奥氏体状态的弹性模量, 偏置弹簧产生的偏置力大于 SMA 丝产生的回复力, 摩擦块被压紧在上壁板, 两者之间产生摩擦力, 其相对位置被约束。

3) 升温分离松压。当中心体需要调整转动位置时, 加热 SMA 丝, 转换为奥氏体, 此时 SMA 丝产生的回复力与偏置力相等, 摩擦块与上壁板分离, 即回复至状态 1。

4) 重复上述步骤 2 ~ 3, 即可实现装置的分离与闭合。

如果初始安装时, SMA 丝为马氏体, 则初始状态为常闭合, 加热 SMA 丝使其产生较大回复力, 装置状态转化为分离状态; 冷却 SMA 丝, 装置状态转化为闭合状态。同理, 也可以设置 SMA 丝的一端为初始调整处, 如图 5(b) 所示, 其工作原理与上述一致。

1.3 装置设计

常分离式 SMA 自复位减振装置设计方案与模型如图 6 所示, 偏置弹簧采用扁梁型柔性铰链, 柔性铰链与带斜面的方框连接, 两根 SMA 丝分别布置在摩擦块底端两侧, 固定在安装基座上。预紧原理为: 在方框斜面上施加 Y 向指定位移, 摩擦块顶部在柔性铰链带动下, 向二喉道上壁板运动。一般采用楔形块 - 斜面配合方式施加方框 Y 向位移, 使楔形块的斜面与柔性铰链方框斜面对压, 把楔形块的垂直纸面的位移, 转换为柔性铰链

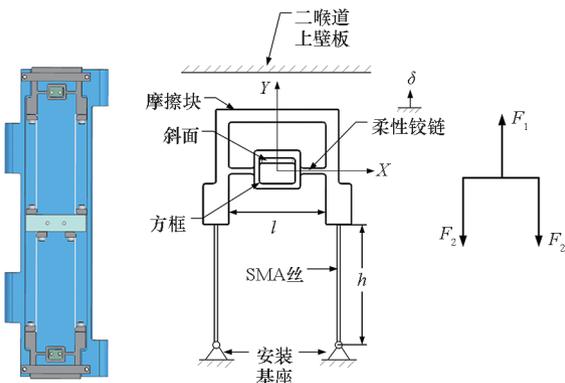


图 6 常分离式 SMA 自复位减振装置设计方案与模型
Fig. 6 Design scheme and model of normally separated SMA self-resetting vibration damping device

的 Y 向位移, 通过调整楔形块的垂直位移, 迫使柔性铰链产生 Y 向变形, 推动摩擦块向上壁板运动, 直至消除安装间隙, 完成初始安装预紧。

安装间隙为 δ , 初始安装预紧能消除安装间隙, 此时柔性铰链的总偏置力为 F_1 , SMA 丝的回复力为 F_2^A , A 表示 SMA 初始状态是奥氏体。忽略方框对柔性铰链的影响, 把柔性铰链与方框简化为两端固支梁, 根据材料力学两端固支梁挠度公式^[27], 可以得到以下平衡关系

$$F_1 = 2F_2^A \tag{4}$$

其中

$$F_1 = \frac{192EI\delta}{l^3} \tag{5}$$

$$F_2^A = E_A \frac{\delta}{h} \cdot \frac{\pi d^2}{4} \tag{6}$$

其中, E 、 I 为柔性铰链材料弹性模量和截面惯性矩, E_A 为奥氏体状态 SMA 的弹性模量, d 为 SMA 丝径。假设铰链截面为矩形, 则 $I = ab^3/12$, 截面宽度 a 需满足薄板厚度的限制, 截面高度 b 再由截面惯性矩公式求解。

冷却 SMA 丝, SMA 由奥氏体转换为马氏体, 则马氏体 SMA 丝的回复力为

$$F_2^M = E_M \frac{\delta}{h} \cdot \frac{\pi d^2}{4} \tag{7}$$

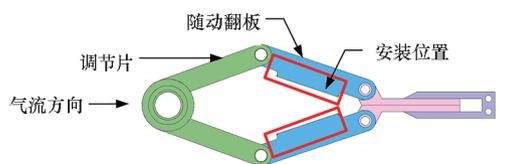
式中, E_M 为马氏体状态 SMA 的弹性模量。则摩擦块与上壁板的接触压力为

$$N = 2F_2^M - F_1 = \frac{\delta\pi d^2}{2h}(E_A - E_M) \tag{8}$$

由此可知, 接触压力的大小仅与 SMA 丝的外形尺寸和材料特性有关。

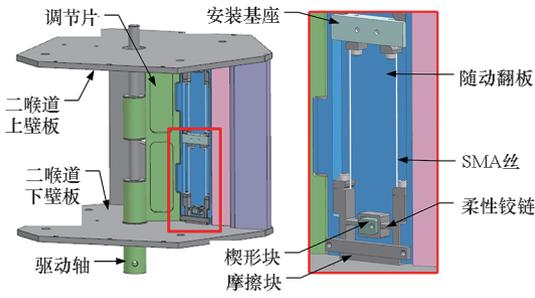
最终设计方案为采用随动翻板为 SMA 自复位减振装置组装部件, 在单个随动翻板与上/下壁板之间均设置一套自复位减振装置, 自复位减振装置安装在两个随动翻板的背风侧, 如图 7 所示。

摩擦块内含有两件板型柔性铰链, 在安装过程中, 首先, 通过螺钉将 SMA 丝的两端分别固定在安装基座和摩擦块上; 其次, 通过螺钉调节楔形块, 使其斜面上压摩擦块, 强迫柔性铰链产生一定的弹性变形, 同时对 SMA 丝形成一定的弹性预紧力, 此时, SMA 丝处于奥氏体状态, 摩擦块的上表



(a) 安装位置

(a) Installation location



(b) 隐藏一侧调节片和随动翻板

(b) Concealing side adjustment tab and following flap

图7 SMA自复位减振装置安装

Fig.7 SMA self-resetting vibration damping device installation

面与壁板面轻微、无缝接触,形成轻微的正压力和切向摩擦力;最后,随动翻板运动到位后,冷却SMA丝,使其发生马氏体正向相变,此时,SMA丝的结构刚度变小,结构内力变小,而在柔性铰链的回复力作用下,摩擦块紧贴壁板,形成了较大的正向压力和切向摩擦力,实现了减振功能。

1.4 其他说明

1) 相对于其他智能材料,如压电等,SMA的响应时间偏长,本次采用SMA丝,在一定程度上可以缩短加热时间,同时,自复位减振装置安装在装置的背风侧,与风洞流体不发生接触,易于保温。本次选用丝径 $\phi = 1\text{ mm}$,加热方式采用直流电源,实际加热至稳定相变时间平均为20 s。

2) 开展连续式风洞试验,在相邻两次试验之间,压缩机不停车,通过调节喷管、二喉道侧壁板和中心体,将试验段流场马赫数调整到指定数值,在马赫数稳定后才能开展试验。连续式风洞常规测力试验在两个相邻工况间的调整时间一般为10~30 min,因此,风洞试验实际流程对SMA自复位减振装置的响应时间并无具体要求。

3) 通过实时测量SMA丝的温度来监测SMA自复位减振装置的工作状态,其工作状态只有摩擦块与上/下壁板脱离(定义为开),反之,两者压紧定义为关。因此,不同于主动抑振,SMA自复位减振装置工作状态的改变对应中心体边界条件的改变,不针对某一特定频率。

2 最大压紧力数值分析

SMA自复位减振装置的减振功能实现效果取决于摩擦块与壁板之间的摩擦力,与最大压紧力成正比,理论计算假定摩擦块柔性铰链为两端固支梁,忽略了中间方框,在方案设计阶段是可行的,最终设计方案仍需要采用有限元法确定最大

压紧力。本文采用Boyd-Lagoudas三维本构模型^[28],利用马氏体体积分数和相变过程中体积分数量转化量作为内变量,在有限元分析软件ABAQUS环境下,编制能够描述SMA形状记忆效应的材料子程序接口UMAT^[29-31],开展SMA自复位减振装置的三维数值仿真。

2.1 SMA本构关系的数值实现

基于SMA三维Boyd-Lagoudas本构关系模型,采用向后欧拉迭代法和回归映射的应力更新算法,编写用户材料子程序接口UMAT,在结构有限元分析软件ABAQUS中实现SMA材料力学行为的数值模拟,其过程主要分为三步:热弹性预测、回归算法修正和一致切线刚度度量更新。

2.1.1 热弹性预测

向后欧拉迭代过程的第一步是进行材料的热弹性预测,即采用上一个加载步(第 n 步)计算获得的内变量结果,以及在当前加载步(第 $n+1$ 步)设置的应变增量 $\Delta\epsilon_{n+1}$ 和温度增量 ΔT_{n+1} ,同时假设相变未发生,材料的应力张量 σ_{n+1} 和相变函数 $\Phi_{i,n+1}$ 计算如下:

$$\begin{cases} \epsilon_{n+1} = \epsilon_n + \Delta\epsilon_{n+1} \\ T_{n+1} = T_n + \Delta T_{n+1} \\ \epsilon_{n+1}^{(0)} = \epsilon_n^t \\ \xi_{n+1}^{(0)} = \xi_n^t \end{cases} \quad (9)$$

$$\sigma_{n+1}^{(0)} = S_n^{-1} : [\epsilon_{n+1} - \alpha(T_{n+1} - T_n) - \epsilon_n^t] \quad (10)$$

$$\Phi_{i,n+1}^{(0)} = \Phi_i(\sigma_{n+1}^{(0)}, T_{n+1}, \xi_{j,n}^t), i=1,2,3 \quad (11)$$

其中: ξ 为马氏体体积分数; α 为热膨胀系数; S 为柔度矩阵; ϵ 为应变张量, ϵ_n^t 为第 n 步的相变应变张量;变量右上角“(0)”代表首次迭代; Φ_i 为相变函数, $i=1$ 代表孪晶马氏体与奥氏体相变(Mt \leftrightarrow A)过程, $i=2$ 代表退孪晶马氏体与奥氏体相变(Md \leftrightarrow A)过程, $i=3$ 代表孪晶马氏体与退孪晶马氏体相变(Mt \leftrightarrow Md)过程。若相变函数 $\Phi_i(\sigma_{n+1}^{(0)}, T_{n+1}, \xi_{j,n}^t) \leq 0$,则材料仍然处于热弹性阶段,没有相变发生,预测应力状态无须修正;若相变函数 $\Phi_i(\sigma_{n+1}^{(0)}, T_{n+1}, \xi_{j,n}^t) > 0$,则材料发生了相变,预测的材料热力学状态超出了相变屈服面。此时,将 $\Phi_i(\sigma_{n+1}^{(0)}, T_{n+1}, \xi_{j,n}^t)$ 作为初始状态变量,计算体积分数量转化量的变化量 $\Delta\xi_i = 0$,引导材料应力张量返回到相变屈服面。

2.1.2 回归算法修正

材料应变张量的计算公式可写成增量形式

$$\begin{aligned} \Delta\epsilon_{n+1} = & \Delta S_{n+1} : \sigma_{n+1} + S_{n+1} : \Delta\sigma_{n+1} + \\ & \Delta\alpha_{n+1}(T_{n+1} - T_0) + \alpha_{n+1}T_{n+1} + \Delta\epsilon_{n+1}^t \end{aligned} \quad (12)$$

式中,柔度矩阵增量 $\Delta S_{n+1} = (\Delta \xi_{1,n+1} + \Delta \xi_{2,n+1}) \Delta S$, 热膨胀系数增量 $\Delta \alpha_{n+1} = (\Delta \xi_{1,n+1} + \Delta \xi_{2,n+1}) \Delta \alpha$, 相应变增量 $\Delta \epsilon_{n+1}^i = \Delta \xi_{2,n+1} A^i + \Delta \xi_{3,n+1} A^d$, A^i 为 $Mt \Leftrightarrow A$ 过程中的相变向量, A^d 为 $Mt \Leftrightarrow Md$ 过程中的相变向量。

令 $\Delta \epsilon_{n+1} = \mathbf{0}, \Delta T_{n+1} = 0$, 则第 k 次迭代步应力张量的增量为

$$\Delta \sigma_{n+1}^{(k)} = - (S_{n+1}^{(k)})^{-1} [\Delta S_{n+1} : \sigma_{n+1}^{(k)} + \Delta \alpha_{n+1} (T_{n+1} - T_0) + \Delta \epsilon_{n+1}^{(k)}] \quad (13)$$

此外,线性化相变函数,可以得到一致相容条件,联立方程组如下:

$$\begin{cases} \Phi_{1,n+1}^{(k)} + \partial_{\sigma} \Phi_{1,n+1}^{(k)} : \Delta \sigma_{n+1}^{(k)} + \partial_{\xi_j} \Phi_{1,n+1}^{(k)} \Delta \xi_{j,n+1}^{(k)} = 0, j=1,2,3 \\ \Phi_{2,n+1}^{(k)} + \partial_{\sigma} \Phi_{2,n+1}^{(k)} : \Delta \sigma_{n+1}^{(k)} + \partial_{\xi_j} \Phi_{2,n+1}^{(k)} \Delta \xi_{j,n+1}^{(k)} = 0, j=1,2,3 \\ \Phi_{3,n+1}^{(k)} + \partial_{\sigma} \Phi_{3,n+1}^{(k)} : \Delta \sigma_{n+1}^{(k)} + \partial_{\xi_j} \Phi_{3,n+1}^{(k)} \Delta \xi_{j,n+1}^{(k)} = 0, j=1,2,3 \end{cases} \quad (14)$$

其中, $\Phi_{i,n+1}^{(k)}$ ($i=1,2,3$) 代表第 $n+1$ 步下的第 k 迭代步的对应相变过程的相变函数。

求解上述方程组,可以得到第 k 次迭代的各个体积分数转化量的增量 $\Delta \xi_{j,n+1}^{(k)}$ 。根据相变演化方程,更新第 $k+1$ 次迭代步的相变应变、体积分数转化量以及体积分数。

$$\epsilon_{n+1}^{i(k+1)} = \epsilon_{n+1}^{i(k)} + \Delta \epsilon_{n+1}^{i(k)} \quad (15)$$

$$\xi_{j,n+1}^{i(k+1)} = \xi_{j,n+1}^{i(k)} + \Delta \xi_{j,n+1}^{i(k)} \quad (16)$$

$$\begin{cases} c_1 = c_{1,0} + \xi_1 - \xi_3 \\ c_2 = c_{2,0} + \xi_2 + \xi_3 \\ c_3 = c_{3,0} - \xi_1 - \xi_2 \end{cases} \quad (17)$$

其中: c_i ($i=1,2,3$) 分别代表孪晶马氏体、退孪晶马氏体和奥氏体的体积分数; $c_{i,0}$ ($i=1,2,3$) 分别代表三类晶体相的初始体积分数; ξ_i ($i=1,2,3$) 分别表示三类相变过程中体积分数的转化量。

2.1.3 一致切线刚度模量更新

在应变和温度增量给定的条件下,每个单元积分点的切线刚度模量和应力张量都必须在每次迭代收敛完成后进行相应的更新。线性化 SMA 的本构关系模型,其微分形式如下:

$$d\sigma = \Gamma : d\epsilon + \Theta dT \quad (18)$$

式中, Γ 为切线刚度模量, Θ 为热弹性模量。根据 SMA 材料的一致性相容条件,相变函数的全微分形式为

$$\begin{cases} d\Phi_1 = \partial_{\sigma} \Phi_1 : d\sigma + \partial_T \Phi_1 dT + \partial_{\xi_j} \Phi_1 d\xi_j = 0, j=1,2,3 \\ d\Phi_2 = \partial_{\sigma} \Phi_2 : d\sigma + \partial_T \Phi_2 dT + \partial_{\xi_j} \Phi_2 d\xi_j = 0, j=1,2,3 \\ d\Phi_3 = \partial_{\sigma} \Phi_3 : d\sigma + \partial_T \Phi_3 dT + \partial_{\xi_j} \Phi_3 d\xi_j = 0, j=1,2,3 \end{cases} \quad (19)$$

应力的增量表达式为

$$d\sigma_{n+1} = S_{n+1}^{-1} [d\epsilon_{n+1} - dS_{n+1} : \sigma_{n+1} - d\alpha_{n+1} (T_{n+1} - T_0) - \alpha_{n+1} dT_{n+1} - d\epsilon_{n+1}^i] \quad (20)$$

联合相变函数和应力增量的表达式,消除体积分数增量 $d\xi_i$,即可得到切线刚度模量和热弹性模量。

2.2 数值分析结果

SMA 自复位减振装置的三维数值分析模型如图 8 所示,其中,SMA 丝和摩擦块均为弹性体,分别采用三维二次热力耦合缩减单元 C3D20RT 和三维线性热力耦合缩减单元 C3D8RT 划分网格,二喉道壁板(简称壁板)为离散刚体,采用线性刚体单元 R3D4 划分网格。在摩擦块上表面与壁板下表面之间定义接触关系。SMA 丝一端与摩擦块下表面连接,另一端固定约束。摩擦块材料为不锈钢,SMA 丝的材料关键分析参数如表 1 所示, M_s, M_f 为马氏体相变开始和结束温度, A_s, A_f 为奥氏体相变开始和结束温度,摩擦块上表面与壁板下表面之间的初始间隙为 0.5 mm。

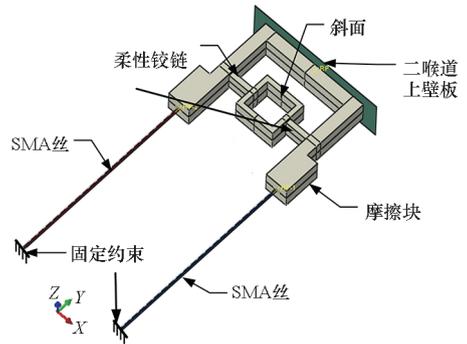


图 8 有限元分析模型

Fig. 8 Model for finite element analysis

表 1 SMA 丝材料关键分析参数

Tab. 1 Key analysis parameters of SMA wire material

参数	数值	参数	数值
M_s	287 K	A_f	368 K
M_f	300 K	E_M	11 GPa
A_s	336 K	E_A	30 GPa

根据 SMA 自复位减振装置的装配工艺和工作原理,结构数值仿真定义了三个载荷步,依次为分析安装预压(载荷步一)、冷却压紧(载荷步二)、升温松压(载荷步三),模拟在载荷步中结构主要性能参数的变化规律。

载荷步一,结构整体温度为 400 K,SMA 丝处于完全奥氏体状态,在楔形块作用面上,施加

法向位移 0.519 mm,迫使柔性铰链、SMA 丝发生弹性变形,以及摩擦块上表面与壁板下表面之间发生轻微接触。计算结果如图 9 所示。其中,图 9(a)显示了结构的温度分布云图,结构温度均为 400 K。图 9(b)显示了结构的等效应力分布云图,可以看到,摩擦块的最大等效应力约为 83.3 MPa,位于柔性铰链根部,SMA 丝的等效应力分布均匀,约为 187.4 MPa,单根丝线能够产生

约 147.2 N 的拉力。图 9(c)显示了结构的 Y 向位移分布云图,最大值约为 0.519 mm。图 9(d)为刚体壁板参考点的反作用力,等于摩擦块与壁板之间的接触压力,约为 5.043 N,这表明摩擦块与壁板之间已经发生了轻微接触,在后续分析步中,均采用刚体壁板参考点的反作用力表达摩擦块与壁板之间的接触压力。

载荷步二,楔形块作用面的 Y 向位置保持不变,将 SMA 丝冷却至 287 K。计算结果如图 10 所示。其中,图 10(a)显示了结构的温度分布云图,摩擦块温度保持在 400 K,而 SMA 丝降至 287 K。图 10(b)显示了结构的等效应力分布云图,可以看到,摩擦块的最大等效应力约为 82.7 MPa,仍位于柔性铰链根部,SMA 丝的等效应力分布均匀,约为 70.5 MPa,单根丝线能够产生的拉力降至 55.4 N,减少了约 91.8 N。图 10(c)显示了摩擦块与壁板之间的接触压力,约为 186.6 N,增加了约 181.557 N,这表明摩擦块与壁板之间已经发生了紧密接触。

载荷步三,楔形块作用面的 Y 向位置仍然维持不变,将 SMA 丝加热至 400 K。计算结果如图 11 所示。其中,图 11(a)显示了结构的温度分布云图,摩擦块温度保持在 400 K,而 SMA 丝回复至 400 K。图 11(b)显示了结构的等效应力分布云图,可以看到,摩擦块的最大等效应力约为 83.3 MPa,仍位于柔性铰链根部,SMA 丝的等效应力分布均匀,增加至 183.7 MPa,单根丝线能够产生的拉力增至 144.3 N。图 11(c)显示了摩擦块与壁板之间的接触压力,约为 10.59 N,减小了约 176.01 N,这表明摩擦块与壁板之间仅仅是轻微接触。

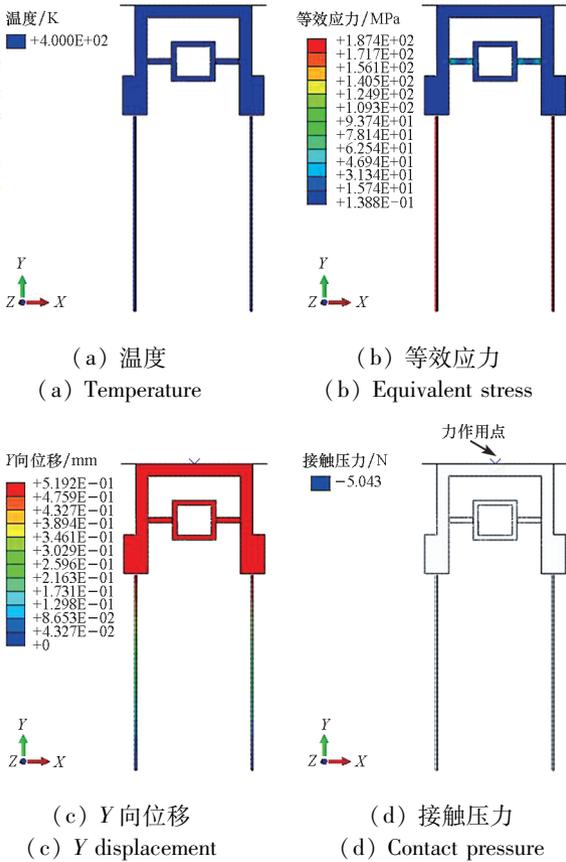


图 9 载荷步一分析结果云图

Fig. 9 Contour of load step 1 analysis result cloud map

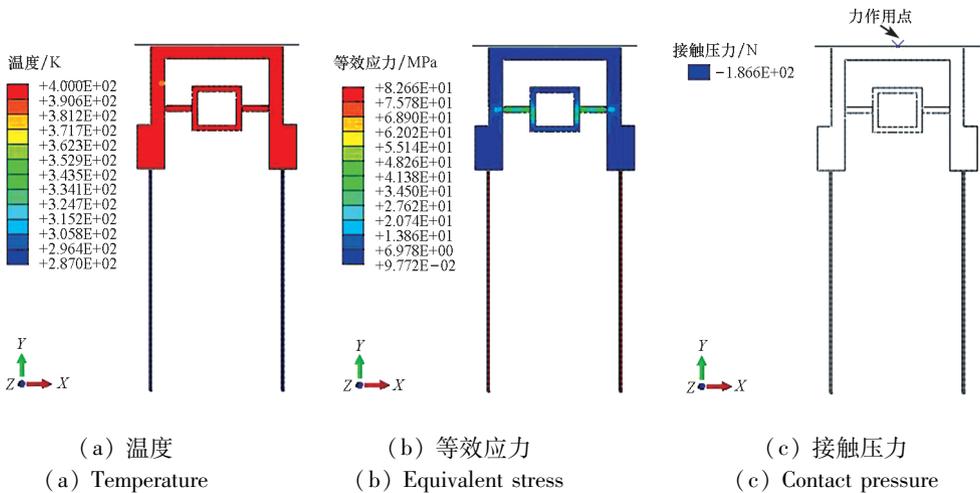


图 10 载荷步二分析结果云图

Fig. 10 Contour of load step 2 analysis result cloud map

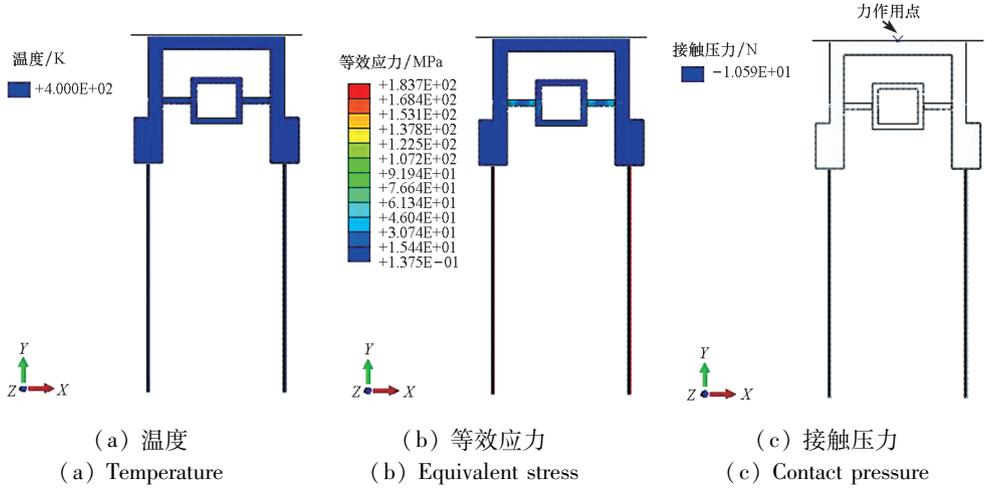


图 11 载荷步三分析结果云图

Fig. 11 Contour of load step 3 analysis result cloud map

3 静态调试试验

根据上述结构设计方案,加工一套 SMA 自复位减振装置,用于开展地面静态调试试验,检验摩擦力是否满足设计要求,同时验证仿真分析结果。采用压力传感器测试摩擦块的正向压力,SMA 丝采用直流电源加热,冰袋冷却。

静态调试试验平台组成包括减振装置结构样件、测温仪(型号:AR847)、轮辐式拉压力传感器(型号:DYLF-102)、膜盒式拉压力传感器(型号:JLBM-50)、直流电源等,试验设备参数见表 2。试验过程中,通过轮辐式拉压力传感器和膜盒式拉压力传感器,可以分别测量壁板与摩擦块之间的接触压力和切向摩擦力;通过测温仪可以检测 SMA 丝的温度。

表 2 静态调试试验设备参数

Tab. 2 Parameters of equipment used in debugging test

仪器名称	型号	关键指标
测温仪	AR847	测温范围: -20 ~ 1 000 °C 测量误差: ±1 °C
轮辐式拉压力传感器	DYLF-102	灵敏度: (2 ± 0.05) mV/V
膜盒式拉压力传感器	JLBM-50	灵敏度: (2 ± 0.05) mV/V

试验流程为:

1) 通过直流电源加热 SMA 丝至 400 K 左右,使其处于完全奥氏体状态。

2) 通过螺钉调节楔形块,使其斜面上压摩擦块,强迫柔性铰链产生一定的弹性变形,同时对 SMA 丝形成一定的弹性预紧力,此时,摩擦块的上表面与壁板的表面发生轻微接触,形成轻微的

正压力和切向摩擦力。

3) 关闭直流电源,并采用凉水袋冷却 SMA 丝; SMA 最终温度为 14 °C (约 287 K),此时,测得壁板与摩擦块之间的接触压力约为 181.9 N,与数值结果 (186.6 N) 之间的误差约为 2.58%,与公式(8)理论计算结果(173.4 N)之间的误差约为 4.67%。

4) 扯动壁板,测得壁板两面的合摩擦力约为 4.9 kg,即 48 N,可得摩擦系数约为 0.132。

4 减振试验

为验证 SMA 自复位减振装置的实际减振效果,搭建中心体地面激振试验平台,测点布置如图 12 所示,分别在调节片中部和随动翻板中部布置激励点,响应点布置在随动翻板底部。参考火炮、火箭和叶片的减振试验^[32-35],设计本次减振试验流程,并开展减振结果分析。

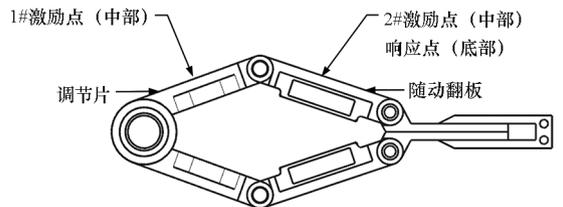


图 12 地面激振试验测点布置

Fig. 12 Layout of measuring points for ground excitation test

按照激励位置的不同,减振试验分为两部分,分别检验不同部位激励下的减振效果:

1) 激励调节片,测试响应点的加速度响应,首先将 SMA 丝加热至奥氏体状态,即 SMA 自复位减振装置为分离状态,在 100 Hz 内随机激振;其次冷却 SMA 丝至马氏体状态,即装置为闭合状态,重复上述随机振动试验。

2) 激励随动翻板,测试响应点的加速度响应,试验流程与步骤1一致。试验现场激励器型号为 NTS MS50,采用机械阻抗传感器(型号:PCB 288D01)记录激振力曲线,加速度传感器(型号:Dytran 3097A2)记录加速度响应曲线,计算两者的频率响应函数,试验设备参数见表3。

表3 减振试验设备参数

Tab.3 Parameters of equipment used in vibration test

仪器名称	型号	关键指标
激励器	NTS MS50	最大激振力:500 N 激励频率:DC ~ 2 kHz
机械阻抗传感器	PCB 288D01	灵敏度:22.4 mV/N; 频率范围:1 Hz ~ 5 kHz
加速度传感器	Dytran 3097A2	灵敏度:100 mV/g

图13为激励调节片中部,SMA自复位减振装置分离和闭合状态下,响应点的频响函数曲线。频率在20~80 Hz范围内时,减振效果明显;0~20 Hz范围内,出现闭合状态下振动反而增大的现象,初步分析是与调节片连接的部件加工装配没有完全消除间隙导致局部激励时引起晃动,在激励随动翻板时,此现象消失,也间接验证上述分析。

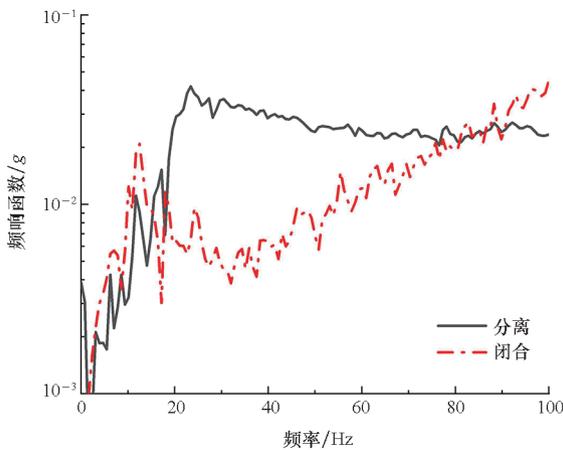


图13 激励调节片时,响应点频响函数曲线
Fig.13 Frequency response function curve of the response point when exciting the adjustment piece

图14为激励随动翻板中部,SMA自复位减振装置分离和闭合状态下,响应点的频响函数曲线。在测试频段内,减振效果明显。

为考察不同状态的减振效果,以分离状态为参考,闭合状态下响应点频响函数的减小量定义为减振率,即

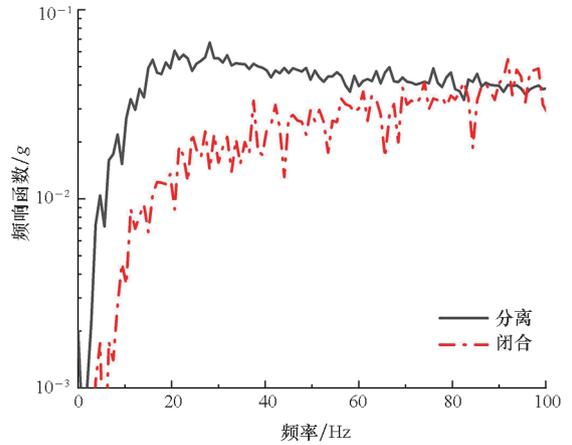


图14 激励随动翻板时,响应点频响函数曲线
Fig.14 Frequency response function curve of the response point when exciting the follow-up flap

$$\text{减振率} = 1 - \frac{FRF_{CLOSE}}{FRF_{OPEN}} \quad (21)$$

式中, FRF_{OPEN} 、 FRF_{CLOSE} 分别为分离状态和闭合状态下响应点频响函数。

图15为激励随动翻板工况下,式(21)定义的减振率曲线,在2.2~55 Hz范围内,减振率均大于50%。

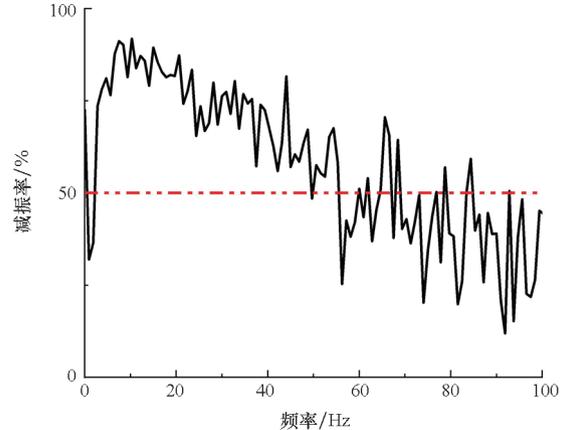


图15 激励随动翻板时,响应点的减振率
Fig.15 Damping rate of the response point when exciting the follow-up flap

5 结论

在风洞中心体机构设计中,本文基于SMA形状记忆效应,研制了自复位减振装置研制,并对其进行仿真和试验研究,得到以下结论:

1) SMA与偏置弹性元件相结合,利用SMA形状记忆效应,可以实现自复位减振装置的双程驱动;结构简单紧凑,安装空间小,驱动力大,适合中心体调节片、随动翻板等薄板类型结构的减振需求。

2) 最大摩擦力只与SMA材料特性、外形尺

寸和摩擦系数有关,数值分析和静态调试试验结果一致性较好。

3) 减振试验结果表明,随动翻板在 SMA 自复位减振装置闭合状态下,减振效果明显,2.2 ~ 55 Hz 范围内,减振率均大于 50%。

4) 鉴于 SMA 温度驱动特性,此装置更适宜用于低温风洞中心体机构,本文对提高低温风洞试验数据的准确性提出了一套可行的中心体减振设计参考方案。

参考文献 (References)

[1] 路波, 吕彬彬, 罗建国, 等. 跨声速风洞全模颤振试验技术[J]. 航空学报, 2015, 36(4): 1086-1092.
LU B, LYU B B, LUO J G, et al. Wind tunnel technique for transonic full-model flutter test [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2015, 36(4): 1086-1092. (in Chinese)

[2] 何磊, 钱炜祺, 易贤, 等. 基于转置卷积神经网络的翼型结冰冰形图像化预测方法[J]. 国防科技大学学报, 2021, 43(3): 98-106.
HE L, QIAN W Q, YI X, et al. Graphical prediction method of airfoil ice shape based on transposed convolution neural networks [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2021, 43(3): 98-106. (in Chinese)

[3] 王南天, 许晓斌, 马晓宇, 等. 应变天平测量电路退化及失效检测技术[J]. 国防科技大学学报, 2020, 42(1): 150-155.
WANG N T, XU X B, MA X Y, et al. Degradation and failure detection technology on strain balance measuring circuit[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2020, 42(1): 150-155. (in Chinese)

[4] 陈吉明, 吴盛豪, 廖达雄, 等. 0.6 m 连续式跨声速风洞流场品质改进试验研究[J]. 南京航空航天大学学报, 2021, 53(2): 236-242.
CHEN J M, WU S H, LIAO D X, et al. Experimental study for improving flow-field quality for 0.6 m continuous transonic wind tunnel[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2021, 53(2): 236-242. (in Chinese)

[5] 陈建兵, 高鑫宇, 蔡清青. 风洞二喉道调节片机构分析与设计[J]. 机械工程与自动化, 2012(5): 87-89.
CHEN J B, GAO X Y, CAI Q Q. Analysis and design of adjustable flaps mechanism of second throat in wind tunnel[J]. Mechanical Engineering & Automation, 2012(5): 87-89. (in Chinese)

[6] LAYUKALLO T, NAKAMURA Y. Flow stabilization in a transonic wind tunnel with a second throat[J]. Journal of Aircraft, 2000, 37(6): 1033-1037.

[7] 陈旦, 张永双, 李刚, 等. 连续式风洞二喉道调节马赫数控制策略[J]. 航空动力学报, 2019, 34(10): 2167-2176.
CHEN D, ZHANG Y S, LI G, et al. Mach number control strategy for continuous wind tunnel with second throat[J]. Journal of Aerospace Power, 2019, 34(10): 2167-2176. (in Chinese)

[8] 崔晓春, 孟凡民, 李庆利, 等. 跨声速风洞调节片式二喉道中心体构型初步研究[J]. 航空学报, 2017, 38(11): 121327.
CUI X C, MENG F M, LI Q L, et al. Preliminary research

on center body of adjusting plate second throat in transonic wind tunnel [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2017, 38(11): 121327. (in Chinese)

[9] 孟凡民, 张刃, 李庆利, 等. 亚声速二喉道流场不对称现象研究[J]. 实验流体力学, 2015, 29(2): 43-47.
MENG F M, ZHANG R, LI Q L, et al. Research on asymmetric field flow in the subsonic second throat [J]. Journal of Experiments in Fluid Mechanics, 2015, 29(2): 43-47. (in Chinese)

[10] BARTLEY-CHO J D, WANG D P, MARTIN C A, et al. Development of high-rate, adaptive trailing edge control surface for the smart wing phase 2 wind tunnel model [J]. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 2004, 15(4): 279-291.

[11] NGUYEN N T, LIVNE E, PRECUP N, et al. Experimental investigation of a flexible wing with a variable camber continuous trailing edge flap design [C]//Proceedings of the 32nd AIAA Applied Aerodynamics Conference, 2014.

[12] CIANCHETTI M, CALISTI M, MARGHERI L, et al. Bioinspired locomotion and grasping in water: the soft eight-arm OCTOPUS robot [J]. Bioinspiration & Biomimetics, 2015, 10(3): 035003.

[13] MODABBERIFAR M, SPENKO M. A shape memory alloy-actuated gecko-inspired robotic gripper [J]. Sensors and Actuators A: Physical, 2018, 276: 76-82.

[14] 毛婷, 彭瀚旻, 查泽琳, 等. 形状记忆合金驱动连续跳跃柔性机器人[J]. 振动测试与诊断, 2021, 41(3): 447-452, 617.
MAO T, PENG H M, ZHA Z L, et al. Continuous jumping soft robot driven by shape memory alloy [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2021, 41(3): 447-452, 617. (in Chinese)

[15] 秦晓宇, 张小勇, 闫晓军, 等. 自锁式形状记忆合金馈源锁紧机构[J]. 宇航学报, 2016, 37(3): 357-363.
QIN X Y, ZHANG X Y, YAN X J, et al. An SMA-actuated locking device for feed source structure based on self-locking principle [J]. Journal of Astronautics, 2016, 37(3): 357-363. (in Chinese)

[16] 李晓光, 张弼, 张道辉, 等. 形状记忆合金手指系统的输出力自适应控制[J]. 控制理论与应用, 2021, 38(1): 33-43.
LI X G, ZHANG B, ZHANG D H, et al. Adaptive force control of robotic finger actuated by shape memory alloy [J]. Control Theory & Applications, 2021, 38(1): 33-43. (in Chinese)

[17] 杨建楠, 黄彬, 谷小军, 等. 形状记忆合金力学行为与应用综述[J]. 固体力学学报, 2021, 42(4): 345-375.
YANG J N, HUANG B, GU X J, et al. A review of shape memory alloys: mechanical behavior and application [J]. Chinese Journal of Solid Mechanics, 2021, 42(4): 345-375. (in Chinese)

[18] 李杰锋, 潘荣华, 杨忠清. 形状记忆合金双程弯曲驱动器的设计及试验[J]. 中国机械工程, 2021, 32(19): 2305-2311, 2320.
LI J F, PAN R H, YANG Z Q. Design and tests of a two-way SMA bending actuator [J]. China Mechanical Engineering, 2021, 32(19): 2305-2311, 2320. (in Chinese)

[19] 杨静宇, 王吉昌, 马连生. 热-机载荷下形状记忆合金梁变形特性的研究[J]. 稀有金属, 2018, 42(10): 1032-1039.

- YANG J N, WANG J C, MA L S. Deformation characteristics of shape memory alloy beam under thermal and mechanical loads[J]. Chinese Journal of Rare Metals, 2018, 42(10): 1032-1039. (in Chinese)
- [20] 衣晓洋, 孟祥龙, 蔡伟, 等. Ti-Ni-Hf 高温形状记忆合金的研究进展[J]. 材料工程, 2021, 49(3): 31-40.
- YI X Y, MENG X L, CAI W, et al. Research progress in Ti-Ni-Hf high temperature shape memory alloys[J]. Journal of Materials Engineering, 2021, 49(3): 31-40. (in Chinese)
- [21] 孙彤, 李宏男. 新型多维形状记忆合金阻尼器的试验研究[J]. 工程力学, 2018, 35(3): 178-185.
- SUN T, LI H N. Experimental investigation of an innovative multidimensional SMA damper[J]. Engineering Mechanics, 2018, 35(3): 178-185. (in Chinese)
- [22] 李云飞, 曾祥国. 基于不可逆热力学的 Ni-Ti 合金动态本构模型及其有限元实现[J]. 材料导报, 2019, 33(10): 1676-1680.
- LI Y F, ZENG X G. Dynamic constitutive model and finite element implementation of Ni-Ti shape memory alloy based on irreversible thermodynamics[J]. Materials Reports, 2019, 33(10): 1676-1680. (in Chinese)
- [23] 胡殿印, 彭靖夫, 贾傲, 等. SMA 复合材料低速冲击数值模拟方法[J]. 航空动力学报, 2016, 31(1): 17-22.
- HU D Y, PENG J F, JIA A, et al. Numerical simulation method of low-velocity impact on SMA composite material[J]. Journal of Aerospace Power, 2016, 31(1): 17-22. (in Chinese)
- [24] BOYD J G, LAGOUDAS D C. A thermodynamical constitutive model for shape memory materials. part I. the monolithic shape memory alloy[J]. International Journal of Plasticity, 1996, 12(6): 805-842.
- [25] IVSHIN Y, PENCE T J. A thermomechanical model for a one variant shape memory material[J]. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 1994, 5(4): 455-473.
- [26] 闫晓军, 张小勇. 形状记忆合金智能结构[M]. 北京: 科学出版社, 2015: 7-8.
- YAN X J, ZHANG X Y. Shape memory alloy intelligent structure[M]. Beijing: Science Press, 2015: 7-8. (in Chinese)
- [27] 成大先. 机械设计手册: 第4卷[M]. 5版. 北京: 化学工业出版社, 2008: 113-114.
- CHENG D X. Handbook of mechanical design: volume 4[M]. 5th ed. Beijing: Chemical Industry Press, 2008: 113-114. (in Chinese)
- [28] 王振清, 梁文彦, 周博. 形状记忆材料的本构模型[M]. 北京: 科学出版社, 2017: 6-7.
- WANG Z Q, LIANG W Y, ZHOU B. The constitutive model of shape memory materials[M]. Beijing: Science Press, 2017: 6-7. (in Chinese)
- [29] 洪杰, 郑华强, 杨鑫. 形状记忆合金变刚度结构振动控制仿真研究[J]. 推进技术, 2018, 39(6): 1369-1378.
- HONG J, ZHENG H Q, YANG X. Simulation study on vibration control of variable stiffness structure with shape memory alloy[J]. Journal of Propulsion Technology, 2018, 39(6): 1369-1378. (in Chinese)
- [30] 李春祥, 汤钰新. 混合形状记忆合金和屈曲约束支撑系统自复位抗震研究[J]. 振动与冲击, 2014, 33(10): 152-156, 176.
- LI C X, TANG Y X. Self-centering earthquake-resistance of a hybrid shape memory alloy and buckling-restrained brace system[J]. Journal of Vibration and Shock, 2014, 33(10): 152-156, 176. (in Chinese)
- [31] 韩佳, 彭向和, 陈翔, 等. 一种修正的形状记忆合金本构模型数值算法及应用[J]. 应用力学学报, 2015, 32(2): 204-208, 349-350.
- HAN J, PENG X H, CHEN X, et al. A modified algorithm for constitutive models of shape memory alloy and numerical implementation[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2015, 32(2): 204-208, 349-350. (in Chinese)
- [32] 葛建立, 邓远泊, 王宗范, 等. 轮式突击炮行进间射击炮口振动分析及稳定控制[J]. 国防科技大学学报, 2023, 45(4): 162-169.
- GE J L, DENG Y B, WANG Z F, et al. Muzzle vibration analysis and stability control of wheeled assault gun firing on the move[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2023, 45(4): 162-169. (in Chinese)
- [33] 姜人伟, 曾耀祥, 潘忠文, 等. 运载火箭随机振动环境试验条件的变带宽设计方法[J]. 国防科技大学学报, 2022, 44(6): 1-5.
- JIANG R W, ZENG Y X, PAN Z W, et al. Variable-bandwidth design method of the random vibration environmental test condition for launch vehicle[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2022, 44(6): 1-5. (in Chinese)
- [34] 沈国际, 官凤娇, 边子方, 等. 裂纹叶片非线性振动响应理论分析与实验验证[J]. 国防科技大学学报, 2021, 43(6): 127-134.
- SHEN G J, GUAN F J, BIAN Z F, et al. Theoretical analysis and experimental verification of nonlinear vibrational response of cracked blade[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2021, 43(6): 127-134. (in Chinese)
- [35] 庞福振, 郑嘉俊, 高聪, 等. 圆柱壳振动声辐射 Jacobi-Ritz 时域半解析法及特性分析[J]. 国防科技大学学报, 2023, 45(4): 136-146.
- PANG F Z, ZHENG J J, GAO C, et al. Jacobi-Ritz time domain semi-analytic method and characteristic analysis of cylindrical shell vibro-acoustic radiation[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2023, 45(4): 136-146. (in Chinese)