

利用舰船内部磁场的反演建模方法

何保委,张俊洪,刘胜道*,周国华,唐烈峥,宗敬文
(海军工程大学 电气工程学院,湖北 武汉 430033)

摘要:积分方程法被广泛应用于舰船磁场反演建模当中,但模型要求有足够多的测量点用于获取舰船在特定深度的磁场。针对积分方程法利用近场磁场建模时精度较差的问题,提出一种增加约束方程的改进措施,并分别开展了薄钢板模型和三维舰船模型磁场数值仿真。采用有限元方法对舰船内部测量点进行初始化选择,基于舰船内部磁场测量值构建了反演模型,采用奇异值分解法求解磁源参数并预测船外空间磁场,舰船外部空间磁场预测结果的均方根误差小于12%。舰船舱段模型磁场推算实验表明,由舱段内部磁场预测外部磁场的均方根误差约为13%,证明了所提出方法的有效性,可以改善传统反演模型的不稳定和精度不足的问题,研究结果可为舰船闭环消磁的算法设计提供思路。

关键词:积分方程法;舰船磁场;反演建模;内部磁场;闭环消磁

中图分类号:TM153.1 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2024)04-184-07



论
文
拓
展

Inversion modeling method utilizing ship's internal magnetic field

HE Baowei, ZHANG Junhong, LIU Shengdao*, ZHOU Guohua, TANG Liezheng, ZONG Jingwen

(College of Electrical Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

Abstract: The integral equation method is widely used in ship's magnetic field inversion modeling, but the model requires enough measurement points to obtain the ship's magnetic field at a specific depth. To address the problem that the integral equation method uses the near-field magnetic field to model with poor accuracy, an improved measure by adding constraint equation was proposed. The numerical simulation of the magnetic field of a thin steel plate model and a 3D ship model was carried out respectively. The finite element method was used to initialize the selection of the ship's internal measurement points. The inversion modeling was constructed based on the measured values of the internal magnetic field of the ship and the singular value decomposition method was used to solve the magnetic source parameters and predict the external space magnetic field. It shows that the root mean square error of the prediction results of the external space magnetic field of the ship is less than 12%. The magnetic field measurement experimental verification of the ship cabin model shows that the root mean square error of the prediction of the external magnetic field from the internal magnetic field of the cabin is about 13%, which proves the effectiveness of the proposed method and can improve the instability and insufficient accuracy of the traditional inversion model. The research results can provide ideas for the algorithm design of closed-loop degaussing of ships.

Keywords: integral equation method; ship's magnetic field; inversion modeling; internal magnetic field; closed-loop degaussing

在地磁场的磁化作用下,钢铁材料的舰船会在其周围空间产生磁异常,成为航行过程中的隐患。为了降低被水中兵器攻击或者航空磁探测的概率^[1],舰船需要定期前往消磁站进行磁性处理以消除固定磁性,此外还需要在舰船上安装消磁系统以补偿实时变化的感应磁性^[2-3]。

舰船的感应磁性与地磁场线性相关,因此通

常采用线性模型求解舰船在航行中受磁化产生的感应磁场。舰船的固定磁性受磁化历史和外部冲击等多种因素影响,无法通过数学手段直接计算其变化,因此一般采用测量法获取固定磁场。随着磁防护要求的不断提高,舰船在航行过程中缓慢变化的磁性也引起了重视,需要对运动舰船的磁场进行实时监测。传统的测量手段^[4](固定式

收稿日期:2022-03-15

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51377165,42074074,41874091)

第一作者:何保委(1995—),男,广东揭西人,博士研究生,E-mail:hebaowei188@163.com

*通信作者:刘胜道(1972—),男,湖北天门人,副研究员,博士,硕士生导师,E-mail:18986151073@189.cn

引用格式:何保委,张俊洪,刘胜道,等.利用舰船内部磁场的反演建模方法[J].国防科技大学学报,2024,46(4):184-190.

Citation: HE B W, ZHANG J H, LIU S D, et al. Inversion modeling method utilizing ship's internal magnetic field[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2024, 46(4): 184-190.

消磁站采用大平面测量法)局限性较大,只能获得停泊舰船的静态磁场,而新兴的动态测量方法(使用无人潜航器^[5]或无人机^[6]等设备进行测量)尽管可以测量运动舰船的动态磁场,但其需要在磁场测量过程当中增加抗干扰手段,以及在数据处理时将舰船航迹数据和磁场数据等相融合,难度较大,因此目前舰船磁场的动态测量技术还有待提高。

因此,可以采用一种结合测量手段和数值解析的方法去预测舰船的目标深度磁场,具体做法是将船模简单划分为若干个单元,根据某个位置的舰船磁场测量值去重建各个单元的磁源参数,进而根据重建的磁源去计算舰船在任意位置的磁场分布。文献[7]以磁感应强度为待求量,结合奇异值分解法,证明了磁场积分方程用于磁场反演的有效性。文献[8]引入了正则化技术,实现了积分方程法对舰船感应磁场和固定磁场的重建和分解。但是这种方法只适用于测量舰船的远端静态磁场,仍然无法对运动舰船的磁场进行实时跟踪。

为了实时监测舰船的磁场变化,一种有效的办法是在舰船内部磁特征部位设置若干个传感器,由内部磁场测量值进行建模并推算到外部磁场,从而实现舰船磁场的动态跟踪并调整消磁绕组的电流以减小舰船磁特征,这种方法也被称为闭环消磁技术^[9-11]。闭环消磁的关键一环是舰船磁场的由内到外推算过程,文献[12]基于内外映射法建立了舰船内外磁场的换算数据库模型,该方法需要对舰船进行多次充磁和退磁处理,并同时测量舰船的内外磁场变化量从而建立磁场数据库,比较耗费时间和人力,在实船当中应用也存在一定难度。此外,所建立的磁场数据库只能存储舰船特定位置的磁场信息,无法进行全空间磁场的计算,因此采用内外映射法作为闭环消磁的建模方法仍然有待进一步研究。文献[13]不经过磁场换算,首先将舰船在固定式消磁站内校准的目标磁场作为参考值,后期只要通过最小二乘法将各个船载传感器的测量值都调整到参考值附近,即认为实现了舰船磁场的最小化。然而事实上舰船磁场复杂多变,难以将数十个船载传感器同时校准成功。

为了提高舰船的闭环消磁效果,需要得到准确和可靠的舰船外部空间磁场分布,本文基于积分方程法提出了一种施加约束方程的改进措施,并利用薄钢板仿真模型验证了近场磁场用于反演建模的可行性。由于舰船壳体的屏蔽效应,船内

外磁场分属于不同的半空间,因此开展了水面舰船模型的数值仿真和舰船舱段模型磁场测量实验,基于船内近场的磁场测量值进行反演建模并推算外部空间磁场,最后对实验结果进行分析比较。

1 基于积分方程法的舰船磁场反演模型

1.1 积分方程法原理

体积为 v 的钢铁舰船在地磁场 \mathbf{H}_0 的作用下,在空间任意一点 P 产生的磁场^[7]为

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}_p) = -\frac{1}{4\pi} \nabla_p \int_v \mathbf{M}(\mathbf{r}_q) \cdot \nabla_q \left(\frac{1}{r_{pq}} \right) dv \quad (1)$$

式中, \mathbf{r}_p 和 \mathbf{r}_q 分别为场点和源点的矢径, $r_{pq} = \mathbf{r}_p - \mathbf{r}_q$, $\mathbf{H}(\mathbf{r}_p)$ 为场点的磁场强度矢量, $\mathbf{M}(\mathbf{r}_q)$ 为源点即舰船内部的磁化强度矢量, ∇_p 和 ∇_q 为梯度算子。

由电磁场积分方程理论^[8]可知,为求解得到舰船内部的磁化强度矢量,通常将舰船离散为 N 个单元,如图1所示,其中 B_L, B_A, B_V 分别表示地磁场的三个分量, X_i^D, Y_i^D, Z_i^D 分别表示舰船受地磁场磁化产生的三分量感应磁场。

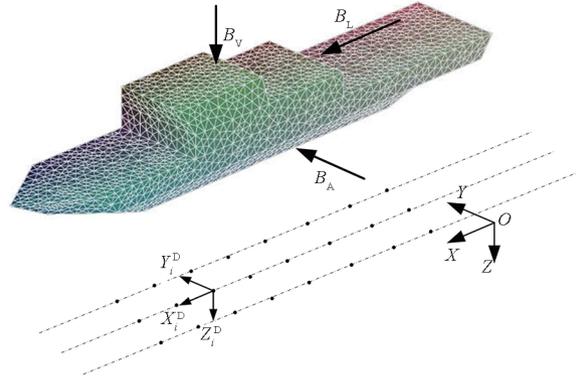


图1 地磁场磁化作用下舰船产生的磁场

Fig. 1 Magnetic field generated by the ship under the magnetization of geomagnetic field

若在舰船下方设置大平面传感器阵列测量舰船磁场,测量值可表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_k^{\text{mea}}(\mathbf{r}_p) &= \mu_0 [\mathbf{H}_0 + \mathbf{H}(\mathbf{r}_p)] \\ &= \mu_0 \left[\mathbf{H}_0 - \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^N \nabla_p \int_{v_i} \mathbf{M}_i(\mathbf{r}_{q_i}) \cdot \nabla_{q_i} \left(\frac{1}{r_{pq_i}} \right) dv_i \right] \end{aligned} \quad (2)$$

式中, i 为离散单元的下标, μ_0 为真空磁导率, $\mathbf{B}_k^{\text{mea}}(\mathbf{r}_p)$ 为第 k 个传感器的磁感应强度测量值。将地磁场和传感器测量值作为已知量,对式(2)合并整理后得到

$$\mathbf{A}_M \mathbf{M} = \mathbf{b} \quad (3)$$

式中： \mathbf{A}_M 表示系数矩阵，取决于测量点和剖分单元的位置； \mathbf{M} 为磁化强度矩阵； \mathbf{b} 表示磁场测量值矩阵。

1.2 积分方程法建模要求

利用式(3)进行舰船磁场的反演建模，在离散单元足够的情况下，一般能够得到符合精度要求的磁场预测结果。然而，在这种模型中，式(3)右端项的输入磁场测量值矩阵 \mathbf{b} 通常需要满足以下三点要求，它们分别是：

1) 测量点远离磁源：由于舰船磁场的考核点设置在舰船下方某个较深的平面，而磁感应强度随着距离呈立方衰减。当测量点距离磁源过近时，测量值包含了舰船的局部磁性或船载设备的微弱磁性^[14]。对于考核平面来说，舰船大部分微弱的磁性在考核平面已经衰减，因此测量得到的局部磁性对于考核平面反而是干扰磁场，对于反演建模是不利的。

2) 测量点足够多：由于舰船磁场复杂且连续，磁源一般设置为复杂的三维空间结构，而实际测量过程只能通过有限的离散点（通常是平面）来进行。因此，从求解方程组的角度来说，应当尽可能增加测量点个数来获取更多的信息量，从而保证式(3)变为超定方程组^[15]。

3) 测量点和推算点在同一个半空间：谐波分析法^[16]表明，如果磁场在同一个半空间内且测量点和推算点距离接近，磁场延拓可以得到较好的推算结果。反之，如果测量点和推算点不在同一个半空间或者磁场在经过不同磁导率的介质后，磁力线方向会发生变化，从而导致推算点的预测误差增加。

文献[7-8,17]的磁场测量值矩阵 \mathbf{b} 均较好地满足了这三个条件，因此在经过求解反演问题后得到了拟合效果较好的磁源参数和磁场换算结果。由此可见，传统的建模方法是通过大量测量点进行特定深度磁场的测量从而进行换算，但是利用船载传感器测量内部磁场来建立运动舰船的磁场模型时稳定性和精度较差，因此本文提出一种利用舰船内部磁场进行建模的改进措施。

2 舰船内部磁场反演建模原理及算例

2.1 基本原理

当测量点位于舰船内部时，大部分测量点都会接近船壳、内部舱壁或者船载铁磁设备，且测量点和推算点属于不同半空间，若仍然采用上述反演建模方法，则得不到准确的外部磁场预测值，因

此不妨考虑增加物理条件对方程进行约束，从而降低方程维数。

根据铁磁学原理^[18-21]，地磁场属于弱磁场，其对舰船的磁化作用属于准静态磁化，此时感应磁化强度 \mathbf{M}^{ind} 随舰船磁场强度 \mathbf{H} 的变化呈线性关系且可逆，可以表示为

$$\mathbf{M}^{\text{ind}} = (\mu_r - 1)\mathbf{H} \quad (4)$$

式中， μ_r 为舰船材料的相对磁导率。将舰船离散为若干个单元后，展开式(4)可得到

$$\mathbf{M}^{\text{ind}} = (\mu_r - 1) \left[\mathbf{H}_0 - \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^N \nabla_p \int_{v_i} \mathbf{M}_i^{\text{ind}}(\mathbf{r}_{Q_i}) \cdot \nabla_{Q_i} \left(\frac{1}{r_{PQ_i}} \right) dv_i - \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^N \nabla_p \int_{v_i} \mathbf{M}_i^{\text{rem}}(\mathbf{r}_{Q_i}) \cdot \nabla_{Q_i} \left(\frac{1}{r_{PQ_i}} \right) dv_i \right] \quad (5)$$

式中， \mathbf{M}^{rem} 表示固定磁化强度，与 \mathbf{M}^{ind} 构成了总的磁化强度矢量。

在计算离散单元的耦合系数矩阵过程中，式(5)的体积分计算往往带有奇异性，因此可以利用高斯散度公式将体积分公式转化为面积分以简化计算。在面积分当中，矢径 \mathbf{r}_Q 取在离散单元的表面， \mathbf{r}_P 取在离散单元的中心，因此被积函数不存在奇异点。以式(2)为例，转化为面积分后的表达式为

$$\mathbf{B}_k^{\text{rea}}(\mathbf{r}_P) = \mu_0 \left[\mathbf{H}_0 - \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^N \int_{S_i} \frac{\mathbf{M}_i(\mathbf{r}_{Q_i}) \cdot \mathbf{n}_i}{|\mathbf{r}_{PQ_i}|^3} \mathbf{r}_{PQ_i} dS_i \right] \quad (6)$$

式中， \mathbf{n}_i 为第 i 个离散单元表面的外法向， S_i 为第 i 个离散单元的面积。

结合式(6)和式(5)，最终可以得到新的反演方程组为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{A} \\ \mathbf{C} + \mathbf{I}_d & \mathbf{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{M}^{\text{ind}} \\ \mathbf{M}^{\text{rem}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_1 \\ \mathbf{b}_2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

式中： \mathbf{A} 和 \mathbf{C} 均表示系数矩阵，分别由式(6)和式(5)确定； \mathbf{I}_d 为单位矩阵； \mathbf{b}_1 和 \mathbf{b}_2 取决于磁场测量值、地磁场和材料磁导率。

2.2 薄钢板模型数值算例

为验证上述改进方法对于近场磁场建模的有效性，设计了薄钢板磁场仿真算例。其仿真模型如图2所示，薄钢板上方有21个测量点，距离薄钢板的距离为0.6 m，下方有21个推算点，深度为3.0 m。

在纵向地磁场 H_{ex} 为 35 000 nT 的磁化作用下，将式(2)计算得到的薄钢板下方磁场计算结果作为标准值，通过薄钢板上方近距离放置的等间距的21个测量点，分别采用积分方程法和本文

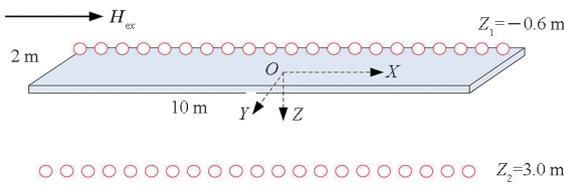


图2 薄钢板仿真模型示意图

Fig.2 Schematic diagram of simulation model of thin steel plate

提出的改进方法,由上方磁场测量值推算到下方磁场 B ,结果如图3所示。

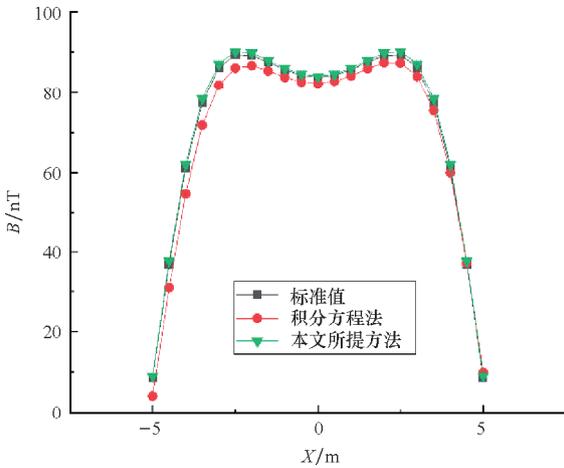


图3 不同方法计算的薄钢板磁场

Fig.3 Magnetic field of thin steel plate calculated by different methods

由此可见,对于不适定方程组来说,相比于式(3),式(7)在增加约束方程之后,方程维数明显降低。从物理角度来说,式(7)的约束方程增强了磁源和测量点的联系,相对均方根误差由10%降低至1%以内,磁场推算结果有了明显改善,也说明了本方法的有效性。

3 虚拟舰船模型数值仿真

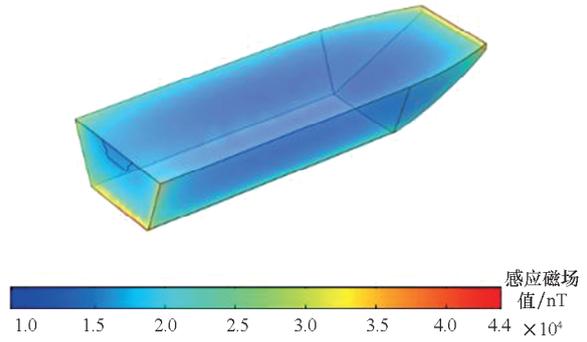
薄钢板仿真模型初步说明了基于式(7)的近场磁场反演模型能够提升磁场的预测精度和模型稳定性。但是,对于舰船内部测量点来说,由于壳体的屏蔽作用,其与外部测量点属于两个不同半空间的区域,因此内外磁场换算势必会存在较大的误差,而且内部测量点的选择也会对推算结果造成一定影响,因此反演模型的适用性和稳定性有待验证。

为将所提出的改进方法应用于舰船内部磁场反演模型当中,构造一艘无船载设备的三维虚拟水面舰船模型作为研究对象,基于有限元仿真分析其内部磁场规律并由此选取若干测量点形成内

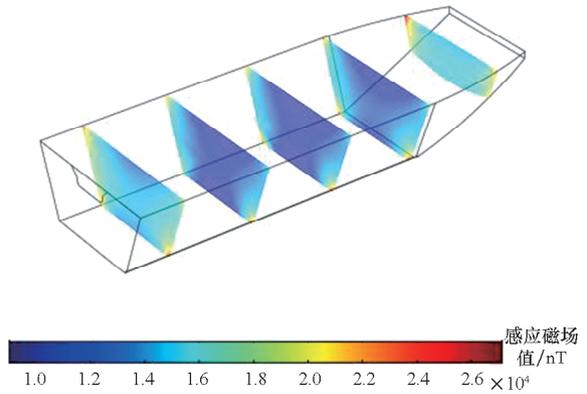
部测量系统,基于舰船内部近场磁场测量值推算外部空间磁场,比较积分方程法和本文所提出改进方法的预测精度。

3.1 船模内部测量点初始化

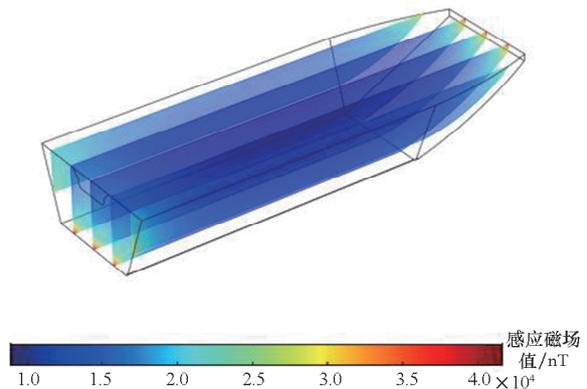
舰船模型长度为27.8 m,宽度为9.5 m,高为4.4 m,钢板厚度为0.01 m,磁导率 $\mu_r = 105$,地磁场的三分量分别为纵向30 000 nT、横向5 000 nT、垂向34 500 nT。船模在均匀外磁场的作用下产生感应磁场,首先采用有限元仿真计算船模此时的内部磁场,用于对船内测量点进行筛选,结果如图4所示。



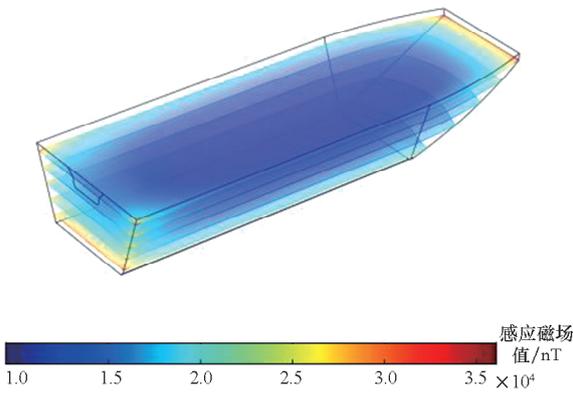
(a) 总体内部磁场
(a) Overall internal magnetic field



(b) 纵向切面
(b) Longitudinal section



(c) 横向切面
(c) Transverse section



(d) 垂向切面
(d) Vertical section

图 4 舰船模型内部磁场模量分布

Fig. 4 Distribution of the internal magnetic field modulus of the ship model

由图 4 可以看出,在特定的地磁场下,船模壳体附近的磁场模量明显较大。除此之外,在 X 方向和 Y 方向,船模磁场呈现船中小、两端大的规律;在 Z 方向,船模磁场呈现上层小、下层大的规律。因此,对于测量点位置的初始化,应当尽量避免船壳、船艏以及底部,在兼顾数量和位置的前提下,最终选取了 31 个内部测量点。

3.2 船模磁场的产生和测量

HyperMesh 在物体剖分方面拥有广泛的通用性和较高的效率,具有较强的 CAD/CAE 接口能力,在帮助用户减少剖分时间的同时还能保持较高的模型剖分单元质量,因此我们选择它作为积分方程法的模型单元划分软件。

首先构造三维虚拟船体模型,将其导入剖分软件 HyperMesh 中,之后对模型进行二维网格单元划分,最终的网格模型包含节点 757 个,面单元 765 个,31 个内部测量点如图 5 所示(为显示内部测量点,将船模示意图隐去上层壳体)。

以船模型中心点为原点,建立三维空间直角坐标系,船模在纵向 30 000 nT、横向 5 000 nT、垂

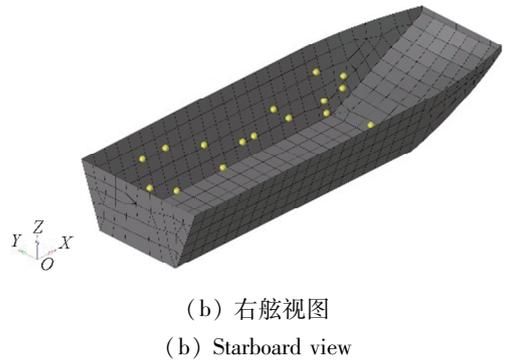


图 5 船模内部测量点

Fig. 5 Internal measurement points of the ship

向 34 500 nT 的均匀外磁场作用下产生磁场。在船模的下方分别设置四条测线($L_1 \sim L_4$)作为船模外部空间磁场的预测点,分别位于龙骨和舷下两个不同的深度,如图 6 所示。

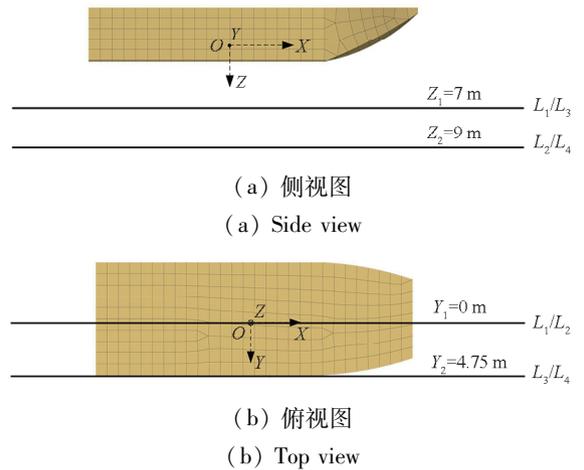


图 6 船模外部测量点

Fig. 6 External measurement points of the ship

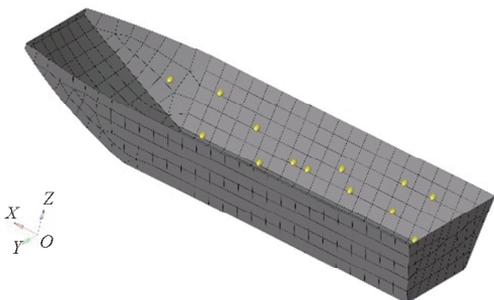
3.3 数值仿真实验结果

由于内部测量点少于未知量的个数,因此本研究属于欠定问题,对系数矩阵进行奇异值^[20]分解可以得到

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{A} \\ \mathbf{C} + \mathbf{I}_d & \mathbf{C} \end{bmatrix} = \mathbf{USV}^T = \sum_{i=1}^n \mathbf{u}_i \sigma_i \mathbf{v}_i^T \quad (8)$$

式中, \mathbf{U} 和 \mathbf{V} 为正交矩阵, \mathbf{S} 为奇异值矩阵, \mathbf{u}_i 和 \mathbf{v}_i 分别为矩阵 \mathbf{U} 和 \mathbf{V} 的第 i 列向量, σ_i 为奇异值, n 为奇异值个数。基于内部磁场测量值,根据式(8)可以求解得到船模各单元的磁化强度三分量。

根据式(2),计算船模在四条测线所在位置产生的磁场,并将其作为标准值,基于内部磁场测量值,分别采用积分方程法和本文所提方法,由内部磁场推算外部空间磁场,最后计算预测值的误差,结果见表 1。



(a) 左舷视图
(a) Larboard view

表1 船模外部空间磁场测量位置和预测结果

Tab.1 Ship model external spatial magnetic field measurement position and prediction results

测线序号	测线位置		积分方程法 误差/%	改进方法 误差/%
	Y/m	Z/m		
L_1	0	7	66.6	8.1
L_2	0	9	69.2	10.1
L_3	4.75	7	70.1	11.4
L_4	4.75	9	71.9	11.0

其中,采用改进方法在 L_1 测线位置的磁场预测值和标准值如图7所示。

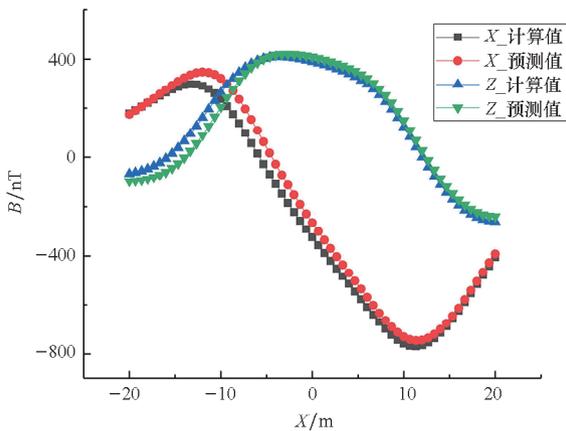


图7 L_1 处船模外部空间磁场计算结果

Fig.7 Calculation results of external spatial magnetic field of the ship model at L_1

由表1和图7结果可知,利用舰船内部磁场进行建模,原有的积分方程法误差非常大,因为此时得到的舰船内部磁场十分复杂,方程条件数较大,而且内外磁场属于两个不同半空间,导致内外磁场换算失真。根据物理性质增加约束方程之后,可以有效降低方程的维数,从而提高内外磁场之间的换算精度。

4 舰船舱段模型实验

为验证所提方法在工程上的适用性,选取了如图8所示的舰船舱段模型作为研究对象。舰船舱段模型为空心铁质圆柱体,长度为2 m,外直径为0.3 m,厚度为6 mm,相对磁导率约为155,将舰船舱段模型剖分为400个面单元。

在舰船舱段模型内部布置41个测量点,测量点与内壁的距离为0.01 m,在舱段下方布置31个测量点,测量深度为0.65 m,具体测量点和舰船舱段模型示意图见图8。在地磁场横向分量为34 500 nT、垂向分量为34 800 nT的环境下,分别

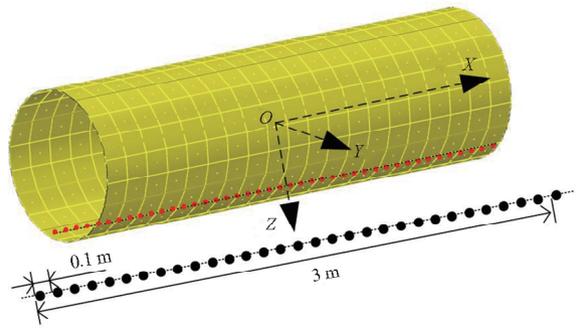


图8 舰船舱段模型及测量点示意图

Fig.8 Schematic diagram of the ship cabin model and measurement points

测量舰船舱段的内部磁场和外部磁场三分量,采用改进方法由内部磁场推算外部磁场,预测结果和磁场实际测量结果归一化如图9所示。

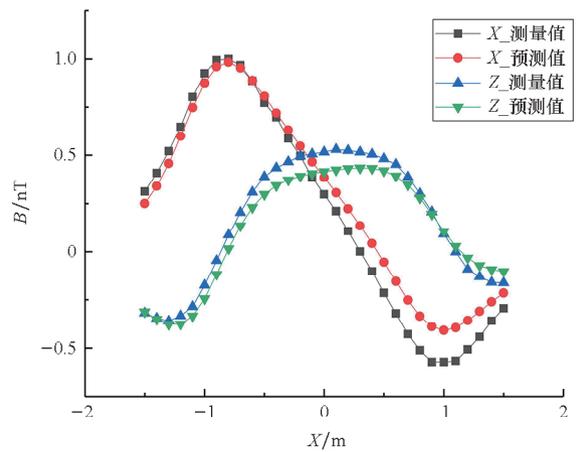


图9 舰船舱段模型外部磁场计算结果

Fig.9 Calculation results of external magnetic field of the ship cabin model

将外部磁场测量值作为标准值,采用积分方程法和改进方法计算预测值的均方根误差分别为48.2%和12.9%。由此可知,本文所提出的改进方法在实际工程中同样适用,可以有效提升舰船内部磁场反演建模的预测精度。

5 结论

本文在积分方程法的基础上提出一种增加约束方的改进措施,利用薄壳体的近场磁场实现了准确的反演建模。开展了薄钢板模型和舰船磁场仿真实验,基于内部磁场分布选择合适的测量点,通过测量舰船内部的近场磁场建立了反演模型,并成功预测船外空间磁场,其相对均方根误差小于12%。最后,通过开展舰船舱段模型实验,证明了本文所提出方法的可行性,可以大幅提升利用舰船内部磁场进行反演建模的磁场预测精度。

相比于闭环消磁的映射法,该方法可以预测全空间磁场,对于闭环消磁的算法设计具有重要的意义。

参考文献 (References)

- [1] 林春生, 龚沈光. 舰船物理场[M]. 2 版. 北京: 兵器工业出版社, 2007.
LIN C S, GONG S G. Ship physical field[M]. 2nd ed. Beijing: The Publishing House of Ordnance Industry, 2007. (in Chinese)
- [2] HOLMES J J. Exploitation of a ship's magnetic field signatures[M]. Cham, Switzerland: Springer, 2006.
- [3] HOLMES J J. Modeling a ship's ferromagnetic signatures[M]. Cham, Switzerland: Springer, 2007.
- [4] 刘大明. 舰船消磁理论与方法[M]. 北京: 国防工业出版社, 2011.
LIU D M. Theory and method of ship degaussing[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2011. (in Chinese)
- [5] WALKER C R, STRINGFIELD J Q, WOLBRECHT E T, et al. Measurement of the magnetic signature of a moving surface vessel with multiple magnetometer-equipped AUVs[J]. Ocean Engineering, 2013, 64: 80 - 87.
- [6] ZHENG Y X, LI S Y, XING K, et al. Unmanned aerial vehicles for magnetic surveys: a review on platform selection and interference suppression[J]. Drones, 2021, 5(3): 93.
- [7] 郭成豹, 肖昌汉, 刘大明. 基于积分方法和奇异值分解的磁性目标磁场延拓技术研究[J]. 物理学报, 2008, 57(7): 4182 - 4188.
GUO C B, XIAO C H, LIU D M. Research on the continuations of magnetic field of magnetic object based on integral equation method and singular value decomposition[J]. Acta Physica Sinica, 2008, 57(7): 4182 - 4188. (in Chinese)
- [8] 周国华, 肖昌汉, 刘大明, 等. 基于磁场积分法和 Tikhonov 正则化的船舶固定磁场重建与分解技术[J]. 兵工学报, 2012, 33(4): 459 - 464.
ZHOU G H, XIAO C H, LIU D M, et al. Remanent magnetic field modeling of naval vessels based on integral method and Tikhonov regularization method[J]. Acta Armamentarii, 2012, 33(4): 459 - 464. (in Chinese)
- [9] VIJN A R P J. Development of a closed-loop degaussing system: towards magnetic unobservable naval vessels[D]. Delft, the Netherlands: Delft University of Technology, 2021.
- [10] CHAVIN-COLLIN G, BANNWARTH B, CAVALLERA D, et al. A flux-based inverse integral formulation for steel shell magnetization identification[J]. Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 2021, 538: 168275.
- [11] RAUF A, MANAP A R A, ANUAR M H, et al. Magnetic assessment of newly installed on board degaussing system[J]. Defence S & T Technical Bulletin, 2019, 11(2): 269 - 280.
- [12] 刘胜道, 何保委, 赵文春, 等. 利用最小二乘支持向量机求解潜艇内外磁场映射模型[J]. 国防科技大学学报, 2020, 42(6): 77 - 81.
LIU S D, HE B W, ZHAO W C, et al. Least squares support vector machine for solving reflection model of submarine's internal and external magnetic field[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2020, 42(6): 77 - 81. (in Chinese)
- [13] KANG B, KIM D H, YANG C S, et al. Real-time closed-loop degaussing technique for a minesweeper[J]. Journal of the Korean Magnetics Society, 2017, 27(3): 98 - 103.
- [14] YANG C S, CHUNG H J, JU H S, et al. Prediction for underwater static magnetic field signature generated by hull and internal structure for ferromagnetic ship[J]. Journal of the Korean Magnetics Society, 2011, 21(5): 167 - 173.
- [15] 郭成豹, 殷琦琦. 舰船磁场磁单极子阵列法建模技术[J]. 物理学报, 2019, 68(11): 106 - 115.
GUO C B, YIN Q Q. Magnetic monopole array model for modeling ship magnetic signatures[J]. Acta Physica Sinica, 2019, 68(11): 106 - 115. (in Chinese)
- [16] 周耀忠, 张国友. 舰船磁场分析计算[M]. 北京: 国防工业出版社, 2004.
ZHOU Y Z, ZHANG G Y. Analysis and calculation of ship magnetic field[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2004. (in Chinese)
- [17] 杨明明, 刘大明, 刘胜道, 等. 采用边界积分方程和 Tikhonov 正则化方法延拓潜艇磁场[J]. 兵工学报, 2010, 31(9): 1216 - 1221.
YANG M M, LIU D M, LIU S D, et al. Submarine's magnetic field extrapolation using boundary element method and Tikhonov regularization[J]. Acta Armamentarii, 2010, 31(9): 1216 - 1221. (in Chinese)
- [18] CHADEBEC O, COULOMB J L, BONGIRAUD J P, et al. Recent improvements for solving inverse magnetostatic problem applied to thin shells[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2002, 38(2): 1005 - 1008.
- [19] CHADEBEC O, COULOMB J L, CAUFFET G, et al. How to well pose a magnetization identification problem[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2003, 39(3): 1634 - 1637.
- [20] CHADEBEC O, COULOMB J L, CAUFFET G, et al. Magnetization identification problem: illustration of an effective approach[J]. The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering, 2004, 23(2): 518 - 530.
- [21] VIJN A, PEET B J, SCHAAPHOK M, et al. Prediction of the magnetic state of ferromagnetic objects by assimilating data into a physical model[J/OL]. IEEE Transactions on Magnetics, 2022(2022 - 01 - 27) [2022 - 03 - 01]. <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/9694651>.