

利用点电流源和 Tikhonov 正则化的潜艇稳恒电场反演方法

张建春¹, 刘春阳^{2*}, 赵玉龙²

(1. 中国人民解放军 31455 部队, 辽宁 沈阳 110000; 2. 国防科技大学 信息通信学院, 湖北 武汉 430010)

摘要:为了评估潜艇水下腐蚀相关稳恒电场分布特性,从潜艇水下腐蚀相关稳恒电场产生机理出发,基于等效点电流源建立潜艇水下腐蚀相关稳恒电场正演模型,并利用 Tikhonov 正则化根据已知电场数据求解等效点电流源电流强度,对潜艇周围海水空间的腐蚀相关稳恒电场进行推算。将某型潜艇的 COMSOL 软件仿真结果作为模拟试验数据,对所提方法有效性进行验证。结果表明:由水深 38 m 电场值向水深 42.5 m 和水深 33.5 m 进行反演时,相对均方根误差、最大值相对误差、峰峰值相对误差均不超过 0.06;由较近平面向较远平面进行反演时,即使推算深度达到 45 m,相对均方根误差仍然在 0.21 以内;噪声标准差为实际电场最大值的 0.1 倍时,反演误差仍然小于 0.1。该算法抗噪声能力强,精度较高,能较好地用于工程实践。

关键词:潜艇电场;反演;点电流源;Tikhonov 正则化

中图分类号: TM152 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-2486(2024)04-212-10



论
文
拓
展

Inversion method of submarine steady electric field using point-type current source and Tikhonov regularization

ZHANG Jianchun¹, LIU Chunyang^{2*}, ZHAO Yulong²

(1. The PLA Unit 31455, Shenyang 110000, China;

2. College of Information and Communication, National University of Defense Technology, Wuhan 430010, China)

Abstract: In order to evaluate the distribution characteristics of submarine underwater corrosion related steady electric field, starting from the mechanism of submarine underwater corrosion related steady electric field, a forward model of submarine underwater corrosion related steady electric field was established based on the equivalent point-type current source theory. And the current intensity of the equivalent point-type current sources was solved by Tikhonov regularization according to the measured electric field data. The effectiveness of the proposed method was verified by commercial finite element software COMSOL. The results show that when inverting the electric field value from depth of 38 m to a water depth of 42.5 m and 33.5 m, the relative root mean square error, maximum relative error, and peak to peak relative error do not exceed 0.06. Even if the calculated depth reaches 45 m, the relative root mean square error is still less than 0.21. When the noise standard deviation is 0.1 times the maximum value of the actual electric field, the inversion error is still less than 0.1. This algorithm has strong noise resistance and high accuracy, can be used in engineering practice.

Keywords: submarine electric field; inversion; point-type current source; Tikhonov regularization

潜艇水下腐蚀相关稳恒电场是一种重要的物理场,不仅可用于对潜艇进行探测,也可作为水雷等水中武器的引信作用源,对潜艇水下腐蚀相关稳恒电场特征进行评估^[1-3]。但由于水下电场测量装置的限制,以及海洋环境的复杂性,在实际测量中往往只能获取潜艇下方某一路径或某个特定

区域上的电场数据,无法得到潜艇周围整个海水区域的电场分布特征。虽然有限元法、边界元法等数值方法可以求解出复杂结构潜艇的水下腐蚀相关电场分布,但是需要已知潜艇外形结构以及艇体材料的极化曲线,且要进行复杂的网格剖分,计算量非常大^[4-7]。因此,实际情况中往往需要

收稿日期:2022-04-10

基金项目:国家部委基金资助项目(20QBJLZ004C)

第一作者:张建春(1990—),男,河北沧州人,博士研究生,E-mail:hbzjctj@163.com

*通信作者:刘春阳(1994—),男,湖南衡阳人,讲师,硕士,E-mail:1005253809@qq.com

引用格式:张建春,刘春阳,赵玉龙. 利用点电流源和 Tikhonov 正则化的潜艇稳恒电场反演方法[J]. 国防科技大学学报, 2024, 46(4): 212-221.

Citation: ZHANG J C, LIU C Y, ZHAO Y L. Inversion method of submarine steady electric field using point-type current source and Tikhonov regularization[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2024, 46(4): 212-221.

根据有限区域、有限深度的实测电场对潜艇水下腐蚀相关稳恒电场进行反演,得到潜艇周围海水空间不同深度、不同正横距的腐蚀相关稳恒电场分布特性。

目前,对舰船腐蚀相关稳恒电场进行反演主要有物理方程法和等效源法两种思路。文献[8-9]从舰船腐蚀相关稳恒电场的物理特性出发,基于拉普拉斯方程分别提出了舰船腐蚀相关稳恒电场反演的拉氏方程法和格林函数法。该类方法无须对场源进行求解即可实现舰船腐蚀相关稳恒电场深度换算,但只适用于深海环境,且只能由较浅平面向较深平面反演。文献[10]基于舰船腐蚀稳恒电场的物理特性,利用微分递推法对舰船水下电场进行反演,可以实现由近及远和由远及近的舰船水下电场深度换算,但是要测量某一平面的电场值,在实际中难以实现。文献[11]以水平电流线和电偶极子作为舰船水下腐蚀相关电场模拟源,并基于最小二乘法利用实测电场数据对模拟源进行反演,该方法对于深海、浅海环境都适用,但是需要求解的电偶极子未知量较多,导致计算复杂。文献[12]基于点电流源对舰船腐蚀稳恒电场进行建模,并利用先验信息对等效点电流源的位置和数量进行估算,减少了未知量的个数。但该方法需要的先验信息较多,且确定等效点电流源位置的过程较为复杂。

本文从潜艇水下腐蚀相关稳恒电场的产生机理出发,将潜艇表面腐蚀和防腐电流等效为若干个点电流源,并根据分层介质中点电流源在海水区域的电场表达式构建潜艇表面腐蚀电流与海水中电场值之间的线性方程组。然后利用 Tikhonov 正则化处理潜艇腐蚀相关稳恒电场反演问题的不适定性,基于部分已知电场值求解等效点电流源电流强度。利用数值仿真实验验证了所提方法的有效性,并分析了测量线位置、等效点电流源数量、测点数量和测量噪声对反演精度的影响。

1 腐蚀相关稳恒电场正演模型

假设潜艇水下表面 γ 的电流密度为 $J_{\text{corr}}(\gamma)$,根据稳恒电场基本方程,潜艇在海水中场点 P 处产生的稳恒电场为:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\sigma_w} \int_{\gamma} \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} J'(\gamma) d\gamma \quad (1)$$

式中, σ_w 为海水电导率, \mathbf{r} 和 \mathbf{r}' 分别为场点 P 和源点 M 的位置矢量。

由于潜艇结构复杂,且不同部位材料和涂层状态各不相同,潜艇表面的电流分布是不均匀的,可将潜艇表面 γ 划分为 n 个小面源,当小面源的面积足够小时,每个小面源的电流密度可近似为常数^[12-13]。假设第 i 个小面源的电流密度为 $J'(\gamma_i)$,面积为 $\Delta\gamma_i$,则小面源的等效电流强度 $I(\gamma_i) = J'(\gamma_i)\Delta\gamma_i$ 。根据叠加原理,海水中场点 P 处的腐蚀相关电场等于所有小面源产生的电场之和,即

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\sigma_w} \sum_{i=1}^n J'(\gamma_i) \int_{\gamma_i} \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} d\gamma_i \quad (2)$$

当场点 P 到潜艇的距离足够远时,可忽略每个小面源的形状,将小面源等效为点电流源,则潜艇腐蚀相关电场的近似表达式为:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}) &= \frac{1}{4\pi\sigma_w} \sum_{i=1}^n J'(\gamma_i) \Delta\gamma_i \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'_i}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'_i|^3} \\ &= \frac{1}{4\pi\sigma_w} \sum_{i=1}^n I_i \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'_i}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'_i|^3} \end{aligned} \quad (3)$$

在空气-海水和海水-海床界面处会发生电荷累积,从而对海水中的电场产生影响,因此需要对式(3)进行修正。

由镜像法可知,空气-海水-海床三层介质中,点电流源在海水中的电场可看作无穷多个镜像点电流源的叠加,如图1所示。

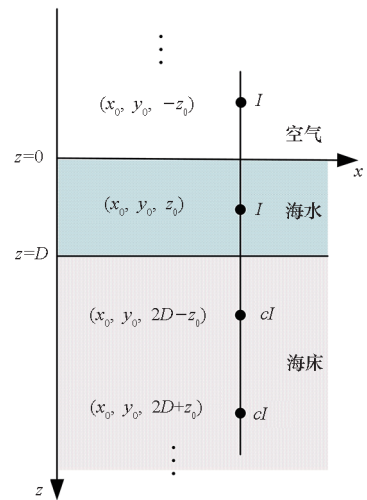


图1 空气-海水-海床三层介质中镜像点电流源示意图

Fig. 1 Schematic diagram of mirror point current source in air seawater seabed three-layer medium

因此只要求出每个小面源等效点电流源的等效位置和电流强度,就可以求出潜艇在海水中任意场点 P_j 腐蚀相关稳恒电场强度。

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}_j) = \sum_{i=1}^n I_i \mathbf{H}_{ji} \quad (4)$$

式中:

$$\mathbf{H}_j = \frac{1}{4\pi\sigma_w} \sum_{k=1}^{\infty} \left(c^k \frac{\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_{ik}}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_{ik}|^3} + c^k \frac{\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_{i2k}}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_{i2k}|^3} + c^{k+1} \frac{\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_{i3k}}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_{i3k}|^3} + c^{k+1} \frac{\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_{i4k}}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_{i4k}|^3} \right) \quad (5)$$

式中: \mathbf{r}_{ik} 、 \mathbf{r}_{i2k} 、 \mathbf{r}_{i3k} 、 \mathbf{r}_{i4k} 为位于海水中 (x_{0i}, y_{0i}, z_{0i}) 处的点电流源 I_i 及其在海水和海床中的镜像点电流源的位置矢量, 坐标为 $(x_{0i}, y_{0i}, -2kD + z_{0i})$, $(x_{0i}, y_{0i}, -2kD - z_{0i})$, $(x_{0i}, y_{0i}, 2(k+1)D - z_{0i})$, $(x_{0i}, y_{0i}, 2(k+1)D + z_{0i})$, 其中 $k=0, 1, 2, \dots$ 。 \mathbf{r}_{ik} 当 $k=0$ 时位于海水中, 其余都位于空气中; \mathbf{r}_{i2k} 均位于空气中; \mathbf{r}_{i3k} 、 \mathbf{r}_{i4k} 均位于海床中。 D 为海水深度; $c = (\sigma_w - \sigma_b) / (\sigma_w + \sigma_b)$ 为反射系数, 其中 σ_w 和 σ_b 分别为海水电导率和海床电导率; k 为反射层数, 在工程实际中可取其上限 $10 \sim 20$ [13]。

2 腐蚀相关稳恒电场反演的正则化求解

2.1 反演方程组的建立

若用水下电场采集装置获取潜艇周围某条测线上的腐蚀稳恒电场三分量, 则可得到 $m = 3N$ 个电场测量值 (N 为测点个数)。以电场测量值为已知量, 等效点电流源电流强度为未知变量, 可得到一个 m 维线性方程组, 写成矩阵形式为:

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b} \quad (6)$$

式中, $\mathbf{b} = [\mathbf{E}_{1x}, \mathbf{E}_{1y}, \mathbf{E}_{1z}, \mathbf{E}_{2x}, \mathbf{E}_{2y}, \mathbf{E}_{2z}, \dots, \mathbf{E}_{Nx}, \mathbf{E}_{Ny}, \mathbf{E}_{Nz}]^T$ 为所有测点电场三分量测量值组成的数据观测向量, $\mathbf{x} = [I_1, I_2, \dots, I_n]^T$ 为等效点电流源电流强度组成的待求参数向量, 矩阵 \mathbf{A} 为将场点和所有等效源点联系起来的系数矩阵。

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & \dots & H_{1n} \\ H_{21} & H_{22} & \dots & H_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ H_{m1} & H_{m2} & \dots & H_{mn} \end{bmatrix} \quad (7)$$

在实际情况下, 对潜艇表面进行合理划分后, 测量点和等效点电流源坐标是已知的, 由式(5)可得系数矩阵 \mathbf{A} , 因此潜艇腐蚀相关稳恒电场反演问题的关键是根据实测电场值求解出等效点电流源的电流强度。

2.2 反演方程组的 Tikhonov 正则化求解

在工程实际中, 一般选取测量电场值数量 $m = 3N$ 大于待求等效点电流源的数量 n , 则式(6)为超定方程, 存在最小二乘解 \mathbf{x}_{LS} 。

将系数矩阵 \mathbf{A} 进行奇异值分解可得:

$$\mathbf{A} = \mathbf{U}\mathbf{Q}\mathbf{V}^T = \sum_{i=1}^n q_i \mathbf{u}_i \mathbf{v}_i^T \quad (8)$$

式中: $\mathbf{U} = (\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_m)$ 和 $\mathbf{V} = (\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_n)$ 为正交矩阵; 对角矩阵 $\mathbf{Q} = \text{diag}(q_1, q_2, \dots, q_n)$ 为系数矩阵 \mathbf{A} 的奇异值矩阵, 元素非负, 且按从大到小的顺序排列。可得到式(6)的最小二乘法解向量表达式为:

$$\mathbf{x}_{LS} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{b} = \mathbf{V} \left[\text{diag} \left(\frac{1}{q_i} \right) \right] \mathbf{U}^T \mathbf{b} = \sum_{i=1}^n \frac{\mathbf{u}_i^T \mathbf{b}}{q_i} \mathbf{v}_i \quad (9)$$

然而, 在潜艇电场反演问题中, 系数矩阵 \mathbf{A} 的条件数非常大, 即 \mathbf{A} 存在非常小的奇异值 q_i , 因此较小测量电场误差也会使反演结果远远偏离真实值, 即式(6)的最小二乘解是没有意义的。

而 Tikhonov 正则化技术是最经典和应用最为广泛的处理病态问题的有效手段之一, 广泛应用于地球物理反演、磁场延拓各个工程领域的不稳定反演问题 [14-16]。其基本原理是在最小二乘拟合误差的基础上加上一个对解向量 \mathbf{x} 进行约束的正则项 $\lambda \|\mathbf{L}\mathbf{x}\|_2^2$, 从而使正则化的解接近真实解并且稳定。正则化后的解向量为:

$$\mathbf{x}_\lambda = \min(\|\mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{b}\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{L}\mathbf{x}\|_2^2) \quad (10)$$

式中, \mathbf{L} 为正则化矩阵, λ 为正则化参数, 且 $\lambda > 0$ 。当 $\mathbf{L} = \mathbf{I}_{n \times n}$ 为单位矩阵时, 为标准 Tikhonov 正则化, 解向量 \mathbf{x} 具有最小范数解。选择合适的 λ , 能使反演解在数据拟合最小误差和稳定性之间达到平衡。此时式(10)等价于求解超定方程式(11)的最小二乘解。

$$\begin{pmatrix} \mathbf{A} \\ \sqrt{\lambda}\mathbf{I} \end{pmatrix} \mathbf{x} = \begin{pmatrix} \mathbf{b} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad (11)$$

式(11)的解为:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_\lambda &= (\mathbf{A}^T \mathbf{A} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{b} \\ &= \mathbf{V} \left[\text{diag} \left(\frac{q_i^2}{q_i^2 + \lambda} \frac{1}{q_i} \right) \right] \mathbf{U}^T \mathbf{b} \\ &= \sum_{i=1}^n \frac{q_i^2}{q_i^2 + \lambda} \frac{\mathbf{u}_i^T \mathbf{b}}{q_i} \mathbf{v}_i \end{aligned} \quad (12)$$

从式(12)可以看出, Tikhonov 正则化方法将对测量误差具有放大作用的小奇异值进行滤波处理, 从而抑制测量误差对反演结果的影响。

2.3 正则化参数的选取

选择合适的正则化参数 λ 是 Tikhonov 正则化反演结果好坏的关键。国内外不少学者对正则化参数的选取进行了研究。其中应用最广泛的是广义交叉验证法 (generalized cross validation

method, GCV)、Morozov 原理和 L 曲线法。大量数值试验结果表明,采用 L 曲线选择的正则化参数在潜艇水下腐蚀稳恒电场反演中的精度和稳定性较好。

L 曲线法是以正则化解范数的自然对数 $\ln \|x_\lambda\|$ 为纵坐标,相应的拟合误差范数的自然对数 $\ln \|b - Ax_\lambda\|$ 为横坐标的曲线,在拐角处 L 曲线的曲率最大,解范数和拟合误差范数能达到较好的平衡,如图 2 所示。

曲率根据式(13)计算^[14]。

$$k(\lambda) = 2 \frac{\rho \eta \lambda^2 \rho \eta' + 2 \lambda \rho \eta + \lambda^4 \eta \eta'}{\eta' (\lambda^2 \eta'^2 + \rho^2)^{3/2}} \quad (13)$$

式中, $\eta = \|x_\lambda\|_2^2$, $\rho = \|b - Ax_\lambda\|_2^2$, η' 为 η 对正则化参数 λ 的一阶倒数。

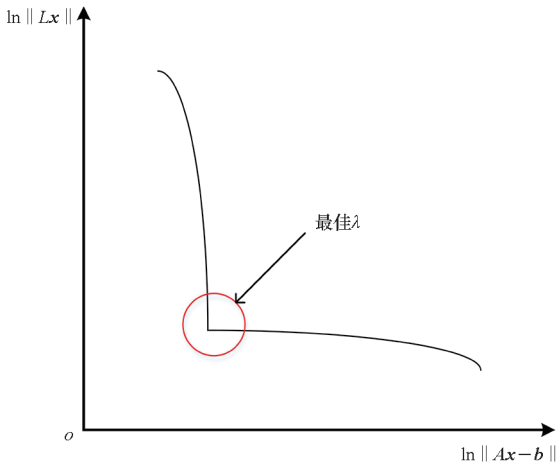


图2 L 曲线示意图

Fig. 2 Schematic diagram of the L curve

3 腐蚀相关稳恒电场反演算例

由于有限元法、边界元法已经被广泛应用于潜艇腐蚀相关电场计算、潜艇阴极保护系统设计,且精度较高^[4-7],因此利用商业有限元软件 COMSOL 对某型潜艇水下腐蚀相关稳恒电场分布进行仿真模拟试验,验证基于等效点电流源和 Tikhonov 正则化对潜艇水下腐蚀相关稳恒电场进行反演的有效性和实用性。

3.1 潜艇腐蚀相关稳恒电场数据

利用商业有限元软件 COMSOL 5.4 版本电学模块建立某型潜艇三维模型。以空气-海水界面为 xoy 平面, x 轴正方向由艇首指向艇尾, y 轴正方向由右舷指向左舷, z 轴正方向垂直向下,艇首在 xoy 平面的投影点为原点,建立三维坐标系,如图 3 所示。

仿真模型包括艇壳、尾舵、螺旋桨、大轴、指挥

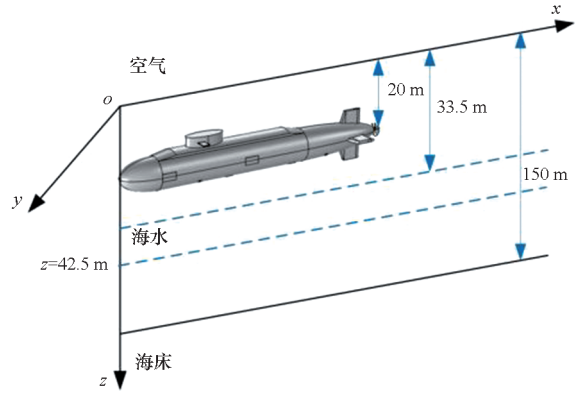
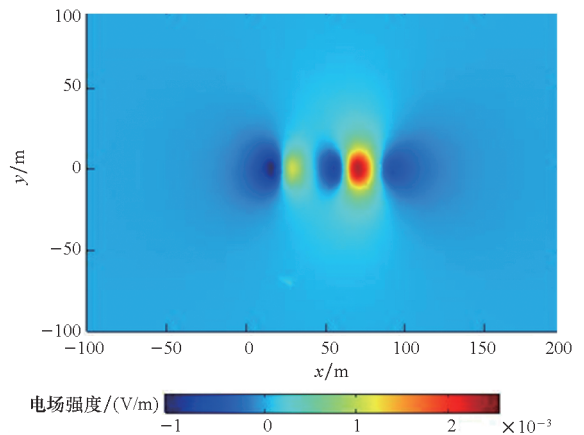


图3 潜艇模型和坐标示意图

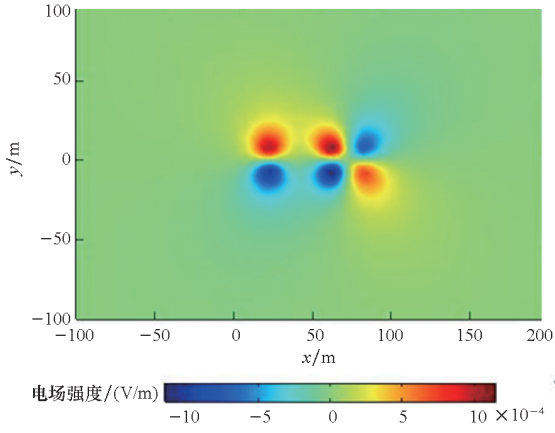
Fig. 3 Submarine model and coordinate diagram

台,潜艇长 $L=81.5$ m,型宽 $B=9$ m,型深 9.2 m,最大高度为 12.5 m (含指挥台),螺旋桨裸露,材料为铝青铜,艇体材料采用低合金钢,表面涂有防腐涂层,在潜艇中前部和后部各装有 1 对辅助阳极,沿潜艇中轴线对称分布。潜艇涂层局部破损,破损率为 2.5% ,前部辅助阳极对的输出电流为 12 A,中后部阳极对的输出电流为 16 A。艇壳材料腐蚀电位 $\phi_K = -0.69$ V,阳极极化率 $P_{Ka} = 1.5 \Omega \cdot m^2$,阴极极化率 $P_{Kc} = 27 \Omega \cdot m^2$,螺旋桨腐蚀电位 $\phi_B = -0.369$ V,螺旋桨阴极极化率 $P_{Bc} = 0.23 \Omega \cdot m^2$ 。潜艇下潜深度为 20 m,海水深度为 150 m,海水电导率为 4 S/m,海床电导率为 0.1 S/m。利用 COMSOL 软件二次电流模块进行仿真可以得到整个海水域的电场分布。水深 33.5 m 和 42.5 m 的水下平面电场分布云图如图 4 所示。

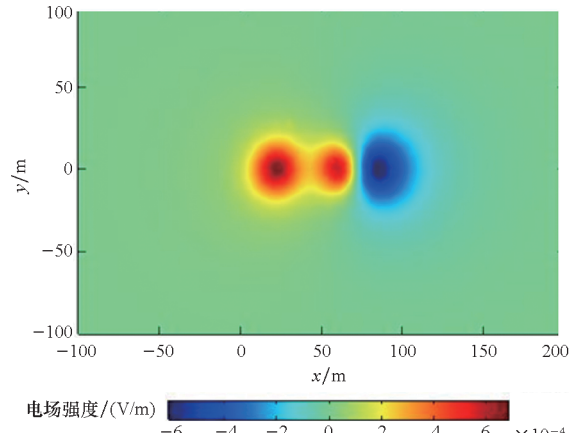
由图 4 可知,潜艇水下腐蚀相关稳恒电场具有明显的分布特性,整体上 x 分量和 z 分量沿艇体纵轴对称分布, y 分量延潜艇纵轴反对称分布,且在水下 33.5 m 和 42.5 m 的深度上分别可达 10^{-3} V/m 和 10^{-4} V/m 量级。



(a) $z=33.5$ m, E_x



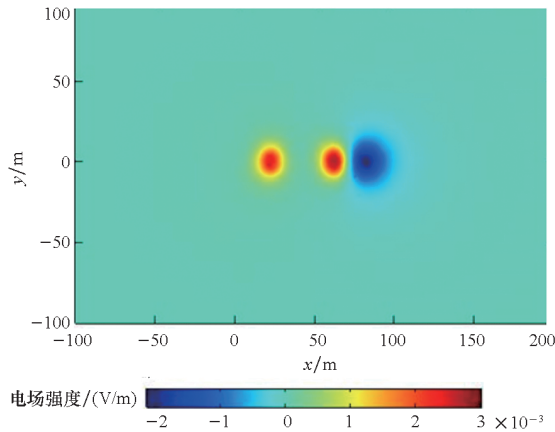
(b) $z = 33.5 \text{ m}, E_y$



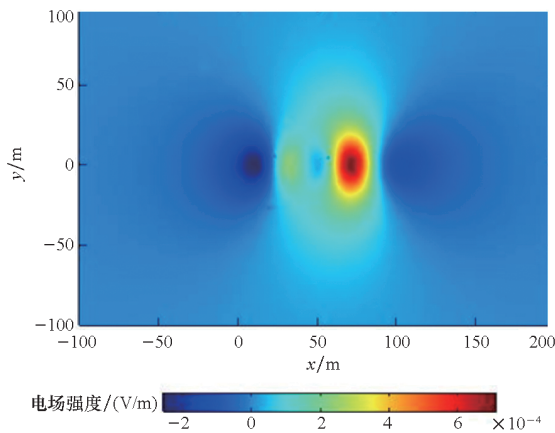
(f) $z = 42.5 \text{ m}, E_z$

图 4 潜艇水下腐蚀稳恒电场 COMSOL 仿真值

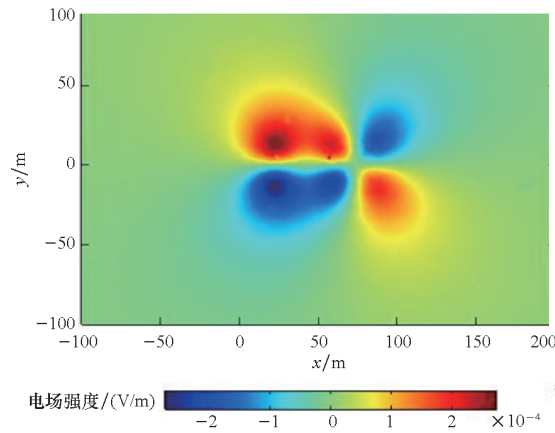
Fig. 4 COMSOL simulation value of underwater corrosion steady electric field of a submarine



(c) $z = 33.5 \text{ m}, E_x$



(d) $z = 42.5 \text{ m}, E_x$



(e) $z = 42.5 \text{ m}, E_y$

3.2 点电流源位置和数量的选取

由于辅助阳极和螺旋桨面积远小于艇体,将 4 个阳极和螺旋桨各等效为 1 个点电流源。同时潜艇结构具有对称性,艇体表面等效点电流源延中轴线对称分布,且沿艇体纵轴等间隔分布,如图 5 所示。

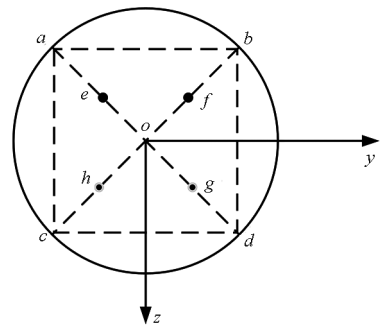


图 5 等效点电流源位置示意图

Fig. 5 Schematic diagram of the location of equivalent point-type current sources

为了保证反演具有较高的精度,应满足潜艇表面小面源的等效半径 $r_i = \sqrt{S_i/2(\pi)}$ 相对于测量点 P 到潜艇中轴线的距离 d 足够小,可取等效半径 $r_i \leq d/4$ 。另一方面,等效点电流源到潜艇表面的距离为 $B/4$,当点电流源的纵向间隔 $l \leq B/4$ 时,影响反演精度的主要因素为等效点电流源在截面上的位置偏差,继续减小纵向间隔 l 会使计算量增大,但对提高反演精度的作用不大。因此,可令 $B/4 \leq l \leq d^2/(2B)$,即等效点电流源数量 n 满足:

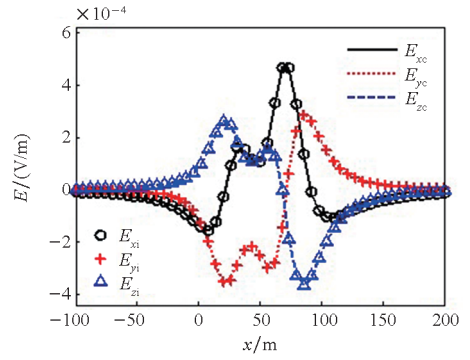
$$n_k + 8LB/d^2 \leq n \leq 16L/B + n_k \quad (14)$$

式中, n_k 为螺旋桨和阳极的数量之和。需要说明的是,上述点电流源位置和数量的选取方法并不是为了对点电流源进行精确选择,而是一种满足等效计算条件下合理的假设与估算。并且为了提高等效点电流源的模拟精度,在满足式(14)的前提下可适当增加等效点电流源的数量。

3.3 反演结果与分析

以 x 轴范围为 $-100 \sim 200$ m、 $y = -13.5$ m、 $z = 38$ m 路径上 6 m 等间距共 51 个测点的电场三分量作为测量值,对等效点电流源电流强度进行求解,并利用等效点电流源模型对潜艇水下电场进行模拟。根据式(14)可知,等效点电流源数量 n 可在 21 ~ 150 之间,取 $n = 109$ 。为了验证基于点电流源和 Tikhonov 正则化对潜艇腐蚀相关电场反演中由近及远、由远及近^[13]和横向距离反演的有效性,以 $y = -13.5$ m, $z = 42.5$ m 和 $y = -13.5$ m, $z = 33.5$ m 以及 $y = -18$ m, $z = 38$ m 这 3 条路径作为反演路径,3 条路径上的电场反演值与对应路径上的 COMSOL 仿真值对比情况如图 6 所示。

图 6 中, E_{xc} 、 E_{yc} 和 E_{zc} 为 COMSOL 仿真电场值, E_{xi} 、 E_{yi} 和 E_{zi} 为反演电场值。由图 6 可知,在 3 条路径上,利用等效点电流源和 Tikhonov 正则化反演得到的潜艇腐蚀电场各分量与 COMSOL 仿真值具有相似的变化趋势,且基本重合。



(c) $y = -18$ m, $z = 38$ m

图 6 潜艇腐蚀电场反演值与仿真值

Fig. 6 Inversion value and simulation value of corrosion electric field of a submarine

为了定性分析反演计算误差,采用反演测量线上的电场反演值与 COMSOL 仿真值的相对均方根误差 R_E 、最大值相对误差 $R_{E_{max}}$ 和峰峰值相对误差 $R_{E_{pp}}$ 来描述。

$$R_E = \frac{\| \mathbf{b}_{reg} - \mathbf{b}_{com} \|}{\| \mathbf{b}_{com} \|} \quad (15)$$

$$R_{E_{max}} = \frac{|\max(\mathbf{b}_{reg}) - \max(\mathbf{b}_{com})|}{|\max(\mathbf{b}_{com})|} \quad (16)$$

$$R_{E_{pp}} = \frac{|\max(\mathbf{b}_{reg}) - \min(\mathbf{b}_{reg})| - |\max(\mathbf{b}_{com}) - \min(\mathbf{b}_{com})|}{|\max(\mathbf{b}_{com}) - \min(\mathbf{b}_{com})|} \quad (17)$$

其中, \mathbf{b}_{reg} 为 Tikhonov 正则化求解得到的电场值向量, \mathbf{b}_{com} 为 COMSOL 仿真得到的电场值向量。3 条不同路径上的电场反演误差分别如表 1、表 2 和表 3 所示。

表 1 $y = -13.5$ m, $z = 42.5$ m 电场反演误差

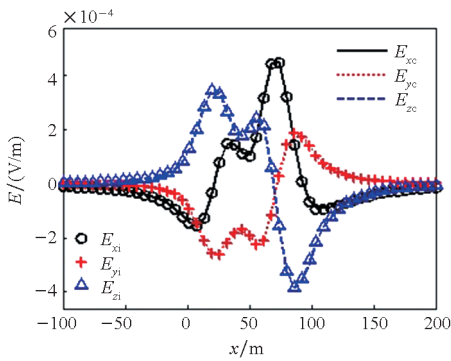
Tab. 1 Electric field inversion error for $y = -13.5$ m, $z = 42.5$ m

误差类型	电场分量		
	E_x	E_y	E_z
R_E	0.037 9	0.047 3	0.021 0
$R_{E_{max}}$	0.007 0	0.025 6	0.006 4
$R_{E_{pp}}$	0.004 6	0.010 8	0.005 2

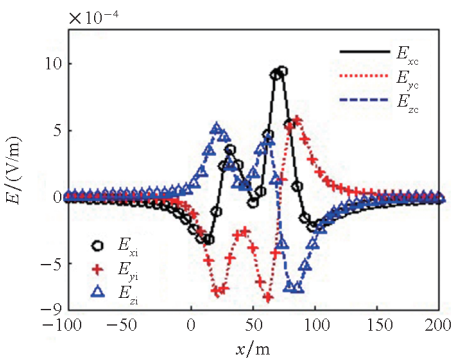
表 2 $y = -13.5$ m, $z = 33.5$ m 电场反演误差

Tab. 2 Electric field inversion error for $y = -13.5$ m, $z = 33.5$ m

误差类型	电场分量		
	E_x	E_y	E_z
R_E	0.037 2	0.053 5	0.047 1
$R_{E_{max}}$	0.027 6	0.049 6	0.041 6
$R_{E_{pp}}$	0.036 0	0.045 6	0.031 4



(a) $y = -13.5$ m, $z = 42.5$ m



(b) $y = -13.5$ m, $z = 33.5$ m

表 3 $y = -18 \text{ m}, z = 38 \text{ m}$ 电场反演误差

Tab.3 Electric field inversion error for $y = -18 \text{ m}, z = 38 \text{ m}$

误差类型	电场分量		
	E_x	E_y	E_z
R_E	0.021 4	0.035 7	0.021 4
$R_{E_{\max}}$	0.006 6	0.035 3	0.018 9
$R_{E_{\text{pp}}}$	0.007 4	0.024 8	0.006 2

由表 1、表 2 和表 3 可知,3 条路径上的电场反演值和 COMSOL 仿真值相对均方根误差、最大值相对误差和峰峰值相对误差的最大值都不超过 0.06,精度较高,说明本文反演算法对由远及近、由近及远和横向距离反演都是有效的。

为了进一步说明本文反演方法的有效性,分别以 $y = -13.5 \text{ m}, z = 29 \text{ m}$ 和 $y = -13.5 \text{ m}, z = 74 \text{ m}$ 为测量值,在二者深度范围内进行由近及远和由远及近的平面电场反演,电场反演相对均方根误差如图 7 和图 8 所示,图中 $\Delta H = |z_1 - z_2|$ 表示测量深度 z_1 和反演深度 z_2 之差的绝对值。

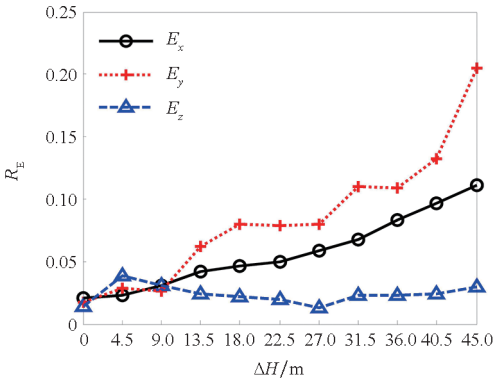


图 7 由近及远不同深度电场反演误差
Fig.7 Inversion error of electric field at different depths from near to far

由图 7 可知,由近及远进行反演时,电场 E_x 分量和 E_y 分量随着深度的增加,反演误差增大,当反演深度为 45 m 时, E_x 、 E_y 分量误差分别增大至 0.110 8 和 0.204 4; E_z 分量反演误差先减小后增大,反演误差在 0.012 8 和 0.038 3 之间波动。

由图 8 可知,由远及近进行反演时,电场 E_x 分量随着深度的增加,反演误差先减小后增大,反演深度为 18 m 时有最小反演误差 0.059 6; E_y 分量和 E_z 分量随着反演深度的增加,反演误差增大,当反演深度为 45 m 时, E_y 、 E_z 分量误差分别增大至 0.239 0 和 0.329 5。

文献[10]由近及远进行反演时,反演深度为

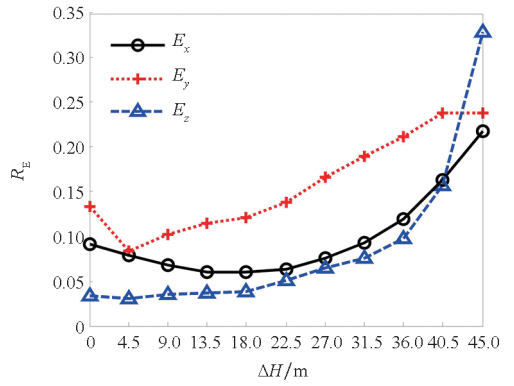


图 8 由远及近不同深度电场反演误差
Fig.8 Inversion error of electric field at different depth from far to near

11 m 时反演误差超过 0.5;由远及近反演时,反演深度为 20 m 时反演误差超过 0.5。文献[11]由近及远进行反演时,反演深度为 14.5 m 时反演误差小于 0.037;但由远及近进行反演时,反演深度为 1.5 m 时反演误差达到了 0.125。对比来看,本文反演算法具有较高的精度。

使用本文算法时,总体上相同反演深度下由近及远进行电场反演的精度大于由远及近进行反演的精度,这是由于由远及近进行反演时,螺旋桨和涂层破损区域等效半径相对于场点到潜艇的距离变大,将涂层破损处和螺旋桨等效为点电流源的误差增大。而由近及远进行反演时,螺旋桨和涂层破损区域等效半径相对于场点到潜艇的距离变小,将涂层破损处和螺旋桨等效为点电流源的误差减小。

4 电场反演精度仿真分析

基于点电流源和 Tikhonov 正则化对潜艇水下电场进行反演时,除反演深度外,等效点电流源数量、测点数量和噪声对反演精度也有较大的影响。在 3.1 节的基础上,改变等效点电流源数量、测点数量和添加随机噪声来仿真分析相关因素对反演精度的影响。

4.1 等效点电流源数量对反演精度的影响

选取 $y = -13.5 \text{ m}, z = 33.5 \text{ m}$ 作为测量线, $y = -13.5 \text{ m}, z = 42.5 \text{ m}$ 作为反演线, x 轴范围为 $-100 \sim 200 \text{ m}$,测点间距为 6 m。螺旋桨和阳极等效点电流源位置不变,改变艇体等效点电流源间隔以改变等效点电流源数量,等效点电流源数量分别为 5、13、21、29、69、109、167、309 时反演电场值和 COMSOL 仿真电场值的相对均方根误差如表 4 所示。

表4 反演误差随等效点电流源数量的变化

Tab.4 Variation of inversion error with the number of equivalent point current sources

电场分量	等效点电流源数量							
	5	13	21	29	69	109	167	309
E_x	0.125 1	0.097 9	0.044 6	0.040 3	0.040 3	0.040 1	0.038 2	0.038 0
E_y	0.165 6	0.154 8	0.053 7	0.038 2	0.039 8	0.039 6	0.037 4	0.037 7
E_z	0.154 9	0.095 9	0.019 1	0.018 5	0.018 8	0.018 9	0.017 7	0.017 7

由表4可知,当等效点电流源数小于21时,电场 E_x 、 E_y 、 E_z 分量反演误差均在0.095以上,其中电场 E_y 分量反演误差超过0.15;当等效点电流源数大于29时,电场 E_x 、 E_y 、 E_z 分量反演误差明显减小,分别基本保持在0.04、0.04和0.02以下。点电流源数量为29、69、109时,反演精度差别不大,等效点电流源增加到167和309时,反演精度虽略有增加,但电场 E_x 、 E_y 、 E_z 分量反演误差仅分别减小约0.001 9、0.002 2和0.001 2,且计算量增大。而

根据式(14)可知,等效点电流源数量 n 可在21~150之间,进一步说明采用3.2节的方法选取等效点电流源的位置和数量是合适的。

4.2 测点数量对反演精度的影响

选取 $y = -13.5\text{ m}$ 、 $z = 33.5\text{ m}$ 作为测量线, $y = -13.5\text{ m}$ 、 $z = 42.5\text{ m}$ 作为反演线, x 轴范围为 $-100 \sim 200\text{ m}$ 。等效点电流源数量为109,通过改变测点间隔来改变测点数量,不同测点数量时电场反演的相对均方根误差如表5所示。

表5 反演误差随测点数量的变化

Tab.5 Variation of inversion error with the number of measuring points

电场分量	测点数量											
	6	11	16	21	26	31	51	61	76	101	151	301
E_x	0.224 3	0.112 4	0.083 3	0.055 7	0.048 6	0.041 7	0.043 6	0.041 6	0.042 2	0.042 0	0.041 1	0.040 8
E_y	0.244 7	0.186 5	0.118 0	0.073 1	0.048 4	0.045 7	0.043 3	0.048 5	0.044 6	0.045 6	0.046 8	0.046 7
E_z	0.173 8	0.054 2	0.031 4	0.028 8	0.022 9	0.022 5	0.021 0	0.020 8	0.019 5	0.022 9	0.019 4	0.019 9

在反演问题中,为使式(6)为超定方程,测量电场数量 $m = 3N$ 应大于待求等效点电流源的数量 n 。而由表5可知,当测点数量为51,即测量数量153大于等效点电流源数量109时,随着测点数量的增多, E_x 、 E_y 和 E_z 分量反演误差变化不大, E_x 分量在0.042左右波动, E_y 分量在0.046左右波动, E_z 分量在0.020左右波动, E_y 分量甚至随着测点数量的增多略有增大。考虑到反演精度和计算量,电场值测量数量 m 可以

选择在等效点电流源数量的110%~150%之间。

4.3 噪声对反演精度的影响

为了检验基于Tikhonov正则化对潜艇电场进行反演的抗噪声能力,在COMSOL仿真电场值的基础上加上随机噪声作为测量值,噪声均值为0,标准差分别为电场各方向分量最大值的0.01、0.02、0.05、0.10、0.15和0.20倍时电场反演值和测量值的均方根误差,如表6所示。

表6 反演误差随噪声幅值的变化

Tab.6 Variation of inversion error with noise amplitude

电场分量	噪声幅值					
	0.01	0.02	0.05	0.10	0.15	0.20
E_x	0.043 5	0.044 9	0.061 8	0.049 59	0.146 7	0.187 2
E_y	0.046 4	0.044 4	0.087 9	0.081 8	0.198 7	0.199 2
E_z	0.019 5	0.022 1	0.036 5	0.085 6	0.121 0	0.170 3

由表 6 可知,虽然随着噪声的增大,反演误差不断增大,但当随机噪声标准差为 0.1 倍最大电场值时,反演精度仍在 0.1 以内,即使噪声幅值达到 0.2,反演误差仍然小于 0.2,这说明本文反演算法抗噪声能力较强,能较好地用于工程实践。

5 结论

1) 利用等效点电流源和 Tikhonov 正则化对潜艇周围海水区域的腐蚀相关稳恒电场进行反演,点电流源位置确定较为简单,且反演精度较高,抗噪声能力较强。

2) 由近及远进行反演时,电场 E_x 分量和 E_y 分量反演误差随着反演深度的增加而增大,而 E_z 分量反演误差先减小后增大。由远及近进行反演时,电场 E_x 分量反演误差随着深度的增加先减小后增大, E_y 分量和 E_z 分量反演误差随着反演深度的增加而增大。

3) 优化等效点电流源数量和测点数量可以提高反演精度。适当增大点电流源数量可提高反演精度;兼顾反演精度和计算量,电场测量数量可选择在等效点电流源数量的 110% ~ 150%。反演误差随着噪声的增大而增大,但噪声标准差达到电场最大值 0.2 倍时,反演均方根误差仍然小于 0.2,抗噪声能力较强。

参考文献 (References)

- [1] 谭浩, 张伽伟. 船舶静电场抑制效果的影响因素研究[J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2021, 49(4): 50-55.
TAN H, ZHANG J W. Study on influencing factors of static electric field suppression effect of a ship [J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2021, 49(4): 50-55. (in Chinese)
- [2] 赵玉龙, 刘春阳, 周丹. 基于等效电路和点电流源的潜艇水下腐蚀电场估算[J]. 国防科技大学学报, 2022, 44(3): 176-183.
ZHAO Y L, LIU C Y, ZHOU D. Estimation of submarine underwater corrosion electric field based on equivalent circuit and point current source[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2022, 44(3): 176-183. (in Chinese)
- [3] SCHAEFER D, DOOSE J, PICHLMAIER M, et al. Conversion of UEP signatures between different environmental conditions using shaft currents[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 2016, 41(1): 105-111.
- [4] 朱祺, 王向军, 徐庆林, 等. 舰船腐蚀静电场在海水中的传播规律研究[J]. 舰船科学技术, 2022, 44(10): 107-110.
ZHU Z, WANG X J, XU Q L, et al. Research on propagation law of corrosive electrostatic field of ship in seawater[J]. Ship Science and Technology, 2022, 44(10): 107-110. (in Chinese)
- [5] 刘德红, 徐庆林, 王向军. 基于 COMSOL 有限元的舰船静电场近场数值仿真与实验验证[J]. 武汉理工大学学报(交通科学与工程版), 2020, 44(6): 1004-1007.
LIU D H, XU Q L, WANG X J. Near field numerical simulation and experimental verification of submarine static electric field based on COMSOL finite element method[J]. Journal of Wuhan University of Technology (Transportation Science & Engineering), 2020, 44(6): 1004-1007. (in Chinese)
- [6] KIM Y S, LEE S K, CHUNG H J, et al. Influence of a simulated deep sea condition on the cathodic protection and electric field of an underwater vehicle [J]. Ocean Engineering, 2018, 148: 223-233.
- [7] 徐庆林, 王向军, 张建新, 等. 补偿阳极位置对舰船腐蚀电场防护效果的影响[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2020, 52(9): 123-128.
XU Q L, WANG X J, ZHANG J C, et al. Influence of compensation anode position on corrosion electric field damping effect of ship [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2020, 52(9): 123-128. (in Chinese)
- [8] 陈聪, 李定国, 龚沈光. 基于拉氏方程的舰船静电场深度换算[J]. 电子学报, 2010, 38(9): 2025-2029.
CHEN C, LI D G, GONG S G. Research on the extrapolation of the static electric field of ships based on Laplace equation[J]. Acta Electronica Sinica, 2010, 38(9): 2025-2029. (in Chinese)
- [9] 李定国, 陈聪, 刘华波, 等. 舰船水下静态电场深度换算的格林函数法[J]. 海军工程大学学报, 2012, 24(3): 1-6.
LI D G, CHEN C, LIU H B, et al. Green function method for extrapolating of ship's underwater static electric field[J]. Journal of Naval University of Engineering, 2012, 24(3): 1-6. (in Chinese)
- [10] 孙嘉庆, 陈聪, 危玉倩, 等. 微分递推法在舰船静电场深度换算中的应用研究[J]. 兵工学报, 2018, 39(2): 345-355.
SUN J Q, CHEN C, WEI Y Q, et al. Application of differential recursion method in depth conversion of ship static electric field[J]. Acta Armamentarii, 2018, 39(2): 345-355. (in Chinese)
- [11] 陈聪, 李定国, 龚沈光. 舰船静电场深度换算方法[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2009, 30(6): 719-722.
CHEN C, LI D G, GONG S G. The method of the extrapolation of the static electric field of ships[J]. Journal of Harbin Engineering University, 2009, 30(6): 719-722. (in Chinese)
- [12] 姜润翔, 林春生, 龚沈光. 基于点电荷模型的舰船静电场反演算法研究[J]. 兵工学报, 2015, 36(3): 545-551.

- JIANG R X, LIN C S, GONG S G. Electrostatic electric field inversion method for ship based on point charge source model[J]. *Acta Armamentarii*, 2015, 36(3): 545 – 551. (in Chinese)
- [13] 姜润翔, 张伽伟, 林春生. 基于点电荷模型的腐蚀相关静电场快速预测方法研究[J]. *兵工学报*, 2017, 38(4): 735 – 743.
- JIANG R X, ZHANG J W, LIN C S. Study of quick prediction method for ship corrosion related static electric field based on point charge source model[J]. *Acta Armamentarii*, 2017, 38(4): 735 – 743. (in Chinese)
- [14] 刘海飞. 直流激电反演中的线性与非线性方法研究[D]. 长沙: 中南大学, 2007.
- LIU H F. Linear and non-linear inversion methods research on direct current IP measurements[D]. Changsha: Central South University, 2007. (in Chinese)
- [15] 杨明明, 刘大明, 刘胜道, 等. 采用边界积分方程和 Tikhonov 正则化方法延拓潜艇磁场[J]. *兵工学报*, 2010, 31(9): 1216 – 1221.
- YANG M M, LIU D M, LIU S D, et al. Submarine's magnetic field extrapolation using boundary element method and Tikhonov regularization[J]. *Acta Armamentarii*, 2010, 31(9): 1216 – 1221. (in Chinese)
- [16] 周国华, 肖昌汉, 刘胜道, 等. 一种舰艇磁隐身中磁场推算的新方法[J]. *兵工学报*, 2009, 30(7): 951 – 957.
- ZHOU G H, XIAO C H, LIU S D, et al. A new magnetic field extrapolation method in magnetic silencing of ships[J]. *Acta Armamentarii*, 2009, 30(7): 951 – 957. (in Chinese)