

非最小相位高超声速飞行器的动态滑模镇定控制

王雨潇¹, 丰航¹, 赵昱宇^{1*}, 孙明玮²

(1. 中国民航大学 电子信息与自动化学院, 天津 300300; 2. 南开大学 人工智能学院, 天津 300350)

摘要:针对高超声速飞行器非最小相位特性带来的零动态不稳定问题, 提出基于 B-I (Byrnes-Isidori) 标准型的模型变换方法, 实现系统内、外动态的解耦。设计了一种动态积分滑模镇定控制方法, 构建包含内、外部状态和动态参数变量的增广系统。提出滑模控制参数整定方法实现增广系统的闭环极点配置, 使得不同工况和扰动条件下增广系统保持动态稳定, 同时外部输出误差平衡点始终为零。所提方法可实现在外部输出精确跟踪的同时镇定不稳定零动态, 实现非最小相位高超声速飞行器的纵向轨迹稳定跟踪控制。给出了控制方法的 Lyapunov 稳定性证明, 并进行了恒动压轨迹跟踪和蒙特卡罗仿真。仿真结果表明, 动态积分滑模控制方法在扰动条件下保持了较好的跟踪精度和鲁棒性, 同时可以有效地镇定系统零动态。

关键词:高超声速飞行器; 非最小相位; 零动态; Byrnes-Isidori 标准型; 动态积分滑模控制

中图分类号: TP273 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-2486(2024)05-054-11



论
文
拓
展

Dynamic sliding mode stabilization control for nonminimum phase hypersonic vehicle

WANG Yuxiao¹, FENG Hang¹, ZHAO Yuyu^{1*}, SUN Mingwei²

(1. College of Electronic Information and Automation, Civil Aviation University of China, Tianjin 300300, China;

2. College of Artificial Intelligence, Nankai University, Tianjin 300350, China)

Abstract: Aiming at the zero dynamic instability caused by nonminimum phase property of hypersonic vehicles, a model transformation method based on the B-I (Byrnes-Isidori) standard form was proposed to achieve decoupling of internal and external dynamics of the system. A dynamic integral sliding mode stabilization control method was proposed, an augmented closed-loop system with internal dynamics, external dynamics and dynamic parameters was formed. A sliding mode parameter tuning method was proposed to make the augmented system remain dynamic stable under different operating conditions and perturbation conditions, and the trimmed point of external output was always zero. The proposed method could accurately track the output trajectory command with zero dynamic stability, and realize the longitudinal trajectory stability tracking control of nonminimum phase hypersonic vehicle. Lyapunov stability analysis was used to prove the stability of the proposed control method, and constant dynamic pressure trajectory tracking and Monte Carlo simulations were carried out. Simulation results show that the dynamic integral sliding mode control method maintains good tracking accuracy and robustness under perturbation conditions, and stabilizes the zero dynamics of the system effectively.

Keywords: hypersonic vehicles; nonminimum phase; zero dynamic; Byrnes-Isidori normalized form; dynamic integral sliding mode control

吸气式高超声速飞行器在其纵向控制通道中一般采用尾部升降舵的控制结构^[1-2], 因此在高度控制回路中会产生“升降舵-升力”耦合特性^[3], 进而在纵向控制中给飞行器带来非最小相位问题^[4-5]。对于非最小相位系统, 内动态不具备自稳定性, 因此设计控制器时必须同时考虑输出的跟踪和内动态的稳定。非最小相位问题会

导致一些常规的非线性控制方法无法应用, 如反步法^[6-7]、动态逆控制^[8]等, 若直接应用则会使闭环系统产生不稳定的零动态, 导致控制量迅速达到饱和, 进而产生状态发散。

针对此问题, 一种思路是忽略弹道倾角 (flight path angle, FPA) 动态中的升降舵耦合项, 从而使纵向模型变为满相对阶模型^[9], 消除系统

收稿日期: 2022-12-07

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (62003351, 62003352); 中国民航大学科研启动基金资助项目 (2020KYQD11)

第一作者: 王雨潇 (1990—), 男, 黑龙江哈尔滨人, 讲师, 博士, 硕士生导师, E-mail: wangyx@cauc.edu.cn

*通信作者: 赵昱宇 (1989—), 女, 黑龙江伊春人, 讲师, 博士, 硕士生导师, E-mail: yy_zhao@cauc.edu.cn

引用格式: 王雨潇, 丰航, 赵昱宇, 等. 非最小相位高超声速飞行器的动态滑模镇定控制 [J]. 国防科技大学学报, 2024, 46(5): 54-64.

Citation: WANG Y X, FENG H, ZHAO Y Y, et al. Dynamic sliding mode stabilization control for nonminimum phase hypersonic vehicle [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2024, 46(5): 54-64.

零动态,转化为最小相位系统。但此种思路牺牲了系统的控制性能,仅对“弱耦合非最小相位系统”有效,难以达到高超声速飞行器的控制性能要求。另一种保留升降舵耦合项的解决方案是在飞行器前端增加一个与升降舵联动的固定增益鸭翼^[10],由于其相反方向的偏转抵消了升降舵产生的负向升力,因此消除了升降舵-升力耦合,使系统转化为最小相位系统,但它同时带来的严重气动热问题使此种方案未被广泛应用。

目前解决飞行器纵向控制非最小相位问题的主流思路是输出重定义法,该思路利用系统的内部状态或其变换形式作为新的系统输出,以此将系统转化为最小相位系统,使得传统非线性控制方法得以应用。一些系统可选取与原输出特性相近的最小相位输出来跟踪原参考轨迹,文献[11]提出一种系统方法来构造具有规定传输零点的静态等效输出,以此实现了非最小相位系统的近似控制;文献[12]基于线性近似模型,设计了基于输出重定义的统一跟踪控制器,并将其运用在离散时间脉宽调制系统、小信号功率放大器系统^[13]等输出跟踪问题上。但飞行器控制系统难以寻找输出特性相近的最小相位输出,因此一些研究利用B-I(Byrnes-Isidori)标准型^[14]、平坦输出^[15]等方法选取与原输出不同的最小相位输出,并借助于系统逆计算,规划保证原输出期望轨迹的新输出期望轨迹。文献[16]基于通过坐标变换推导出最小相位输出参考指令,并利用小增益定理证明了系统内外动态的稳定性;文献[17]将高度和弹道倾角及其误差项嵌入系统内部状态,利用局部稳定特性镇定了系统内动态;文献[18]分别利用了内部输出、内外状态结合输出和增加积分输出项等三种方法解决了非最小相位零动态镇定问题。但由于新输出轨迹和原输出轨迹之间难以建立精确的映射关系,这种输出重定义方法也会为控制系统带来未知的输入不确定性。

另一种思路是先将模型转换为B-I标准型,然后设计一种包含内、外部状态反馈的动态滑模控制器^[19],当闭环系统满足相对阶为1的条件时,通过整定相应参数实现极点配置来完成内动态的镇定^[20]。一些研究^[21-22]将此方法应用到飞行器控制上,并取得了较好的效果。文献[23]针对欠驱动飞行器姿态控制问题,将三维姿控模型转为B-I标准型,使其分为最小相位和非最小相位两个子系统,为非最小相位子系统设计了二阶动态滑模控制器,实现了内动态的镇定。但其滑模面形式限制了内动态平衡点,而在实际飞控系

统中内动态平衡点是随环境变化的,因此该动态滑模方法只能实现近似跟踪^[24]。

综上所述,针对非最小相位高超声速飞行器系统控制器设计需要在跟踪外部输出的同时,保持内部状态的稳定,并在系统存在不确定性的情况下,提高系统的跟踪精度和鲁棒性。基于已有研究成果,针对高超声速飞行器纵向控制问题,将高超声速飞行器模型转为B-I标准型,实现内、外动态解耦。提出了一种动态积分滑模控制方法,构建包含内、外部状态和动态参数变量的增广系统。设计参数整定方法以实现闭环系统极点配置,在不同工况和摄动条件下保障输出精确跟踪和内部状态动态稳定。

1 模型描述

吸气式高超声速飞行器纵向非线性模型^[12]描述如下:

$$\begin{cases} \dot{V} = \frac{T \cos(\theta - \gamma) - D}{m} - g \sin \gamma \\ \dot{h} = V \sin \gamma \\ \dot{\gamma} = \frac{L + T \sin(\theta - \gamma)}{mV} - \frac{g}{V} \cos \gamma \\ \dot{\theta} = Q \\ \dot{Q} = \frac{M}{I_{yy}} \end{cases} \quad (1)$$

系统拥有五个状态 $[V, h, \gamma, \theta, Q]^T$ 和两个控制量 $[\phi, \delta_e]^T$ 。其中, m 为飞行器质量, g 为重力加速度。推力 T ,阻力 D ,升力 L ,俯仰力矩 M 拟合如式(2)所示。其中, \bar{c} 为飞行器气动弦长, S 为飞行器气动等效面积, z_T 为推力矢量力臂,其余 $C_{T,\phi}(\alpha)$ 、 $C_T(\alpha)$ 、 $C_D^{\alpha^2}$ 、 C_D^{α} 、 $C_D^{\delta_e^2}$ 、 $C_D^{\delta_e}$ 、 C_D^0 、 C_L^{α} 、 $C_L^{\delta_e}$ 、 C_L^0 、 $C_M^{\alpha^2}$ 、 C_M^{α} 、 C_M^0 、 $C_M^{\delta_e}$ 均为气动参数。各状态变量的含义及模型适用范围^[5,12]如表1所示。

表1 模型变量取值范围

Tab.1 Range of model variable values

变量	物理意义	最小值	最大值
V	速度/(m/s)	2 286	3 505.2
γ	弹道倾角/(°)	-3	3
θ	俯仰角/(°)	-5	5
Q	俯仰角速率/(°/s)	-10	10
ϕ	节流率	0.05	1.5
δ_e	升降舵/(°)	-20	20
h	高度/m	25 908	41 148
α	攻角/(°)	-5	5
\bar{q}	动压/Pa	8 738.15	105 336.59

$$\begin{cases} T \approx \bar{q}S [C_{T,\phi}(\alpha)\phi + C_T(\alpha)] \\ D \approx \bar{q}S (C_D^{\alpha^2}\alpha^2 + C_D^\alpha\alpha + C_D^{\delta_e^2}\delta_e^2 + C_D^{\delta_e}\delta_e + C_D^0) \\ L \approx \bar{q}S (C_L^\alpha\alpha + C_L^{\delta_e}\delta_e + C_L^0) \\ M \approx z_T T + \bar{q}S\bar{c} [C_M^{\alpha^2}\alpha^2 + C_M^\alpha\alpha + C_M^0 + C_M^{\delta_e}\delta_e] \end{cases} \quad (2)$$

2 B-I 标准型变换及特性分析

2.1 理论介绍

对于一般系统,可将系统状态分为两部分:内部状态和外部状态。外部状态为对输出求导直至出现控制输入为止,输出及其各阶导数称为外部状态;其余不能用输出及其导数来表示的状态称为内部状态,且内部状态不包含控制输入。当系统表示为上述外部、内部状态的形式时,称为系统的 B-I 标准型。一般的系统模型可以通过微分同胚映射得到 B-I 标准型, n 阶单输入单输出 (single input and single output, SISO) 系统的 B-I 标准型可表示为

$$\begin{cases} \dot{\xi}_1^{(r)} = b(\xi, \eta) + a(\xi, \eta)u \\ \dot{\eta} = q(\xi, \eta) \end{cases} \quad (3)$$

其中, r 为系统的相对阶。系统的外部状态为 $\xi = [\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_r]^T = [y, \dot{y}, \dots, y^{(r-1)}]^T \in \mathbb{R}^r$, 系统的内部状态为 $\eta \in \mathbb{R}^{n-r}$, 内部状态的微分方程称为系统的内动态。

系统在动态逆控制

$$u = [-b(\xi, \eta) + v] / a(\xi, \eta) \quad (4)$$

作用下,可得到外部状态线性化系统

$$\begin{cases} \dot{\xi}_1^{(r)} = v \\ \dot{\eta} = q(\xi, \eta) \end{cases} \quad (5)$$

其中, v 为系统的虚拟控制量。

当系统外部状态为零时,系统的内动态 $\dot{\eta} = q(0, \eta)$ 称为系统的零动态。若非线性系统的零动态不稳定,则非线性系统具有非最小相位特性。

2.2 飞行器 B-I 变换及特性分析

由于高度和弹道倾角之间为运动几何关系,可以直接反解,不存在不确定性,因此直接考虑弹道倾角动态。针对非线性模型(1),存在微分同胚映射使之转化为 B-I 标准型。选取外部、内部状态为

$$\begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{V} \\ \bar{\gamma} \\ \theta \\ \frac{I_{yy}}{\bar{q}ScC_M^{\delta_e}}Q - \frac{mV}{\bar{q}SC_L^{\delta_e}}\dot{\gamma} \end{bmatrix} \quad (6)$$

新的状态选择消去了系统内动态中的控制量,完成了内动态 - 控制解耦,实现 B-I 标准型转化。

结合式(2),得到系统的 B-I 标准型动力学方程为

$$\begin{cases} \dot{\xi}_1 = \mu_1^T [G_1(x)\phi - F_1(x, \dot{V}_c)] \\ \dot{\xi}_2 = f_2 - \dot{\gamma}_c + \frac{\bar{q}SC_L^{\delta_e}}{mV}\delta_e \\ \dot{\eta}_1 = \frac{\bar{q}ScC_M^{\delta_e}}{I_{yy}}\eta_2 + \frac{mVcC_M^{\delta_e}}{I_{yy}C_L^{\delta_e}}\xi_2 \\ \dot{\eta}_2 = -\left(\frac{C_M^\alpha}{C_M^{\delta_e}} - \frac{C_L^\alpha}{C_L^{\delta_e}}\right)\xi_2 + \left(\frac{C_M^\alpha}{C_M^{\delta_e}} - \frac{C_L^\alpha}{C_L^{\delta_e}}\right)\eta_1 + \Gamma \end{cases} \quad (7)$$

其中

$$\begin{aligned} \mu_1 = \frac{1}{m} [& SC_{T,\phi}^{\alpha^3}, SC_{T,\phi}^{\alpha^2}, SC_{T,\phi}^\alpha, SC_{T,\phi}^0, \\ & SC_T^{\alpha^3}, SC_T^{\alpha^2}, SC_T^\alpha, SC_T^0, \\ & SC_D^{\alpha^2}, SC_D^\alpha, SC_D^0, mg, m]^T \end{aligned} \quad (8)$$

$$G_1(x) = [\bar{q}\alpha^3 \cos\alpha, \bar{q}\alpha^2 \cos\alpha, \bar{q}\alpha \cos\alpha, \bar{q} \cos\alpha, \mathbf{0}_{1 \times 9}]^T \quad (9)$$

$$\begin{aligned} F_1(x, \dot{V}_c) = [& \mathbf{0}_{1 \times 4}, -\bar{q}\alpha^3 \cos\alpha, -\bar{q}\alpha^2 \cos\alpha, \\ & -\bar{q}\alpha \cos\alpha, -\bar{q} \cos\alpha, \\ & \bar{q}\alpha^2, \bar{q}\alpha, \bar{q}, \sin\gamma, \dot{V}_c]^T \end{aligned} \quad (10)$$

$$f_2 = \frac{T \sin\alpha - mg \cos\gamma}{mV} + \frac{\bar{q}S(C_L^\alpha\alpha + C_L^0)}{mV} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \Gamma = \frac{zT}{\bar{q}ScC_M^{\delta_e}} - \frac{T \sin\alpha - mg \cos\gamma}{\bar{q}SC_L^{\delta_e}} - \frac{C_L^0}{C_L^{\delta_e}} + \\ \frac{C_M^{\alpha^2}\alpha^2 + C_M^0}{C_M^{\delta_e}} - \left(\frac{C_M^\alpha}{C_M^{\delta_e}} - \frac{C_L^\alpha}{C_L^{\delta_e}}\right)\gamma_c + \frac{mV}{\bar{q}SC_L^{\delta_e}}\dot{\gamma}_c \end{aligned} \quad (12)$$

注 1:在本文的模型中升降舵对阻力影响极小, $C_D^{\delta_e}$ 数量级为 10^{-6} ,仅为 C_D^α 数量级 (10^{-2}) 的 $1/10\ 000$,一般远小于模型的其他干扰或不确定性,实际仿真发现升降舵影响仅占比总阻力的约 $1/1\ 000$,因此在面向控制设计的式(7)中予以忽略,当作模型误差处理。

考虑式(7)的零动态,根据定义可知,令 $\xi_1 = 0, \xi_2 = 0$,得到系统零动态,即

$$\begin{bmatrix} \dot{\eta}_1 \\ \dot{\eta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\bar{q}ScC_M^{\delta_e}}{I_{yy}} \\ \frac{C_M^\alpha}{C_M^{\delta_e}} - \frac{C_L^\alpha}{C_L^{\delta_e}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \Gamma \end{bmatrix} \quad (13)$$

由于 $\frac{\bar{q}ScC_M^{\delta_e}}{I_{yy}} < 0$,且 $\frac{C_M^\alpha}{C_M^{\delta_e}} - \frac{C_L^\alpha}{C_L^{\delta_e}} < 0$,零动态的状态阵是非霍尔维茨的,因此系统的零动态是不稳定的,即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \left\| \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix} \right\| = \infty \quad (14)$$

系统在常规动态逆控制下,具有不稳定的二阶零动态,呈非最小相位特性。零动态的发散会

在短时间内使得控制器饱和,进而导致外部状态的发散,无法实现输出稳定跟踪。因此需要一种零动态镇定控制方法,使得实现外部输出跟踪的同时,系统的零动态保持稳定。

3 控制器设计

根据控制量对系统输出的主要影响,考虑利用燃油节流率控制速度,用升降舵控制弹道倾角。按两个输出量将系统分为速度子系统和弹道倾角(高度)子系统,分别对两个子系统设计控制器。

3.1 速度环控制设计

由飞行器动力学方程(7)可得,速度控制子系统为

$$\dot{\xi}_1 = \mu_1^T [G_1(x)\phi - F_1(x, \dot{V}_c)] \quad (15)$$

控制量 ϕ 出现在输出 ξ_1 的一阶导数中,系统的相对阶和系统阶数均为1,系统不存在内动态,因此为最小相位系统。

针对该系统设计动态逆控制律如式(16)所示。

$$\phi = \frac{1}{\hat{\mu}_1^T G_1(x)} [-\lambda_v \xi_1 + \hat{\mu}_1^T F_1(x, \dot{V}_c)] \quad (16)$$

增益参数 $k_v > 0$, 参数估计值 $\hat{\mu}_1$ 更新律为

$$\hat{\mu}_1 = Proj_{\mu_1 \in \Theta} \{ \xi_1 \Delta [G_1(x)\phi - F_1(x, \dot{V}_c)] \} \quad (17)$$

其中, $\Delta \in \mathbb{R}^{14 \times 14}$ 为一对称正定矩阵, $Proj_{\mu_1 \in \Theta}(\cdot)$ 为平滑参数投影函数^[25]。显然,选取合适的 Lyapunov 函数可以证明,速度子系统式(15)在式(16)和式(17)的作用下,输出可实现渐近收敛。

3.2 高度环控制设计

高度环是一个4阶控制系统,控制回路为 $\delta_e \rightarrow \gamma \rightarrow h$ 。将其分解为2个子系统,首先针对 $\gamma \rightarrow h$ 回路设计控制器。由于其属于运动学关系解算,不存在不确定性,设计虚拟弹道倾角控制量为

$$\gamma_c = (-\lambda_1 \tilde{h} + \dot{h}_c) / V \quad (18)$$

易证在式(18)控制律下,高度跟踪误差可实现渐近收敛。

然后针对 $\delta_e \rightarrow \gamma$ 回路,由飞行器动力学方程(7)可得,弹道倾角控制子系统为

$$\begin{cases} \dot{\xi}_2 = f_2 - \dot{\gamma}_c + \frac{\bar{q}ScC_{L_e}^{\delta_e}}{mV} \delta_e \\ \dot{\eta}_1 = \frac{\bar{q}ScC_M^{\delta_e}}{I_{yy}} \eta_2 + \frac{mVcC_M^{\delta_e}}{I_{yy}C_L^{\delta_e}} \xi_2 \\ \dot{\eta}_2 = -\left(\frac{C_M^\alpha}{C_M^{\delta_e}} - \frac{C_L^\alpha}{C_L^{\delta_e}}\right) \xi_2 + \left(\frac{C_M^\alpha}{C_M^{\delta_e}} - \frac{C_L^\alpha}{C_L^{\delta_e}}\right) \eta_1 + \Gamma \end{cases} \quad (19)$$

由上节可知,弹道倾角子系统具有二阶不稳定的零动态,因此系统具有明显的非最小相位特性。仅考虑输出跟踪系统是无法保持稳定的,需要在实现输出跟踪的同时,镇定系统的零动态。

针对该系统设计动态逆控制律如式(20)所示。

$$\delta_e = \frac{mV}{\bar{q}ScC_{L_e}^{\delta_e}} (u_0 - f_2 + \dot{\gamma}_c) \quad (20)$$

其中, u_0 为一待设计虚拟控制量。

在控制律(20)下系统(19)可重写为

$$\begin{cases} \dot{\xi}_2 = u_0 + \Delta_\xi \\ \dot{\eta} = A_1 \xi_2 + A_2 \eta + \sigma + \Delta_\eta \end{cases} \quad (21)$$

其中, $\eta = [\eta_1 \ \eta_2]^T$, $A_1 = \begin{bmatrix} mVcC_M^{\delta_e} & \\ I_{yy}C_L^{\delta_e} & \end{bmatrix} - \left(\frac{C_M^\alpha}{C_M^{\delta_e}} - \frac{C_L^\alpha}{C_L^{\delta_e}}\right)^T$,

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & \bar{q}ScC_M^{\delta_e} \\ \left(\frac{C_M^\alpha}{C_M^{\delta_e}} - \frac{C_L^\alpha}{C_L^{\delta_e}}\right) & 0 \end{bmatrix}, \sigma = [0 \ \Gamma]^T。$$

假设 1 系统(21)中模型不确定性 Δ_ξ 、 Δ_η 和非线性项 σ 有上界,满足 $\|\Delta_\xi\| \leq \sigma_\xi$, $\|\Delta_\eta\| \leq \sigma_\eta$, $\|\sigma\| \leq \sigma_\phi$ 。 σ_ξ 、 σ_η 、 σ_ϕ 为正实数。

引理 1 (输入-状态稳定性)^[23] 对于线性时不变系统

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (22)$$

其中, B 为输入矩阵, u 为线性系统。

若 A 满足 Hurwitz 条件。那么系统是输入-状态稳定的,且存在正常数 λ 、 k 使得

$$\|x(t)\| \leq ke^{-\lambda t} \|x(0)\| + \frac{k\|B\|}{\lambda} \sup_{0 \leq \tau \leq t} \|u(\tau)\| \quad (23)$$

为了实现弹道倾角稳定跟踪和内动态 η 的镇定,设计动态积分滑模,即

$$S(t) = \xi_2(t) - \int_0^t G^T X dt \quad (24)$$

其中, $X = [\xi_2 \ \eta^T \ \chi]^T$, $G = [g_1 \ g_2 \ g_3 \ g_4]^T$ 为滑模待设计参数, χ 为一动态参数变量,其更新律为

$$\dot{\chi} = K^T X \quad (25)$$

其中, $K = [k_1 \ k_2 \ k_3 \ k_4]^T$ 为待设计参数。

定理 1 设 $A' = [A_1 \ A_2 \ \mathbf{0}_{2 \times 1}]^T$, 若矩阵 $Q = [G \ A' \ K]^T$ 满足 Hurwitz 条件,且参数满足

$$\begin{cases} k_3 g_4 - k_4 g_3 = 0 \\ k_2 g_4 - k_4 g_2 = 0 \end{cases} \quad (26)$$

设计控制律式(20)中的虚拟控制量为

$$u_0 = -\lambda_v \cdot \text{sign}(S) + G^T X \quad (27)$$

其中, $\lambda_\gamma > \sigma_\xi$ 。则外部输出 ξ_2 可渐近收敛到 0, 且同时内部状态 η_1, η_2 保持稳定。

证明: 将控制律式 (20)、式 (27) 代入系统可得系统外动态为

$$\dot{\xi}_2 = -\lambda_\gamma \cdot \text{sign}(S) + \mathbf{G}^T \mathbf{X} + \Delta_\xi \quad (28)$$

取 Lyapunov 函数为

$$V = \frac{1}{2} S^2 \quad (29)$$

对式 (29) 求导得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= S \cdot \dot{S} \\ &= S \cdot (\dot{\xi}_2 - \mathbf{G}^T \mathbf{X}) \\ &= S \cdot (-\lambda_\gamma \cdot \text{sign}(S) + \mathbf{G}^T \mathbf{X} + \Delta_\xi - \mathbf{G}^T \mathbf{X}) \\ &= S \cdot (-\lambda_\gamma \cdot \text{sign}(S) + \Delta_\xi) \\ &< |S| \cdot (-\lambda_\gamma + \Delta_\xi) \\ &< 0 \end{aligned} \quad (30)$$

因此滑模面可实现渐近收敛, 即满足

$$\lim_{t \rightarrow \infty} S(t) = 0 \quad (31)$$

当系统到达并保持在滑模面上运动时, 即 $S = 0$, 由式 (24) 可得

$$\xi_2 = \int_0^t \mathbf{G}^T \mathbf{X} dt \quad (32)$$

对式 (32) 求导得到滑模面条件下的外动态为

$$\dot{\xi}_2 = \mathbf{G}^T \mathbf{X} \quad (33)$$

此时外动态、二阶内动态、滑模面动态参数将构成如下扩张系统

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{Q}\mathbf{X} + \boldsymbol{\sigma}' \quad (34)$$

其中, $\mathbf{X} = [\xi_2 \quad \eta^T \quad \chi]^T, \mathbf{Q} = [\mathbf{G} \quad \mathbf{A}' \quad \mathbf{K}]^T, \boldsymbol{\sigma}' = [0 \quad \boldsymbol{\sigma} + \Delta_\eta \quad 0]^T$ 。

因 \mathbf{Q} 满足 Hurwitz 条件, 且 $\boldsymbol{\sigma}'$ 有界, 则根据引理 1 可知, 系统是输入 - 状态稳定的, 扩张系统式 (34) 状态满足

$$\|\mathbf{X}(t)\| \leq a_1 \|\mathbf{X}(0)\| + b_1 \quad (35)$$

其中, $a_1 = k_1 e^{-\lambda_1 t}, b_1 = \frac{k_1 \|\mathbf{B}\|}{\lambda_1} \sup_{0 \leq \tau \leq t} \|\boldsymbol{\sigma}'(\tau)\|$ 。 λ_1, k_1 为正常数。因此系统可实现渐近收敛, 内动态稳定。

系统平衡点为

$$\mathbf{X}^* = -\mathbf{Q}^{-1} \boldsymbol{\sigma}' = [\mathbf{R}_1 \quad \mathbf{R}_2][\boldsymbol{\sigma} + \Delta_\eta] \mathbf{F} \quad (36)$$

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_1 &= [-A_2(2,1)(k_3 g_4 - k_4 g_3), \\ &A_1(2)(k_3 g_4 - k_4 g_3), \\ &-A_1(2)(k_2 g_4 - k_4 g_2) - \\ &A_2(2,1)(k_4 g_1 - k_1 g_4), \\ &A_1(2)(k_2 g_3 - k_3 g_2) + \\ &A_2(2,1)(k_3 g_1 - k_1 g_3)]^T \end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_2 &= [-A_2(1,2)(k_2 g_4 - k_4 g_2), \\ &A_1(1)(k_3 g_4 - k_4 g_3) - \\ &A_2(1,2)(k_4 g_1 - k_1 g_4), \\ &A_1(1)(k_2 g_4 - k_4 g_2), \\ &-A_1(1)(k_2 g_3 - k_3 g_2) - \\ &A_2(1,2)(k_1 g_2 - k_2 g_1)]^T \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= A_2(1,2)A_2(2,1)(g_1 k_4 - g_4 k_1) + \\ &A_2(1,2)A_1(2)(g_4 k_2 - g_2 k_4) + \\ &A_2(2,1)A_1(1)(g_4 k_3 - g_3 k_4) \end{aligned} \quad (39)$$

特别地, 因定理 1 令参数满足式 (26), 根据式 (36) 可知外部状态平衡点满足

$$\mathbf{X}^*(1) = \xi_2^* \equiv 0 \quad (40)$$

因此, 无论系统外部环境和非线性项 $\boldsymbol{\sigma}$ 如何变化, 外部状态 ξ_2 即弹道倾角跟踪误差项平衡点始终为零, 即可实现精确跟踪。

系统在此控制律作用下可实现渐近收敛, 即 $\lim_{t \rightarrow \infty} \xi_2(t) = \tilde{\gamma}(t) = 0$, 且同时内部状态 η_1, η_2 及动态参数 χ 保持稳定。 □

注 2: 可以看出, 系统平衡点中的平衡内部状态 η_1^*, η_2^* 均随系统状态和输出的变化而变化。式 (25) 中的动态参数可以使得扩张系统在不同状态下建立平衡, 而不需要事先规划内部状态的期望轨迹。

4 仿真分析

为了验证所提控制方法的有效性, 采用上节所设计的控制器, 以高超声速飞行器模型式 (1) 作为控制对象, 进行闭环仿真。选取模型可行范围内的一组标称值为初始状态, 其中 α 和 θ 为模型配平计算得到。

设置模型参数及初始条件如表 2 所示。

表 2 模型参数及初始条件

Tab. 2 Model parameters and initial conditions

参数	数值	参数	数值
$V/(m/s)$	2 396	S/m^2	1.58
h/m	25 908	c/m	5.18
q	0	$I_{yy}/(kg \cdot m^2)$	117 579.9
γ	0	Z_T/m	2.55
α/rad	0.008	$\rho_0/(kg/m^3)$	3.48×10^{-2}
θ/rad	0.008	h_s/m	6 510.16

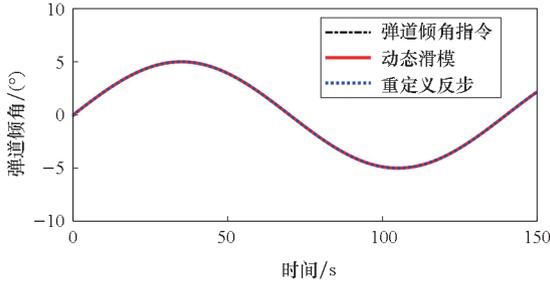
以文献 [18] 中所提出的基于输出重定义的动态逆反步控制器作为对比, 验证所提控制方法的性能。二者控制方法均主要针对具有非最小相

位特性的高度通道,为排除耦合影响,拟设定速度期望值为恒值 2 396 m/s。

由于高度为缓变状态,不利于观察纵向通道的控制器跟踪精度,因此直接以高度动态中唯一关键影响变量 FPA 作为输出,设计正弦参考轨迹如式(41)所示,单位为“°”。

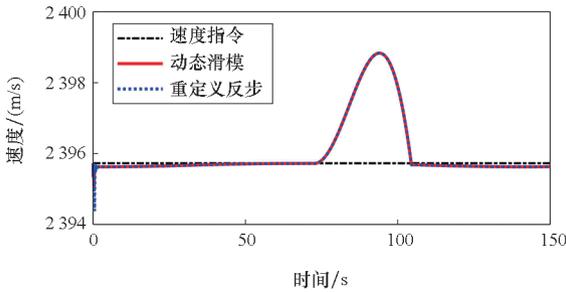
$$\gamma_c = 5^\circ \sin(\pi t / 70) \quad (41)$$

仿真时间设为 150 s,观察两个控制方法的跟踪效果。结果如图 1~3 所示。



(a) 正弦弹道倾角指令跟踪曲线

(a) FPA tracking curve of sine command



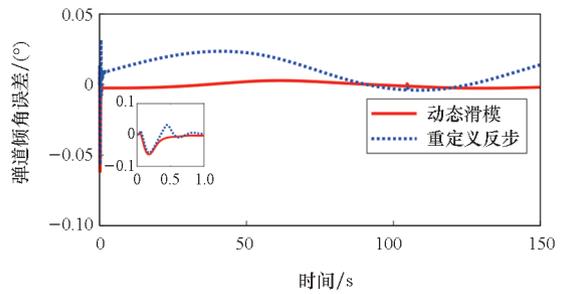
(b) 正弦速度指令跟踪曲线

(b) Velocity tracking curve of sine command

图 1 正弦指令输出跟踪曲线

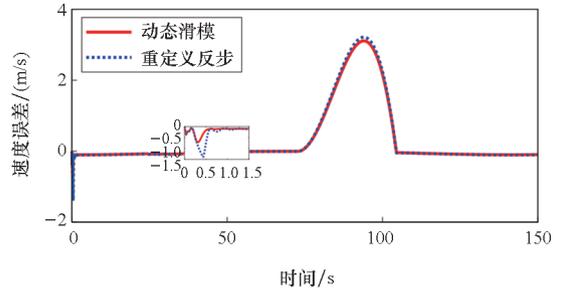
Fig. 1 Outputs tracking curve of sine command

可以看出,相比于输出重定义方法,所提控制方法可以达到更小的弹道倾角跟踪误差,整体平均误差约为对比方法的 1/5,且控制过渡过程较为平缓,振荡较小。这是由于所提方法未忽略升降舵-升力耦合项,也不会因重定义输出带来期望俯仰角误差。图 3 中的控制量曲线显示所提方法的控制输入曲线较为平缓,具有一定的优势。需要解释的是,两种方法的飞行器速度在时间为 75 s 左右时产生的较大跟踪误差是因为弹道倾角为负数的时候飞行器为俯冲状态,其在重力的作用下自然加速,因发动机无法产生负推力,飞行器无法主动减速,因而产生速度误差,与控制性能无关。节流率可行范围的最小值为 0.05,在 75~105 s 达到最小值饱和,在此期间速度跟踪误差短暂加大,在飞行器弹道倾角增大后恢复跟踪精度。



(a) 弹道倾角跟踪误差曲线

(a) Curve of FPA tracking error

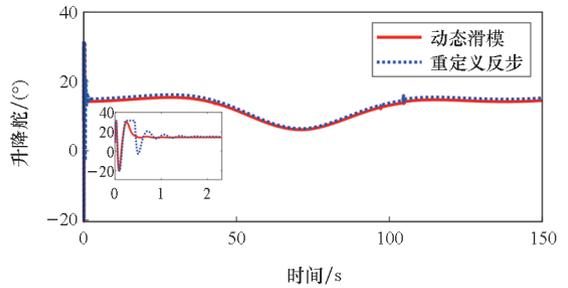


(b) 速度跟踪误差曲线

(b) Curve of velocity tracking error

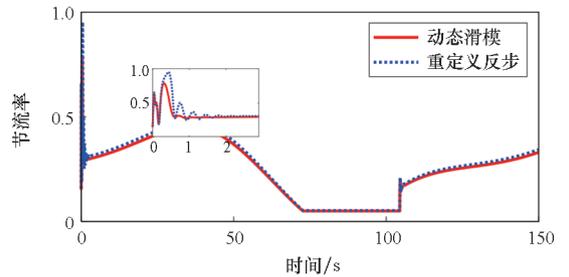
图 2 输出跟踪误差曲线

Fig. 2 Curves of outputs tracking errors



(a) 升降舵曲线

(a) Curve of elevator



(b) 节流率曲线

(b) Curve of throttle rate

图 3 控制输入曲线

Fig. 3 Curves of control inputs

正弦参考轨迹主要为了展示较为苛刻的变化输出下控制器跟踪性能优势。而在一般飞行任务中,飞行器通常采用恒动压控制。因此需考察所设计控制器在恒动压加速爬坡任务中的控制

性能。

设计参考轨迹速度指令 V_c 、高度指令 h_c ，为了保障超燃冲压发动机的工作条件，一般采取恒动压轨迹飞行^[26]。即 $\dot{q} = (\rho V^2/2)' = 0$ 。有

$$\dot{q} = (\rho V^2 + 2\rho V\dot{V})/2 = V(\dot{\rho}V + 2\rho\dot{V})/2 = 0 \quad (42)$$

可得

$$\dot{\rho}V + 2\rho\dot{V} = 0 \quad (43)$$

由 $\rho = \rho_0 e^{-(h-h_0)/h_s}$ 可得

$$\dot{\rho} = -\dot{h}/h_s \quad (44)$$

将式(44)代入式(43)，得到恒动压高度期望轨迹指令，即

$$\dot{h}_c = 2h_s \dot{V}_c / V_c \quad (45)$$

设定参考轨迹为前 20 s 飞行器以 2 396 m/s 的速度、25 908 m 的高度水平匀速飞行，20 s 后速度平滑增加到 2 743.2 m/s，指令为阶跃信号经过滤波传递函数 $1/(8s+1)^3$ 后得到，相应的高度轨迹指令由式(45)计算获得。

在标称条件下，根据定理 1 设计控制器参数为

$$\begin{cases} \lambda_v = 10 \\ \lambda_\gamma = 5 \\ \mathbf{G} = [0.48 \quad 0.48 \quad -0.36 \quad -7.31]^T \\ \mathbf{K} = [0.38 \quad 0.93 \quad -0.70 \quad -14.16]^T \end{cases} \quad (46)$$

仿真结果如图 4~8 所示。

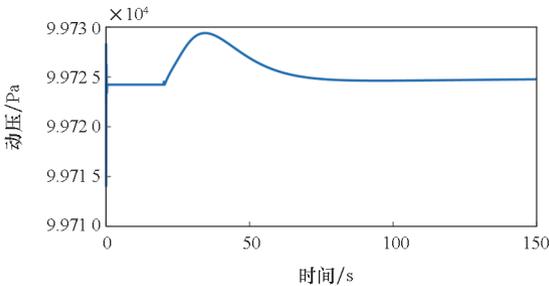
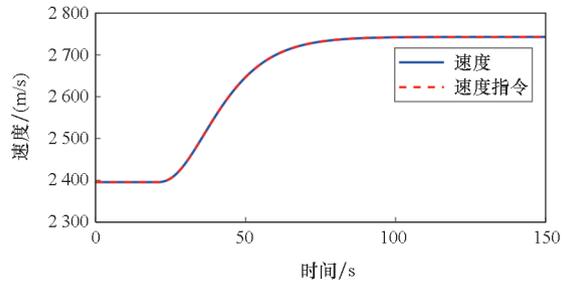


图 4 动压曲线

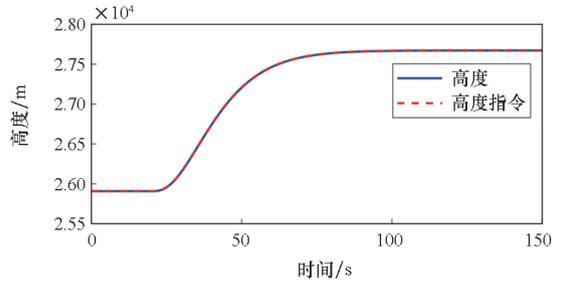
Fig. 4 Curve of dynamic pressure

仿真结果可以看出，动压在整个加速爬坡中变化很小，基本实现了恒动压控制。速度和高度跟踪效果良好，大约经过 60 s 完成动态过程。整个过程中二阶内部状态 η_1 和 η_2 均保持稳定，且控制输入和其他飞行角度均收敛且全程在可行范围内。仿真结果表明，控制方法在标称情况下具有良好的性能。



(a) 恒动压速度跟踪曲线

(a) Velocity tracking curve of constant dynamic pressure command

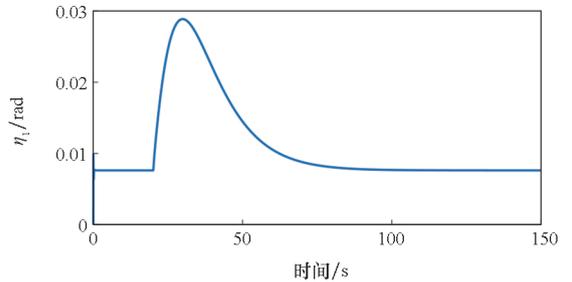


(b) 恒动压高度跟踪曲线

(b) Altitude tracking curve of constant dynamic pressure command

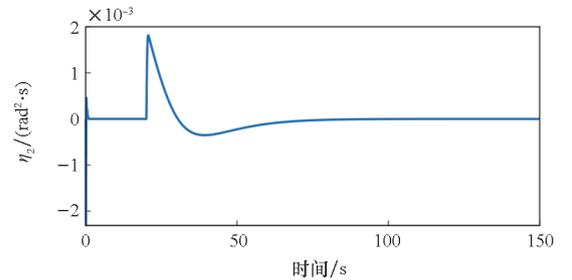
图 5 恒动压指令输出跟踪曲线

Fig. 5 Outputs tracking curve of constant dynamic pressure command



(a) η_1 变化曲线

(a) Variation curve of η_1

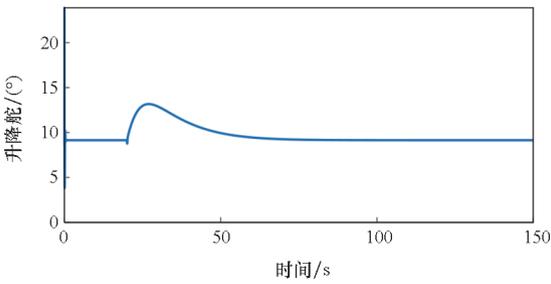


(b) η_2 变化曲线

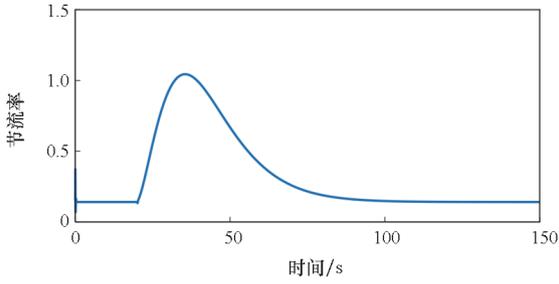
(b) Variation curve of η_2

图 6 内部状态变化曲线

Fig. 6 Variation curve of inner states



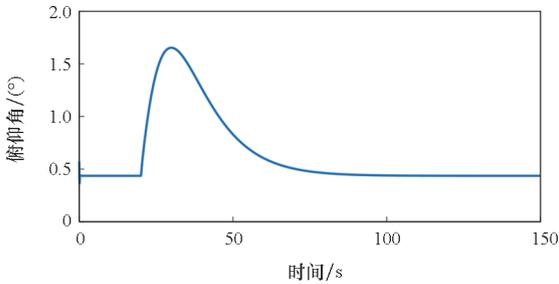
(a) 升降舵曲线
(a) Curve of elevator



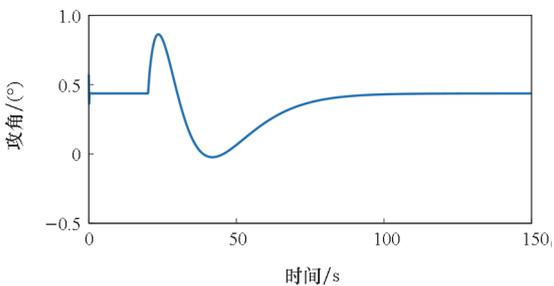
(b) 节流率曲线
(b) Curve of throttle rate

图7 控制输入曲线

Fig.7 Curves of control inputs



(a) 俯仰角变化曲线
(a) Variation curve of pitch angle



(b) 攻角变化曲线
(b) Variation curve of angle of attack

图8 其他飞行角度变化曲线

Fig.8 Curves of other flight angles

由于建模误差和不确定性等因素的存在,控制器设计需要考虑其鲁棒性。验证控制器参数是否在不确定情况下依然满足所提出定理的

约束条件。定理中矩阵 Q 不确定性主要来源于系统气动参数,因此这里主要验证的是控制系统对于气动参数摄动的鲁棒性,其中也包含舵面产生力矩、发动机推力中的拟合参数,控制输入实际值和期望值之间具有较小偏差情况可以等效为参数偏差,不包含控制输入故障或较大误差情况。

令气动参数分布在标称值 $\pm 20\%$ 范围内,速度和高度(大气密度)在该范围内以一定间隔均匀取值,使其覆盖表1中的取值范围。计算矩阵 Q 的特征值,得到特征值分布趋势如图9所示。

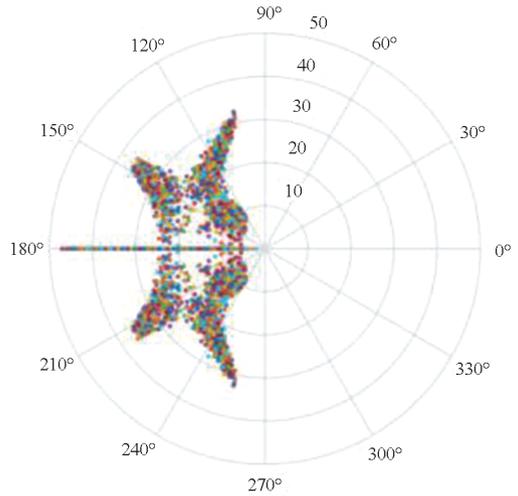


图9 非标称条件下矩阵 Q 特征值分布

Fig.9 Eigenvalues of matrix Q under non-nominal conditions

从图中可以看出,特征值均可保持在复平面左半部分,控制器在一定的参数不确定条件下满足定理1,具有一定的鲁棒性。

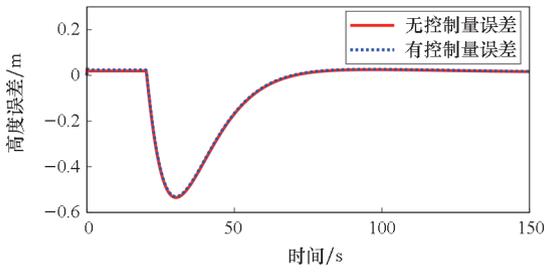
除气动参数外,一般飞行器的舵面和发动机参数也会有一定的误差。设置舵、发动机比例、偏置误差模型为

$$\begin{cases} \delta'_e = \lambda_\delta \delta_e + \Delta\delta \\ \phi' = \lambda_\phi \phi + \Delta\phi \end{cases} \quad (47)$$

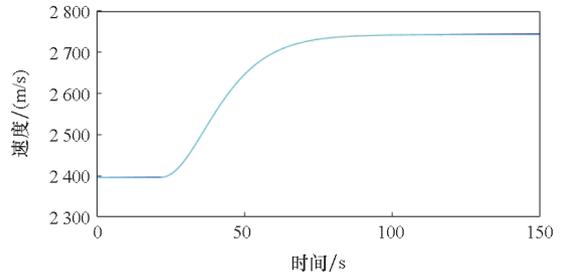
其中, $\lambda_\delta, \lambda_\phi \in [0.8, 1.2]$, $\Delta\delta \in [-2^\circ, 2^\circ]$, $\Delta\phi \in [-0.1, 0.1]$ 。取其中较恶劣情况进行仿真,考察系统对于输入误差的鲁棒性。令 $\lambda_\delta, \lambda_\phi = 0.8$, $\Delta\delta = -2^\circ$, $\Delta\phi = -0.1$,仿真结果如图10所示。

从图10可以看出,跟踪误差有轻微的增大,但总体影响较小,飞行器各状态保持稳定,说明所提出控制方法对于舵、发动机存在误差情况具有较好的鲁棒性。

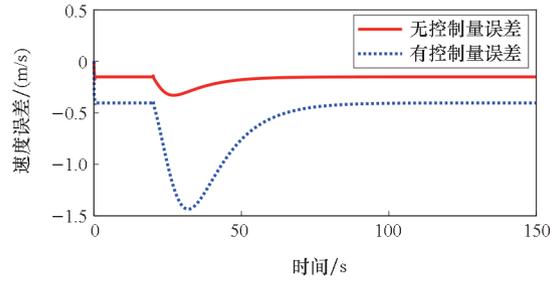
下面对所提控制方法进行蒙特卡罗仿真验



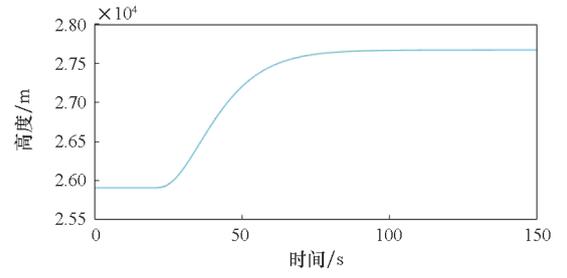
(a) 高度跟踪误差曲线
(a) Curve of altitude tracking error



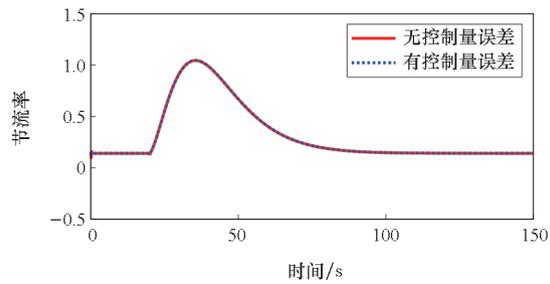
(a) 速度曲线
(a) Curves of velocity



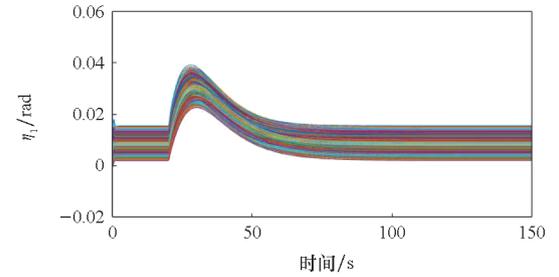
(b) 速度跟踪误差曲线
(b) Curve of velocity tracking error



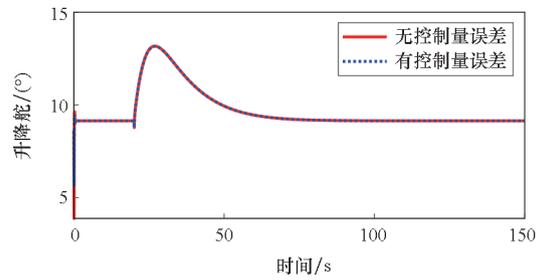
(b) 高度曲线
(b) Curves of altitude



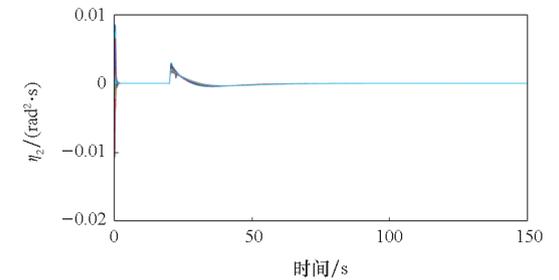
(c) 节流率曲线
(c) Curve of throttle rate



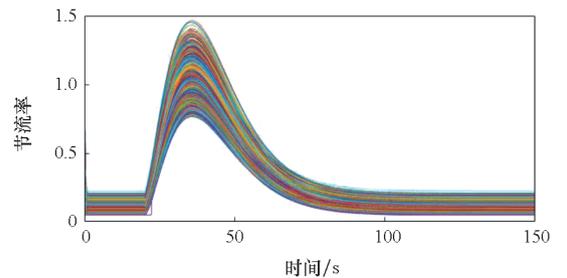
(c) η_1 变化曲线
(c) Variation curve of η_1



(d) 升降舵曲线
(d) Curve of elevator



(d) η_2 变化曲线
(d) Variation curve of η_2

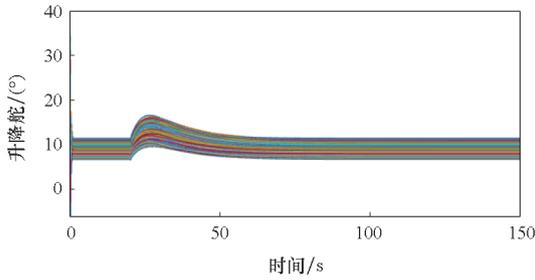


(e) 节流率曲线
(e) Curve of throttle rate

图 10 正弦指令仿真结果

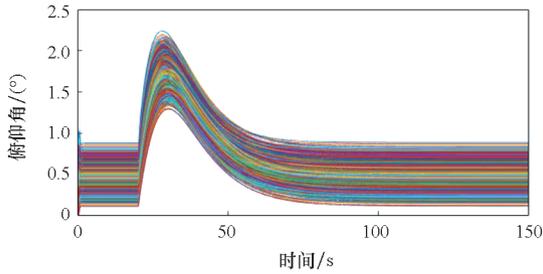
Fig. 10 Simulation results under sine command

证。考虑参数不确定性,令气动参数分布在标称值 $\pm 15\%$ 范围内,控制输入比例和偏置误差参数值 $\lambda_\delta, \lambda_\phi \in [0.8, 1.2], \Delta\delta \in [-2^\circ, 2^\circ], \Delta\phi \in [-0.1, 0.1]$,参数均采用均匀概率分布模型。进行 1 000 次蒙特卡罗仿真,以验证控制器的鲁棒性,得到仿真结果如图 11 所示。



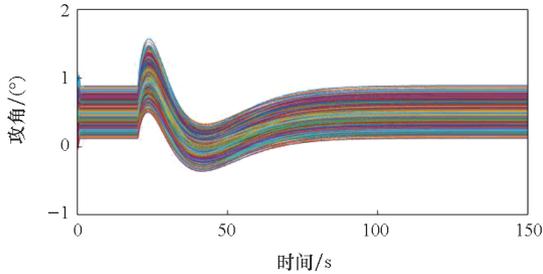
(f) 升降舵曲线

(f) Curve of elevator



(g) 俯仰角变化曲线

(g) Variation curve of pitch angle



(h) 攻角变化曲线

(h) Variation curve of angle of attack

图 11 1 000 次蒙特卡罗仿真结果

Fig. 11 1 000 times Monte Carlo simulation results

从图 11 可以看出,所提控制方法使得系统在摄动条件下内外动态均保持稳定,速度和高度曲线基本保持一致,跟踪误差较小,具有较好的鲁棒性。控制输入和其他飞行状态在不同的气动参数条件下会产生不同的过程曲线,均保持有界且在可行范围内,内部状态的稳态值可以在不同环境条件下稳定在不同的平衡点。这表明所提动态滑模控制器有效,在不预先求解理想内模的条件下保持动态稳定,展现较好的跟踪性能和鲁棒性。

5 结论

面向一类非最小相位高超声速飞行器的纵向轨迹跟踪问题,针对此类飞行器非最小相位行为所带来的不稳定零动态,提出了一种动态滑模控制方法,在实现精确轨迹跟踪控制的同时有效地镇定了零动态。相比于输出重定义或理想内模等

方法,该方法的优势在于不需要寻找最小相位输出或计算理想内模,另外也不会因改变输出带来新的不确定性问题。所提动态滑模控制方法使得系统内部状态平衡点可随环境变化动态稳定。通过动态滑模的参数配置可实现精确跟踪,参数设计较为简单且可行域较广。标称条件和蒙特卡罗仿真结果显示,该控制方法可以有效地处理非最小相位高超声速飞行器的纵向轨迹跟踪控制问题,跟踪误差较小,系统内、外动态稳定,且具有较好的鲁棒性。

参考文献 (References)

- [1] AN H, GUO Z Y, WANG G, et al. Neural adaptive control of air-breathing hypersonic vehicles robust to actuator dynamics[J]. ISA Transactions, 2021, 116: 17–29.
- [2] SHAO X L, SHI Y, ZHANG W D. Fault-tolerant quantized control for flexible air-breathing hypersonic vehicles with appointed-time tracking performances[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2021, 57(2): 1261–1273.
- [3] 叶林奇, 宗群, 田栢苓, 等. 非最小相位系统跟踪控制综述[J]. 控制理论与应用, 2017, 34(2): 141–158.
- [4] YE L Q, ZONG Q, TIAN B L, et al. Tracking control of nonminimum phase systems: an overview[J]. Control Theory & Applications, 2017, 34(2): 141–158. (in Chinese)
- [5] 魏启钊, 齐瑞云, 姜斌. 非最小相位高超声速飞行器自适应鲁棒容错控制[J]. 西北工业大学学报, 2021, 39(增刊1): 1–9.
- [6] WEI Q Z, QI R Y, JIANG B. Robust adaptive fault tolerant control for non-minimum phase hypersonic vehicle [J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2021, 39(Suppl 1): 1–9. (in Chinese)
- [7] WANG L, QI R Y, JIANG B. Adaptive actuator fault-tolerant control for non-minimum phase air-breathing hypersonic vehicle model[J]. ISA Transactions, 2022, 126: 47–64.
- [8] ZHAO H W, YANG L B. Global adaptive neural backstepping control of a flexible hypersonic vehicle with disturbance estimation [J]. Aircraft Engineering and Aerospace Technology, 2022, 94(4): 492–504.
- [9] ZHAO D, JIANG B, YANG H. Backstepping-based decentralized fault-tolerant control of hypersonic vehicles in PDE-ODE form [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2022, 67(3): 1210–1225.
- [10] 李小兵, 赵思源, 卜祥伟, 等. 高超声速飞行器保预设性能的反演控制方法[J]. 国防科技大学学报, 2020, 42(1): 73–83.
- [11] LI X B, ZHAO S Y, BU X W, et al. Backstepping control method for hypersonic vehicles to guarantee prescribed performance[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2020, 42(1): 73–83. (in Chinese)
- [12] 路遥. 一种非仿射高超声速飞行器输出反馈控制方法[J]. 自动化学报, 2022, 48(6): 1530–1542.
- [13] LU Y. A method of output feedback control for non-affine hypersonic vehicles [J]. Acta Automatica Sinica, 2022, 48(6): 1530–1542. (in Chinese)
- [14] CHONG Z Y, GUO J G, ZHAO B, et al. Finite-time integrated guidance and control system for hypersonic

- vehicles[J]. Transactions of the Institute of Measurement and Control, 2021, 43(4): 842–853.
- [11] NIEMIEC M P, KRAVARIS C. Nonlinear model-state feedback control for nonminimum-phase processes [J]. Automatica, 2003, 39(7): 1295–1302.
- [12] PARKER J T, SERRANI A, YURKOVICH S, et al. Control-oriented modeling of an air-breathing hypersonic vehicle[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2007, 30(3): 856–869.
- [13] AL NUMAY M S. Unified approximate tracking control of linear systems with unacceptable zeros[J]. Journal of King Saud University (Engineering Sciences), 2007, 19(2): 239–250.
- [14] MARTIN P, DEVASIA S, PADEN B. A different look at output tracking: control of a VTOL aircraft[J]. Automatica, 1996, 32(1): 101–107.
- [15] GOPALSWAMY S, HEDRICK J K. Tracking nonlinear nonminimum phase systems using sliding control [J]. International Journal of Control, 1993, 57(5): 1141–1158.
- [16] FIORENTINI L, SERRANI A. Adaptive restricted trajectory tracking for a nonminimum phase hypersonic vehicle model[J]. Automatica, 2012, 48(7): 1248–1261.
- [17] MANNAVA A, SERRANI A. Further results on adaptive control design for non-minimum phase air-breathing hypersonic vehicles [C]//Proceedings of the American Control Conference, 2017: 2255–2260.
- [18] YE L Q, ZONG Q, CRASSIDIS L J, et al. Output-redefinition-based dynamic inversion control for a nonminimum phase hypersonic vehicle[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2018, 65(4): 3447–3457.
- [19] UTKIN V I. Sliding modes in control and optimization[M]. Berlin: Springer-Verlag, 1992.
- [20] SHTESSEL Y B, SHKOLNIKOV I A. Aeronautical and space vehicle control in dynamic sliding manifolds[J]. International Journal of Control, 2003, 36(11): 359–364.
- [21] SHTESSEL Y, TOURNES C. Nonminimum phase output tracking in dynamic sliding manifolds with application to aircraft control [C]//Proceedings of the 35th IEEE Conference on Decision and Control, 1996, 2: 2071–2076.
- [22] SHKOLNIKOV I A, SHTESSEL Y B. Aircraft nonminimum phase control in dynamic sliding manifolds[J]. Journal of Guidance Control & Dynamics, 2001, 24(3): 566–572.
- [23] WANG Z, BAO W M, LI H F. Second-order dynamic sliding-mode control for nonminimum phase underactuated hypersonic vehicles [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017, 64(4): 3105–3112.
- [24] WANG Y X, CHAO T, WANG S Y, et al. Byrnes-Isidori-based dynamic sliding-mode control for nonminimum phase hypersonic vehicles[J]. Aerospace Science and Technology, 2019, 95: 105478.
- [25] DRAZIN P G. Nonlinear systems [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2002.
- [26] FIORENTINI L, SERRANI A, BOLENDER M A, et al. Nonlinear control of non-minimum phase hypersonic vehicle models [C]//Proceedings of American Control Conference, 2009: 3160–3165.