doi:10.11887/j.cn.202405014

http://journal. nudt. edu. cn

舰载机及其尾钩的动力学建模与分析

丁智深,欧阳斌*,刘 勇 (海军工程大学 电磁能技术全国重点实验室,湖北 武汉 430033)

摘 要:为了研究舰载机尾钩的动力学特性对阻拦结果的影响,建立了舰载机的平面运动刚体动力学模型和考虑尾钩纵向缓冲作用的尾钩空间运动刚体动力学模型。使用拉格朗日第一类方程建立了舰载机及其尾钩之间的转动副模型,进而构建了舰载机及其尾钩组成的系统动力学模型,将该模型与阻拦装置的系统模型联合组成了完整的阻拦动态仿真模型。开展了飞机的阻拦试验,并将试验结果与仿真结果进行对比分析,结果验证了舰载机及其尾钩动力学模型的有效性和准确性,揭示了尾钩特性对舰载机阻拦过载的重要影响。

关键词:舰载机;尾钩;阻拦;过载;刚体动力学

中图分类号: V226; V271.4+92; O313.3 文献标志码: A 文章编号: 1001-2486(2024)05-131-10

Dynamic modeling and analysis of carrier-based aircraft and arresting hook

DING Zhishen , OUYANG Bin * , LIU Yong

(National Key Laboratory of Electromagnetic Energy, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

Abstract: To study the influence of dynamic characteristics of the arresting hook of carrier-based aircraft on arresting results, the rigid body dynamics model of the plane motion carrier-based aircraft was established. The rigid body dynamics model of the spatial motion arresting hook was established considering the effect of longitudinal cushioning of the arresting hook. Lagrange's equation of first kind was employed to establish the revolute joint model of the carrier-based aircraft and the arresting hook, and then the dynamics models of the system consists of the carrier-based aircraft and its arresting hook were established. The models were united with dynamics model of arresting gear to form the complete blocking dynamic simulation model. The experiment of the arresting process of aircraft was carried out. The experiment results and simulation results of the arresting process were compared and analyzed. The results demonstrate the effectiveness and accuracy of the dynamics model of the carrier-based aircraft and arresting hook, and reveal the significant influence of characteristics of the arresting hook on arresting overload.

Keywords: carrier-based aircraft; arresting hook; arrest; overload; rigid-body dynamics

阻拦装置是现代航母的重要航空保障装备之一,其主要功能是在降落阶段把舰载机安全拦停在有限长度的甲板上^[1]。阻拦开始后,首先由舰载机尾钩啮合甲板阻拦索带动阻拦装置运动,然后阻拦装置输出阻拦力吸收舰载机的动能从而将舰载机拦停^[2]。舰载机尾钩在阻拦过程中具有重要作用,其主要功能是连接舰载机和阻拦索,从而在舰载机和阻拦装置间传递力与运动^[3]。尾钩上装有纵向缓冲装置,以抑制尾钩触舰时的纵向弹跳,从而提高钩索啮合的成功率^[4]。尽管从钩索啮合到尾钩抬升到最高点的时间间隔较短,

但阻拦试验证明尾钩的动力学特性对阻拦过载这 一关键指标^[1]的影响不可忽略。

研究人员对尾钩参数对尾钩性能的影响^[4-5]、尾钩与甲板碰撞动力学建模^[6-8]、尾钩的冲击试验^[9-11]、阻拦系统建模^[12-14]等课题开展了大量研究,但是现有研究鲜有涉及尾钩特性对阻拦过载的影响,同时客观上受舰载机阻拦试验资源的限制和研究背景的特殊性影响,鲜有相关试验结果公开发表。

本文的主要研究目标是建立舰载机及其尾钩 的刚体动力学模型,将其与阻拦装置的系统仿真

收稿日期:2022-05-06

基金项目: 卓越青年科学基金资助项目(2021 - JCJQ - ZQ - 004)

第一作者:丁智深(1992—),男,安徽宿州人,博士研究生,E-mail:djq3467@163.com

*通信作者:欧阳斌(1983—),男,江西赣州人,研究员,博士,博士生导师,E-mail:ydoyb@163.com

引用格式:丁智深, 欧阳斌, 刘勇. 舰载机及其尾钩的动力学建模与分析[J]. 国防科技大学学报, 2024, 46(5): 131-140.

Citation: DING Z S, OUYANG B, LIU Y, et al. Dynamic modeling and analysis of carrier-based aircraft and arresting hook [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2024, 46(5): 131 - 140.

模型^[15]联合仿真,将仿真结果与阻拦试验结果进行对比分析,以验证动力学模型的准确性,并进一步分析尾钩动力学特性对舰载机阻拦过载指标的影响。

1 建立全局和局部坐标系

以笛卡儿坐标系(右手系)的规则分别建立全局坐标系、飞机局部坐标系和尾钩局部坐标系。在甲板上建立全局坐标系如图 1 所示,以左右舷甲板滑轮的轴线与甲板平面交点的连线的中点为坐标原点,连线所在直线为 X 轴,右舷方向为 X 轴正方向; Y 轴在甲板平面内,经过坐标原点且垂直于 X 轴,阻拦时飞机前进方向为 Y 轴正方向; Z 轴经过坐标原点,且垂直于甲板平面,向上为正方向。

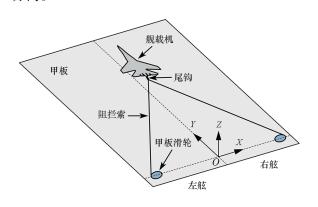


图 1 甲板全局坐标系

Fig. 1 Global coordinate system on deck

建立飞机和尾钩的局部坐标系(体坐标系) 如图 2 所示。若无特别说明,本文变量的角标 a 均表示飞机,角标 h 均表示尾钩。飞机局部坐标 系的坐标原点位于飞机的重心,飞机静止在甲板 平面上时, z^* 轴平行于竖直方向,向上为正; y^* 轴 位于飞机机体对称平面内并垂直于 z 4 轴,飞机前 进方向为正; x * 轴垂直于飞机对称平面, 向右为 正。将尾钩视为刚体,忽略尾钩小幅度的左右摆 动,尾钩在机械结构的约束下,将始终在飞机的对 称平面内运动。飞机和尾钩间通过转动副连接, 机体与尾钩可绕着垂直于飞机对称平面的公共的 转轴相对转动。为方便后文对约束方程的推导, 令飞机和尾钩体坐标系的其中一个坐标轴平行于 它们的公共转轴。令尾钩的体坐标系原点位于尾 钩钩杆的质心处,xh 轴垂直于飞机的对称平面, 指向机身右侧为正方向; vh 轴位于飞机的对称平 面内,与尾钩钩杆共线,指向钩杆机体铰点的方向 为正方向; z^h 轴在飞机的对称平面内,垂直于钩杆 方向,尾钩初始状态下向上为正方向。

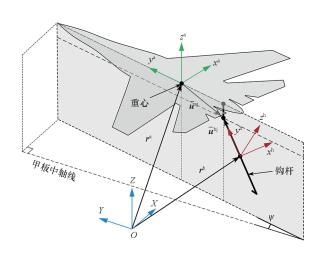


图 2 飞机与尾钩局部坐标系
Fig. 2 Local coordinate system of aircraft and
arresting hook

2 飞机的刚体动力学模型

2.1 飞机的位形描述

飞机尾钩钩索后,飞机机轮在地面滑行,机身的形变和俯仰翻滚变化范围较小,对阻拦结果的影响可忽略不计,因此假设飞机为刚体且阻拦过程中飞机在平行于甲板的平面中运动。对平面运动的飞机,令飞机的广义坐标为

$$\boldsymbol{q}^{\mathbf{a}} = [(\boldsymbol{r}_{XY}^{\mathbf{a}})^{\mathrm{T}} \quad \boldsymbol{\psi}]^{\mathrm{T}} \tag{1}$$

其中, r_{xy} 是飞机体坐标系原点的全局坐标 r^a 在甲板平面内的投影,用于描述飞机的平移运动,下标表示向量平面。后文飞机机体的动力学建模在平面坐标系内建立,为使得公式简洁将省略代表平面的下标。 ψ 是飞机体坐标系 y^a 轴相对于全局坐标系 Y 轴的旋转角度,逆时针旋转为正。因为假设飞机在平面内运动,所以 ψ 等于飞机的偏航角。

飞机上任意一点在平面坐标系中的全局坐标 可表示为

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}^{\mathbf{a}} + \mathbf{u} = \mathbf{r}^{\mathbf{a}} + \mathbf{A}^{\mathbf{a}} \overline{\mathbf{u}} \tag{2}$$

其中: \bar{u} 是该点在飞机体坐标系下的坐标,u 是 \bar{u} 在全局坐标系下的坐标; A^* 是从飞机体坐标系到 全局坐标系的变换矩阵,即

$$A^{a} = \begin{bmatrix} \cos\psi & -\sin\psi \\ \sin\psi & \cos\psi \end{bmatrix} \tag{3}$$

将式(2)对时间求微分可得任意点的速度为

$$\dot{\mathbf{r}} = \dot{\mathbf{r}}^{a} + \dot{\boldsymbol{\psi}} \boldsymbol{A}_{u}^{a} \bar{\boldsymbol{u}} \tag{4}$$

式中, $A_{\psi}^{a} = \partial A^{a}/\partial \psi$,若无特殊说明,后文公式中矢量和矩阵的下标含义与此相同。将式(4)对时间求微分可得任意点的加速度表达式为

$$\ddot{\mathbf{r}} = \ddot{\mathbf{r}}^{a} + \dot{\psi} \mathbf{A}_{u}^{a} \overline{\mathbf{u}} - \dot{\psi}^{2} \mathbf{A}^{a} \overline{\mathbf{u}}$$
 (5)

2.2 飞机的外力和外力矩

阻拦过程中飞机受力分析如图 3 所示。飞机 在水平面内运动,因此垂直地面方向的力如飞机 的升力、重力以及地面对飞机的支撑力等将自动 平衡,飞机与尾钩间的相互作用力将通过约束力 描述,不将尾钩作用力视为飞机的外力。除此之 外,飞机在阻拦过程中受到的外力主要有空气阻 力、发动机推力、飞机机轮的滚动摩擦力和飞机机 轮的回转摩擦力。

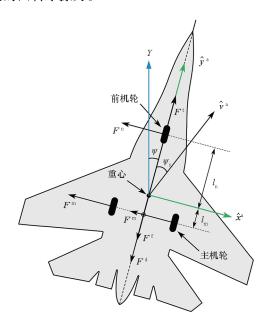


图 3 飞机受力分析图

Fig. 3 Diagram of aircraft force analysis

飞机受到的空气阻力与飞机的姿态空速等均有关系,垂直于机身对称面方向的空气阻力对阻拦结果影响较小,为简化计算仅考虑沿着飞机体坐标系 y^a 轴方向的空气阻力。全局坐标系下的飞机空气阻力表达式为

$$\mathbf{F}^{\mathrm{d}} = -\frac{1}{2}\rho cA_{\mathrm{a}} |V^{\mathrm{a}}|^{2} \hat{\mathbf{y}}^{\mathrm{a}}$$
 (6)

其中: ρ 是空气体密度;c 是空气阻力系数; A_a 是飞机机身迎风面积; \hat{y}^a 是飞机体坐标系 y^a 轴的单位方向向量; V^a 是飞机的空速向量在 \hat{y}^a 方向的分量。

飞机受到来自轮胎的滚动摩擦,摩擦力为

$$\mathbf{F}^{\mathrm{f}} = -\mu_{\mathrm{r}} m_{\mathrm{a}} g \hat{\mathbf{y}}^{\mathrm{a}} \tag{7}$$

其中: μ_r 是机轮的滚动摩擦系数; m_a 是飞机的着舰质量;g 是重力加速度大小。

当飞机机身偏斜方向与飞机的运动方向不一致时,机轮在甲板面侧滑扭转将产生回转摩擦力,方向垂直于机身对称平面。全局坐标系下前机轮

和主机轮的回转摩擦力向量分别为

$$\begin{cases} \boldsymbol{F}^{n} = -\operatorname{sgn}(\psi_{s})\mu_{c}G_{n}\hat{\boldsymbol{x}}^{a} \\ \boldsymbol{F}^{m} = -\operatorname{sgn}(\psi_{s})\mu_{c}G_{m}\hat{\boldsymbol{x}}^{a} \end{cases}$$
(8)

其中: ψ_s 是飞机运动方向相对机身偏斜方向的角度,顺时针为正; sgn 表示符号函数; \hat{x}^a 是飞机体坐标系 x^a 轴的单位方向向量; μ_c 是轮胎的回转摩擦系数; G_n 和 G_m 分别为前机轮和主机轮承受的重力大小,且有

$$\begin{cases}
G_{n} = \frac{l_{m}}{l_{m} + l_{n}} m_{a}g \\
G_{m} = \frac{l_{n}}{2(l_{m} + l_{n})} m_{a}g
\end{cases} \tag{9}$$

其中, l_n 和 l_m 分别是前机轮和主机轮等效质点与飞机重心的连线在 y^* 轴线上的投影长度。飞机质心受到的总轮胎回转摩擦力为

$$\mathbf{F}^{\text{nm}} = \mathbf{F}^{\text{n}} + 2\mathbf{F}^{\text{m}} = -\operatorname{sgn}(\psi_{s})\mu_{c}m_{a}g\hat{\mathbf{x}}^{a} \quad (10)$$

飞机受到的前机轮和主机轮的力矩分别为

$$\begin{cases}
\mathbf{T}^{n} = l_{n} \hat{\mathbf{y}}^{a} \times \mathbf{F}^{n} \\
\mathbf{T}^{m} = -l_{m} \hat{\mathbf{y}}^{a} \times \mathbf{F}^{m}
\end{cases}$$
(11)

飞机质心处受到的总力矩为

$$T^{\text{nm}} = T^{\text{n}} + 2T^{\text{m}} \tag{12}$$

将式(8)和式(11)代入式(12)并展开化简 后可得

$$T^{\text{nm}} = 0 \tag{13}$$

即机体受到轮胎的合外力矩为 $\mathbf{0}$ 。

2.3 舰载机的动力学方程

飞机体坐标系原点在飞机的质心,由平面刚体动力学理论^[16-17]可知,其在约束条件下的动力学方程可表示为

$$\begin{cases} m_{a}\ddot{\boldsymbol{r}}^{a} + \boldsymbol{C}_{r}^{ah}\boldsymbol{\lambda}^{ah} - \boldsymbol{F}^{a} = \boldsymbol{0} \\ J_{a}\boldsymbol{\psi} + \boldsymbol{C}_{\psi}^{ah}\boldsymbol{\lambda}^{ah} - \boldsymbol{T}^{a} = \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{C}^{ah}(\boldsymbol{q}^{a}, \boldsymbol{q}^{h}) = \boldsymbol{0} \end{cases}$$
(14)

其中: λ^{ah} 是系统拉格朗日乘子向量; J_a 是飞机绕 z^a 轴的极转动惯量; C^{ah} 是飞机与尾钩之间的约束 方程,约束方程的建立方法和具体表达式见第 4 节相关内容; q^h 是尾钩的广义坐标; F^a 是飞机重 心处受到的广义外力,其计算式为

$$\boldsymbol{F}^{\mathrm{a}} = \boldsymbol{F}^{\mathrm{d}} + \boldsymbol{F}^{\mathrm{f}} + \boldsymbol{F}^{\mathrm{t}} + \boldsymbol{F}^{\mathrm{nm}} \tag{15}$$

其中,F'是飞机的发动机推力;T''是飞机受到的广义外力矩,且有

$$T^{a} = T^{nm} = 0 \tag{16}$$

3 尾钩的刚体动力学模型

3.1 尾钩的位形描述

考虑尾钩在三维空间中运动,令尾钩的广义

坐标为

$$\boldsymbol{q}^{h} = \left[\left(\boldsymbol{r}^{h} \right)^{T} \quad \left(\boldsymbol{\theta}^{h} \right)^{T} \right]^{T} \tag{17}$$

其中:**r**^h 是尾钩的体坐标系原点在全局坐标系下的坐标,用于描述尾钩的平移运动;**θ**^h 是尾钩姿态的欧拉参数向量,用于描述尾钩的空间转动。如果将尾钩体坐标系以单位向量

$$\mathbf{v}^{\mathbf{h}} = \begin{bmatrix} v_1^{\mathbf{h}} & v_2^{\mathbf{h}} & v_3^{\mathbf{h}} \end{bmatrix}^{\mathbf{T}} \tag{18}$$

为旋转轴,逆时针旋转角度 ϕ 后与全局坐标系相 重合,则有

$$\boldsymbol{\theta}^{h} = \begin{bmatrix} \theta_{0} & \theta_{1} & \theta_{2} & \theta_{3} \end{bmatrix}^{T}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos \frac{\phi}{2} & v_{1}^{h} \sin \frac{\phi}{2} & v_{2}^{h} \sin \frac{\phi}{2} & v_{3}^{h} \sin \frac{\phi}{2} \end{bmatrix}^{T}$$
(19)

由欧拉参数的性质有

$$(\boldsymbol{\theta}^{h})^{T}\boldsymbol{\theta}^{h} = 1 \tag{20}$$

尾钩上任意一点的全局坐标可表示为

$$r = r^{\mathrm{h}} + u = r^{\mathrm{h}} + A^{\mathrm{h}} \overline{u}^{\mathrm{h}}$$
 (21)

式中: \overline{u}^h 是该点在尾钩体坐标系下的坐标;u 是向量 \overline{u}^h 在全局坐标系下的坐标; A^h 是从尾钩体坐标系到全局坐标系的变换矩阵,可用欧拉参数表示为

$$\boldsymbol{A}^{\mathrm{h}} = \begin{bmatrix} 1 - 2\theta_2^2 - 2\theta_3^2 & 2(\theta_1\theta_2 - \theta_0\theta_3) & 2(\theta_1\theta_3 + \theta_0\theta_2) \\ 2(\theta_1\theta_2 + \theta_0\theta_3) & 1 - 2\theta_1^2 - 2\theta_3^2 & 2(\theta_2\theta_3 - \theta_0\theta_1) \\ 2(\theta_1\theta_3 - \theta_0\theta_2) & 2(\theta_2\theta_3 + \theta_0\theta_1) & 1 - 2\theta_1^2 - 2\theta_2^2 \end{bmatrix}$$

将式(21)对时间求微分可得尾钩上任意点的速度方程^[18]表达式为

$$\dot{\boldsymbol{r}} = \dot{\boldsymbol{r}}^{h} + \dot{\boldsymbol{A}}^{h} \overline{\boldsymbol{u}}^{h} = \dot{\boldsymbol{r}}^{h} - \boldsymbol{A}^{h} \widetilde{\boldsymbol{u}} \boldsymbol{G}^{h} \dot{\boldsymbol{\theta}}^{h} = \boldsymbol{B}^{h} \dot{\boldsymbol{q}}^{h}$$
 (23)

$$\mathbf{B}^{h} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{A}^{h} \widehat{\mathbf{u}} \mathbf{G}^{h} \end{bmatrix}$$
 (24)

(22)

I是三维单位矩阵; \hat{u} 是从 \hat{u}^h 转换而来的三维反对称矩阵,表达式为

$$\widetilde{\mathbf{u}} = \begin{bmatrix} 0 & -\overline{u}_3 & \overline{u}_2 \\ \overline{u}_3 & 0 & -\overline{u}_1 \\ -\overline{u}_2 & \overline{u}_1 & 0 \end{bmatrix}$$
 (25)

 G^h 是与欧拉参数相关的矩阵,表达式为

$$\boldsymbol{G}^{h} = 2 \begin{bmatrix} -\theta_{1} & \theta_{0} & \theta_{3} & -\theta_{2} \\ -\theta_{2} & -\theta_{3} & \theta_{0} & \theta_{1} \\ -\theta_{3} & \theta_{2} & -\theta_{1} & \theta_{0} \end{bmatrix}$$
(26)

同理可得尾钩上任意点的虚位移表达式为

$$\delta \mathbf{r} = \delta \mathbf{r}^{h} - \mathbf{A}^{h} \widehat{\mathbf{u}} \mathbf{G}^{h} \delta \mathbf{\theta}^{h} = \mathbf{B}^{h} \delta \mathbf{q}^{h}$$
 (27)

后文中使用的公式变量 θ , A, B, \hat{u} , G 的含义与本节定义相同, 上标用于区分不同对象。

3.2 尾钩的广义力

尾钩受力分析如图 4 所示,尾钩钩杆的一端通过转动铰固定在机身上,尾钩可绕过铰点的轴转动。飞机着舰前,将尾钩放下到最低位置,尾钩啮合绳索后,钩杆在绳索阻拦力的作用下迅速抬升。为了防止钩杆抬升过快并增加钩索成功率,尾钩上设有作动筒向尾钩输出下压及缓冲力。阻拦期间,钩杆在机体对称平面内相对机体绕垂直于机身对称面的轴转动。以钩杆为研究对象,其受到重力和作动筒的缓冲力作用,尾钩与机身之间的作用力将以约束力的形式描述,具体见第 4 节相关内容。

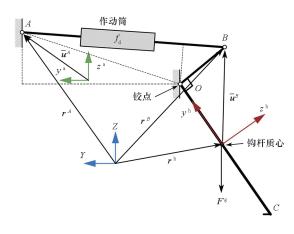


图 4 尾钩受力分析示意图

Fig. 4 Diagram of arresting hook force analysis

3.2.1 尾钩的广义重力

钩杆可等效为均匀的细长刚体,其重力可认 为是作用在质点处的集中力,全局坐标系下钩杆 的重力为

$$\boldsymbol{F}^{\mathrm{g}} = -m_{\mathrm{h}}\boldsymbol{g} \tag{28}$$

式中: m_h 是钩杆的质量;g 是全局坐标系下的重力加速度向量。钩杆的重力做的虚功为

$$\delta W^{\text{hg}} = (\delta \mathbf{r}^{\text{h}})^{\text{T}} \mathbf{F}_{\text{g}} = (\mathbf{q}^{\text{h}})^{\text{T}} (\mathbf{B}^{\text{hg}})^{\text{T}} \mathbf{F}^{\text{g}}$$
 (29)
其中,

$$\boldsymbol{B}^{\text{hg}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{I} & -\boldsymbol{A}^{\text{h}} \widehat{\boldsymbol{u}}^{\text{hg}} \boldsymbol{G}^{\text{h}} \end{bmatrix}$$
 (30)

 \bar{u}^{hs} 是钩杆质心的局部坐标,因尾钩体坐标系原点位于钩杆质心,故 $\bar{u}^{hs} = 0$ 。由广义力和虚功及虚位移的关系 $^{[18]}$,可得钩杆所受重力的广义力为

$$\boldsymbol{Q}^{\text{hg}} = \left(\frac{\delta \boldsymbol{W}^{\text{hg}}}{\delta \boldsymbol{q}^{\text{h}}}\right)^{\text{T}} = (\boldsymbol{B}^{\text{hg}})^{\text{T}} \boldsymbol{F}^{\text{g}} = [(\boldsymbol{F}^{\text{g}})^{\text{T}} \quad \boldsymbol{0}^{\text{T}}]^{\text{T}}$$
(31)

3.2.2 作动筒的广义作用力

如图 4 所示钩杆受到作动筒的缓冲作用,钩杆上扬时作动筒将压缩。作动筒的端点 A 和 B 分别固连于飞机机体和尾钩机构上,全局坐标系

(42)

下从端点 A 指向端点 B 的向量为

$$\boldsymbol{d}^{AB} = \boldsymbol{r}^{B} - \boldsymbol{r}^{A} = (\boldsymbol{r}^{h} + \boldsymbol{A}^{h} \overline{\boldsymbol{u}}^{B}) - (\boldsymbol{r}^{a} + \boldsymbol{A}^{a} \overline{\boldsymbol{u}}^{A})$$

(32)

式中: \bar{u}^A 是作动筒端点 A 在飞机体坐标系下的常量坐标; \bar{u}^B 是作动筒的端点 B 在尾钩体坐标系下的常量坐标。对作动筒的长度 l_a 有式(33)成立。

$$l_{\mathrm{d}}^{2} = (\boldsymbol{d}^{AB})^{\mathrm{T}} \boldsymbol{d}^{AB} \tag{33}$$

将式(33)两边同时对时间求微分,并结合式(32)整理可得

$$\dot{l}_{d} = \left(\frac{\boldsymbol{d}^{AB}}{l_{d}}\right)^{T} (\boldsymbol{B}^{B} \dot{\boldsymbol{q}}^{h} - \boldsymbol{B}^{A} \dot{\boldsymbol{q}}^{a})$$
 (34)

其中,

$$\begin{cases}
\mathbf{B}^{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{A}^{a} \widehat{\mathbf{u}}^{A} \mathbf{G}^{a} \end{bmatrix} \\
\mathbf{B}^{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{A}^{h} \widehat{\mathbf{u}}^{B} \mathbf{G}^{h} \end{bmatrix}
\end{cases} (35)$$

同理可得作动筒长度的变分表达式为

$$\delta l_{\rm d} = \left(\frac{\boldsymbol{d}^{AB}}{l_{\rm d}}\right)^{\rm T} (\boldsymbol{B}^{B} \delta \boldsymbol{q}^{\rm h} - \boldsymbol{B}^{A} \delta \boldsymbol{q}^{\rm a})$$
 (36)

作动筒实际上是一种特制的液压缓冲器,可使用传统的液压缓冲器模型进行建模。作动筒的轴向作用力等于弹性力和阻尼力的和,以支撑力为正,则作动筒的作用力大小为

$$f_{\rm d} = f_{\rm ds} + f_{\rm dd} \tag{37}$$

其中,fds是弹性力,其计算式为

$$f_{\rm ds} = P_0 A_{\rm p} \left[\frac{V_0}{V_0 - (l_{\rm d0} - l_{\rm d}) A_{\rm p}} \right]^{\gamma}$$
 (38)

 f_{dd} 是阻尼力,其计算式为

$$f_{\rm dd} = -c_{\rm d}A_{\rm h}\,\dot{l}_{\rm d}\,|\,\dot{l}_{\rm d}\,|\,$$

其中: P_0 , V_0 分别为缓冲器储气罐初始压力和初始气体体积; l_{d0} 为作动筒的初始长度; A_p , A_h 分别为缓冲器活塞杆和活塞头的横截面积; c_d 是缓冲器的阻尼系数; γ 是空气的多方指数,绝热条件下,工程问题中一般取 γ =1.4。

忽略尾钩机构中除钩杆以外其他装置的质量,则作动筒作用力的虚功为

$$\delta W_{d} = -f_{d} \delta l_{d} = \frac{f_{d}}{l_{d}} (\boldsymbol{d}^{AB})^{\mathrm{T}} (\boldsymbol{B}^{A} \delta \boldsymbol{q}^{a} - \boldsymbol{B}^{B} \delta \boldsymbol{q}^{h})$$
(40)

进而可得作动筒对飞机和钩杆的广义力分 别为

$$\begin{cases}
\boldsymbol{Q}^{\mathrm{da}} = \left(\frac{\delta W_{\mathrm{d}}}{\delta \boldsymbol{q}^{\mathrm{a}}}\right)^{\mathrm{T}} = \frac{f_{\mathrm{d}}}{l_{\mathrm{d}}} (\boldsymbol{B}^{A})^{\mathrm{T}} \boldsymbol{d}^{AB} \\
\boldsymbol{Q}^{\mathrm{dh}} = \left(\frac{\delta W_{\mathrm{d}}}{\delta \boldsymbol{q}^{\mathrm{h}}}\right)^{\mathrm{T}} = -\frac{f_{\mathrm{d}}}{l_{\mathrm{d}}} (\boldsymbol{B}^{B})^{\mathrm{T}} \boldsymbol{d}^{AB}
\end{cases} (41)$$

3.3 尾钩的动力学方程

由刚体动力学理论[16-17]可知,当体坐标系原

点在刚体的质心时,由欧拉参数表示的单个刚体 在约束条件下动力学方程可表示为

$$\begin{cases} m\ddot{\mathbf{r}} + \mathbf{C}_{r}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\lambda} - \mathbf{F} = \mathbf{0} \\ \mathbf{G}^{\mathrm{T}} \overline{\mathbf{J}} \mathbf{G} \ddot{\boldsymbol{\theta}} - 2 \dot{\mathbf{G}}^{\mathrm{T}} \overline{\mathbf{J}} \dot{\mathbf{G}} \boldsymbol{\theta} + \mathbf{C}_{\theta}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\lambda} + 2\boldsymbol{\theta} \boldsymbol{\lambda}^{\theta} - \mathbf{T} = \mathbf{0} \\ \mathbf{C}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\theta}) = \mathbf{0} \\ \boldsymbol{\theta}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\theta} = 1 \end{cases}$$

式中:F和T分别是刚体受到的广义外力和广义外力矩;C是刚体的约束方程组; λ 和 λ^{θ} 分别是刚体运动约束和欧拉参数约束方程的拉格朗日乘子;J是刚体的惯性张量矩阵。对于细长的钩杆有

$$\overline{\boldsymbol{J}}^{h} = \int_{V} \rho \, \widehat{\boldsymbol{u}}^{T} \, \widehat{\boldsymbol{u}} dV$$

$$= \operatorname{diag} \left(\frac{1}{12} m_{h} L_{h}^{2}, 0, \frac{1}{12} m_{h} L_{h}^{2} \right) \tag{43}$$

式中: L_h 是钩杆的长度;函数 diag 表示对角矩阵。

4 飞机尾钩的系统动力学模型

4.1 飞机与尾钩的约束方程

如图 2 所示飞机与尾钩之间通过转动副连接,飞机与尾钩之间的相对运动仅有一个转动自由度,飞机与尾钩之间的转动副可通过约束方程进行描述。由尾钩铰点的位置可得约束方程为

$$C^{1}(q^{a}, q^{h}) = (r^{a} + A^{a}\overline{u}^{aj}) - (r^{h} + A^{h}\overline{u}^{hj}) = 0$$
(44)

式中, \bar{u}^{ai} 和 \bar{u}^{bi} 是尾钩铰点分别在飞机和尾钩体坐标系下的局部坐标。约束方程式(44)限制了机体和钩杆间的相对平移自由度,钩杆相对机体只能绕定轴转动,还需对两个转动自由度进行限制。由飞机体坐标系的 x^a 轴和尾钩体坐标系的 x^b 轴平行于钩杆的转轴可得约束方程组为

$$\boldsymbol{C}^{2}(\boldsymbol{q}^{a}, \boldsymbol{q}^{h}) = \begin{cases} (\hat{\boldsymbol{y}}^{a})^{T} \hat{\boldsymbol{x}}^{h} = 0\\ (\hat{\boldsymbol{z}}^{a})^{T} \hat{\boldsymbol{x}}^{h} = 0 \end{cases}$$
(45)

其中: \hat{z}^a 表示飞机体坐标系 z^a 轴的全局单位方向向量; \hat{x}^h 表示尾钩体坐标系 x^h 轴的全局单位方向向量,且有

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{y}}^{a} = \mathbf{A}^{a} \bar{\mathbf{y}}^{a} \\ \hat{\mathbf{z}}^{a} = \mathbf{A}^{a} \bar{\mathbf{z}}^{a} \\ \hat{\mathbf{x}}^{h} = \mathbf{A}^{h} \bar{\mathbf{x}}^{h} \end{cases}$$
(46)

式中, \bar{y}^a , \bar{z}^a 和 \bar{x}^b 分别是相应坐标轴的局部单位方向向量,且均为常向量。把式(46)代入式(45) 可得以广义坐标表示的约束方程为

$$C^{2}(q^{a}, q^{h}) = \begin{cases} (\bar{y}^{a})^{T} (A^{a})^{T} A^{h} \bar{x}^{h} = 0 \\ (\bar{z}^{a})^{T} (A^{a})^{T} A^{h} \bar{x}^{h} = 0 \end{cases}$$
(47)

联立约束方程式(44)和式(47)可得飞机和尾钩 之间的转动副的约束方程为

$$C^{ah}(\boldsymbol{q}^{a}, \boldsymbol{q}^{h}) = [(\boldsymbol{C}^{1})^{T} (\boldsymbol{C}^{2})^{T}]^{T} = \boldsymbol{0}$$
 (48)

4.2 舰载机及其尾钩的系统动力学方程

联立舰载机和尾钩的动力学方程式(14)和式(42),以及舰载机与尾钩之间的约束方程式(48)可得舰载机及其尾钩的系统动力学方程为

$$\begin{cases}
m_{a}\ddot{\boldsymbol{r}}^{a} + (\boldsymbol{C}_{ra}^{q})^{T}\boldsymbol{\lambda}^{q} - \boldsymbol{F}^{a} = \mathbf{0} \\
J_{a}\boldsymbol{\psi} + (\boldsymbol{C}_{\psi}^{q})^{T}\boldsymbol{\lambda}^{q} - \boldsymbol{T}^{a} = \mathbf{0} \\
m_{h}\ddot{\boldsymbol{r}}^{h} + (\boldsymbol{C}_{rh}^{q})^{T}\boldsymbol{\lambda}^{q} - \boldsymbol{F}^{h} = \mathbf{0} \\
(\boldsymbol{G}^{h})^{T}\bar{\boldsymbol{J}}^{h}\boldsymbol{G}^{h}\ddot{\boldsymbol{\theta}}^{h} + (\boldsymbol{C}_{\theta^{h}}^{q})^{T}\boldsymbol{\lambda}^{q} + 2\boldsymbol{\theta}^{h}\boldsymbol{\lambda}^{\theta} - \boldsymbol{Q}^{h} = \mathbf{0} \\
\boldsymbol{C}^{\theta}(\boldsymbol{\theta}^{h}) = (\boldsymbol{\theta}^{h})^{T}\boldsymbol{\theta}^{h} - 1 = 0 \\
\boldsymbol{C}^{q}(\boldsymbol{q}^{a}, \boldsymbol{q}^{h}) = \mathbf{0}
\end{cases} \tag{49}$$

其中, $\mathbf{Q}^h = 2(\dot{\mathbf{G}}^h)^T \bar{\mathbf{J}}^h \dot{\mathbf{G}}^h \boldsymbol{\theta}^h + \mathbf{T}^h$ 。式(49)可以整理成标准形式的系统动力学方程为

$$\begin{cases}
\mathbf{M}^{\text{ah}} \ddot{\mathbf{q}}^{\text{ah}} + (\mathbf{C}_{\mathbf{q}^{\text{ah}}}^{\text{ah}})^{\text{T}} \boldsymbol{\lambda}^{\text{ah}} - \mathbf{Q}^{\text{ah}} = \mathbf{0} \\
\mathbf{C}^{\text{ah}} (\mathbf{q}^{\text{ah}}) = \mathbf{0}
\end{cases} (50)$$

其中: M^{ah} 是系统质量矩阵; \ddot{q}^{ah} 是系统广义加速度向量; Q^{ah} 是刚体系统的广义外力向量。上述矩阵和向量定义如下:

$$\begin{cases}
\boldsymbol{M}^{\text{ah}} = \operatorname{diag}(m_{\text{a}}, J_{\text{a}}, m_{\text{h}}, (\boldsymbol{G}^{\text{h}})^{\text{T}} \overline{\boldsymbol{J}}^{\text{h}} \boldsymbol{G}^{\text{h}}) \\
\ddot{\boldsymbol{q}}^{\text{ah}} = \left[(\ddot{\boldsymbol{r}}^{\text{a}})^{\text{T}} \quad \ddot{\boldsymbol{\psi}} \quad (\ddot{\boldsymbol{r}}^{\text{h}})^{\text{T}} \quad (\ddot{\boldsymbol{\theta}}^{\text{h}})^{\text{T}} \right]^{\text{T}} \\
\boldsymbol{Q}^{\text{ah}} = \left[(\boldsymbol{F}^{\text{a}})^{\text{T}} \quad (\boldsymbol{T}^{\text{a}})^{\text{T}} \quad (\boldsymbol{F}^{\text{h}})^{\text{T}} \quad \boldsymbol{Q}^{\text{T}} \right]^{\text{T}} \\
\boldsymbol{C}^{\text{ah}} = \left[(\boldsymbol{C}^{q})^{\text{T}} \quad (\boldsymbol{C}^{\lambda})^{\text{T}} \right]^{\text{T}} \\
\boldsymbol{\lambda}^{\text{ah}} = \left[(\boldsymbol{\lambda}^{q})^{\text{T}} \quad (\boldsymbol{\lambda}^{\theta})^{\text{T}} \right]^{\text{T}}
\end{cases} \tag{51}$$

系统动力学方程式(50)是指标 3 的微分代数方程^[19] (index-3 differential-algebraic equation, Index-3 DAE),可使用广义 $-\alpha$ 法^[20]求其数值解, 具体求解步骤参见文献[21]。

4.3 舰载机阻拦装置的动力学模型

舰载机阻拦装置的机械结构^[15]如图 5 所示。 舰载机尾钩啮合甲板阻拦索后,液压缓冲器^[22]动 作以削减阻拦索的张力峰值,同时阻拦电机按照 阻拦控制算法^[15]输出控制转矩,将飞机在有限距 离内平稳拦停。

将舰载机及其尾钩的仿真模型和舰载机阻拦装置的仿真模型联合可得完整的阻拦动态仿真模型,其结构如图 6 所示。阻拦装置中柔性阻拦索、液压缓冲器和动态控制算法等具体建模方法参见文献[15,22-23]。

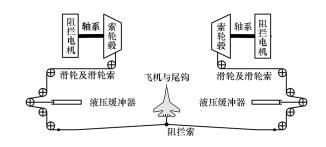


图 5 阻拦装置机械结构示意图

Fig. 5 Schematic diagram of mechanical structure of arresting gear

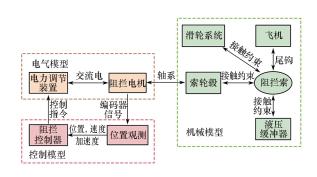


图 6 阻拦动态仿真模型结构

Fig. 6 Dynamic simulation model structure of arresting

5 仿真与试验

5.1 阻拦试验和仿真对比分析

在仿真平台建立了舰载机阻拦装置的系统动态仿真模型,开展了飞机钩索阻拦试验。阻拦试验工况和其对应的仿真模型的部分输入参数见表 1。

表 1 试验工况和部分仿真参数

Tab. 1 Experiment conditions and some simulation parameters

1005.1	Experiment conditions and some	simulation parameters
序号	参数名称	参数值
1	飞机质量/pu	1
2	啮合速度/pu	1
3	偏心距/m	+0.8 ^①
4	偏航角/(°)	– 1. 1 ^①
5	风速/(m/s)	4.5 ^②
6	钩杆初始角度/(°)	-55.7 ³
7	钩杆最大上摆角度/(°)	+4.3 ³

- 注:①面向飞机前进方向,向右偏为正,左偏为负。
- ②风速为甲板跑道方向的正逆风速。
- ③钩杆初始和上摆角度都是指钩杆和过铰点的水平面的夹角,钩杆向下为负,向上为正。

图7是阻拦过程中尾钩运动的高速摄像序列,实测尾钩从啮合瞬间到上升到目测最高点附

近历时约 0.192 s。图 8 是尾钩的抬升角度和角速度的仿真结果,钩索啮合瞬间为 0 时刻,结果显示尾钩抬升到首个高点历时约 0.2 s,与实测结果相当。图 9 是飞机重心过载的试验和仿真结果对

比,其中仿真 A 设定尾钩正常运动,仿真 B 设定尾钩相对飞机静止。仿真 A 的过载曲线与试验过载曲线吻合较好,其中峰值过载仿真值相比试验值相差仅约 0.81%,证明仿真模型具有较好的精度。

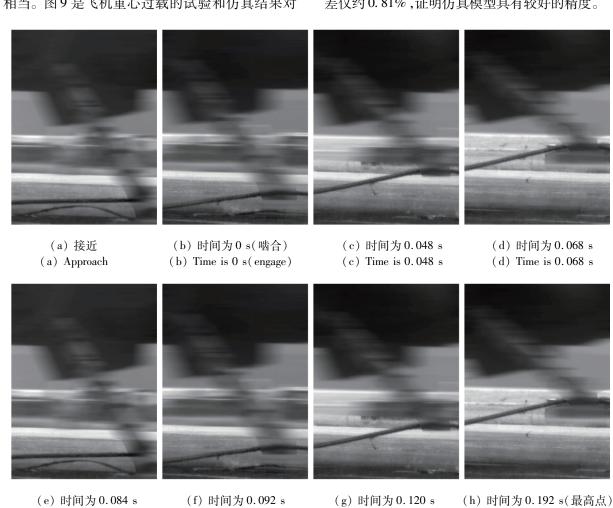
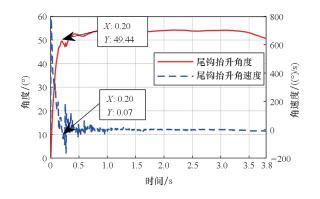


图 7 阻拦试验中尾钩抬升过程
Arresting hook lifting process in arresting experiment

(g) Time is 0.120 s

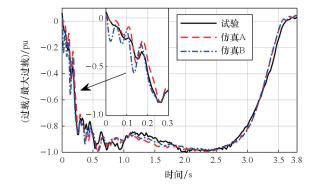
(f) Time is 0.092 s



(e) Time is 0.084 s

图 8 尾钩抬升角度和角速度的仿真结果 Fig. 8 Simulation results of lifting angle and angular velocity of arresting hook

阻拦前 0.2 s 内, 仿真 B 的过载相比试验以及仿真 A 的过载偏大, 且由阻拦索的弯折波^[15]导



(h) Time is 0.192 s(the peak)

图 9 飞机重心过载的仿真和试验结果对比

Fig. 9 Comparison of simulation and experiment results of aircraft gravity overload

致的过载波动幅度同样偏大,说明尾钩抬升过程的缓冲力能够起到削减阻拦前期过载大小和过载

波动范围的作用。

5.2 作动筒力学特性对阻拦过载影响

阻拦前期飞机需克服阻拦装置固有惯性带动阻拦装置运动的问题,而轻质量飞机受到阻拦装置惯性的影响较大,所以轻质量飞机的过载峰值通常出现在阻拦前期。尾钩缓冲器可以延长飞机和阻拦装置的稳定啮合的时间。由动量 - 冲量定理可知,若阻拦啮合阶段飞机的动量变化确定,则啮合时间越长,飞机的平均阻拦力和平均过载越低。

以质量为 0.33 pu 的轻型飞机阻拦工况为例,通过将尾钩作动筒的作用力在基准值的基础上放大不同倍数(后文称该倍数为"缓冲刚度"),来研究作动筒的力学特性对阻拦过载的影响。图 10和图 11 分别是不同缓冲刚度下尾钩的抬升角度曲线和飞机重心过载曲线,详细的统计结果见表 2。由仿真结果可知,随着缓冲刚度的增加,尾钩抬升的最大角度逐渐减小,上升时间(尾钩首次抬升到最大角度 90% 的时间)随之增加。

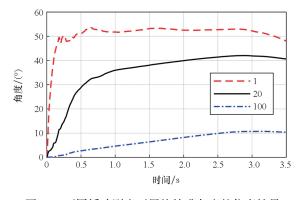


图 10 不同缓冲刚度下尾钩抬升角度的仿真结果 Fig. 10 Simulation results of lifting angle of arresting hook with different damping stiffness

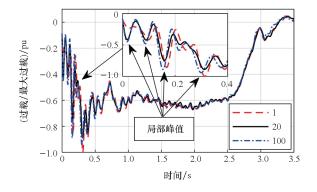


图 11 不同缓冲刚度下飞机重心过载的仿真结果 Fig. 11 Simulation results of aircraft gravity overload with different damping stiffness

表 2 不同尾钩缓冲刚度仿真详细统计结果

Tab. 2 Detailed statistical results of simulation with different damping stiffness of arresting hook

缓冲	最大角 度/(°)	上升时	局部峰值过载/pu			
刚度		间/s	1	2	3	4
1	53.6	0.17	0.23	0.41	0.85	0.99
2	52.6	0.23	0.27	0.40	0.83	1.00
5	51.5	0.38	0.33	0.38	0.77	0.96
10	48.9	0.77	0.38	0.39	0.72	0.93
20	42.0	1.44	0.41	0.42	0.74	0.88
50	24.0	2.14	0.44	0.45	0.81	0.87
100	10.7	2.43	0.44	0.47	0.88	0.93

如图 11 所示,受阻拦索弯折波的影响,阻拦前期 0.4 s 内存在 4 个明显的局部峰值过载,其中第 4 个也是阻拦全局峰值过载。由表 2 结果可知,随着缓冲刚度的增加,除第 1 个局部峰值过载随着缓冲刚度的增加先增加后保持外,其他局部峰值过载大致呈现先减小后增加的特征,且编号越大的最小局部峰值过载对应的缓冲刚度越大。分析可知,若缓冲刚度过小,则尾钩抬升时间较短,编号较大的峰值点时间靠后,将不能得到充分的缓冲;反之若缓冲刚度过大,尾钩抬升幅度过小,尾钩的缓冲作用也随之下降。通过优化尾钩作动筒的缓冲特性,能够降低飞机的阻拦过载,在本节工况下,飞机的全局峰值过载最多降低了约 13%。

6 结论

本文以尾钩动力学特性对舰载机阻拦结果的 影响为主要研究目标,开展的主要工作和得到的 主要结论总结如下:

- 1)建立了舰载机的刚体动力学模型和考虑 尾钩纵向缓冲作用的尾钩动力学模型。
- 2)对比分析了飞机的阻拦试验和仿真结果, 验证了舰载机及其尾钩模型的有效性和准确性, 揭示了尾钩的纵向缓冲作用对飞机的阻拦过载的 重要影响。
- 3)仿真研究了尾钩缓冲特性对阻拦过载的 影响规律。通过优化尾钩的缓冲特性能够优化飞 机的阻拦过载,能够一定程度降低轻质量飞机的 峰值过载。

[2]

[4]

参考文献(References)

- [1] 王擎宇,谭大力,张晓谞,等. 航母阻拦装置指标体系研究[J]. 舰船科学技术,2021,43(9):154-159. WANG QY, TAN DL, ZHANG XX, et al. Research on the index system of arresting gear on aircraft carrier[J]. Ship Science and Technology, 2021,43(9):154-159. (in Chinese)
- 拦阻冲击动力学试验与仿真分析[J]. 振动与冲击, 2020, 39(8): 72-78, 98.

 ZHANG H C, LIU X M, LI C L, et al. Impact dynamic test and simulation analysis on main force transmission structures of carrier-based aircraft fuselage[J]. Journal of Vibration and Shock, 2020, 39(8): 72-78, 98. (in Chinese)

张浩成, 刘晓明, 李翀伦, 等. 舰载飞机机体主传力结构

- [3] 聂宏,彭一明,魏小辉,等. 舰载飞机着舰拦阻动力学研究综述[J]. 航空学报, 2014, 35(1): 1-12.

 NIE H, PENG Y M, WEI X H, et al. Overview of carrier-based aircraft arrested deck-landing dynamics [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2014, 35(1): 1-12.

 (in Chinese)
- 动力学影响分析 [J]. 航空学报, 2021, 42 (7): 348-358.

 PENG Y M, ZHANG Z, WEI X H, et al. Dynamic influence analysis of structural parameters on collision rebound of arresting hook [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2021, 42(7): 348-358. (in Chinese)

彭一明,张钊,魏小辉,等. 结构参数对拦阻钩碰撞反弹

- [5] 王慧龙,魏小辉,印寅,等. 缓冲器参数对拦阻钩作动性能的影响研究[J]. 航空计算技术, 2019, 49(6): 48-52.
 WANG H L, WEI X H, YIN Y, et al. Influence of damper parameters on actuation performance of arresting hook [J]. Aeronautical Computing Technique, 2019, 49(6): 48-52.
- [6] ZHU Q D, MENG X, ZHANG Z. Simulation research on motion law of arresting hook during landing [J]. Applied Mechanics and Materials, 2013, 300/301; 997-1002.

(in Chinese)

- [7] 范学伟, 吴永康, 吴少波, 等. 拦阻钩触舰反弹动态分析及缓冲性能研究[J]. 飞机设计, 2015, 35(1): 6-12, 52.

 FAN X W, WU Y K, WU S B, et al. A research on collision present of arresting back and auchiening preparties of the
 - FAN X W, WU Y K, WU S B, et al. A research on collision process of arresting hook and cushioning properties of the buffer[J]. Aircraft Design, 2015, 35(1): 6 12, 52. (in Chinese)
- [8] 彭一明, 聂宏. 舰载飞机着舰时拦阻钩碰撞反弹动力学分析[J]. 航空学报, 2017, 38(11): 214-224.
 PENG Y M, NIE H. Dynamics analysis of arresting hook bounce after touchdown and impacting with deck [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2017, 38(11): 214-224. (in Chinese)
- [9] 杨全伟. 舰载飞机拦阻钩载荷实测方法研究[J]. 航空学报, 2015, 36(4): 1162-1168.
 YANG Q W. Research on flight measurement method of a

- carrier-based aircraft arresting hook loads [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2015, 36(4): 1162 – 1168. (in Chinese)
- [10] 豆清波,杨正权,刘继军,等. 拦阻钩缓冲器动力学性能 试验研究与分析[J]. 机械科学与技术,2019,38(8): 1307-1312. DOU Q B, YANG Z Q, LIU J J, et al. Experimental research and analysis on dynamics characteristics of arresting hook buffer[J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2019,38(8):1307-1312. (in Chinese)
- [11] 李昕,何肇雄,刘晓明,等. 一种舰载机着舰拦阻地面模拟冲击试验方法[J]. 兵器装备工程学报,2020,41(9):130-134.

 LI X, HE Z X, LIU X M, et al. Shipboard aircraft intercepting ship ground simulated impact test method [J].

 Journal of Ordnance Equipment Engineering, 2020,41(9):130-134. (in Chinese)
- [12] ZHANG H, GUO J Q, LIU J P, et al. An efficient multibody dynamic model of arresting cable systems based on ALE formulation [J]. Mechanism and Machine Theory, 2020, 151: 103892.
- [13] 蒋启登. 基于飞行参数的舰载机拦阻力统计建模与预计[J]. 航空学报, 2020, 41(12): 263-273.

 JIANG Q D. Statistical modeling and prediction of arresting force for carrier-based aircraft based on flight parameters[J].

 Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2020, 41(12): 263-273. (in Chinese)
- [14] 谢朋朋,彭一明,魏小辉,等. 计及弯折波的舰载飞机偏心拦阻动力学分析[J]. 北京航空航天大学学报,2020,46(8):1582-1591.

 XIE P P, PENG Y M, WEI X H, et al. Dynamic analysis of off-center arrest for carrier-based aircraft considering kinkwave[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2020,46(8):1582-1591. (in Chinese)
- [15] 张晓谞,张育兴,刘勇,等. 阻拦索张力控制方法[J]. 国防科技大学学报,2016,38(6):49-53.

 ZHANG X X, ZHANG Y X, LIU Y, et al. Method of arresting cable tension control [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2016,38(6):49-53.

 (in Chinese)
- [16] E. J. 豪格. 机械系统的计算机辅助运动学和动力学(第1卷 基本方法)[M]. 刘兴祥,李吉荣,林梅,等译. 北京:高等教育出版社,1995:142-322.

 HAUG E J. Computer aided kinematics and dynamics of mechanical systems (vol. 1: basic methods)[M]. Translated by LIU X X, LI J R, LIN M, et al. Beijing: Higher Education Press, 1995:142-322. (in Chinese)
- [17] SHABANA A A. Computational dynamics [M]. UK; John Wiley & Sons, Ltd, 2010; 87-437.
- [18] SHABANA A A. Dynamics of multibody systems [M]. 4th ed. Cambridge; Cambridge University Press, 2013.
- [19] BOTTASSO C L, DOPICO D, TRAINELLI L. On the optimal scaling of index three DAEs in multibody dynamics [J]. Multibody System Dynamics, 2008, 19: 3 - 20.
- [20] CHUNG J, HULBERT G M. A time integration algorithm for

- structural dynamics with improved numerical dissipation; the generalized- α method [J]. Journal of Applied Mechanics, 1993, 60(2); 371 375.
- [21] ARNOLD M, BRÜLS O. Convergence of the generalized- α scheme for constrained mechanical systems [J]. Multibody System Dynamics, 2007, 18: 185 202.
- [22] 张晓谞, 欧阳斌, 胡安琪, 等. 阻拦装置变阻尼缓冲特性 优化研究[J]. 海军工程大学学报, 2020, 32(2): 43-48. ZHANG X X, OUYANG B, HU A Q, et al. Study on
- optimization of damping characteristic of arresting device[J]. Journal of Naval University of Engineering, 2020, 32 (2): 43-48. (in Chinese)
- [23] 张晓谞, 张成亮, 张育兴, 等. 质量车负载阻拦动态特性研究[J]. 海军工程大学学报, 2019, 31(6): 29-33.

 ZHANG X X, ZHANG C L, ZHANG Y X, et al. Study of dynamic characteristics of quality-vehicle arresting [J].

 Journal of Naval University of Engineering, 2019, 31(6): 29-33. (in Chinese)