

带落角约束的新型领弹 - 从弹固定时间协同制导律

尤浩*, 常新龙, 赵久奋, 马峰

(火箭军工程大学 导弹工程学院, 陕西 西安 710025)

摘要:针对多导弹以期望角度协同攻击机动目标问题,提出了一种新型领弹-从弹固定时间协同制导律。根据弹目相对运动关系建立了领弹-从弹协同制导模型;基于固定时间滑模控制理论设计了视线法向上的制导律,实现了领弹和从弹以期望的攻击角度对机动目标进行精准打击。在从弹视线方向上,基于一致性误差函数和固定时间滑模趋近律,设计了一种从弹视线方向制导律,充分利用了导弹间的信息交互,实现了从弹与领弹的剩余时间在固定时间内快速趋于一致。数值仿真和对比试验结果表明:所提制导律对时间协同和角度约束的控制精度高,避免了奇异和抖振现象,收敛速度快且收敛时间上界与初始状态无关,充分地验证了所提制导律的有效性和优越性。

关键词:落角约束;领弹-从弹;固定时间;滑模控制;信息交互;机动目标;一致性误差函数

中图分类号: TJ765.3 文献标志码: A 文章编号: 1001-2486(2024)06-064-13



论文
拓展

Novel leader-following missiles fixed-time cooperative guidance law with impact angle constraints

YOU Hao*, CHANG Xinlong, ZHAO Jiufen, MA Feng

(College of Missile Engineering, Rocket Force University of Engineering, Xi'an 710025, China)

Abstract: To deal with the problem that multiple missiles cooperatively attack maneuvering targets with impact angle constraints, a novel leader-following missiles fixed-time cooperative guidance law was proposed. The leader-following missiles cooperative guidance model was established according to the relative motion between the target and missiles. Based on the fixed-time sliding mode control theory, the guidance law in the directions normal to the LOS (line-of-sight) was designed, so that the leader and followers could accurately attack the maneuvering target from the desired impact angles. Based on the consistency error function and the fixed-time sliding mode reaching law, the guidance law in the LOS direction of the followers was designed, which fully utilized the information exchange between missiles, and the time-to-go of the followers could quickly achieve consensus with that of the leaders in fixed time. Simulations and comparison verification indicate that the designed guidance law has higher control accuracy for time and angle constraints, no singularity and chattering phenomenon, faster convergence speed and the convergence time bound is independent of the initial states, which fully verifies the effectiveness and superiority of the proposed guidance law.

Keywords: impact angle constraint; leader-following missiles; fixed time; sliding mode control; information exchange; maneuvering targets; consistency error function

近些年,随着现代导弹防御系统的快速发展和目标超高速、强机动的发展态势,仅依靠单枚导弹完成高效突防并精准打击任务愈发困难,而多枚导弹通过信息交流互相配合,能够实现对目标的瞬时饱和攻击,极大地提高了导弹的突防能力和对目标的全方位打击能力,因此,多弹协同制导

技术的研究具有极大的实际军事意义^[1-3]。

实现多弹对目标的协同攻击,目前主要有两类方法:一类是在导弹发射前提前设定协同攻击时间,通过控制单枚导弹从而使多枚导弹同一时间攻击目标。目前针对此类协同制导方法的研究相对成熟,例如基于偏置比例导引的协同制导

收稿日期:2022-06-30

基金项目:国家自然科学基金资助项目(12171481)

*第一作者:尤浩(1994—),男,湖北武穴人,讲师,博士,E-mail:1828420255@qq.com

引用格式:尤浩,常新龙,赵久奋,等.带落角约束的新型领弹-从弹固定时间协同制导律[J].国防科技大学学报,2024,46(6):64-76.

Citation: YOU H, CHANG X L, ZHAO J F, et al. Novel leader-following missiles fixed-time cooperative guidance law with impact angle constraints[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2024, 46(6): 64-76.

律^[4-6]、基于虚拟领弹-从弹的协同制导律^[7-8]、基于分段式攻击时间的协同制导律^[9-11]。上述这些协同制导律在一定程度上能够实现多枚导弹同时攻击目标,但是各导弹间无信息交流,本质上不属于真正意义上的导弹协同。而且由于初始条件的不同和目标机动带来的干扰,提前精准的设定协同攻击时间是非常困难的,因此这种制导方法主要是针对静止或者低速运动目标,对机动目标协同打击则无能为力^[12-13]。另一类协同制导方法是通过弹间通信从而实现多导弹的协同攻击,无须事先指定协同攻击时间。由于第二类协同方案更接近真实攻击情形且能够实现自主协同,受到了国内外学者越来越多的关注^[14-17]。

为提升多导弹的协同打击效果和突防能力,Zhang等^[18]针对舰船目标的协同打击任务,设计了一种带落角约束的协同制导律,充分考虑了弹间的通信交流。Wang^[19]和Li^[20]等通过有限时间控制理论,在协同制导模型线性化的基础上,提出了同时考虑时间和角度约束的协同制导律,能够保证多导弹以期望的角度协同攻击固定目标。Zhou等^[21]基于多智能体一致性理论和几何制导理论提出了一种协同制导律,但是该制导律假设多导弹对目标的末端攻击角度为小角度,当攻击机动目标时制导性能会大大降低。Kumar等^[22]通过非奇异快速终端滑模控制理论设计了一种协同制导律,实现了制导律快速收敛且抖振现象减少,但是该制导律没有充分考虑目标机动对系统干扰的影响。Hou等^[23]针对固定目标的协同攻击任务,基于多智能体一致性控制理论,提出了一种考虑加速度饱和问题的多导弹协同制导律。在此基础上,Li等^[24]研究了带落角约束的协同制导律,实现了对固定目标以期望角度的高精度协同打击。Lü等^[25]考虑到径向速度信息在某些作战场景中难以获取的实际情况,提出了一种带落角约束的三维协同制导律,无须径向速度测量信息。上述研究中提出的协同制导律虽然充分考虑了弹间的通信问题,但多数都是针对固定目标的协同攻击,且制导律多集中于有限时间稳定理论,其收敛时间上界与系统的初始状态高度相关,制导性能受限于系统的初始状态。由于固定时间稳定理论具有收敛时间上界独立于系统初始状态的优势,因此针对机动目标的固定时间协同制导律还需进一步深入研究。

第二类协同方案的核心是弹间通信,根据导弹间通信拓扑方式的不同,多导弹协同制导可以分为多导弹集群式协同制导和领弹-从弹主从式

协同制导。上述所有的研究分析都属于多导弹集群式协同制导,现阶段对此问题的研究相对较多。领弹-从弹主从式协同制导可以合理搭配各种类型导弹,拓展性好且经济更实惠,更加适用于未来更有发展前景的异类多导弹协同作战。

针对领弹-从弹主从式协同制导问题的研究,目前已经取得了一定的进展。Zhao等^[26]提出了一种虚拟领弹-从弹的协同制导方法,但是该协同制导方法缺乏从弹之间的在线信息交流。Li等^[27]通过将弹目相对距离作为一致性协调变量,提出了一种领弹-从弹协同制导律,但是该制导律需要提前设定协同攻击时间且需要假设导弹对目标的末端攻击角度为小角度,因此该制导律不适于对机动目标的协同打击。Zhao等^[28]提出了一种编队构型时变的领弹-从弹协同制导律,但是该制导律主要是研究导弹协同编队问题,没有考虑对目标的攻击角度约束问题。Sinha等^[29]基于超螺旋控制理论提出了一种领弹-从弹协同制导律,无须小角度假设,但是该制导律主要应用对象为非机动目标,不适于对机动目标的协同打击。宋俊红^[30]针对机动目标提出了一种领弹-从弹协同制导律,但是该制导律作用下的加速度伴随剧烈的抖振现象且对角度约束无控制能力。李国飞等^[31]针对固定目标的协同攻击问题,设计了两种主从式协同制导律,实现了对固定目标的同时命中。综上所述,领弹-从弹主从式协同制导方案逐渐受到了学者们的关注,但是同时考虑领弹-从弹、机动目标、固定时间收敛和弹间信息交互四个方面问题的研究相对匮乏,相关问题的研究具有重要的实际军事意义。

受上述分析的启发,本文同时考虑了领弹-从弹、机动目标、固定时间收敛和弹间信息交互四个方面问题,提出了一种带落角约束的领弹-从弹固定时间协同制导律,实现了多枚导弹以期望角度对机动目标的协同攻击。

1 问题描述

1.1 弹目相对运动关系

本文考虑的领弹-从弹协同制导系统由1枚领弹 M_0 和 n 枚从弹 $M_i(i=1,2,\dots,n)$ 组成,图1给出了多枚导弹组成的领弹-从弹协同制导系统的通信拓扑图,其中,领弹只与相邻的从弹进行有向通信,从弹与其相邻的从弹进行信息交互并实时调整自身的状态,最终快速跟踪上领弹的剩余时间并保持一致,实现多导弹的协同攻击。

领弹-从弹协同制导系统中的第 $i(i=0,$

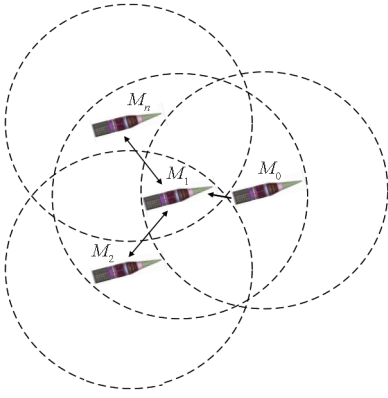


图 1 领弹 - 从弹协同制导系统的通信拓扑图

Fig. 1 Communication topology diagram of leader-following missiles cooperative guidance system

1, ..., n) 枚导弹攻击机动目标的几何关系如图 2 所示, 其中, Oxy 为惯性坐标系, M_i 代表第 i 枚导弹, T 代表机动目标; r_i 表示弹目相对距离, q_i 和 θ_{mi} 分别表示视线角和弹道倾角; V_{mi} 、 a_{mi} 、 V_t 、 a_t 分别表示第 i 枚导弹和机动目标的速度和法向加速度; θ_t 表示机动目标的弹道倾角。

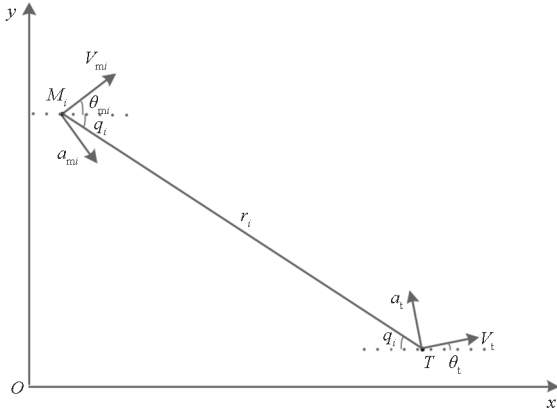


图 2 第 i 枚导弹攻击机动目标的几何关系图

Fig. 2 Geometric relationship diagram of the i th missile attacking a maneuvering target

由图 2 可得第 i 枚导弹的制导系统模型为:

$$\begin{cases} \dot{r}_i = V_t \cos(q_i - \theta_t) - V_{mi} \cos(q_i - \theta_{mi}) \\ r_i \dot{q}_i = -V_t \sin(q_i - \theta_t) + V_{mi} \sin(q_i - \theta_{mi}) \\ \dot{\theta}_{mi} = \frac{a_{mi}}{V_{mi}} \\ \dot{\theta}_t = \frac{a_t}{V_t} \end{cases} \quad (1)$$

分别对式(1)中的第一式和第二式求导, 并将第三式和第四式代入, 可得:

$$\ddot{r}_i = r_i \dot{q}_i^2 + w_{ri} - u_{ri} \quad (2)$$

$$\ddot{q}_i = -\frac{2\dot{r}_i \dot{q}_i}{r_i} + \frac{w_{qi}}{r_i} - \frac{u_{qi}}{r_i} \quad (3)$$

其中, u_{ri} 和 u_{qi} 表示导弹 M_i 在视线方向和视线法向上的加速度分量, w_{ri} 和 w_{qi} 表示机动目标 T 在视线方向和视线法向上的加速度分量, 表达式如下:

$$u_{ri} = \dot{V}_{mi} \cos(q_i - \theta_{mi}) + a_{mi} \sin(q_i - \theta_{mi}) \quad (4)$$

$$u_{qi} = -\dot{V}_{mi} \sin(q_i - \theta_{mi}) + a_{mi} \cos(q_i - \theta_{mi}) \quad (5)$$

$$w_{ri} = \dot{V}_t \cos(q_i - \theta_t) + a_t \sin(q_i - \theta_t) \quad (6)$$

$$w_{qi} = -\dot{V}_t \sin(q_i - \theta_t) + a_t \cos(q_i - \theta_t) \quad (7)$$

1.2 领弹 - 从弹通信网络

在本文领弹 - 从弹协同制导过程中, 领弹与从弹之间的通信交流用有向图 $\Phi(\mathbf{B})$ 表示, 其中矩阵 $\mathbf{B} = [b_1, b_2, \dots, b_n]^T$ 表示领弹与从弹之间的通信拓扑关系, 若领弹能够将信息传递到从弹 M_i , 则 $b_i = 1$, 否则 $b_i = 0$; 从弹与从弹互相间的通信交流可以用无向图 $\Psi(\mathbf{A}) = (\nu, \zeta, \mathbf{A})$ 表示, 其中 ν 表示图 Ψ 中各节点组成的集合, ζ 表示图 Ψ 中各连接线组成的集合, 矩阵 $\mathbf{A} = [a_{ij}]$ 表示图 Ψ 的权系数矩阵, 若从弹 M_i 和从弹 M_j 之间存在信息交互, 则 $a_{ij} = 1$, 否则 $a_{ij} = 0$ 。特别地, $a_{ii} = 0$, $a_{ij} = a_{ji}, i, j \in \{1, 2, \dots, n\}$, 若图 Ψ 中任意两个节点之间至少存在一条连通的路径, 则无向图 Ψ 是连通的^[32]。

1.3 领弹 - 从弹协同制导问题描述

领弹 - 从弹在同一时间攻击目标, 意味着需要控制从弹的剩余时间与领弹的剩余时间快速趋于一致, 即任意给定初始值满足:

$$\begin{cases} \lim_{t \rightarrow T_a} |t_{goi} - t_{go0}| = 0 \\ t_{goi} = t_{go0} \quad \forall t \geq T_a; i = 1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (8)$$

式中, t_{goi} 、 t_{go0} 分别表示从弹和领弹的剩余时间, T_a 为从弹一致性跟踪收敛时间。由文献[33]可知, 导弹 M_i 的剩余时间可表示为:

$$t_{goi} = -\frac{r_i}{\dot{r}_i} \quad (9)$$

由文献[34 - 35]可知, 制导律的终端角度约束问题可以转化为视线角约束问题。因此, 本文领弹 - 从弹视线法向制导律设计的主要任务是使领弹和从弹以不同的终端视线角攻击机动目标, 即任意给定初始值, 满足:

$$q_i(t) \rightarrow q_i^d(t) \quad \forall t \geq T_b; i = 0, 1, \dots, n \quad (10)$$

式中, $q_i^d(t)$ 表示第 i 枚导弹与目标间期望的视线角, T_b 表示有限收敛时间。

2 制导律设计及稳定性分析

2.1 领弹制导律设计

令 $x_{10} = q_0 - q_0^d, x_{20} = \dot{q}_0$, 则由式(3)可得领弹

视线法向上的制导模型为:

$$\begin{cases} \dot{x}_{10} = x_{20} \\ \dot{x}_{20} = \frac{-2\dot{r}_0 x_{20}}{r_0} + d_{\alpha 0} - \frac{u_{q0}}{r_0} \end{cases} \quad (11)$$

式中, $d_{\alpha 0} = \frac{w_{q0}}{r_0}$ 为目标机动在领弹视线法向上的干扰。

设计固定时间收敛滑模面如下:

$$s_{10} = x_{20} + \frac{nx_{10}}{t_{10} - t} \quad (12)$$

式中, $n > 1$ 为正整数, t_{10} 为领弹攻击结束时间, $t_{10} - t$ 表示领弹的剩余时间 t_{g00} 。

为了抑制抖振现象,同时能使式(11)在固定时间收敛到式(12),选取固定时间滑模趋近律如下:

$$\dot{s}_{10} = -\alpha_1 |s_{10}|^{p_1} \text{sgn}(s_{10}) - \alpha_2 |s_{10}|^{q_1} \text{sgn}(s_{10}) \quad (13)$$

式中: $\alpha_1 > 0, \alpha_2 > 0; 0 < p_1 < 1, q_1 > 1$ 。

对式(12)求导,根据式(11)和式(13)可得领弹视线法向上的制导律为:

$$\begin{aligned} u_{q0} = & -2\dot{r}x_{20} + r \left(d_{\alpha 0} + \frac{nx_{20}t_{g00} + nx_{10}}{t_{g00}^2} \right) + \\ & r[\alpha_1 |s_{10}|^{p_1} \text{sgn}(s_{10}) + \alpha_2 |s_{10}|^{q_1} \text{sgn}(s_{10})] \end{aligned} \quad (14)$$

对于式(14)中的干扰项 $d_{\alpha 0}$,设计式(15)形式的非齐次干扰观测器对 $d_{\alpha 0}$ 进行估计^[15]。

$$\begin{cases} \dot{\xi}_{10} = \psi_{10} - \frac{2\dot{r}x_{20}}{r} - \frac{u_{q0}}{r} + \frac{nx_{20}t_{g00} + nx_{10}}{t_{g00}^2} \\ \psi_{10} = -\gamma_{20} L^{\frac{1}{3}} \text{sig}(\xi_{10} - s_{10})^{\frac{2}{3}} - \mu_{20}(\xi_{10} - s_{10}) + \xi_{11} \\ \dot{\xi}_{11} = \psi_{11} \\ \psi_{11} = -\gamma_{10} L^{\frac{1}{2}} \text{sig}(\xi_{11} - \psi_{10})^{\frac{1}{2}} - \mu_{10}(\xi_{11} - \psi_{10}) + \xi_{12} \\ \dot{\xi}_{12} = -\gamma_{00} L \text{sgn}(\xi_{12} - \psi_{11}) - \mu_{00}(\xi_{12} - \psi_{11}) \\ \xi_{10} = \hat{s}_{10} \\ \xi_{11} = \hat{d}_{\alpha 0} \\ \xi_{12} = \hat{d}'_{\alpha 0} \end{cases} \quad (15)$$

式中, $\gamma_{10} > 0, \mu_{10} > 0, L > 0$ 且都为常数, $\hat{d}_{\alpha 0}$ 为 $d_{\alpha 0}$ 的估计值, $\text{sig}(x)^n = |x|^n \text{sgn}(x)$ 。由文献[15]可知,式(14)中的干扰可以在有限时间内收敛到真实值 $d_{\alpha 0}$ 。此外,由文献[36]可知,非齐次干扰观测器与控制器的设计过程相互独立,适用于任何种类制导律,可以在线估计并补偿目标机动造成的干扰。

定理 1 针对制导模型式(11),设计固定时

间收敛滑模面式(12),结合趋近律式(13),设计领弹视线法向制导律式(14),使得系统状态 x_{10} 、 x_{20} 在固定时间内收敛到 0。

证明:在观测器式(15)稳定后,定理 1 的证明分为两步。首先,证明系统式(11)在固定时间内收敛到滑模面 s_{10} ;其次,证明系统状态在固定时间内收敛到期望值。

步骤 1:对式(12)求导,并将求导结果代入制导律式(14),可得

$$\dot{s}_{10} = -\alpha_1 |s_{10}|^{p_1} \text{sgn}(s_{10}) - \alpha_2 |s_{10}|^{q_1} \text{sgn}(s_{10}) \quad (16)$$

针对式(16),选取 Lyapunov 函数为:

$$V_1 = s_{10}^2 \quad (17)$$

对式(17)求导并结合式(16)得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= 2s_{10}\dot{s}_{10} \\ &= 2s_{10}[-\alpha_1 |s_{10}|^{p_1} \text{sgn}(s_{10}) - \alpha_2 |s_{10}|^{q_1} \text{sgn}(s_{10})] \\ &= -2\alpha_1 s_{10} |s_{10}|^{p_1+1} - 2\alpha_2 s_{10} |s_{10}|^{q_1+1} \\ &\leq -2\alpha_1 s_{10}^{\frac{p_1+1}{2}} - 2\alpha_2 s_{10}^{\frac{q_1+1}{2}} \\ &= -2\alpha_1 V_1^{\frac{p_1+1}{2}} - 2\alpha_2 V_1^{\frac{q_1+1}{2}} \end{aligned} \quad (18)$$

由文献[25]中引理 1 固定时间收敛理论知识可知式(18)中的 s_{10} 能够在固定时间 $T_{s_{10}} \leq \frac{1}{\alpha_1(1-p_1)} + \frac{1}{\alpha_2(q_1-1)}$ 内收敛到 0。步骤 1 证毕。

步骤 2:当 $t \geq T_{s_{10}}$,即系统状态收敛到滑模面 $s_{10} = 0$ 时,代入式(12)得

$$s_{10} = x_{20} + \frac{nx_{10}}{t_{10} - t} = 0 \quad (19)$$

即

$$\frac{dx_{10}}{x_{10}} = \frac{nd(t_{10} - t)}{t_{10} - t} \quad (20)$$

假定在有限时间 t_{10} 内的某时刻 t^* ,状态变量为 x_{10}^* ,则将式(20)从 (t^*, x_{10}^*) 积分到 t_{10} 内的未来某状态点 (t, x_{10}) 表达式为:

$$\int_{x_{10}^*}^{x_{10}} \frac{1}{x_{10}} dx_{10} = n \int_{t^*}^{t_{10}} \frac{1}{t_{10} - t} d(t_{10} - t), t > t^* \quad (21)$$

求解式(21),得:

$$n \frac{x_{10}}{x_{10}^*} = \ln \frac{(t_{10} - t)^n}{(t_{10} - t^*)^n} \quad (22)$$

对式(22)取指数运算,得:

$$x_{10} = \frac{x_{10}^*}{(t_{10} - t^*)^n} (t_{10} - t)^n \quad (23)$$

对式(23)求一阶导数,得:

$$x_{20} = -\frac{nx_{10}^*}{(t_{00} - t^*)^n} (t_{00} - t)^{n-1} \quad (24)$$

分析式(23)和式(24),当 $n > 1$ 时,在导弹攻击结束时刻 t_{00} 有 $x_{10} \rightarrow 0, x_{20} \rightarrow 0$ 成立,即制导律式(14)能够控制领弹击中目标的同时满足落角约束。步骤 2 证毕。

2.2 从弹视线方向制导律设计

对式(9)求导得:

$$\dot{i}_{goi} = -1 + \frac{r_{1i}^2 x_{2i}^2}{r_{1i}^2} - \frac{r_{1i}}{r_{1i}^2} u_{ii} + \frac{r_{1i}}{r_{1i}^2} w_{ii}, i=0, 1, \dots, n \quad (25)$$

$$\text{令 } \phi_{i1} = -1 + \frac{r_{1i}^2 x_{2i}^2}{r_{1i}^2}, \phi_{i2} = -\frac{r_{1i}}{r_{1i}^2}, \phi_{i3} = \frac{r_{1i}}{r_{1i}^2} w_{ii},$$

则 $\dot{i}_{goi} = \phi_{i1} + \phi_{i2} u_{ii} + \phi_{i3}$, 其中 u_{ii} 为导弹 M_i 视线方向制导律。

定义第 i 枚从弹与领弹的协同攻击时间一致性误差为:

$$e_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} (t_{goi} - t_{goj}) + c_i (t_{goi} - t_{go0}) \quad (26)$$

式中, a_{ij} 为从弹之间通信拓扑权系数矩阵对应的元素, c_i 为第 i 枚从弹与领弹之间权系数向量对应的元素。由式(26)可知,通过控制一致性误差 e_i , 使 e_i 在固定时间内收敛到 0, 则可保证从弹和领弹的剩余时间在固定时间内实现一致收敛。

对式(26)求导得:

$$\begin{aligned} \dot{e}_i &= \sum_{j=1}^n a_{ij} (\dot{t}_{goi} - \dot{t}_{goj}) + c_i (\dot{t}_{goi} - \dot{t}_{go0}) \\ &= \sum_{j=1}^n a_{ij} [\phi_{i1} + \phi_{i2} u_{ii} + \phi_{i3} - (\phi_{j1} + \phi_{j2} u_{jj} + \phi_{j3})] + \\ &\quad c_i [\phi_{i1} + \phi_{i2} u_{ii} + \phi_{i3} - (\phi_{01} + \phi_{03})] \\ &= \left(\sum_{j=1}^n a_{ij} + c_i \right) (\phi_{i1} + \phi_{i2} u_{ii}) - \sum_{j=1}^n a_{ij} (\phi_{j1} + \phi_{j2} u_{jj}) - \\ &\quad c_i \phi_{01} + \left(\sum_{j=1}^n a_{ij} + c_i \right) \phi_{i3} - \sum_{j=1}^n a_{ij} \phi_{j3} - c_i \phi_{03} \\ &= \eta_i (\phi_{i1} + \phi_{i2} u_{ii}) - \sum_{j=1}^n a_{ij} (\phi_{j1} + \phi_{j2} u_{jj}) - c_i \phi_{01} + \Delta_i \end{aligned} \quad (27)$$

式中, $\eta_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} + c_i, \Delta_i = \left(\sum_{j=1}^n a_{ij} + c_i \right) \phi_{i3} - \sum_{j=1}^n a_{ij} \phi_{j3} - c_i \phi_{03}$ 。 Δ_i 可视为视线方向的总干扰,可设计式(15)形式的观测器进行在线估计。

针对式(27),选取滑模面为:

$$s_{2i} = e_i \quad (28)$$

对滑模面式(28)求导,结合式(13)和式(27)可得从弹视线方向制导律为:

$$\begin{aligned} u_{ii} &= (\eta_i \phi_{i2})^{-1} \left[-\eta_i \phi_{i1} + \sum_{j=1}^n a_{ij} (\phi_{j1} + \phi_{j2} u_{jj}) + c_i \phi_{01} - \Delta_i \right] - \\ &\quad (\eta_i \phi_{i2})^{-1} [\alpha_3 |s_{2i}|^{p_2} \text{sgn}(s_{2i}) + \alpha_4 |s_{2i}|^{q_2} \text{sgn}(s_{2i})] \end{aligned} \quad (29)$$

式中: $\alpha_3 > 0, \alpha_4 > 0; 0 < p_2 < 1, q_2 > 1$ 。

定理 2 针对领弹-从弹协同攻击时间一致性误差式(26),根据式(28)所设计的滑模面,结合滑模趋近律式(13),设计从弹视线方向上的制导律式(29),能够保证从弹的剩余时间在固定时间内与领弹的剩余时间收敛到一致。

证明:对滑模面式(28)求导,结合式(27)、式(29),得:

$$\dot{s}_{2i} = -\alpha_3 |s_{2i}|^{p_2} \text{sgn}(s_{2i}) - \alpha_4 |s_{2i}|^{q_2} \text{sgn}(s_{2i}) \quad (30)$$

后续部分证明过程与定理 1 的步骤 1 相同,这里不再赘述。因此,滑模面 s_{2i} 能够在固定时间内收敛到 0,即领弹-从弹协同攻击时间一致性误差 e_i 能够在固定时间内收敛到 0,定理 2 证毕。

为简化论文的篇幅,本文从弹视线法向上制导律的设计与领弹制导律的设计保持一致,这里不再赘述。

3 仿真分析

本节考虑不同初始条件下的 1 枚领弹和 3 枚从弹协同打击不同类型机动目标任务,通过数值仿真来验证所提制导律的有效性和优越性。本文主要包含的制导参数有两类:制导律参数 α_i, p_i, q_i, n 和非齐次干扰观测器参数 $\gamma_{2i}, \gamma_{1i}, \gamma_{0i}, \mu_{2i}, \mu_{1i}, \mu_{0i}, L$ 。在本文制导参数设定之前,针对这些参数的取值,给出一些经验性的解释说明:参数 α_i, p_i, q_i, n 决定了制导式(14)和式(29)的收敛速度,为了取得良好的制导性能,通常这些参数的取值范围设定为 $0 < \alpha_i < 1, 0.5 \leq p_i < 1, 1 < q_i \leq 2, 1 < n \leq 5$;关于非齐次干扰观测器参数 $\gamma_{2i}, \gamma_{1i}, \gamma_{0i}, \mu_{2i}, \mu_{1i}, \mu_{0i}, L$,文献[15]已经给出了一组成熟的参数设置有效值。

在本文的仿真部分,式(14)中的制导参数选取 $\alpha_1 = 0.6, \alpha_2 = 0.6, p_1 = 0.7, q_1 = 2, n = 4$;式(29)中的制导参数选取 $\alpha_3 = \alpha_4 = 0.4, p_2 = 0.8, q_2 = 1.5$ 。非齐次观测器式(15)中的参数选取如下: $\gamma_{2i} = 2, \gamma_{1i} = 1.5, \gamma_{0i} = 1.1, \mu_{2i} = 8, \mu_{1i} = 6, \mu_{0i} = 3$ 和 $L = 0.2$ 。领弹和从弹加速度上限设定为 $30g$,设置制导盲区为 10 m 。

3.1 有效性和适应性验证

为了验证本文所提协同制导律的有效性和适应性,设计下述两个不同类型机动目标的协同打

击案例。

案例一:目标速度为 60 m/s,加速度为 $a_T = 3g\sin(0.6t)$ 。

案例二:目标速度为 100 m/s,加速度为 $a_T = 3g$ 。

领弹和各从弹的初始参数设置分别如表 1、表 2 所示,通信拓扑结构分别如图 3、图 4 所示。由图论知识可知,两个案例中领弹与各从弹之间的权系数矩阵分别为 $B_1 = [0 \ 1 \ 0]$ 和 $B_2 = [1 \ 0 \ 1]$,从弹与从弹之间的权系数矩阵均为

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

表 3~4 所示。

表 1 案例一初始参数设置

Tab.1 Initial parameters setting in case 1

导弹与目标	初始位置/ m	初始速度/ (m/s)	初始弹道 倾角/(°)	期望视线 角/(°)
领弹	(12 000,9 000)	300	-40	-90
从弹 1	(3 000,5 000)	330	-20	-15
从弹 2	(4 000,7 000)	320	-30	-45
从弹 3	(8 000,9 000)	320	-20	-60
目标	(10 000,2 000)	60	-85	

表 2 案例二初始参数设置

Tab.2 Initial parameters setting in case 2

导弹与目标	初始位置/ m	初始速度/ (m/s)	初始弹道 倾角/(°)	期望视线 角/(°)
领弹	(8 000,9 500)	340	-20	-60
从弹 1	(6 000,9 000)	360	-10	-30
从弹 2	(3 500,7 500)	350	15	-10
从弹 3	(14 500,9 000)	350	-105	-90
目标	(10 000,2 500)	100	-15	

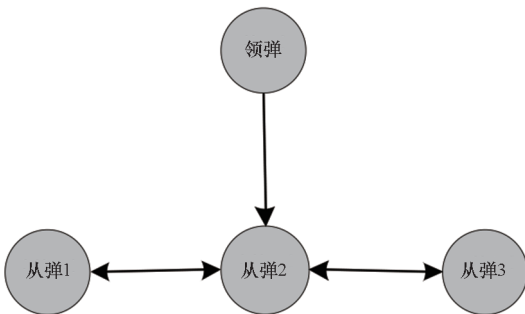


图 3 案例一领弹-从弹通信拓扑结构

Fig.3 Communication topology of leader-following missiles in case 1

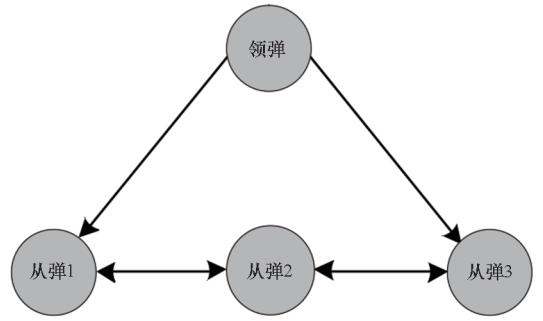
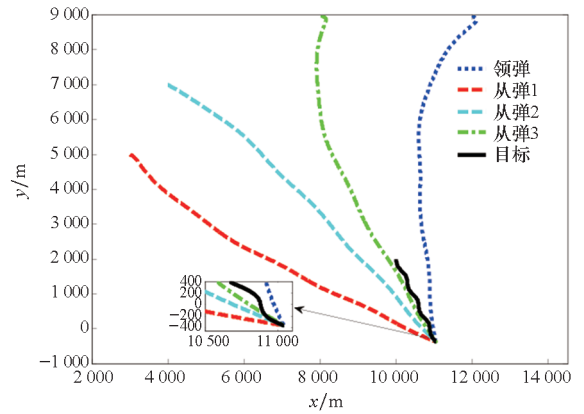


图 4 案例二领弹-从弹通信拓扑结构

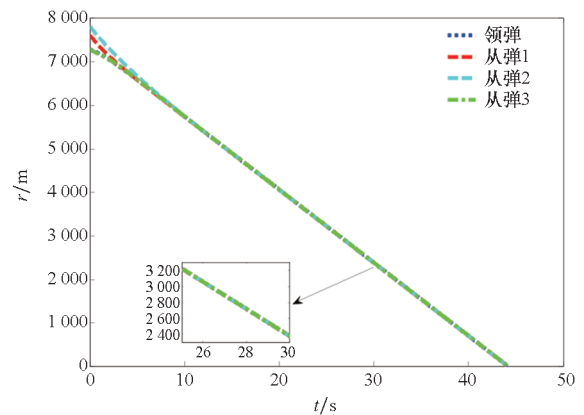
Fig.4 Communication topology of leader-following missiles in case 2

从两个案例的仿真结果可知,两个案例中的领弹和从弹都能够以期望的视角同时击中机动目标,脱靶量都在 0.092 3 m 范围内,视线角误差均不超过 0.051 6°,验证了本文所提协同制导律的有效性和适应性。图 5(a)和图 6(a)表明两个案例中的领弹和从弹都能够实现对机动目标的协同攻击。图 5(b)~(d)和图 6(b)~(d)表明,从弹视线方向制导律能够高精度控制从弹与领弹的剩余时间在固定时间内快速趋于一致,验



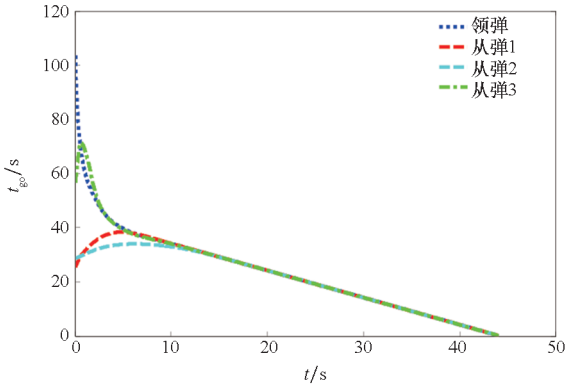
(a) 弹道轨迹

(a) Trajectories of missiles

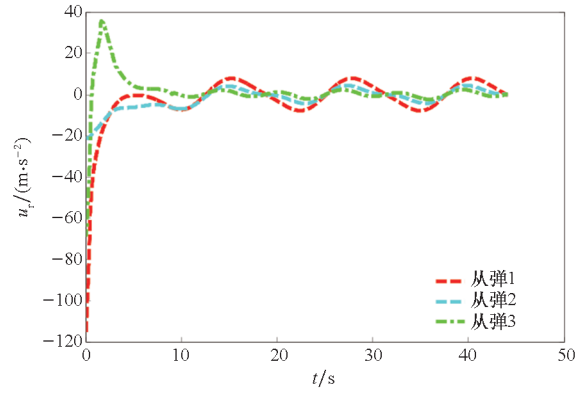


(b) 弹目相对距离

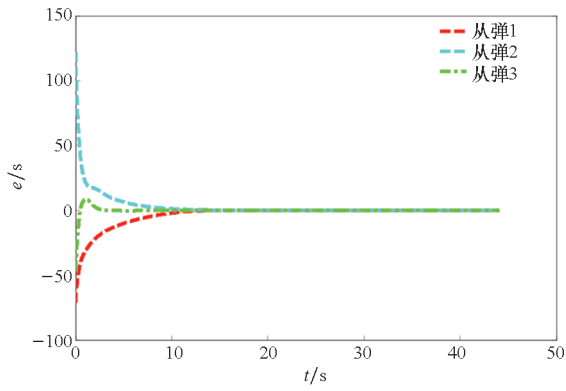
(b) Relative distance between missile and target



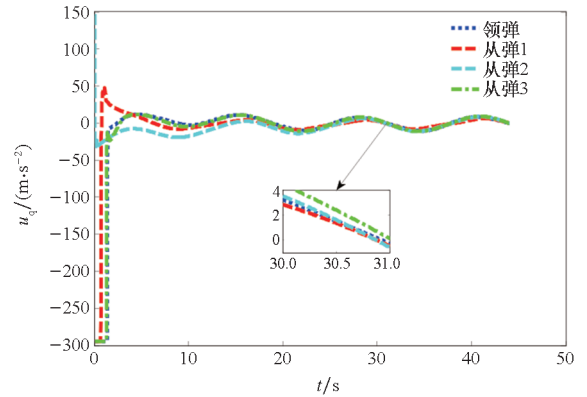
(c) 剩余时间
(c) Time-to-go



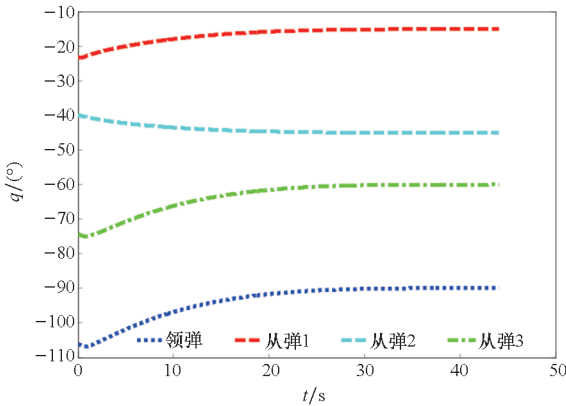
(g) 视线方向加速度
(g) Acceleration in the line-of-sight direction



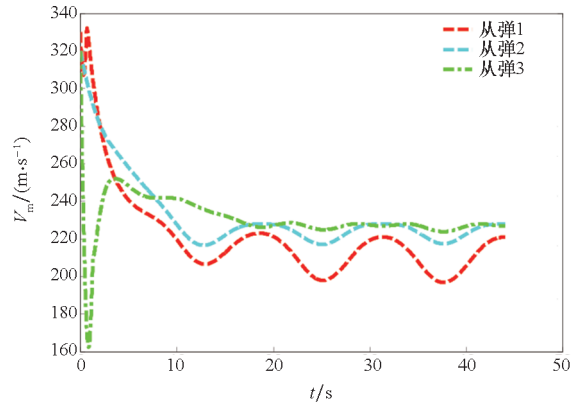
(d) 剩余时间一致性误差
(d) Consistency error of time-to-go



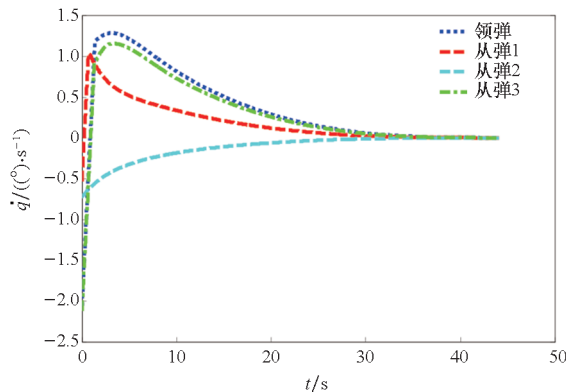
(h) 视线法向加速度
(h) Acceleration in the directions normal to the line-of-sight



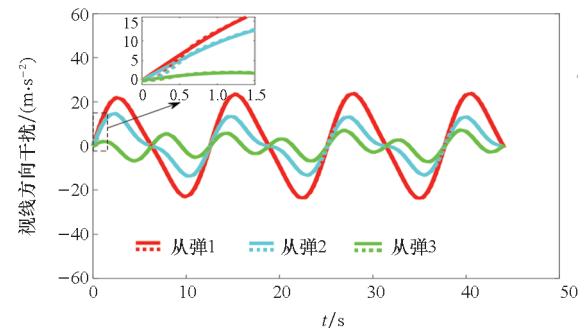
(e) 视线角
(e) Line-of-sight angles



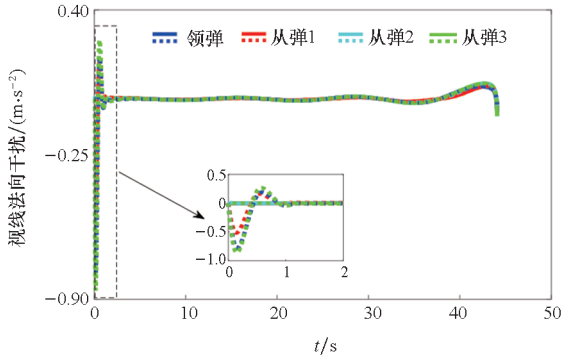
(i) 导弹速度
(i) Velocity of missiles



(f) 视线角速率
(f) Line-of-sight angular rates



(j) 视线方向干扰实际值(实线)和观测值(虚线)
(j) Actual values (solid lines) and estimations (dashed lines) of the disturbances in the line-of-sight directions

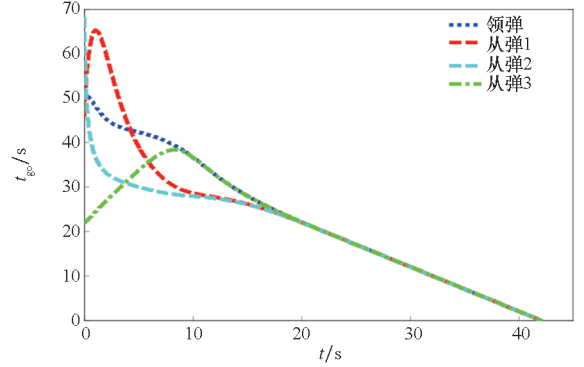


(k) 视线法向干扰实际值(实线)和观测值(虚线)
 (k) Actual values (solid lines) and estimations (dashed lines) of the disturbances in the directions normal to the line-of-sight

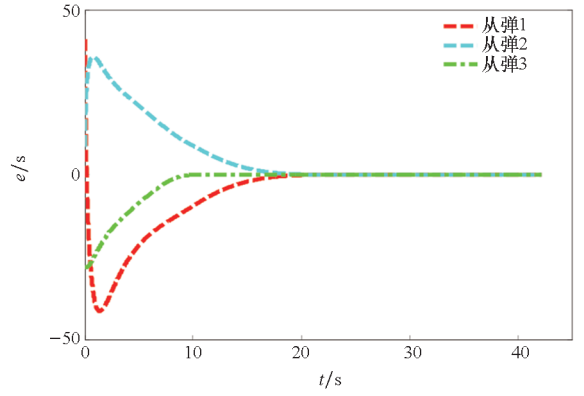
图5 案例一仿真结果

Fig.5 Simulation results in case 1

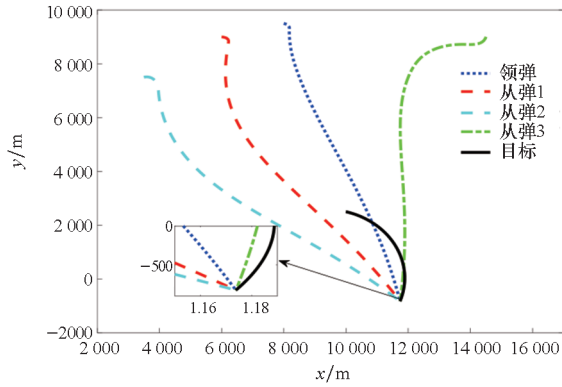
证了本文提出的从弹视线方向制导律的有效性。图5(e)~(f)和图6(e)~(f)表明,领弹和从弹的视线角和视线角速率都能够快速收敛到期望值,验证了本文提出的视线法向制导律对角度控制的有效性。图5(g)~(h)和6(g)~(h)表明,领弹和从弹各方向的加速度均实现了快速收敛,



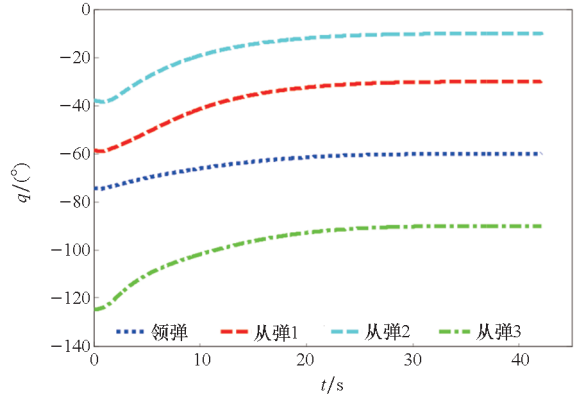
(c) 剩余时间
 (c) Time-to-go



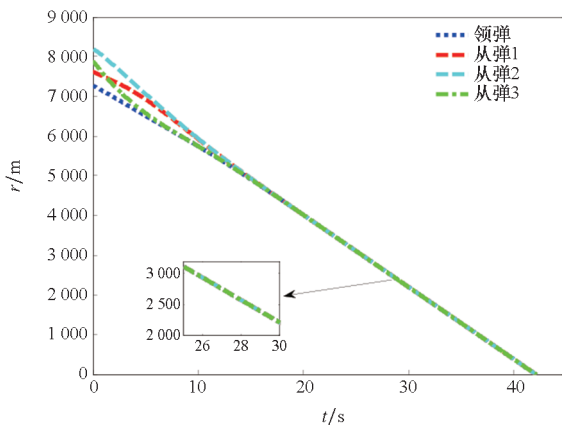
(d) 剩余时间一致性误差
 (d) Consistency error of time-to-go



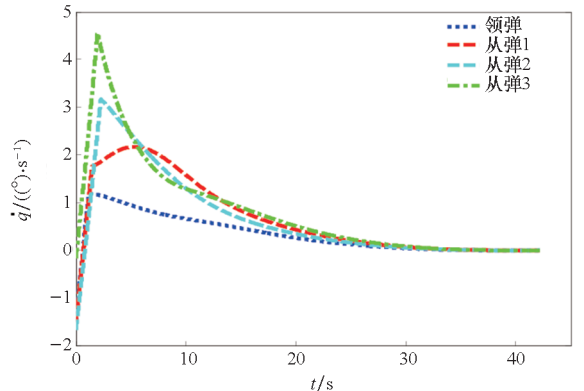
(a) 弹道轨迹
 (a) Trajectories of missiles



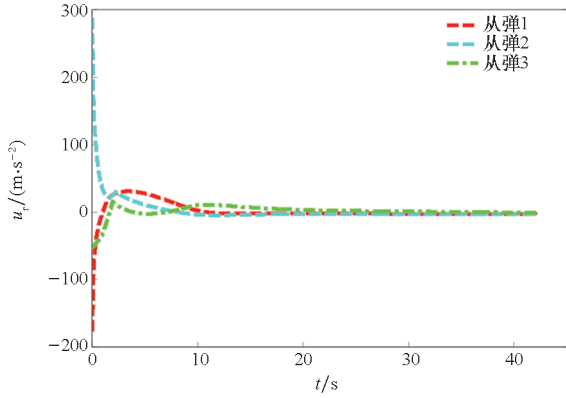
(e) 视线角
 (e) Line-of-sight angles



(b) 弹目相对距离
 (b) Relative distance between missile and target

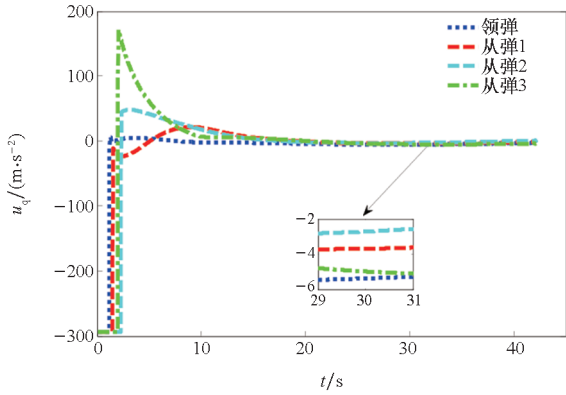


(f) 视线角速率
 (f) Line-of-sight angular rates



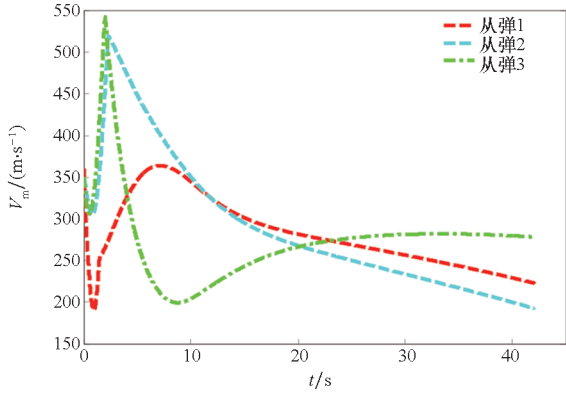
(g) 视线方向加速度

(g) Acceleration in the line-of-sight direction



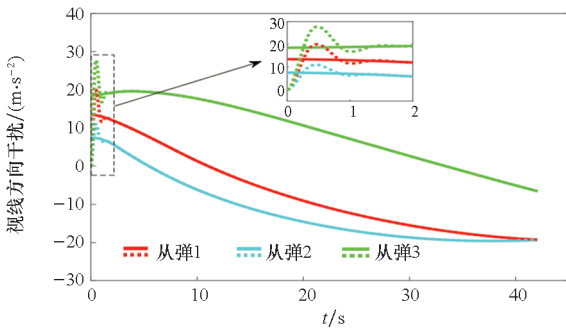
(h) 视线法向加速度

(h) Acceleration in the directions normal to the line-of-sight



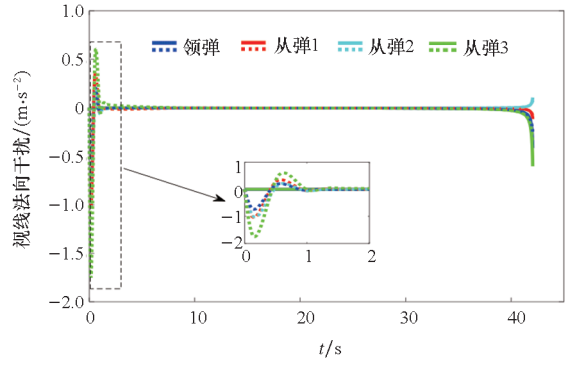
(i) 导弹速度

(i) Velocity of each missile



(j) 视线方向干扰实际值(实线)和观测值(虚线)

(j) Actual values (solid lines) and estimations (dashed lines) of the disturbances in the line-of-sight directions



(k) 视线法向干扰实际值(实线)和观测值(虚线)

(k) Actual values (solid lines) and estimations (dashed lines) of the disturbances in the directions normal to the line-of-sight

图 6 案例二仿真结果

Fig. 6 Simulation results in case 2

表 3 案例一协同攻击结果

Tab. 3 Collaborative attack results in case 1

导弹	攻击时间/s	脱靶量/m	视线角误差/(°)
领弹	44.08	0.088 4	0.051 6
从弹 1	44.08	0.092 3	0.042 2
从弹 2	44.08	0.078 2	0.046 9
从弹 3	44.08	0.090 7	0.038 8

表 4 案例二协同攻击结果

Tab. 4 Collaborative attack results in case 2

导弹	攻击时间/s	脱靶量/m	视线角误差/(°)
领弹	42.16	0.079 6	0.040 5
从弹 1	42.16	0.080 8	0.032 7
从弹 2	42.16	0.071 3	0.028 9
从弹 3	42.16	0.069 2	0.037 2

且在合理的范围内,有利于导弹的稳定控制。如图 5(i)和图 6(i)所示,从弹的速度前期变化较大,后期快速趋于一致变化,这是因为制导前期通过从弹速度的变化调节从弹的剩余时间与领弹趋于一致变化。因为目标处于机动状态,在制导末期领弹和从弹各方向的加速度是个小值,继续控制着导弹速度的变化。图 5(j)~(k)和图 6(j)~(k)表明,观测器的观测值能够快速收敛到目标机动干扰实际值,充分验证了本文设计观测器的有效性和适应性。

3.2 对比验证

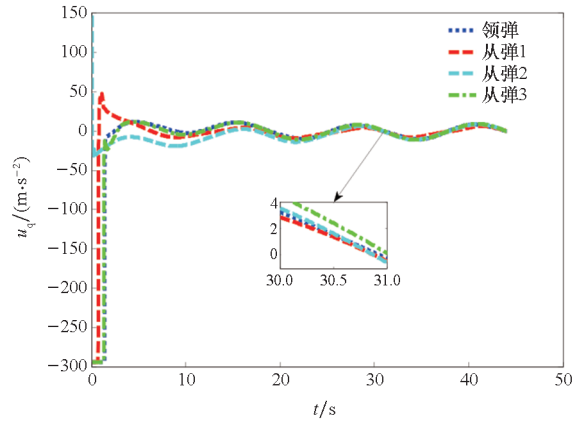
为了进一步验证本文提出的领弹-从弹协同制导律的优越性,将本文提出的制导律与文献[30]进行对比。在进行对比仿真之前,对文献[30]设计

的领弹-从弹协同制导律进行简要介绍。在文献[30]中,领弹和从弹的制导律表达式如下:

$$\begin{cases} u_{r_i} = (\eta_i \phi_{i2})^{-1} [-\eta_i \phi_{i1} + \sum_{j=1}^n a_{ij}(\phi_{j1} + \phi_{j2} u_{ij}) + c_i(\phi_{01} + \phi_{02} u_{i0})] - \\ (\eta_i \phi_{i2})^{-1} [\alpha_{r_i} |s_{r_i}|^{1/2} \text{sgn}(s_{r_i}) + \int_0^t \beta_{r_i} \text{sgn}(s_{r_i}) dt] \\ u_{q_i} = -2\dot{x}_{2i} + r[\alpha_{q_i} |s_{q_i}|^{1/2} \text{sgn}(s_{q_i}) + \int_0^t \beta_{q_i} \text{sgn}(s_{q_i}) dt] \end{cases} \quad (31)$$

式中, α_{r_i} 、 α_{q_i} 、 β_{r_i} 、 β_{q_i} 是需要设计的控制增益。

由式(31)可以看出,文献[30]通过引入超螺旋控制算法来设计领弹和从弹的视线方向和视线法向导律,将估计目标机动干扰的不连续项放在积分项里面,能够较好地弱化抖振现象。但是,通过文献[30]制导律的设计过程可知,文献[30]设计的领弹-从弹协同律没有考虑各导弹的攻击角度控制问题,此外,文献[30]将目标机动干扰项设计在超螺旋控制算法中,需要事先知道目标机动干扰导数的上界值,不利于实际的工程应用。为保证仿真对比的公平性,制导式(31)中的制导参数设置与文献[30]中的保持一致,仿真场景和初始参数设置与3.1小节的案例一保持一致。仿真结果如图7和图8所示。



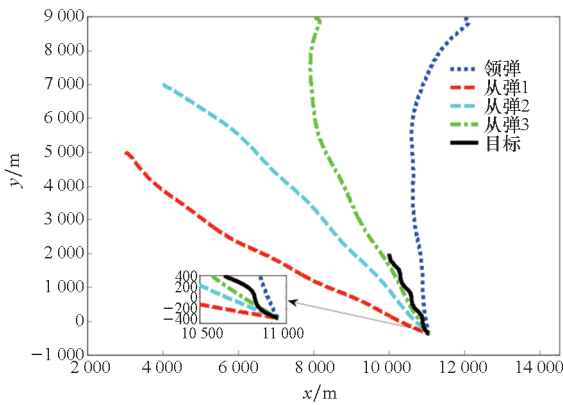
(c) 视线法向加速度

(c) Acceleration in the directions normal to the line-of-sight

图 7 案例一在本文中的仿真结果

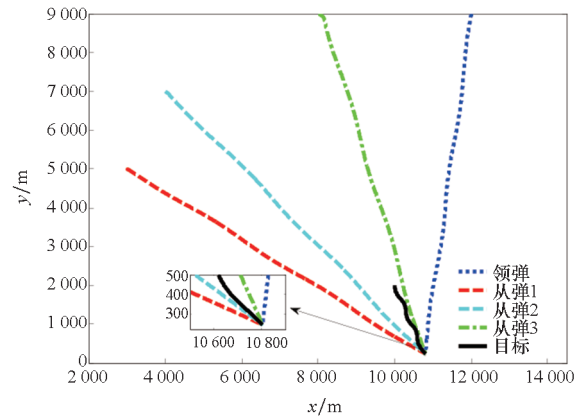
Fig. 7 Simulation results of the proposed guidance law in case 1

对比图7(a)~(b)和图8(a)~(b)中的仿真结果可知,文献[30]和本文提出的协同制导律都能够控制领弹和从弹同时击中案例一中的蛇形机动目标,本文提出的制导律对导弹的攻击角度



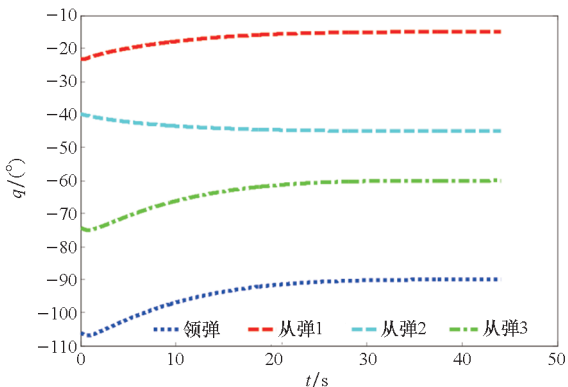
(a) 弹道轨迹

(a) Trajectories of missiles



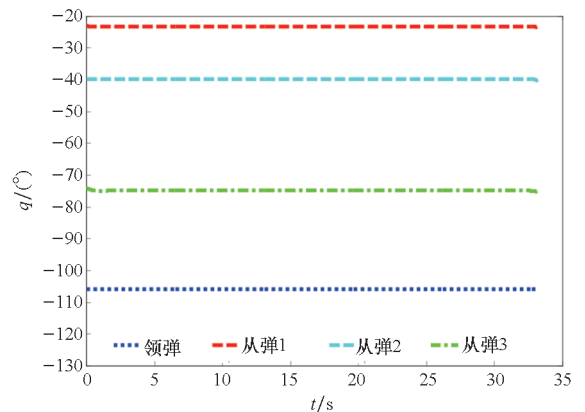
(a) 弹道轨迹

(a) Trajectories of missiles



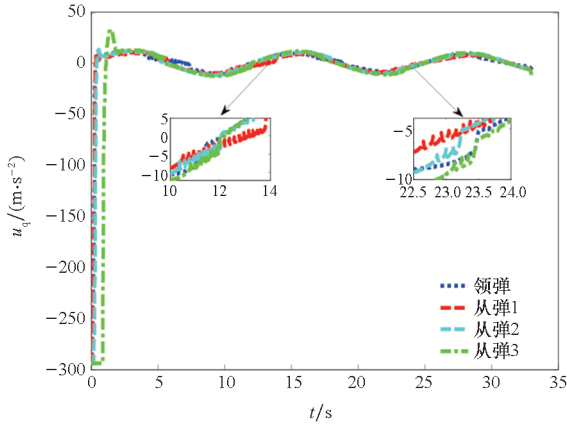
(b) 视线角

(b) Line-of-sight angles



(b) 视线角

(b) Line-of-sight angles



(c) 视线法向加速度

(c) Acceleration in the directions normal to the line-of-sight

图 8 案例一在文献[30]中的仿真结果

Fig. 8 Simulation results of literature [30] in case 1

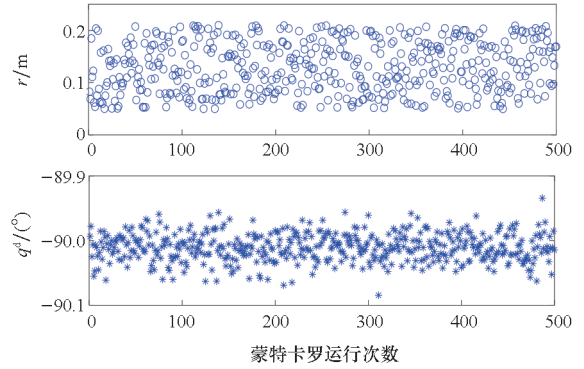
具有较高精度的控制能力,而文献[30]提出的制导律对导弹的攻击角度无控制能力,应用范围相较于本文提出的制导律具有一定程度的限制。对比图 7(c) 和 8(c) 可知,本文提出的制导律在收敛过程中有效地抑制了抖振现象,而文献[30]的视线法向加速度具有一定程度的抖振,这是因为文献[30]将目标机动干扰项设计在超螺旋控制算法中,控制增益 α_{ri} 、 α_{qi} 、 β_{ri} 、 β_{qi} 的选取需要事先知道目标机动干扰导数的上界值,而这在实际制导环节是无法精准估计的,因此为了确保系统实现有限时间收敛,往往会选择较大的控制增益,这样就会导致抖振幅度的增大,不利于导弹的稳定飞行控制。此外,文献[30]设计的协同制导律是有限时间收敛制导律,其收敛时间上界与系统的初始状态高度相关,制导性能受限于系统的初始状态。而本文通过固定时间收敛理论设计的协同制导律较好解决了这一缺陷,更有利于工程实践。通过对比,进一步验证了本文所提制导律的优越性。

3.3 鲁棒性验证

为验证本文所提制导律的抗干扰能力,本小节通过蒙特卡罗仿真实验来进一步验证所提出的协同制导律对初始误差和测量噪声的鲁棒性。首先,假设导弹的初始位置误差在 $-50 \sim 50$ m 范围内遵循均匀分布,初始弹道倾角误差在 $-3^\circ \sim 3^\circ$ 范围内遵循均匀分布。其次,假设弹道倾角测量噪声遵循标准偏差为 0.2° 的零均值高斯分布。其他仿真条件与 3.1 小节的案例一保持一致,进行了 500 次蒙特卡罗仿真。仿真结果如图 9

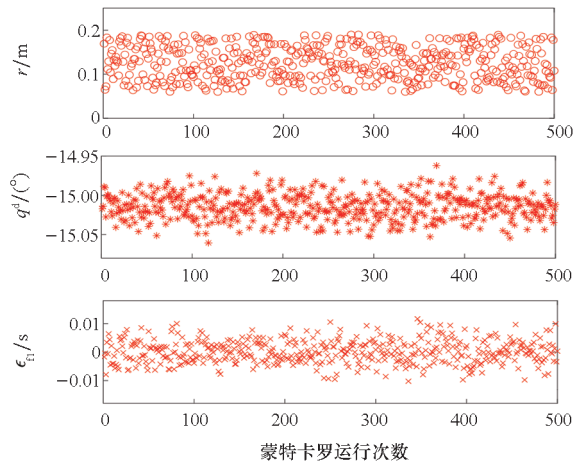
所示。

从图 9 蒙特卡罗仿真结果可以看出,所有导弹的脱靶量均在 0.3 m 以内,3 枚从弹与领弹的攻击时间误差 ϵ_{ri} ($i = 1, 2, 3$) 均在 0.012 s 以内,这意味着多导弹成功实现了对机动目标的协同攻击。与此同时导弹的终端攻击角度都在期望视线角偏差 0.1° 以内,满足在实际应用中攻击角度控



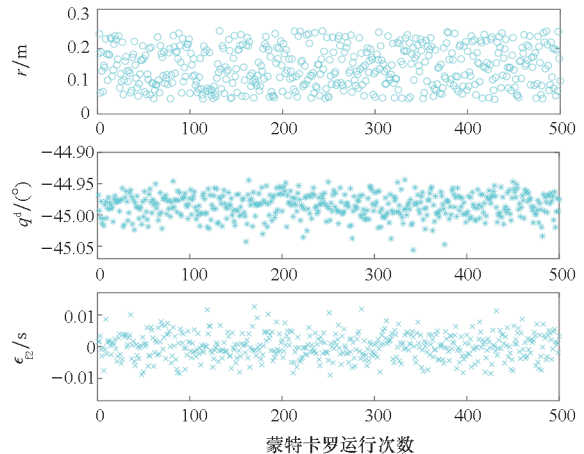
(a) 领弹蒙特卡罗仿真结果

(a) Monte Carlo simulation results of the leader



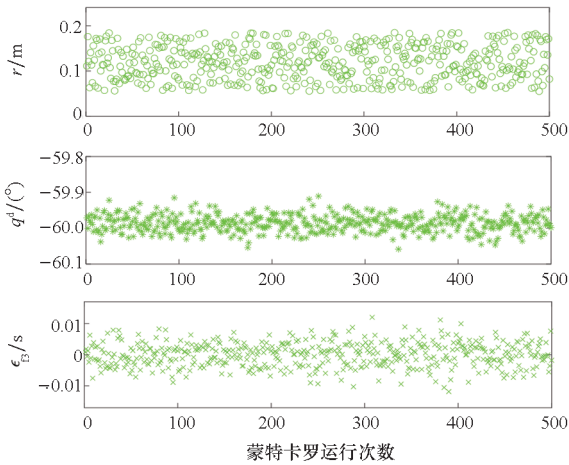
(b) 从弹 1 蒙特卡罗仿真结果

(b) Monte Carlo simulation results of the follower 1



(c) 从弹 2 蒙特卡罗仿真结果

(c) Monte Carlo simulation results of the follower 2



(d) 从弹3 蒙特卡罗仿真真结果

(d) Monte Carlo simulation results of the follower 3

图9 蒙特卡罗仿真真结果

Fig.9 Monte Carlo simulation results

制的精度要求。因此,蒙特卡罗仿真结果表明,本文提出的协同制导律抗干扰能力强,对初始误差、测量噪声具有良好的鲁棒性。

4 结论

本文针对多导弹协同打击机动目标问题,基于一致性误差函数和固定时间收敛滑模控制理论设计了一种带落角约束的领弹-从弹固定时间协同制导律。仿真结果表明:

1) 所提方法能够控制不同初始状态的领弹-从弹以期望的视线角同时攻击机动目标,对角度约束和时间协同的控制精度高,抑制抖振能力强,收敛速度快且收敛时间上界与初始状态无关。

2) 所提方法通过领弹-从弹之间的信息交互实现了自主协同,无须提前设计协同攻击时间。

3) 所提方法制导性能好,可行性强,可以为未来智能化作战背景下的异类多导弹协同作战方案提供一定的理论参考。

参考文献 (References)

[1] LIU S X, YAN B B, ZHANG T, et al. Three-dimensional cooperative guidance law for intercepting hypersonic targets[J]. Aerospace Science and Technology, 2022, 129: 107815.

[2] WANG C Y, DONG W, WANG J N, et al. Impact-angle-constrained cooperative guidance for salvo attack[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2022, 45(4): 684-703.

[3] YOU H, CHANG X L, ZHAO J F, et al. Three-dimensional impact-angle-constrained cooperative guidance strategy against maneuvering target[J]. ISA Transactions, 2023, 138: 262-280.

[4] HE S M, LIN D F. Three-dimensional optimal impact time guidance for antiship missiles [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2019, 42(4): 941-948.

[5] JEON I S, LEE J I, TAHK M J. Impact-time-control guidance with generalized proportional navigation based on nonlinear formulation[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2016, 39(8): 1885-1890.

[6] TAHK M J, SHIM S W, HONG S M, et al. Impact time control based on time-to-go prediction for sea-skimming antiship missiles [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2018, 54(4): 2043-2052.

[7] HE S M, KIM M, SONG T, et al. Three-dimensional salvo attack guidance considering communication delay [J]. Aerospace Science and Technology, 2018, 73: 1-9.

[8] 林德福,何绍溟,王江,等.基于虚拟领弹-从弹的集群分布式协同制导技术研究[J].中国科学:技术科学,2020,50(5):506-515.

LIN D F, HE S M, WANG J, et al. On virtual leader-follower-based distributed cooperative swarm guidance strategy[J]. Scientia Sinica (Technologica), 2020, 50(5): 506-515. (in Chinese)

[9] 赵久奋,史绍琨,尤浩,等.视场角限制下导弹协同攻击导引律设计[J].国防科技大学学报,2019,41(4):114-120.

ZHAO J F, SHI S K, YOU H, et al. Missile cooperative attacking guidance law with field-of-view limit[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2019, 41(4): 114-120. (in Chinese)

[10] WANG C Y, YU H S, DONG W, et al. Three-dimensional impact angle and time control guidance law based on two-stage strategy[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2022, 58(6): 5361-5372.

[11] ERER K S, TEKIN R. Impact time and angle control based on constrained optimal solutions[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2016, 39(10): 2445-2451.

[12] CHEN Z Y, YU J L, DONG X W, et al. Three-dimensional cooperative guidance strategy and guidance law for intercepting highly maneuvering target [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2021, 34(5): 485-495.

[13] CHEN Z Y, CHEN W C, LIU X M, et al. Three-dimensional fixed-time robust cooperative guidance law for simultaneous attack with impact angle constraint [J]. Aerospace Science and Technology, 2021, 110: 106523.

[14] LI H X, LI H J, CAI Y L. Three-dimensional cooperative guidance law to control impact time and angle with fixed-time convergence[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering, 2022, 236(8): 1647-1666.

[15] ZHANG S, GUO Y, LIU Z G, et al. Finite-time cooperative guidance strategy for impact angle and time control[J]. IEEE Transactions on Aerospace Electronic Systems, 2021, 57(2): 806-819.

[16] DONG W, WANG C Y, WANG J N, et al. Fixed-time terminal angle-constrained cooperative guidance law against maneuvering target[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2022, 58(2): 1352-1366.

[17] YU H, DAI K R, LI H J, et al. Three-dimensional adaptive fixed-time cooperative guidance law with impact time and angle constraints [J]. Aerospace Science and Technology, 2022, 123: 107450.

- [18] ZHANG Y A, WANG X L, WU H L. A distributed cooperative guidance law for salvo attack of multiple anti-ship missiles[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2015, 28(5): 1438 – 1450.
- [19] WANG X L, ZHANG Y A, WU H L. Distributed cooperative guidance of multiple anti-ship missiles with arbitrary impact angle constraint [J]. Aerospace Science and Technology, 2015, 46: 299 – 311.
- [20] LI B, LIN D F, WANG H. Finite time convergence cooperative guidance law based on graph theory[J]. Optik, 2016, 127(21): 10180 – 10188.
- [21] ZHOU J L, YANG J Y. Distributed guidance law design for cooperative simultaneous attacks with multiple missiles[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2016, 39(10): 2436 – 2444.
- [22] KUMAR S R, RAO S, GHOSE D. Nonsingular terminal sliding mode guidance with impact angle constraints [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2014, 37(4): 1114 – 1130.
- [23] HOU D L, WANG Q, SUN X J, et al. Finite-time cooperative guidance laws for multiple missiles with acceleration saturation constraints[J]. IET Control Theory & Applications, 2015, 9(10): 1525 – 1535.
- [24] LI Z H, DING Z T. Robust cooperative guidance law for simultaneous arrival [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2018, 27(3): 1360 – 1367.
- [25] LYU T, LI C J, GUO Y N, et al. Three-dimensional finite-time cooperative guidance for multiple missiles without radial velocity measurements[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2019(5): 1294 – 1304.
- [26] ZHAO S Y, ZHOU R, WEI C, et al. Design of time-constrained guidance laws via virtual leader approach [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2010, 23(1): 103 – 108.
- [27] LI G F, LI Q, WU Y J, et al. Leader-following cooperative guidance law with specified impact time[J]. Science China Technological Sciences, 2020, 63(11): 2349 – 2356.
- [28] ZHAO Q L, DONG X W, SONG X, et al. Cooperative time-varying formation guidance for leader-following missiles to intercept a maneuvering target with switching topologies[J]. Nonlinear Dynamics, 2019, 95: 129 – 141.
- [29] SINHA A, KUMAR S R. Supertwisting control-based cooperative salvo guidance using leader-follower approach[J]. IEEE Transactions on Aerospace Electronic Systems, 2020, 56(5): 3556 – 3565.
- [30] 宋俊红. 拦截机动目标的有限时间制导律及多弹协同制导律研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2018.
- SONG J H. Research on finite time guidance law and multi-missile cooperative guidance law for intercepting maneuvering targets[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2018. (in Chinese)
- [31] 李国飞, 朱国梁, 吕金虎, 等. 主-从多飞行器三维分布式协同制导方法[J]. 航空学报, 2021, 42(11): 524926.
- LI G F, ZHU G L, LYU J H, et al. Three-dimensional distributed cooperative guidance law for multiple leader-follower flight vehicles[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2021, 42(11): 524926. (in Chinese)
- [32] NI J K, LIU L, LIU C X, et al. Fixed-time leader-following consensus for second-order multiagent systems with input delay[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017, 64(11): 8635 – 8646.
- [33] ZHOU J L, YANG J Y. Guidance law design for impact time attack against moving targets [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2018, 54(5): 2580 – 2589.
- [34] YANG X Y, SONG S M. Three-dimensional consensus algorithm for nonsingular distributed cooperative guidance strategy[J]. Aerospace Science and Technology, 2021, 118: 106958.
- [35] ZHOU X H, WANG W H, LIU Z H. Fixed-time cooperative guidance for multiple missiles with impact angle constraint[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering, 2022, 236(10): 1984 – 1998.
- [36] HE S M, LIN D F, WANG J. Continuous second-order sliding mode based impact angle guidance law[J]. Aerospace Science and Technology, 2015, 41: 199 – 208.